УДК 519.25
ББК 22.17

АЛГОРИТМ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ МНОГОСВЯЗНЫХ РАЗНОГО ПОРЯДКА ЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПРИ НАЛИЧИИ ПОМЕХ ВО ВХОДНЫХ И ВЫХОДНЫХ СИГНАЛАХ В УСЛОВИЯХ АПРИОРНОЙ НЕОПРЕДЕЛННОСТИ

Кацюба О.А.[1], Козлов Е.В.[2]
(Самарский Государственный Университет Путей Сообщения, Самара)

В статье предложен современный метод идентификации многосвязных динамических систем, описываемых разностными уравнениями при наличии помех наблюдения во входных и выходных сигналах. Была доказана состоятельность получаемых оценок. Данный метод идентификации не требует знания закона распределения помех и сигналов.

Ключевые слова: параметрическая идентификация, многосвязная динамическая система, состоятельная оценка, априорная неопределенность, численный метод.

Введение

Во многих практических задачах идентификации линейных динамических систем помехам подвержен не только выходной сигнал, но и входной сигнал. Применение классического метода

---

[1] *Кацюба Олег Алексеевич, доктор технических наук, профессор (тел. 8(846)9995268, asoiy@samiit.ru).*
[2] *Козлов Евгений Викторович, аспирант 3 года обучения (Самара, ул. Промышленности, д.296, кв. 10, тел. 8-927-7566780, jh1313@list.ru).*

наименьших квадратов не позволяет получать состоятельные оценки параметров

В [1] предложен нелинейный метод наименьших квадратов, позволяющий получать сильно состоятельные оценки матриц параметров многомерного линейного уравнения. Данный метод применим при равных для всех входов и выходов значениях степеней разностного уравнения r_n и соответственно $\bar{r}_n$. В данной работе представлен критерий, позволяющий получать сильно состоятельные оценки параметров при разных r_n и $\bar{r}_n$.

1. Постановка задачи

Рассмотрим многомерную динамическую систему с дискретным временем, которая описывается следующим уравнением

(1) $$z_i^{(n)} = \sum_{l=1}^{k} \sum_{m=1}^{\bar{r}_{nl}} b_0^{(ml)}(n) z_{i-m}^{(l)} + \sum_{j=1}^{d} \sum_{m=0}^{r_{nj}} a_0^{(mj)}(n) x_{i-m}^{(j)},$$

$$y_i^{(l)} = z_i^{(l)} + \xi_1^{(l)}(i), \quad w_i^{(j)} = x_i^{(j)} + \xi_2^{(j)}(i),$$

где , $n = \overline{1,k}$; $y_i^{(l)}$, $z_i^{(l)}$ - наблюдаемые и ненаблюдаемые выходные сигналы, $l = \overline{1,k}$;

$w_i^{(j)}$, $x_i^{(j)}$ - наблюдаемые и ненаблюдаемые входные сигналы, $j = \overline{1,d}$;

$\xi_1^{(l)}(i)$ – помеха наблюдений в l-ом выходном сигнале;

$\xi_2^{(j)}(i)$ – помеха наблюдений в j-ом входном сигнале.

Требуется определить оценки неизвестных коэффициентов динамического объекта, описанного уравнением (1) по наблюдаемым последовательностям $\{y_i^{(l)}\}$, $\{w_i^{(j)}\}$.

Предположим, что выполняются следующие условия:

1^0. Вектор входных переменных и истинные значения параметров удовлетворяет условию

$$N^{-1}\sum_{i=i_0}^{N}\left(z_{\bar r_{n1}}^{(1)T}(i)\vdots\ldots\vdots z_{\bar r_{nk}}^{(k)T}(i)\vdots x_{r_{n1}}^{(1)T}(i)\vdots\ldots\vdots x_{r_{nd}}^{(d)T}(i)\right)^T\cdot$$

$$\cdot\left(z_{\bar r_{n1}}^{(1)T}(i)\vdots\ldots\vdots z_{\bar r_{nk}}^{(k)T}(i)\vdots x_{r_{n1}}^{(1)T}(i)\vdots\ldots\vdots x_{r_{nd}}^{(d)T}(i)\right)\xrightarrow[N\to\infty]{}$$

$$\xrightarrow[N\to\infty]{} H=\left|\begin{array}{c:c} H_{zz} & H_{zx} \\ \hdashline H_{zx}^T & H_{xx}\end{array}\right|, \text{ п.н.}$$

