УДК 622.691-50

# ВЫБОР ДОПУСТИМЫХ РЕЖИМОВ ОТБОРА ГАЗА ИЗ СКВАЖИН ГАЗОВЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ

**Ахметзянов А.В.[1], Гребенник О.С.[2]**
*(Учреждение Российской академии наук
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова
РАН, Москва)*

*В статье рассматривается методика расчета стационарного распределения давлений и потоков сырого газа в газосборных сетях газовых месторождений, обеспечивающих заданный уровень суммарного отбора продукции из скважин и удовлетворяющих технологическим ограничениям в виде граничных условий. Поскольку групповые схемы сбора, использующие внутреннюю энергию самого газа, представляют собой древовидные конфигурации газопроводов, решение общей задачи выбора стационарного режима сводится к решению последовательности одномерных нелинейных уравнений с монотонной функцией по неизвестному аргументу известными высокоэффективными методами.*

Ключевые слова: распределение давлений, газосборные сети, стационарный режим.

## 1. Введение

Управление добычей газа из скважин газовых месторождений (ГМ) связано с необходимостью выбора распределения давлений и потоков в газосборных сетях. Типичные газосборные

---

[1] *Атлас Валиевич Ахметзянов, кандидат технических наук, заведующий лабораторией (г. Москва, ул. Профсоюзная, д. 65, +7(495)334-92-11, e-mail: awa@ipu.ru).*
[2] *Олег Сергеевич Гребенник, н.с. (г. Москва, ул. Профсоюзная, д. 65, +7(495)334-87-69, e-mail: gos@ipu.ru).*

сети (см. рис. 1) имеют древовидную структуру и состоят из шлейфов кустов газовых скважин (КГС), зданий понижающей аппаратуры (ЗПА) и цехов осушки газа (ЦОГ) с последовательно соединенными сепаратором (С) и абсорбером (А), а также выходной узел на входе в магистральный газопровод (МГ) (см. рис. 1).

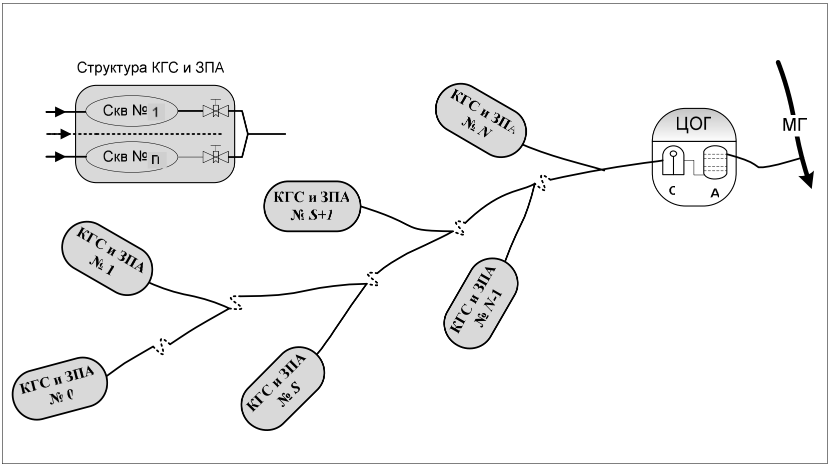


*Рис. 1. Древовидная схема размещения объектов в газосборных сетях*

При сборе газа за счет внутренней энергии потока основными управляющими устройствами в газосборных сетях, как правило, являются дросселирующие клапаны, расположенные в ЗПА. Изменение гидравлического сопротивления в этих клапанах предоставляет возможность регулирования распределений давления и потоков газа в газосборных сетях в целом. Для решения основной (наиболее актуальной для газодобывающих предприятий) задачи управления газовыми потоками в газосборных сетях сначала необходимо решить задачу выбора установившихся режимов течения газа при фиксированных значениях управляющих воздействий.

## 2. Постановка задачи выбора распределения потоков

Структура ориентированного графа, соответствующая реальной газосборной сети любого ГМ, обычно имеет простую древовидную конфигурацию. В дальнейшем рассматриваются только древовидные схемы соединения ветвей газосборной сети, и будем считать, что для любого участка сети расход газа и давления $P_{\text{вх}}$ и $P_{\text{вых}}$ на входе и выходе связаны с нелинейным уравнением

(1) $Q = F(P_{\text{вх}}, P_{\text{вых}}, R)$, причем $Q = 0$, если $P_{\text{вх}} = P_{\text{вых}}$,

где $R$– некоторая константа, определяемая параметрами участка нефтесборной сети, а $F$ – как правило гладкая функция своих аргументов $P_{\text{вх}}$ и $P_{\text{вых}}$.

