

ЗАДАЧИ АНАЛИЗА И ПРОГНОЗА ПРИ УПРАВЛЕНИИ ЦЕЛЕВОЙ АУДИТОРИЕЙ В МАРКЕТИНГЕ¹

Агиева М.Т.²

(Ингушский государственный университет, Назрань)

Бабичева Ю.В.³, Окулист Н.М.⁴, Угольницкий Г.А.⁵

(Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону)

В статье рассмотрены задачи анализа и прогноза на сетях применительно к маркетингу. К этим задачам относятся выявление сильных подгрупп и спутников, вычисление количественных характеристик сети, определение финальных мнений членов целевой аудитории исходя из их начальных мнений с учетом взаимного влияния. Для решения задачи прогноза разработан оригинальный алгоритм, реализованный на языке программирования R. Другие поставленные задачи могут быть решены стандартными средствами этого языка, что проиллюстрировано на тестовом примере вместе с результатами авторского алгоритма. Решение задач анализа и прогноза существенно облегчает задачу управления мнениями целевой аудитории в маркетинге.

Ключевые слова: маркетинг, модели анализа и прогноза на сетях, управление целевой аудиторией

1. Введение

Модель влияния в социальной группе впервые рассмотрена в работах [20,24 и более детально изучена в [18]. Впоследствии рассматривались многочисленные обобщения и уточнения этой модели: случай меняющегося во времени взаимовлияния - в работах [23,25,28,29], условия сходимости мнений - в [14,16,19], скорость сходимости - в [18,23], условия единственности финального мнения - в [23,25].

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ, проект №17-19-01038.

² Мовлатхан Тугановна Агиева, кандидат технических наук, доцент (agieva25@mail.ru).

³ Юлия Витальевна Бабичева, бакалавр прикладной математики (yu1ya.babicheva1012@yandex.ru).

⁴ Наталья Менахимовна Окулист, бакалавр прикладной математики (natalok@rambler.ru)

⁵ Геннадий Анатольевич Угольницкий, доктор физико-математических наук, профессор (ougoln@mail.ru)

Одной из самых подробных монографий по моделированию сетей является [26]; см. также статью [27]. Применение сетевых моделей к анализу политических процессов описано в монографии [3]. Стохастические модели социальных сетей представлены в статье [4]; это направление впоследствии развито в монографии [5], посвященной математическим моделям коллективного поведения. Монография [7] посвящена моделям сетевой экспертизы. Вопросы коммуникации и координации в социальных сетях анализируются в [17]. Моделированию "сарафанного радио" посвящены работы [15,21,22]. Анализ относительного влияния вершин сети дан в [30]. Системный подход к сетям представлен в [31]. Сетевые модели социального влияния описаны также в [32,33].

Подробный анализ моделей влияния представлен в монографии [6]. Авторы предлагают классификацию таких моделей. Приведен анализ динамики мнений для ряда характерных модельных примеров.

В статье [1] приведена постановка задач управления на сетях применительно к маркетингу с соответствующей интерпретацией элементов, в статье [2] - постановка задач анализа целевой маркетинговой аудитории.

Оставшаяся часть статьи организована следующим образом. Во втором разделе приводятся постановки задач анализа и синтеза на сетях и описывается тестовый пример. В третьем разделе дается подробное описание количественных характеристик сети применительно к маркетингу и результаты вычисления их значений и выявления структуры целевой аудитории для тестового примера с помощью средств языка программирования R [8]. В третьем разделе представлен оригинальный алгоритм вычисления финальных мнений членов целевой аудитории и его реализация на языке R с расчетами по тестовому примеру. В Заключении подводятся итоги и намечаются планы дальнейших исследований.

2. Постановки задач и тестовый пример

Базовая модель влияния в социальной сети представляет собой взвешенный ориентированный граф, вершины которого соответствуют членам социальной группы, а дуги описывают их взаимное влияние. Каждой вершине приписывается вещественное значение (мнение члена группы), которое может меняться со временем, а каждой дуге - вещественное число (вес), характеризующее степень влияния одного члена группы на другого (или, что то же самое, степень доверия второго к первому).

Таким образом, в модели $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ - множество базовых агентов; $x_i \rightarrow u_i(t)$, $i = 1, \dots, n$ - мнение базового агента; $u^0 = (u_1^0, \dots, u_n^0)$ - вектор начальных мнений базовых агентов; a_{ij} - коэффициент влияния i -го базового агента на мнение j -го базового агента; $A = \|a_{ij}\|$ - матрица влияний (задает множество дуг социально-сетевой модели). Динамика мнений задается правилом

$$(1) \quad u_j(t+1) = \sum_{i=1}^n a_{ij} u_i(t), \quad j = 1, \dots, n; \quad \text{или в векторной}$$

форме $u(t+1) = A^T u(t)$, $u(0) = u^0$, $t = 0, 1, \dots, T-1$.

Показано, что все члены каждой i -й сильной подгруппы (невырожденной сильной компоненты сети) приходят к единому финальному мнению, определяемому формулой

$$(2) \quad u_i^\infty = \sum_{k=1}^{n_i} w_k^i u_k^{i0},$$

где w_i^k - компонента стационарного вектора для цепи Маркова с переходной матрицей A^T , n_i - число членов i -й сильной подгруппы. Финальные мнения остальных агентов, не входящих в сильные подгруппы ("спутников"), вычисляются как

$$(3) \quad u_j^\infty = \sum_{i=1}^r b_{ji} u_i^\infty,$$

где b_{ji} - вероятность перехода агента j в сильную подгруппу i как эргодическое множество, r - общее число сильных подгрупп.

Кроме того, для заданной сети можно вычислять различные количественные показатели: центральности, престижа и др. [9,10].

Таким образом, с помощью моделей влияния на сетях можно решать задачи анализа и прогноза. К задачам анализа относятся выделение сильных подгрупп и спутников, а также вычисление количественных характеристик сети. Задачи прогноза позволяют предсказывать динамику мнений членов социальной группы с учетом ее структуры, выявленной при анализе.

Применительно к маркетингу оргграф влияния определяет взаимовлияние членов целевой аудитории некоторой фирмы. Участники целевой аудитории имеют начальные мнения, например, по поводу суммы денег, которую они готовы потратить на приобретение товаров или услуг данной фирмы в течение некоторого периода времени. В силу взаимодействия внутри целевой аудитории эти мнения могут меняться со временем. Выделение сильных подгрупп позволяет определить тех людей (группы, организации), на которых следует оказывать маркетинговое воздействие для получения желаемых финальных мнений (воздействовать на спутников бессмысленно). Количественные характеристики сети дают дополнительное, более детальное описание целевой аудитории.