где $z_{\bar r_{nl}}^{(l)}=\left(z_{i-1}^{(l)}\ldots z_{i-\bar r_{nl}}^{(l)}\right)^T$, $x_{r_{nj}}^{(j)}=\left(x_i^{(j)}\ldots x_{i-r_{nj}}^{(j)}\right)^T$,

H - положительно определенная матрица.

2^0. Случайные последовательности $\{\xi_1^{(l)}(i)\}$, $\{\xi_2^{(j)}(i)\}$ независимы в совокупности и удовлетворяет условиям

$E\left(\xi_1^{(l)}(i+1)/\xi_1^{(l)}(i_0)\ldots\xi_1^{(l)}(i)\right)=0$ п.н.;

$E\left((\xi_1^{(l)})^2(i+1)/\xi_1^{(l)}(i_0)\ldots\xi_1^{(l)}(i)\right)=C^{(l)}(i+1)\le\pi^{(l)}\langle\infty$ п.н.;

$E\left((\xi_1^{(l)})^4(i)\right)\langle\pi_1^{(l)}$ п.н.;

$E\left(\xi_2^{(j)}(i+1)/\xi_2^{(j)}(i_0)\ldots\xi_2^{(j)}(i)\right)=0$ п.н.;

$E\left((\xi_2^{(j)})^2(i+1)/\xi_2^{(j)}(i_0)\ldots\xi_2^{(j)}(i)\right)=C^{(j)}(i+1)\ \le\pi^{(j)}\langle\infty$ п.н.;

$E\left((\xi_2^{(j)})^4(i)\right)\langle\pi_1^{(j)}$ п.н.;

для “n” выхода $k=k'=1,...$

$E\left(\xi_k^{(l)}(i)\cdot\xi_{k'}^{(j)}(i)\right)\langle\pi_{lj}^{kk'}$,

где E- оператор математического ожидания.

3^0. $\{x_i^{(1)}\ldots x_i^{(d)}\}$ статистически не зависят от $\{\xi_1^{(l)}(i)\}$, $\{\xi_2^{(j)}(i)\}$ $l=\overline{1,k}$ $j=\overline{1,d}$.

4^0. Множество $\tilde{\mathrm{B}}$, которому априорно принадлежат истинные значения параметров устойчивой линейной системы, является компактом.

2. Описание метода идентификации

Представим уравнение (1) для всех $n=\overline{1,k}$ в векторной форме в виде системы линейных алгебраических уравнений :

(2) $$y_i^{(n)}=\left|y_{\bar r_{n1}}^{(1)T}\vdots\ldots\vdots y_{\bar r_{nk}}^{(k)T}\vdots w_{r_{n1}}^{(1)T}(i)\vdots\ldots\vdots x_{r_{nd}}^{(d)T}(i)\right|\left|\begin{array}{c}b_0(n)\\ \hdashline a_0(n)\end{array}\right|+\xi_1^{(n)}(i)-$$

$$-\Xi_{\bar r_{n1}}^T b_{0(n)}^{(1)}-\ldots\Xi_{\bar r_{nk}}^T b_{0(n)}^{(k)}-\Xi_{r_{n1}}^T a_{0(n)}^{(1)}-\ldots\Xi_{r_{nd}}^T a_{0(n)}^{(d)},$$

где $\Xi_{\bar r_{nl}}(i-1)=\left(\xi_1^{(l)}\left(i-1\right)\ldots\xi_1^{(l)}(i-\bar r_{nl})\right)^T$,