По технологическим соображениям будем предполагать, что при фиксированных значениях входного или выходного давлений области определения функции $F$ по аргументам $P_{\text{вх}}$ и $P_{\text{вых}}$, соответственно, ограничиваются неравенствами

(1′) $P_{\max} \geq P_{\text{вх}} \geq P_{\text{вых}} \geq P_{\min}$,

где $P_{\max}$ и $P_{\min}$ – максимальное и минимальное допустимые значения давлений в нефтегазосборной сети.

Для функции $F$ можно предположить, что справедливы неравенства

(2) $\partial F / \partial P_{\text{вых}} \leq 0, \quad \partial F / \partial P_{\text{вх}} \geq 0$.

Поскольку $F$ гладкая функция, то существует и обратная ей функция $P_{\text{вых}} = F^{-1}(P_{\text{вх}}, Q, R)$.

Если $Q \geq 0$, для этой обратной функции, в свою очередь, справедливы неравенства

(3) $\partial F^{-1} / \partial P_{\text{вх}} \geq 0, \quad \partial F^{-1} / \partial Q \leq 0$.

Обычно, на практике вид функций $F$ для турбулентных течений газа определяются по формулам

$Q = k' \sqrt{P_{\text{вх}} - P_{\text{вых}}}$, $Q = k'' \sqrt{P_{\text{вх}}^2 - P_{\text{вых}}^2}$,

$$Q = k''' \sqrt{P_{\text{вх}} \left( \left( \frac{P_{\text{вых}}}{P_{\text{вх}}} \right)^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{P_{\text{вых}}}{P_{\text{вх}}} \right) \right)^{\frac{k+1}{k}}}, \ k > 1,$$

где $k', k'', k'''$ – некоторые константы. Для ламинарных течений вид функций $F$ определяются по формулам $Q=\gamma'(P_{\text{вх}}-P_{\text{вых}})$, $Q=\gamma''(P_{\text{вх}}{}^2-P_{\text{вых}}{}^2)$, где $\gamma', \gamma'', k', k'', k'''$– некоторые константы.

Необходимо отметить, что в некоторых случаях функция $F$ может обладать только свойством непрерывности [1], однако и в этом случае можно предполагать, что выполнены следующие условия монотонности

$$P''_{\text{вых}} > P'_{\text{вых}} \Rightarrow F(P_{\text{вх}}, P''_{\text{вых}}, R) < F(P_{\text{вх}}, P'_{\text{вых}}, R),$$

$$Q'' > Q' \Rightarrow F^{-1}(P_{\text{вх}}, Q'', R) < F^{-1}(P_{\text{вх}}, Q', R),$$

$$P''_{\text{вх}} > P'_{\text{вх}} \Rightarrow \begin{cases} F(P''_{\text{вх}}, P_{\text{вых}}, R) > F(P'_{\text{вх}}, P_{\text{вых}}, R), \\ F^{-1}(P''_{\text{вх}}, Q, R) > F^{-1}(P'_{\text{вх}}, Q, R). \end{cases}$$

Рассмотрим структурный элемент газосборной сети, т.е. для КГС и ЗПА (см. Рис. 1). Ясно, что для каждой из параллельных ветвей справедливы соотношения (1) и (2), поэтому для структурного элемента в целом можем записать

$$Q = \sum_{i=1}^{n} Q_{\text{вх}\,i} = \sum_{i=1}^{n} F_i(P_{\text{вх}}, P_{\text{вых}}, R_{\text{вх}\,i}) = \Phi(P_{\text{вх}}, P_{\text{вых}}, R),$$

$$P_{\text{вых}} = \Phi^{-1}(P_{\text{вх}}, Q, R),$$

где $R_{\text{вх}}=(R_{\text{вх}1}, R_{\text{вх}2}, \ldots, R_{\text{вх}.n})$ – множество параметров, функции $F_i$ удовлетворяют условиям (1) и (2), но могут быть различными для разных значений $i=1,\ldots,n$. Очевидно, что в силу (2) для функций $\Phi$ и $\Phi^{-1}$ справедливы условия