На данном этапе исследование проводилось для следующего условного тестового примера. Пусть имеется небольшая компания, в которой десять сотрудников и руководитель. У руководителя скоро день рождения, и принято решение собрать деньги ему на подарок. Каждый сотрудник имеет своё мнение по поводу суммы взноса – это начальные мнения. Также в компании имеются социальные связи – некоторые сотрудники дружат

между собой и прислушиваются к мнению друг друга. Пусть матрица влияний выглядит следующим образом:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{12} & 0 & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{12} & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{3}{4} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{4} & 0 & 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

Пусть начальные мнения по поводу суммы подарка в рублях, следующие:

(500, 900, 500, 400, 400, 500, 800, 500, 600, 400, 100, 200, 200, 300, 500).

Данная сеть будет выглядеть следующим образом:

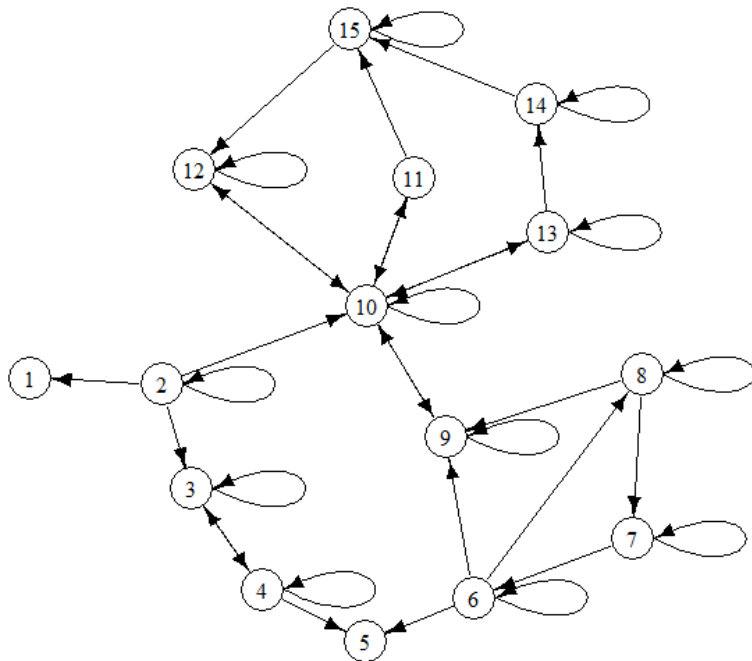


Рис.1. Граф для тестового примера

Решим для этого тестового примера задачи выделения сильных подгрупп и спутников, вычисления характеристик сети и оценки финальных мнений членов группы.

3. Задачи анализа на сетях

Под социальной сетью на качественном уровне понимается социальная структура, состоящая из множества агентов (семьи, индивиды, организации) и определенного на нем множества отношений (совокупность связей между агентами). Математически сеть представляет собой ориентированный граф. Техника

социометрии (представление социальных групп в виде графа) была впервые предложена в работах Я. Морено [11]. Термин «социальная сеть» был введен в 1954 г. социологом Джеймсом Барнсом [13].

Свойства социальных сетей: 1) наличие собственных мнений агентов; 2) возможность членов социальной сети влиять на мнения друг друга; 3) влиятельность и авторитет одних агентов для других; 4) различный уровень осведомленности агентов;

5) косвенное влияние агентов, например, «друг моего друга - мой друг»; 6) наличие лидеров, кумиров, агентов с максимальным «влиянием», формализация индексов влияния:

7) существование порога чувствительности к изменению мнения окружающих; 8) объединение агентов группы «по интересам»; 9) наличие специфических социальных норм; 10) учет факторов «социальной корреляции»; 11) существование внешних факторов влияния (реклама, маркетинговые акции) и, соответственно внешних агентов (средства массовой информации, производители товаров), и т.д.

Сам по себе анализ социальных сетей (social network analysis, SNA) представляет собой направление, которое занимается описанием и анализом возникающих в ходе социального взаимодействия и коммуникации связей (сетей) различной плотности и интенсивности. Различные меры SNA используются для представления взаимодействия между участниками, учета сильных или слабых связей, определения ключевых/центральных игроков и подгрупп в сети.

Для анализа социальной сети существует множество характеристик и метрик, для их вычисления и представления в работе будет использоваться язык R, предназначенный для статистической обработки данных и работы с графикой и представляющий собой свободную программную среду вычислений. R широко используется как статистическое программное обеспечение для анализа данных и фактически стал стандартом для статистических программ [8].

В частности, задача выделения сильных компонент и спутников может быть решена стандартными встроенными сред-

ствами языка R. Для нашего примера результат будет иметь следующий вид:

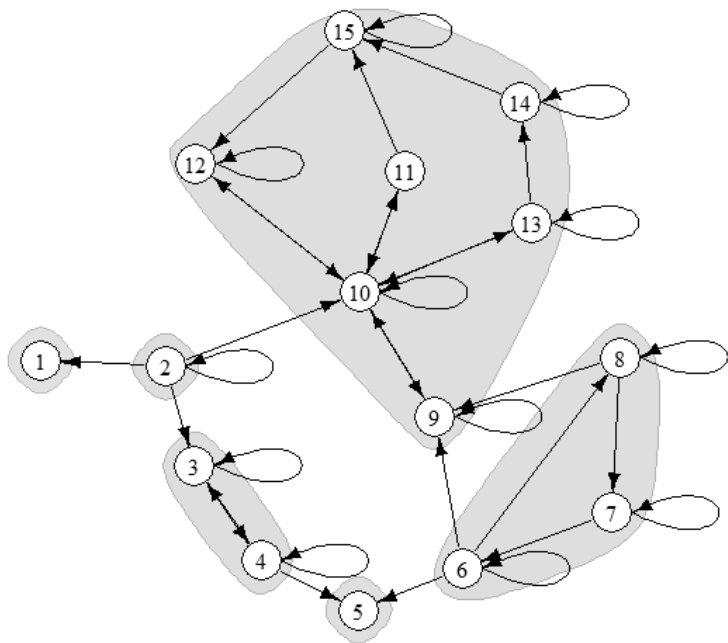


Рис. 2. Сильные компоненты и спутники

Граф отображает коллектив, который договаривается о сумме на подарок начальнику. Вершина 10 оказывает сильное влияние на вершины 11-15, которые представляют собой: 10 - аналитик, 11-15 - программисты - люди из одной финансовой категории, с одинаковыми интересами, которые общаются только между собой и с аналитиком - связующее звено между ними и всем остальным коллективом. Вершины 6-8 - сильная подгруппа - отдел маркетинга и продаж. Вершина 9 – менеджер проекта, 2 - отдел внедрения.

Остановимся подробнее на вычислении метрик социальной сети на примере графа (рис.1)

Степень (Degree).

В теории графов степень вершины графа — это число ребер, проходящих через вершину. Чем больше связей у данной вершины, тем выше степень.

Близость (Closeness)

Эта величина показывает скорость передачи информации одного узла с другими.

Плотность (Density) или коэффициент кластеризации.