$\Xi_{r_{nj}}(i)=\left(\xi_2^{(j)}\left(i\right)\ldots\xi_2^{(j)}(i-r_{nj})\right)^T$,

$b_0(n)=(b_{0(n)}^{(1)}\vdots\ldots\vdots b_{0(n)}^{(k)})^T$, $a_0(n)=(a_{0(n)}^{(1)}\vdots\ldots\vdots a_{0(n)}^{(d)})^T$,

$b_{0(n)}^{(l)}=(b_0^{1l}\vdots\ldots\vdots b_0^{\bar r_{nl}l})^T$, $a_{0(n)}^{(j)}=(a_0^{0j}\vdots\ldots\vdots a_0^{r_{nj}j})^T$.

Введем следующую обобщенную ошибку

$$e\left(b_0(n),a_0(n),i,n\right)=\xi_1^{(n)}(i)-\Xi_{\bar r_{n1}}^T b_{0(n)}^{(1)}\ldots-\Xi_{\bar r_{nk}}^T b_{0(n)}^{(k)}-$$

$$\Xi_{r_{n1}}^T a_{0(n)}^{(1)}\ldots-\Xi_{r_{nd}}^T a_{0(n)}^{(d)}.$$

Из условия 2^0 следует , что обобщенная ошибка имеет нулевое среднее, а из предпосылки 2 и леммы[2,3]:

$$\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\xi_1^{(n)}(i)\Xi_{\bar r_{nl}}(i-1)\xrightarrow[N\to\infty]{п.н.}0;$$

(3) $$\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\xi_1^{(n)}(i)\Xi_{r_{nj}}(i)\xrightarrow[N\to\infty]{п.н.}0;$$

$$\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\Xi_{\bar r_n}(i)\Xi_{\bar r_n}^T(i)=D_1 \text{ п.н.};$$

$$\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\Xi_{r_n}(i)\Xi_{r_n}^T(i)=D_2 \text{ п.н.},$$

где $\Xi_{\bar r\,n}(i-1)=\left|\Xi_{\bar r\,n1}^T\vdots\ldots\vdots\Xi_{\bar r\,nk}^T\right|^T$, $\Xi_{r\,n}(i)=\left|\Xi_{r_{n1}}^T\vdots\ldots\vdots\Xi_{r_{nd}}^T\right|^T$.

Получаем, что средняя дисперсия обобщенной ошибки равна:

$$\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N}E\left[e\left(b_0(n),a_0(n),i,n\right)\right]^2=\sigma_n^2+b_0(n)D_1b_0(n)^T+$$

$$+a_0(n)D_2a_0(n)^T=\omega\left(b_0(n),a_0(n)\right).$$

Определим оценки $\left|b_0(n)\vdots a_0(n)\right|$ неизвестных истинных значений из условия минимума суммы взвешенных квадратичных отклонений $e(n)$ с весом $\omega\left(b(n)\vdots a(n)\right)$.

$$(4)\quad \min_{\begin{pmatrix}b(n)\\ \cdots\\ a(n)\end{pmatrix}\in\tilde{B}}\frac{\sum_{i=1}^{N}\left(y_i^{(n)}-\begin{vmatrix}b(n)\\ \cdots\\ a(n)\end{vmatrix}^T\begin{vmatrix}\dfrac{Y_{\bar{r}_{nk}}(i-1)}{W_{r_{nd}}(i)}\end{vmatrix}\right)^2}{\sigma_n^2+b(n)D_1b(n)^T+a(n)D_2a(n)^T},$$

где $Y_{\bar{r}_{nk}}(i-1)=\left|y_{\bar{r}_{n1}}^{(1)T}\vdots\ldots\vdots y_{\bar{r}_{nk}}^{(k)T}\right|^T$, $W_{r_{nd}}(i)=\left|w_{r_{n1}}^{(1)T}\vdots\ldots\vdots w_{r_{nd}}^{(d)T}\right|^T$.

3. Доказательство

Утверждение 1. Пусть стационарная динамическая система с нулевыми начальными условиями описывается уравнением (1) и выполняются условия 1^0-4^0. Тогда оценка $\begin{vmatrix}\hat{b}(n)\\ \ldots\\ \hat{a}(n)\end{vmatrix}$ определяемая выражением (4) (при $N\to\infty$) существует и является сильно состоятельной оценкой, т.е.

$$\begin{vmatrix}\hat{b}(n)\\ \ldots\\ \hat{a}(n)\end{vmatrix}\xrightarrow[N\to\infty]{п.н.}\begin{vmatrix}b_0\\ \ldots\\ a_0\end{vmatrix}.$$

Рассмотрим функцию

$$\frac{1}{N}U_N\left(b(n),a(n)\right)=\frac{1}{N}\left(y_i^{(n)}-\begin{vmatrix}b(n)\\ \cdots\\ a(n)\end{vmatrix}^T\begin{vmatrix}\dfrac{Y_{\bar r_{nk}}(i-1)}{W_{r_{nd}}(i)}\end{vmatrix}\right)^2=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\Big[z_i^{(n)}$$

$$+\xi_1^{(n)}(i)-\left|b(n)\right|^T\left|z_{\bar r_{nk}}(i-1)+\Xi_{\bar r_n}\right|-\left|a(n)\right|^T\left|x_{r_{nd}}(i)+\Xi_{r_n}\right|\Big]^2=$$

$$=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\Big[\xi_1^{(n)}(i)+\left|b_0(n)\right|^T z_{\bar r_{nk}}(i-1)+\left|a_0(n)\right|^T x_{r_{nd}}(i)-$$

$$-\left|b(n)\right|^T\left|z_{\bar r_{nk}}(i-1)+\Xi_{\bar r_n}\right|-\left|a(n)\right|^T\left|x_{r_{nd}}(i)+\Xi_{r_n}\right|\Big]^2=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\Big[\xi_1^{(n)}(i)-$$

$$-\left|\tilde b(n)\right|^T z_{\bar r_{nk}}(i-1)-\left|\tilde a(n)\right|^T x_{r_{nd}}(i)-\left|b(n)\right|^T\Xi_{\bar r_n}-\left|a(n)\right|^T\Xi_{r_n}\Big]^2=$$

$$=\nu_1+\nu_2+\nu_3,$$

где $\tilde b(n)=b(n)-b_0(n)$, $\tilde a(n)=a(n)-a_0(n)$.

$$\nu_1=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\Big[\left(\xi_1^{(n)}(i)\right)^2+\left|b(n)\right|^T\Xi_{\bar r_n}\Xi_{\bar r_n}^T\left|b(n)\right|+\left|a(n)\right|^T\Xi_{r_n}\Xi_{r_n}^T\left|a(n)\right|+$$

$$+2\left|b(n)\right|^T\Xi_{\bar r_n}\Xi_{r_n}^T\left|a(n)\right|-2\xi_1^{(n)}(i)\Xi_{\bar r_n}^T\left|b(n)\right|-2\xi_1^{(n)}(i)\Xi_{r_n}^T\left|a(n)\right|\Big],$$

$$\nu_2=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\begin{vmatrix}\tilde b(n)\\ \cdots\\ \tilde a(n)\end{vmatrix}^T\left|z_{\bar r_{nk}}^T(i-1)\vdots x_{r_{nd}}^T(i)\right|^T\times\left|z_{\bar r_{nk}}(i-1)\vdots x_{r_{nd}}(i)\right|\begin{vmatrix}\tilde b(n)\\ \cdots\\ \tilde a(n)\end{vmatrix},$$

$$\nu_3=2\frac{1}{N}\Big[-\xi_1^{(n)}(i)z_{\bar r_{nk}}^T(i-1)\left|\tilde b(n)\right|-\xi_1^{(n)}(i)x_{r_{nd}}^T(i)\left|\tilde a(n)\right|+$$

$$+\left|b(n)\right|^T\Xi_{\bar r_n}z_{\bar r_{nk}}^T(i-1)\left|\tilde b(n)\right|+\left|b(n)\right|^T\Xi_{\bar r_n}x_{r_{nd}}^T(i)\left|\tilde a(n)\right|+$$

$$+\left|a(n)\right|^T\Xi_{r_n}z_{\bar r_{nk}}^T(i-1)\left|\tilde b(n)\right|+\left|a(n)\right|^T\Xi_{r_n}x_{r_{nd}}^T(i)\left|\tilde a(n)\right|\Big].$$