Плотность измеряет степень, в которой узлы сети соединяются друг с другом. Это отношение количества ребер графа к максимально возможному количеству.

$$(4) \quad d = \frac{2M}{N(N-1)}$$

M - число ребер в сети, N - число узлов в сети.

С ростом плотности графа увеличивается поток информации между узлами, что повышает влияние узлов друг на друга.

3.1 МЕТРИКИ ЦЕНТРАЛЬНОСТИ (CENTRALITY METRICS)

Метрики центральности — количественная оценка конкретного лица в социальной сети. Мера центральности описывает положение конкретного узла по сравнению с другими узлами.

3.1.1 СТЕПЕНЬ ЦЕНТРАЛЬНОСТИ /ЦЕНТРАЛЬНОСТЬ ПО СТЕПЕНИ (DEGREE CENTRALITY)

Степень центральности является одной из основных метрик, определяет количество связей агента, то есть число знакомств в конкретной группе лиц. Узел с более высоким значением степени центральности часто рассматривается как центр и активный субъект в сети. Степень центральности i -узла вычисляется по следующей формуле:

$$(5) \quad D_i = \frac{\sum_{j \in G} A_{ij}}{N-1} ,$$

где A_{ij} – это элемент в матрице смежности A в $[i,j]$ положении, N – общее количество узлов в сети. $(N-1)$ является коэффициентом нормализации.

Иногда возникает необходимость сравнивать степень центральности разных графов, тогда нормированную величину вычисляют по формуле:

$$(6) \quad D = \frac{\sum_{i=1}^N (D^* - D_i)}{(N-1)(N-2)},$$

D^* - максимальная степень центральности узла из всех рассчитанных.

Вершины с высоким показателем степени центральности имеют большое влияние на других объектов сети, то есть они могут быть информаторами, либо знаменитостями, быстро распространяющими информацию. Степень центральности иллюстрирует степень общительности индивида или группы. Также различают входящую (in-degree) и исходящую (out-degree) центральность. Входящая указывает число связей, направленных к узлу, а исходящая – число связей, направленных от узла. Например, если сайт имеет множество внешних ссылок на другие сайты, как Яндекс или Google, это – власть, а если много людей размещают ссылки на сайт, это – известность.

Найдем степень центральности для примера. (рис. 1)

Degree Centrality

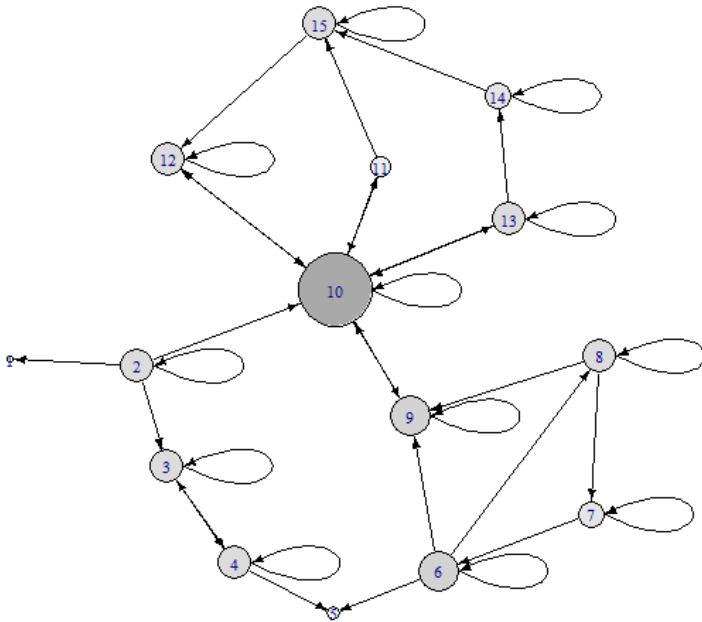


Рис.3 График центральности по степени

Степени центральности вершин нашего графа для каждой вершины:

$D_1 = 0.067$; $D_2 = 0.333$; $D_3 = 0.333$; $D_4 = 0.333$; $D_5 = 0.133$; $D_6 = 0.400$; $D_7 = 0.267$; $D_8 = 0.333$; $D_9 = 0.400$; $D_{10} = 0.733$; $D_{11} = 0.200$; $D_{12} = 0.333$; $D_{13} = 0.333$; $D_{14} = 0.267$; $D_{15} = 0.333$

Видим, что самый большой показатель центральности по степени у 10-й вершины, причем она обладает высокой и входящей, и исходящей центральностью, а это значит, что узел – «знаменитость» и «власть». Значит, что за таким человеком будет следить много людей, он может быстро распространять информацию, а также быстро ее получать.

Этот узел можно использовать для продвижения продукта.

3.1.2 ЦЕНТРАЛЬНОСТЬ ПО БЛИЗОСТИ (CLOSENESS CENTRALITY)

Данная характеристика задает скорость распространения информации по сети, если узел близок к всем остальным узлам сети, то центральность по близости будет высокой и чем дальше находится узел, тем меньше этот показатель.

Высоким уровнем центральности по близости обладают те узлы, которые имеют множество связей, при этом их должно быть достаточно и у его соседей. Следовательно, такие узлы получают возможность доступа к большому количеству участников сети, и может влиять на них.

Эта величина может быть определена как величина обратная среднему значению длины всех кратчайших путей между узлом и всеми остальными узлами в сети.

$$(7) \quad C_i = \frac{N-1}{\sum_{j \in G} d_{ij}} \quad ,$$

где $\sum_{j \in G} d_{ij}$ - кратчайший путь от вершины i до вершины j .

Нормированная центральность по близости для все сети рассчитывается как:

$$(8) \quad C = \frac{\sum_{i=1}^N (C^* - C_i)}{[(N-2)(N-1)]/(2N-3)}$$

C^* - максимальное нормализованное значение центральности.

Соответственно, мера достигнет своего максимума для заданной сети, когда субъект имеет доступ ко всем остальным вершинам в сети, и своего минимума, когда субъект изолирован. С увеличением сети эта величина будет уменьшаться. Это интуитивно понятно, так как чем больше компания, тем тяжелее поддерживать связь со всеми ее членами.

Closeness centrality

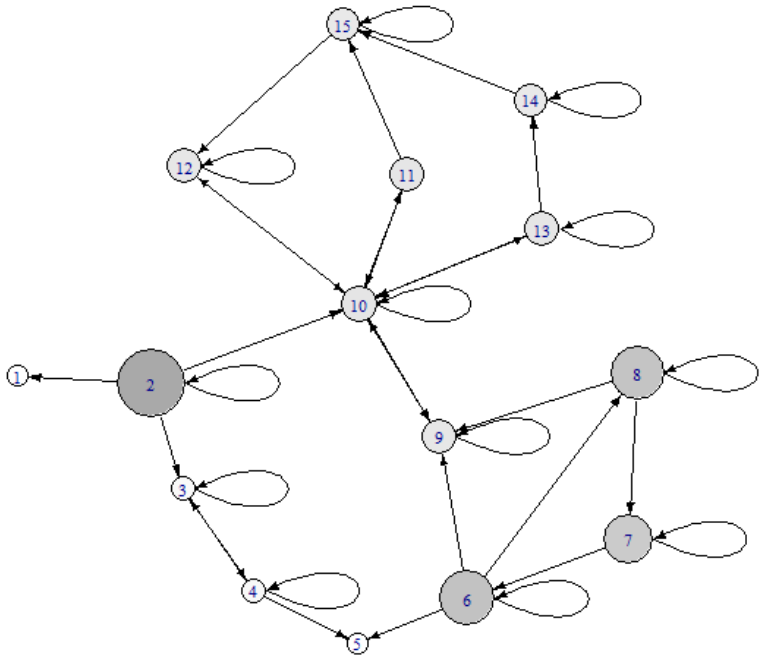


Рис.4 Центральность по близости

Рассчитаем значение центральности по близости для нескольких вершин нашего графа: $C_1 = 0.005$; $C_2 = 0.015$; $C_3 = 0.005$; $C_4 = 0.005$; $C_5 = 0.005$; $C_6 = 0.012$; $C_7 = 0.011$; $C_8 = 0.012$; $C_9 = 0.008$; $C_{10} = 0.008$; $C_{11} = 0.008$; $C_{12} = 0.008$; $C_{13} = 0.008$; $C_{14} = 0.007$; $C_{15} = 0.007$;

Самый высокий показатель центральности по близости у вершины 2. Это значит, что она может получить быстрый доступ ко всем остальным узлам сети, следовательно, имеет возможность наиболее эффективно распространять информацию на всю сеть.

3.1.3 ПРОМЕЖУТОЧНОСТЬ/ЦЕНТРАЛЬНОСТЬ ПО ПОСРЕДНИЧЕСТВУ (BETWEENNESS CENTRALITY)

Промежуточность позволяет найти те узлы, которые служат мостами для соединения с другими группами или сообществами в сети. Она может быть определена как количество кратчайших путей между любой парой, которые проходят через узел.

$$(9) B_i = \frac{\sum_{j,k \in G} g_{jk}^{(i)} / g_{jk}}{(N-1)(N-2)}$$

где g_{jk} - число кратчайших путей из вершины j в вершину k ,

$g_{jk}^{(i)}$ - число путей между j и k проходящие через i -й узел.

Соответственно промежуточность всей сети рассчитывается как:

$$(10) B = \frac{\sum_{i=1}^N (B^* - B_i)}{(N-1)}$$

Узел с высоким значением промежуточности рассматривается как мощный узел с большим количеством влияния, чаще всего это единственная связь между различными частями сети.

Betweenness Centrality

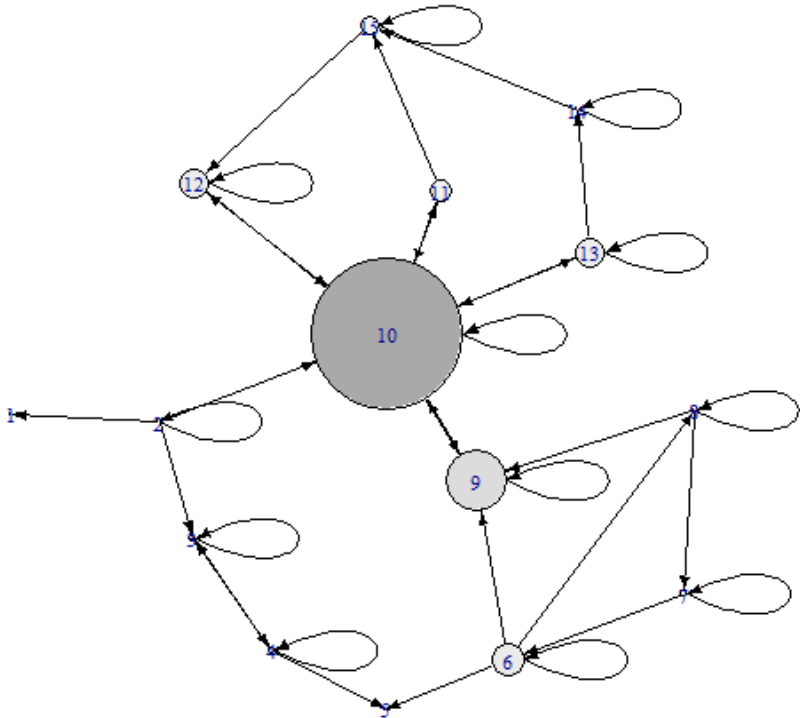


Рис.5 Центральность по посредничеству

Значения промежуточности для вершин нашего графа:

$B_1 = 0.0$; $B_2 = 0.0$; $B_3 = 2.0$; $B_4 = 2.0$; $B_5 = 0.0$; $B_6 = 10.0$; $B_7 = 2.0$; $B_8 = 1.0$; $B_9 = 18.0$; $B_{10} = 44.5$; $B_{11} = 7.0$; $B_{12} = 9.0$; $B_{13} = 9.0$; $B_{14} = 1.0$; $B_{15} = 5.5$;

Самый большой показатель промежуточности у вершины 10 оправдан тем, что она является единственным связующим узлом между двумя частями сети. Данный участник обладает

значительным социальным капиталом и системными компетенциями, позволяющими ему контролировать информационные потоки внутри системы совместной сетевой деятельности.

4. Задачи прогноза на сетях

Для решения задачи прогноза разработан и программно реализован с помощью языка R оригинальный алгоритм. Он базируется на таких понятиях, как эргодическое множество, поглощающие состояния и спутники [6,12].

Находим обращение графа P .

Сначала необходимо выяснить, сильно связный граф или нет. Если да, то финальное мнение группы будет единым. Тогда необходимо решить систему

$$a_1 \cdot w_1 + b_1 \cdot w_2 + \dots + m_1 \cdot w_n = w_1$$

$$a_2 \cdot w_1 + b_2 \cdot w_2 + \dots + m_2 \cdot w_n = w_2$$

...

$$a_{n-1} \cdot w_1 + b_{n-1} \cdot w_2 + \dots + m_{n-1} \cdot w_n = w_{n-1}$$

$$w_1 + w_2 + \dots + w_n = 1$$

$$\text{где } P = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & & a_n \\ b_1 & b_2 & & b_n \\ c_1 & c_2 & \dots & c_n \\ & & \dots & \\ m_1 & m_2 & & m_n \end{pmatrix} - \text{обращение орграфа влия-$$

ний.

В данной системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) неизвестными служат элементы матрицы W . Перенос всех неизвестных в правую часть равносильна операции в два шага:

1) $P^T - E$, P^T – транспонированная матрица, которая является исходным орграфом влияний, а E – единичная матрица;

2) Замена последней строки полученной матрицы на единицы.