Тогда из условия 2^0 и (3) получим, что

$$\nu_1\xrightarrow[N\to\infty]{п.н.}\sigma_n^2+b(n)D_1b(n)^T+a(n)D_2a(n)^T,\ \forall\begin{vmatrix}b(n)\\ \cdots\\ a(n)\end{vmatrix}\in\tilde B.$$

Из условия 1^0 следует:

$$\nu_2 \xrightarrow[N\to\infty]{п.н.} \begin{vmatrix} \tilde{b}(n) \\ \cdots \\ \tilde{a}(n) \end{vmatrix}^T H \begin{vmatrix} \tilde{b}(n) \\ \cdots \\ \tilde{a}(n) \end{vmatrix}, \forall \begin{vmatrix} \tilde{b}(n) \\ \cdots \\ \tilde{a}(n) \end{vmatrix} \in \tilde{B}.$$

Первые 2 слагаемых в ν_3 в силу условий $1^0, 2^0, 3$ удовлетворяют условиям леммы [2,3] и следовательно:

$$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \xi_1^{(n)}(i) z_{\bar{r}_{nk}}^T(i-1)\left|\tilde{b}(n)\right| \xrightarrow[N\to\infty]{п.н.} 0, \forall \begin{vmatrix} \tilde{b}(n) \\ \cdots \\ \tilde{a}(n) \end{vmatrix} \in \tilde{B},$$

$$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \xi_1^{(n)}(i) x_{r_{nd}}^T(i)\left|\tilde{a}(n)\right| \xrightarrow[N\to\infty]{п.н.} 0, \forall \begin{vmatrix} \tilde{b}(n) \\ \cdots \\ \tilde{a}(n) \end{vmatrix} \in \tilde{B}.$$

Заметим:

$$(5)\quad \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \left|b(n)\right|^T \Xi_{\bar{r}_n} z_{\bar{r}_{nk}}^T(i-1)\left|\tilde{b}(n)\right| =$$

$$= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \left|b(n)\right|^T \left|\begin{array}{c:c:c} \Xi_{\bar{r}_{n1}} z_{\bar{r}_{n1}}^T & \cdots & \Xi_{\bar{r}_{n1}} z_{\bar{r}_{nk}}^T \\ \hdashline \vdots & \ddots & \vdots \\ \hdashline \Xi_{\bar{r}_{nk}} z_{\bar{r}_{n1}}^T & \cdots & \Xi_{\bar{r}k} z_{\bar{r}_{nk}}^T \end{array}\right| \left|\tilde{b}(n)\right|.$$

Таким образом, (5) можно представить в виде k^2 слагаемых, каждое из которых в силу предположений $1^0 - 4^0$ по лемме [2,3] сходятся к нулю. Аналогично доказывается сходимость к нулю остальных слагаемых.

$$\nu_3 \xrightarrow[N\to\infty]{п.н.} 0, \forall \begin{vmatrix} \tilde{b}(n) \\ \cdots \\ \tilde{a}(n) \end{vmatrix} \in \tilde{B}.$$

$$\frac{1}{N}U_N\left(b(n),a(n)\right)\xrightarrow[N\to\infty]{п.н.}\sigma_n^2+b(n)D_1b(n)^T+a(n)D_2a(n)^T+$$

$$+\begin{vmatrix}\tilde{b}(n)\\ \cdots\\ \tilde{a}(n)\end{vmatrix}^T H\begin{vmatrix}\tilde{b}(n)\\ \cdots\\ \tilde{a}(n)\end{vmatrix}=\bar{U}(b(n),a(n))\,.$$

Покажем, что решение задачи

$$(6)\ \min\omega^{-1}\left(b(n),a(n)\right)\bar{U}\left(b(n),a(n)\right),\ \forall\begin{vmatrix}b(n)\\ \cdots\\ a(n)\end{vmatrix}\in\tilde{B}$$

существует и достигается в единственной точке. Для этого вместе с задачей (6) рассмотрим функцию

$$V\left(b(n),a(n),\Theta\right)=\bar{U}\left(b(n),a(n)\right)-\Theta(n)\omega\left(b(n),a(n)\right),$$

$$\Theta(n)\in R_1;$$

$$V\left(\Theta(n)\right)=\min_{\begin{vmatrix}b(n)\\ \cdots\\ a(n)\end{vmatrix}\in\tilde{B}}V\left(b(n),a(n),\Theta(n)\right).$$

Тогда

$$V\left(b(n),a(n),\Theta(n)\right)=\sigma_n^2+b(n)D_1b(n)^T+a(n)D_2a(n)^T$$

$$+\begin{vmatrix}\tilde{b}(n)\\ \cdots\\ \tilde{a}(n)\end{vmatrix}^T H\begin{vmatrix}\tilde{b}(n)\\ \cdots\\ \tilde{a}(n)\end{vmatrix}-\Theta(n)\left(\sigma_n^2+b(n)D_1b(n)^T+a(n)D_2a(n)^T\right)=$$

$$=\sigma_n^2-\Theta(n)\sigma_n^2+\begin{vmatrix}b(n)\\ \cdots\\ a(n)\end{vmatrix}^T\left|\begin{array}{c:c}D_1 & 0\\ \hdashline 0 & D_2\end{array}\right|\begin{vmatrix}b(n)\\ \cdots\\ a(n)\end{vmatrix}-$$

$$-\Theta(n)\begin{vmatrix} b(n) \\ \cdots \\ a(n) \end{vmatrix}^T \begin{vmatrix} D_1 & 0 \\ 0 & D_2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} b(n) \\ \cdots \\ a(n) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} b(n) \\ \cdots \\ a(n) \end{vmatrix}^T \begin{vmatrix} H_{zz} & H_{zx} \\ H_{zx}^T & H_{xx} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} b(n) \\ \cdots \\ a(n) \end{vmatrix} +$$

$$\begin{vmatrix} b_0(n) \\ \cdots \\ a_0(n) \end{vmatrix}^T H \begin{vmatrix} b_0(n) \\ \cdots \\ a_0(n) \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} b_0(n) \\ \cdots \\ a_0(n) \end{vmatrix}^T H^T \begin{vmatrix} b(n) \\ \cdots \\ a(n) \end{vmatrix};$$

окончательно:

$$V\left(b(n), a(n), \Theta(n)\right) = \sigma_n^2 - \Theta(n)\sigma_n^2 +$$

$$+\begin{vmatrix} b_0(n) \\ \cdots \\ a_0(n) \end{vmatrix}^T H \begin{vmatrix} b_0(n) \\ \cdots \\ a_0(n) \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} b_0(n) \\ \cdots \\ a_0(n) \end{vmatrix}^T H^T \begin{vmatrix} b(n) \\ \cdots \\ a(n) \end{vmatrix} +$$

$$+\begin{vmatrix} b(n) \\ \cdots \\ a(n) \end{vmatrix}^T \begin{vmatrix} H_{zz} + D_1 - \Theta(n)D_1 & H_{zx} \\ H_{zx}^T & H_{xx} + D_2 - \Theta(n)D_2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} b(n) \\ \cdots \\ a(n) \end{vmatrix}.$$