Таким образом реализуется нахождение матрицы W : из исходной матрицы вычитается единичная и последняя строка заменяется на единицы. Получаем матрицу A в СЛАУ $AX=b$. В векторе b все элементы равны 0, кроме последнего, который равен 1. Далее решаем СЛАУ с помощью встроенных методов языка R и получаем матрицу W .

Если граф не сильно связный, то поиск финальных мнений делится на а) поиск сильных подгрупп (эргодических множеств) и б) поиск спутников.

а) Для поиска эргодических множеств будем сначала искать сильные компоненты. Если из сильной компоненты не выходит никакая дуга в другие вершины, то множество эргодическое. Также заметим, что если множество содержит только одну вершину, то такое состояние называется поглощающим.

б) Вершины, которые не входят в эргодические множества – переходные, иначе говоря – спутники.

3) Для каждого из эргодических множеств можно найти финальное мнение, используя алгоритм для сильно связного графа.

4) Далее строим канонический вид обращения исходной матрицы

$$P_C = \begin{array}{c|cccc|c} & S_1 & S_2 & \dots & S_r & T \\ \hline S_1 & \mathbf{1} & & & & \\ S_2 & & \mathbf{1} & & & \mathbf{0} \\ \dots & & & \dots & & \\ S_r & & & & \mathbf{1} & \\ \hline T & & \mathbf{R} & & & \mathbf{Q} \end{array}$$

где S – сильные подгруппы (в том числе поглощающие состояния), T – спутники.

В матрице R строки – это номера вершин, которые являются *переходными* состояниями, а столбцы – это *поглощающие*

состояния и эргодические множества. В матрице Q и строки, и столбцы – это номера вершин, которые являются *переходными* состояниями.

Если первоначально цепь Маркова находится в переходном состоянии $y_{r+1,j}$, то вероятность ее перехода в эргодическое множество S_i равна значению элемента $b_{ji} \in B = NR$.

Фундаментальная матрица N поглощающей цепи Маркова находится по формуле

$$N = (E - Q)^{-1}, \text{ где } E - \text{единичная матрица.}$$

Формула для B имеет вид

$$B = NR.$$

Финальное мнение *поглощающих* состояний остается равным их начальному мнению.

Осталось найти финальное мнение *переходных* состояний

$$x_{r+1,j}^{\infty} = \sum_{i=1}^r b_{ji} \left(\sum_{k=1}^{n_i} w_k^{(i)} x_{ik}(0) \right).$$

Вернемся к тестовому примеру из раздела 2. Сотрудникам можно дать неделю на размышления, но в какой ценовой категории искать подарок, секретарю нужно знать сразу. Поэтому важно спрогнозировать финальное мнение каждого сотрудника компании.

Сначала необходимо найти обращение матрицы влияний:

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{12} & \frac{1}{2} & \frac{1}{12} & \frac{1}{12} & \frac{1}{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{4} & 0 & 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

Для реализации общего случая понадобится вычислять сильные компоненты орграфа. Для этого в языке R есть специальный инструмент, который имеет три составляющие: показывает общее количество компонент, число вершин в каждой ком-

поненте, а также к какой компоненте принадлежит каждая вершина. Выполняя поиск сильных компонент, получим

```
$membership
```

```
[1] 5 6 4 4 2 3 3 3 1 1 1 1 1 1 1
```

```
$csize
```

```
[1] 7 1 3 2 1 1
```

```
$no
```

```
[1] 6
```

Membership: Первая вершина принадлежит 5-й компоненте, вторая компонента принадлежит 6-й компоненте, третья и четвёртая принадлежат 4-ой компоненте, пятая – 2-й компоненте, шестая, седьмая и восьмая принадлежат 3-й, с девятой по пятнадцатую -1-й компоненте.

Csize: вторая, пятая и шестая компоненты содержат по одной вершине, четвёртая две вершины, третья компонента имеет три вершины, а первая – семь вершин.

No: всего 6 компонент.

Для дальнейшей реализации понадобится каждую компоненту выделять в отдельный вектор. Так как все компоненты могут иметь различную длину вектора, поступим следующим образом. Создадим матрицу (назовём её G), где каждая строка обозначает свою компоненту. В начале каждой строки идут номера вершин, которые принадлежат данной компоненте, далее идут нули. Вершины обязательно должны идти в начале, чтобы в дальнейшем при обходах строк в матрице идти не до конца строки, а сразу по значащим вершинам. Номера вершин в матрице уникальны и повторяться в другой строке не могут. Количество строк в такой матрице возьмем равным значению No (количество компонент).

Для примера выше матрица с векторами будет выглядеть следующим образом:

$$G = \begin{pmatrix} 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 7 & 8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Также понадобится вектор для поглощающих состояний, который будет содержать номера вершин.

По определению поглощающее состояние – это эргодическое множество с одним состоянием. Можно сказать, что это та вершина, из которой не выходит ни одной дуги в другие вершины, а только петля в саму себя. В матрице P (транспонированной к исходной) это те вершины, где на диагонали стоят единицы. Заметим, что не обязательно такие состояния должны быть.

В нашем примере одно поглощающее состояние - вершина 2, так как только элемент (2,2) имеет значение 1.

Далее необходима матрица, где будут собираться отдельно эргодические множества и вектор, который будет собирать **только** переходные состояния, то есть поглощающие состояния собираются отдельно (выше был описан алгоритм). Напомним, что не любая сильная компонента соответствует эргодическому множеству.

Чтобы проверить, что множество эргодическое, будем использовать следующий алгоритм. Возьмём матрицу G , в которую собраны компоненты. Напомним, что каждой строке соответствует отдельная компонента. Будем проверять, сколько вершин находится в каждой строке. Напомним, что начале каждой строки идут номера вершин, которые принадлежат данной компоненте, далее идут нули. Таким образом, можно подсчитать число вершин, просто сосчитав количество положительных элементов.

Если в строке находится только одна вершина, то она подозрительна на занесение в вектор с *переходными* состояниями. Необходимо проверить ещё, что данная отдельная вершина не

была занесена в вектор с *поглощающими* состояниями. Если нет, то эта вершина заносится в вектор, содержащий переходные состояния.

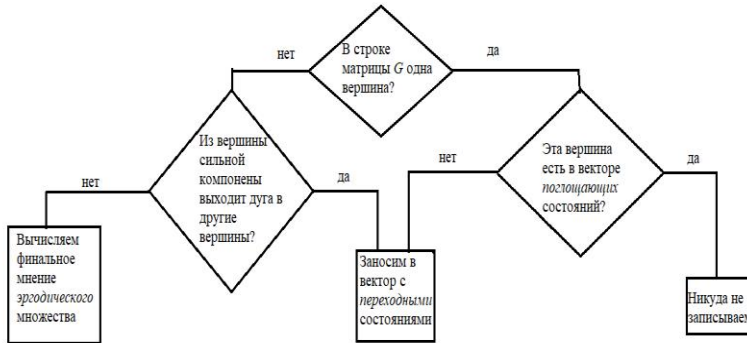
Если в строке матрицы G находится более одной вершины, то теперь необходимо проверить, что данная сильная компонента является эргодическим множеством. Для этого проверим, что ни из одной вершины сильной компоненты не выходит дуга в другие вершины. Для каждой сильной компоненты создается отдельный вектор с вершинами, не входящими в эту сильную компоненту. Далее проверяем, что в обращении исходной матрицы нет элементов, равных нулю, у которых номер строки - это вершина из компоненты, а номер столбца - это вершина, не входящая в сильную компоненту. Если всё это выполняется, то множество эргодическое и можно сразу вычислить финальное мнение группы (то есть вершин, входящих в эргодическое множество), используя алгоритм для сильно связанного графа.

Если множество оказалось не эргодическим, то заносим вершины в вектор с *переходными* вершинами. Заметим, что проверять, что эти вершины - не поглощающие состояния, не нужно.

Весь алгоритм по поиску эргодических, переходных вершин и поглощающих состояний можно представить в виде структурной схемы:



1 этап



2 этап

Проиллюстрируем вышесказанное на тестовом примере из раздела 2.

Вершины 5, 1 и 2 подозрительны на внесение в вектор с *переходными* состояниями. Однако вершина 2 уже попала в вектор поглощающих состояний. Значит, пока вектор переходных состояний состоит из вершин 5 и 1.

Рассмотрим теперь две строки, где больше одной вершины. Это первая строка с вершинами 9-15, четвёртая строка с вершинами 6,7 и 8, а также пятая строка с вершинами 3 и 4.

Проверим, что в компоненте с вершинами 6,7 и 8 нет ни одной дуги в другие вершины. Вектор с другими вершинами `Not_Point_in_D` содержит вершины 1,2,3,4,5,9 и 10. Пройдя всю матрицу P , можно заметить, что нет ни одного элемента с координатами $P[D[i], \text{Not_Point_in_D}[j]] = 0$, то есть нет ни одной дуги, выходящей из вершин сильной компоненты в другие вершины. Следовательно, это *эргодическое* множество.

Если проделать то же самое с сильной компонентой с вершинами 3,4, то можно увидеть, что есть дуга из 3 в 2, где 2 не входит в данную сильную компоненту. Следовательно, это не

эргодическое множество и вершины 3,4 записываются в вектор с *переходными* состояниями.

То же видно и у первой сильной компоненты с вершинами 9,10,11,12,13,14,15. Из 9 вершины есть дуги в вершины 6 и 8, а также из 10 выходит дуга во 2 вершину. Следовательно, это не эргодическое множество и вершины 9,10,11,12,13,14,15 тоже записываются в вектор с *переходными* состояниями.

Итак, вектор с *поглощающими* состояниями состоит из единственной вершины 2; вектор с *переходными* состояниями состоит из вершин 1,3,4,5,9,10,11,12,13,14,15. Эргодическое множество здесь одно и состоит из вершин 6, 7 и 8.

Вычислим финальное мнение группы с вершинами 6,7 и 8. Для этого используем алгоритм для сильно связного графа. Необходимо выписать матрицу P - обращение орграфа влияний. Всегда будем получать СЛАУ вида

$$\begin{aligned} a_1 \cdot w_1 + b_1 \cdot w_2 + \dots + m_1 \cdot w_n &= w_1 \\ a_2 \cdot w_1 + b_2 \cdot w_2 + \dots + m_2 \cdot w_n &= w_2 \\ &\dots \\ a_{n-1} \cdot w_1 + b_{n-1} \cdot w_2 + \dots + m_{n-1} \cdot w_n &= w_{n-1} \\ w_1 + w_2 + \dots + w_n &= 1 \end{aligned}$$

где

$$P = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & & a_n \\ b_1 & b_2 & & b_n \\ c_1 & c_2 & \dots & c_n \\ & & \dots & \\ m_1 & m_2 & & m_n \end{pmatrix}$$

В данной СЛАУ неизвестные включены в матрицу W . Перенос всех неизвестных в правую часть равносильна операции в два шага:

- 1) $P^T - E$, P^T – транспонированная матрица, которая является исходным оргграфом влияний, а E – единичная матрица;
- 2) Замена последней строки полученной матрицы на единичную строку.

Таким образом, будем реализовать нахождение матрицы W : из исходной матрицы вычитаем единичную и последнюю строку заменяем единичной. Получим матрицу A в СЛАУ $Ax=b$. Вектор b – это вектор, в котором все элементы равны 0, кроме последнего, который равен 1.

Далее решаем СЛАУ с помощью встроенных методов языка R и получаем матрицу W .

Получается следующая матрица:

$$T = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

Транспонируем эту матрицу, чтобы получить исходную. В данном случае

$$T = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Вычитаем из неё единичную матрицу и заменяем последнюю строку на единичную:

$$L = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Решаем полученное СЛАУ $LW=b$ и получаем

$$W = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

Осталось вычислить общее финальное мнение группы:

$$x^\infty = \sum_{i=1}^n w_i x_i(0) = \frac{1}{3} x_6(0) + \frac{1}{3} x_7(0) + \frac{1}{3} x_8(0) = \frac{1}{3} \cdot 500 + \frac{1}{3} \cdot 800 + \frac{1}{3} \cdot 500 = 600$$

Далее перейдём к построению матриц R и Q .

Матрица R – матрица, у которой строки – это номера вершин, которые являются *переходными* состояниями, а столбцы – это *поглощающие* состояния и *эргодические* множества.

Матрица Q – матрица, у которой и строки, и столбцы – это номера вершин, которые являются *переходными* состояниями.

Начнём с матрицы Q . Схематично она будет выглядеть как

$$Q = \begin{pmatrix} P[a,a] & P[a,b] & \dots & P[a,c] \\ P[b,a] & P[b,b] & \dots & P[b,c] \\ & & \dots & \\ P[c,a] & P[c,b] & \dots & P[c,c] \end{pmatrix},$$

где P - обращение исходной матрицы;

a, b, \dots, c – переходные состояния.

В примере, рассмотренном выше, матрица Q имеет вид

$$\begin{pmatrix} 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \\ 13 \\ 14 \\ 15 \\ 5 \\ 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{12} & \frac{1}{2} & \frac{1}{12} & \frac{1}{12} & \frac{1}{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{4} & 0 & 0 & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(9 10 11 12 13 14 15 5 3 4 1)

где слева и внизу указаны номера вершин.

Перейдём к построению матрицы R . Её схема выглядит как

$$R = \begin{pmatrix} P[a,u] & \dots & P[a,v] & P[a,d] + \dots + P[a,f] & \dots & P[a,g] + P[a,z] \\ P[b,u] & \dots & P[b,v] & P[b,d] + \dots + P[b,f] & \dots & P[b,g] + P[b,z] \\ & & \dots & & & \\ P[c,u] & \dots & P[c,v] & P[c,d] + \dots + P[c,f] & \dots & P[c,g] + P[c,z] \end{pmatrix}$$

где P - обращение исходной матрицы;

a, b, \dots, c - переходные состояния;

u, \dots, v - поглощающие состояния;

d, \dots, f - вершины, входящие в первое эргодическое множество;

g, \dots, z - вершины, входящие в n -е эргодическое множество.