Дифференцируя $V\left(b(n), a(n), \Theta(n)\right)$ по $\begin{vmatrix} b(n) \\ \cdots \\ a(n) \end{vmatrix}^T$ и приравнивая производную к нулю, получим:

$$(7)\quad \begin{vmatrix} b\left(\Theta(n), n\right) \\ \cdots \\ a\left(\Theta(n), n\right) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} H_{zz} + D_1 - \Theta(n)D_1 & H_{zx} \\ H_{zx}^T & H_{xx} + D_2 - \Theta(n)D_2 \end{vmatrix}^{-1} H \begin{vmatrix} b_0(n) \\ \cdots \\ a_0(n) \end{vmatrix},$$

и тогда

$$V\left(\Theta(n)\right)=\sigma_n^2-\Theta(n)\sigma_n^2+\begin{vmatrix} b_0(n) \\ \cdots \\ a_0(n) \end{vmatrix}^T H \begin{vmatrix} b_0(n) \\ \cdots \\ a_0(n) \end{vmatrix}-$$

$$-\begin{vmatrix} b_0(n) \\ \cdots \\ a_0(n) \end{vmatrix} H \left|\begin{array}{c:c} H_{zz}+D_1-\Theta(n)D_1 & H_{zx} \\ \hdashline H_{zx}^T & H_{xx}+D_2-\Theta(n)D_2 \end{array}\right|^{-1} H \begin{vmatrix} b_0(n) \\ \cdots \\ a_0(n) \end{vmatrix}.$$

Если $\lambda_{\min}$ - минимальное характеристическое число регулярного пучка форм, определяемых положительными матрицами $H_{zz}+D$, $H_{xx}+D_2$, то $\lambda_{\min}\rangle 0$. Функция $V\left(\Theta(n)\right)$ на интервале $\left(-\infty;\lambda_{\min}+1\right)$ непрерывна и

$$\frac{\partial V\left(\Theta(n)\right)}{\partial\Theta(n)}=-\left(\sigma_n^2+\begin{vmatrix} b(n) \\ \cdots \\ a(n) \end{vmatrix}^T \left|\begin{array}{c:c} D_1 & 0 \\ \hdashline 0 & D_2 \end{array}\right| \begin{vmatrix} b(n) \\ \cdots \\ a(n) \end{vmatrix}^T \right)\langle 0$$

на $\left(-\infty;\lambda_{\min}+1\right)$.

Из чего следует, что на этом интервале $V\left(\Theta(n)\right)=0$ имеет не более одного корня. Нетрудно убедиться, что $\Theta(n)=1$ является корнем этого уравнения. Тогда из (7) непосредственно следует справедливость (6). В дальнейшем ход доказательства практически полностью аналогичен доказательству при условии, что n=m=1[2,3].

4. Пример

На основе вышеописанного был разработан численный метод и программное обеспечение.

В качестве примера была рассмотрена модель, где $n=2$, $k=2$, $d=3$;

$\bar{r}_{11}=2$, $\bar{r}_{12}=1$, $\bar{r}_{21}=2$, $\bar{r}_{22}=1$,

$r_{11}=2$, $r_{12}=2$, $r_{13}=2$, $r_{21}=2$, $r_{22}=2$, $r_{23}=2$.

Входной сигнал белый шум с $\sigma_x^{(j)}=1$;

$$z_i^{(1)}=-0.4z_{i-1}^{(1)}+0.4z_{i-2}^{(1)}-0.2z_{i-1}^{(2)}+x_{i-0}^{(1)}+0.6x_{i-1}^{(1)}+0.2x_{i-2}^{(1)}+x_{i-0}^{(2)}+$$
$$+0.4x_{i-1}^{(2)}-0.2x_{i-2}^{(2)}+x_{i-0}^{(3)}+0.6x_{i-1}^{(3)}-0.4x_{i-2}^{(3)};$$

$$z_i^{(2)}=0.2z_{i-1}^{(1)}-0.2z_{i-2}^{(1)}-0.4z_{i-1}^{(2)}+x_i^{(1)}+0.6x_{i-1}^{(1)}+0.2x_{i-2}^{(1)}+x_i^{(2)}+$$
$$+0.4x_{i-1}^{(2)}-0.2x_{i-2}^{(2)}+x_i^{(3)}+0.6x_{i-1}^{(3)}-0.4x_{i-2}^{(3)}.$$