В нашем примере матрица R выглядит следующим образом

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{4} + \frac{1}{4} & 0 \\ 9 & 0 \\ 10 & 0 \\ 11 & 0 \\ 12 & 0 \\ 13 & 0 \\ 14 & 0 \\ 15 & \frac{2}{3} \\ 5 & 0 \\ 3 & 0 \\ 4 & 0 \\ 1 & 0 \\ (S & 2) \end{pmatrix}$$

Слева – вершины переходных состояний (строки), а внизу S - сильная компонента, она включает в себя вершины 6,7 и 8. Вершина 2 – поглощающее состояние. Как можно заметить, элемент $[9,S]$ получен путём сложения элементов обращения исходной матрицы: просуммировали элементы $P[9,6]+P[9,7] + P[9,8]$.

После того, как получены матрицы R и Q , можно перейти к нахождению матриц N и B .

Формула для N :

$$N = (E - Q)^{-1}, \text{ где } E - \text{единичная матрица.}$$

Инструменты языка R позволяют быстро найти матрицу N через функцию *solve*.

Формула для B : $B = NR$.

Для нашего примера

$$N = \begin{pmatrix} 1.5 & 1.5 & 0.146 & 0.167 & 0.292 & 0.833 & 0.0625 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 4.5 & 0.437 & 0.5 & 0.875 & 0.25 & 0.1875 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 4.5 & 1.437 & 0.5 & 0.875 & 0.25 & 0.1875 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 4.5 & 0.604 & 1.833 & 1.208 & 0.917 & 0.6875 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 4.5 & 0.4375 & 0.5 & 2.875 & 0.25 & 0.1875 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 4.5 & 0.4375 & 0.5 & 2.875 & 4.25 & 0.1875 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 4.5 & 0.9375 & 0.5 & 1.875 & 2.25 & 1.6875 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1.3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Осталось найти финальное мнение *поглощающих* состояний и финальное мнение *переходных* состояний.

Финальное мнение поглощающих состояний равно своему первоначальному мнению: $x_2^\infty = 900$.

Осталось найти финальное мнение *переходных* состояний

$$x_{r+1,j}^{\infty} = \sum_{i=1}^r b_{ji} \left(\sum_{k=1}^{n_i} w_k^{(i)} x_{ik}^{\infty}(0) \right)$$

$$x_9^{\infty} = \frac{3}{4} \cdot S + \frac{1}{4} \cdot x_2^{\infty} = 450 + 225 = 675$$

$$x_{10}^{\infty} = \frac{1}{4} \cdot S + \frac{3}{4} \cdot x_2^{\infty} = 150 + 675 = 825$$

$$x_{11}^{\infty} = \frac{1}{4} \cdot S + \frac{3}{4} \cdot x_2^{\infty} = 825$$

$$x_{12}^{\infty} = \frac{1}{4} \cdot S + \frac{3}{4} \cdot x_2^{\infty} = 825$$

$$x_{13}^{\infty} = \frac{1}{4} \cdot S + \frac{3}{4} \cdot x_2^{\infty} = 825$$

$$x_{14}^{\infty} = \frac{1}{4} \cdot S + \frac{3}{4} \cdot x_2^{\infty} = 825$$

$$x_{15}^{\infty} = \frac{1}{4} \cdot S + \frac{3}{4} \cdot x_2^{\infty} = 825$$

$$x_5^{\infty} = \frac{2}{3} \cdot S + \frac{1}{3} \cdot x_2^{\infty} = \frac{2}{3} \cdot 600 + \frac{1}{3} \cdot 900 = 700$$

$$x_3^{\infty} = 0 \cdot S + 1 \cdot x_2^{\infty} = 900$$

$$x_4^{\infty} = 0 \cdot S + 1 \cdot x_2^{\infty} = 900$$

$$x_1^{\infty} = 0 \cdot S + 1 \cdot x_2^{\infty} = 900$$

Итого получаем:

$$\begin{aligned}x_1^\infty &= 900; \\x_2^\infty &= 900; x_3^\infty = 900; x_4^\infty = 900; x_5^\infty = 700; x_6^\infty = 600; x_7^\infty = 600 \\; x_8^\infty &= 600; x_9^\infty = 675 \quad x_{10}^\infty = 825; x_{11}^\infty = 825; x_{12}^\infty = 825; x_{13}^\infty = 825; \\x_{14}^\infty &= 825; x_{15}^\infty = 825.\end{aligned}$$

Таким образом, полностью реализован алгоритм по поиску финальных мнений. Найдены финальные мнения всех групп состояний – *поглощающих, переходных* и *эргодических* множеств.

По результатам тестового примера можно сделать вывод, что «влиятельными» членами данной компании (руководителя в счёт не берём) являются сотрудники 2, 6, 7 и 8. Несмотря на то, что группа из сотрудников 9-15 достаточно большая и тесно общается, в данном случае их конечные мнения всё равно формируются благодаря влиятельным сотрудникам, так как работники 10 и 9 являются своеобразным мостом между их группой и влиятельными членами компании. Соответственно сотрудники 2,6,7,8 косвенно влияют на работников 11-15, формируя их мнение.

Таким образом, так или иначе все коллеги прислушиваются к мнению «влиятельных» работников, изменяя своё собственное, в то время как влиятельные сотрудники прислушиваются или только к мнению друг друга – как в случае с работниками 6,7,8 – или вообще своего мнения не меняют, как в случае с работником 2. Поэтому если секретарь захочет поменять мнение всего коллектива (например, увеличить сумму подарка), то достаточно будет повлиять на мнения сотрудников 2,6,7 и 8, а не всех пятнадцати человек.

5. Заключение

В статье рассмотрены задачи анализа и прогноза на социальных сетях применительно к решению задачи управления целевой аудиторией в маркетинге. Предложен оригинальный алгоритм вычисления финальных мнений членов целевой аудитории для частного случая сильно связанного орграфа влияний и

общего случая произвольного орграфа. Этот алгоритм и другие методы анализа реализованы на языке программирования R и апробированы на тестовом примере.

В дальнейшем предполагается опробовать предложенную методику исследования целевой аудитории на реальных предприятиях, а также рассмотреть задачи управления мнениями, использующие выявленную на этапе анализа структуру целевой аудитории.

Литература

1. АГИЕВА М.Т. *Модели управления на социальных сетях в маркетинге* // Инженерный вестник Дона. 2018. №1. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2018/4670.
2. АГИЕВА М.Т. *Задачи анализа на социальных сетях в маркетинге* // Инженерный вестник Дона. 2018. № 2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/N2y2018/4889.
3. АЛЕСКЕРОВ Ф.Т., БЛАГОВЕЩЕНСКИЙ Н.Ю., САТАРОВ Г.А. И ДР. *Влияние и структурная устойчивость в Российском парламенте (1905-1917 и 1993-2005 гг.)*. - М.: Физматлит, 2007. - 312 с.
4. БРЕЕР В.В. *Стохастические модели социальных сетей* // Управление большими системами. Вып. 27. - М.: ИПУ РАН, 2009. - С.169-204.
5. БРЕЕР В.В., НОВИКОВ Д.А., РОГАТКИН А.Д. *Управление толпой. Математические модели порогового коллективного поведения*. - М.: ЛЕНАНД, 2016. - 168 с.
6. ГУБАНОВ Д.А., НОВИКОВ Д.А., ЧХАРТИШВИЛИ А.Г. *Социальные сети: модели информационного влияния, управления и противоборства*. - М.: Изд-во физико-математической литературы, 2010. - 228 с.
7. ГУБАНОВ Д.А., КОРГИН Н.А., НОВИКОВ Д.А., РАЙКОВ А.Н. *Сетевая экспертиза*. - М.: Эгвес, 2011. - 166 с.
8. КАБАКОВ Р.И. *R в действии. Анализ и визуализация данных в программе R*. - М.: ДМК Пресс, 2016. - 588 с.
9. КУЗНЕЦОВ А.Л. *Об анализе социальных сетей и их метриках* // Материалы VIII Международной студенческой элек-

- тронной научной конференции «Студенческий научный форум» URL: www.scienceforum.ru/2017/2830/31138 (дата обращения: 14.03.2018).
10. ЛИФИНЦЕВ Д. В. *Оценка связей индивида в микросоциуме на основе методов анализа социальных сетей* // Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. Серия: Филология, педагогика, психология. 2013. №5. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/otsenka-svyazey-individa-v-mikrosotsiume-na-osnove-metodov-analiza-sotsialnyh-setey> (дата обращения: 14.03.2018).
 11. МОРЕНО Я.Л. *СОЦИОМЕТРИЯ: Экспериментальный метод и наука об обществе*. – М.: Академический Проект, 2001. – 384 с.
 12. РОБЕРТС Ф. *Дискретные математические модели с приложениями к социальным, биологическим и экологическим задачам*. – М.: Наука, 1986. – 496 с.
 13. BARNES, J. A. *Classes and Committees in a Norwegian Island Parish* // *Human Relations*, 1954, 7:39-58.
 14. BERGER R.J. *A Necessary and Sufficient Conditions for Reaching a Consensus using De Groot's method* // *Journal of American Statistical Association*, 1981, 76, 415-419.
 15. BUTTLE F.A. *Word-of-Mouth: Understanding and Managing Referral Marketing* // *Journal of Strategic Marketing*, 1998, 6, 241-254.
 16. CHATTERJEE S., SENETA E. *Toward Consensus: Some Convergence Theorems on Repeated Averaging* // *Journal of Applied Probability*, 1977, 14, 159-164.
 17. CHWE M.S. *Communication and Coordination in Social Networks* // *Review of Economic Studies*, 2000, 67, 1-16.
 18. DE GROOT M.H. *Reaching a Consensus* // *Journal of American Statistical Association*, 1974, 69, 118-121.
 19. DE MARZO P., VAYANOS D., ZWIEBEL J. *Persuasion Bias, Social Influence and Unidimensional Opinions* // *Quarterly Journal of Economics*, 2003, 118(3), 909-968.
 20. FRENCH J.R. *A formal theory of social power* // *The Psychological Review*, 1956, 63, 181-194.

21. GODES D., MAYZLIN D. *Using Online Conversations to Study Word of Mouth Communication* // Marketing Science, 2004, 23, 545-560.
22. GOLDENBERG J., LIBAI B., MULLER E. *Talk of the Network: A Complex Systems Look at the Underlying Process of Word-of-Mouth* // Marketing Letters, 2001, 2, 11-34.
23. GOLUB B., JACKSON M. *Naive Learning in Social Networks and the Wisdom of Crowds* // American Economic Journal: Microeconomics, 2010, 2(1), 112-149.
24. HARARY F. *A Criterion for Unanimity in French's Theory of Social Power* / Studies in Social Power. - Michigan: Institute of Sociological Research, 1959. P.168-182.
25. HEGSELMAN R., KRAUSE U. *Opinion Dynamics and Bounded Confidence Models: Analysis and Simulation* // Journal of Artificial Societies and Social Simulation, 2002, 5(3).
26. JACKSON M. *Social and Economic Networks*. - Princeton University Press, 2008. - 504 p.
27. JACKSON M., WOLINSKY A. *A strategic model of social and economic networks* // J. Economic Theory, 1996, 71(1), 44-74.
28. KRAUSE U. *A Discrete Nonlinear and Non-autonomous Model of Consensus Formation* / Communications in Difference Equations. - Amsterdam: Gordon and Breach Publishers, 2000. P.227-236.
29. LORENZ J. *A Stabilization Theorem for Dynamics of Continuous Opinions* // Physica A, 2005, 355, 217-223.
30. MASUDA N., KAWAMURA Y., KORI H. *Analysis of relative influence of nodes in directed networks* // Physical Review, 2009, E80, 046114.
31. NEWMAN M. *The Structure and Function of Complex Networks* // SIAM Review, 2003, 45(2), 167-256.
32. ROBINS G., PATTISON P., ELLIOT P. *Network Models for Social Influence Processes* // Psychometrica, 2001, 66(2), 161-190.
33. WATTS D. *The "New" Science of Networks* // Annual Review of Sociology, 2004, 30, 243-270.

ANALYSIS AND FORECASTING PROBLEMS IN THE CONTROL OF TARGET AUDIENCE IN MARKETING

Movlatkhan Agieva, Ingush State University, Nazran, Cand. Sc., Associate Professor (agieva25@mail.ru).

Julia Babicheva, Southern Federal University, Rostov-on-Don, Bachelor of Science (yulya.babicheva@yandex.ru).

Natalya Okulist, Southern Federal University, Rostov-on-Don, Bachelor of Science (nata-0k@rambler.ru).

Guennady Ougolnitsky, Southern Federal University, Rostov-on-Don, Doctor of Sc., Professor (ougoln@mail.ru).

Abstract: Some networks analysis and forecasting models are considered in the paper relative to marketing. Namely, the problems include determination of the strong subgroups and satellites, calculation of quantitative characteristics of the network, determination of the final opinions of the members of the target audience based on their initial opinions and mutual interactions. For the solution of the forecasting problem an original algorithm is developed and implemented by means of the programming language R. Other named problems can be solved by embedded functions of the language that is illustrated by a test example together with the results of the authors' algorithm. Solution of the analysis and forecasting problems essentially facilitates the problem of control of the opinions of target audience in marketing.

Keywords: marketing, network analysis and forecasting models, control of target audience

УДК 519:301

ББК 60.54; 32.81