$\sigma_{\xi_2}^{(j)}$ – среднеквадратическое отклонение помех на входе($\sigma_{\xi_2}^{(j)}=0.1$, $\sigma_{\xi_2}^{(j)}=0.2$, $\sigma_{\xi_2}^{(j)}=0.4$);

$\sigma_{\xi_1}^{(l)}=0.3$ - среднеквадратическое отклонение помех на выходе.

На основании описанных выше алгоритмов создано программное обеспечение, позволяющее получать оценки параметров с наперед заданной точностью.

Определим погрешность оценок как

$$\delta=\left\|\begin{pmatrix}\hat{b}\\ \text{---}\\ \hat{a}\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}b_0\\ \text{-----}\\ a_0\end{pmatrix}\right\|\Bigg/\left\|\begin{pmatrix}b_0\\ \text{-----}\\ a_0\end{pmatrix}\right\|\cdot 100\%.$$

Результаты моделирования приведены в таблице.

Таблица.

Погрешность оценок параметров

	$\sigma_{\xi_2}^{(j)} = 0.1$	$\sigma_{\xi_2}^{(j)} = 0.2$	$\sigma_{\xi_2}^{(j)} = 0.4$
δ (предложенный метод)	10.7%	4.48%	11.8%
δ (мнк)	37%	37%	45%

Рассмотренный в статье метод идентификации может быть обобщен на случай коррелированных шумов и нелинейных динамических систем.

Литература

1. Кацюба О.А. Спирин С.А. *Определение параметров многомерной линейной стационарной динамической системы при наличии помех во входных и выходных сигналах* // Известия Самарского научного центра Российской академии наук, т.8, №4, 2006.
2. Кацюба О.А., Жданов А.И. *О состоятельных оценках решений некорректных стохастических алгебраических уравнений при идентификации параметров линейных разностных операторов* // Изв. Ан. СССР Техническая кибернетика. 1981. №5.
3. Кацюба О.А., Жданов А.И. *Идентификация методом наименьших квадратов параметров уравнений авторегрессии с аддитивными ошибками измерений* // Автоматика и телемеханика. 1982. №2.
4. S. Thil, M. Gilson and H. Garnier. *On instrumental variable-based methods for errors-in-variables model identification*. Proc. 17th IFAC World Congress, Seoul, Korea, July 6-11, 2008.

ALGORITHM OF THE INDENTIFICATION PARAMETR OF MALTIPLY THE DIFFERENT ODER JF THE LINEAR DYNAMIC SYSTEMS AT PRESENCE OF THE HINDRANCES IN INPUT SIGNAL IN CONDITION OF THE A PRIORI UNCERTAINTY

Oleg *Katsyba*, Samara State University of Transport, Doctor of Science, professor, 8(846)9995268 (asoiy@samiit.ru).
Evgeniy Kozlov, Samara State University of Transport, graduate student, Samara, Industry st. 296/10 (8-927-7566780, jh1313@list.ru)

Abstract: In many practical tasks to identify linear dynamic systems not only output but input signals are subjected. The application of the classical least-squares method does not provide any consistent parameterization. Methods of tool variables can be applied to reception of well-founded estimations[2-4]. The accuracy of the parameter estimates obtained by based methods is often poor. This poor accuracy of based methods can mainly be attributed to the fact that they use the estimates of correlation of the data at 'high' lags.

In [1] there is a nonlinear least-squares method suggested to obtain strongly consistent matrix parameterization of multivariable linear equation. This method is applied with equal value of degree in difference equation r_n and respectively $\bar{r}_n$. The paper introduces a criterion enabling to obtain the strongly consistent parameterization under different r_n и $\bar{r}_n$.

Keywords: parametric identification, multilinked dynamical system, consistent estimate (estimator), prior uncertainty, numerical procedure