(3′) $\partial\Phi / \partial P_{\text{вых}} \le 0, \partial\Phi / \partial P_{\text{вх}} \ge 0, \partial\Phi^{-1} / \partial P_{\text{вх}} \ge 0, \partial\Phi^{-1} / \partial Q \le 0.$

Для выходного давления двух последовательных ветвей газосборной сети справедливы выражения

$$P_{\text{вых}} = P_{\text{вых}}(P_2(P_1, Q, R_1), Q, R_2) = L_2(P_1),$$

(4) $$\frac{dP_{\text{вых}}}{dP_1} = \frac{\partial P_{\text{вых}}}{\partial P_2} \frac{\partial P_2}{\partial P_1} + \frac{\partial P_{\text{вых}}}{\partial P_2} \frac{\partial P_2}{\partial Q} \frac{\partial Q}{\partial P_1} + \frac{\partial P_{\text{вых}}}{\partial Q} \frac{\partial Q}{\partial P_1}.$$

Согласно (4) можно показать, что $\partial P_{вх}/\partial P_1 \geq 0$. Это следует из следующих рассуждений. В силу условия (2) имеем $\partial P_2/\partial Q \leq 0$, $\partial Q/\partial P_1 = \partial Q_{вх1}/\partial P_1 + \partial Q_{вх2}/\partial P_1 + \ldots + \partial Q_{вхn}/\partial P_1 \leq 0$, поскольку $\partial Q_{вхi}/\partial P_1 \leq 0$ для всех $i=1,\ldots,n$, а в силу условия (3) имеем, что $\partial P_{вых}/\partial P_2 \geq 0$, $\partial P_2/\partial P_1 \geq 0$. Таким образом, все слагаемые в правой части (4) неотрицательны.

Если ветвь газосборной сети имеет $m$ ступеней дроссельных клапанов методом математической индукции можно показать, что $\partial P_{вых}/\partial P_1 = \partial L_m(P_1)/\partial P_1 \geq 0$.

Если типовая ветвь газосборной сети состоит из двух последовательных ветвей, в конце которого производится вторая ступень дроссельных клапанов, то для выходного давления справедливы аналогичные выражения

$$P_{вых} = P_{вых}(P_2(P_1, Q, R_1), Q, R),$$

$$\frac{dP_{вых}}{dP_1} = \frac{\partial P_{вых}}{\partial P_2}\frac{\partial P_2}{\partial P_1} + \frac{\partial P_{вых}}{\partial P_2}\frac{\partial P_2}{\partial Q}\frac{\partial Q}{\partial P_1} + \frac{\partial P_{вых}}{\partial Q}\frac{\partial Q}{\partial P_1} \geq 0, \tag{5}$$

поскольку в силу (3′) $\partial P_{вых}/\partial P_2 \geq 0$, $\partial P_2/\partial P_1 \geq 0$ и $\partial P_{вых}/\partial Q \leq 0$, $\partial Q/\partial P_1 \leq 0$, следовательно, все слагаемые в (5) неотрицательны. Далее используя полученные выражения методом математической индукции можно показать, что для схемы многоступенчатого понижением давления, состоящей из части входного блока с $P_{вх1},\ldots,P_{вхn}$ и последовательного соединения в произвольном порядке элементов, справедливо выражение
$\partial P_{вых}/\partial P_1 = \partial L_m(P_1)/\partial P_1 \geq 0$.

Для окончательной постановки задачи в качестве центральной ветви газосборной сети выберем в соответствующем ориентированном графе маршрут максимальной длины

## 3. Алгоритм выбора допустимого стационарного режима в простой неразветвленной ветви газосборной сети

Считаем заданным давления на концах неразветвленной цепи, т.е. $P_{вх1},\ldots,P_{вхn}$ и $P_{вых}$. Необходимо найти расход газа в ветви и давления в промежуточных точках. Предлагается следующий алгоритм. Для центральной ветви зададим значение давления $P_1$ и определим расход газа на ее входе, т.е.

$$(6)\quad Q=\sum_{i=1}^{n} Q_{\text{вх}\,i}=\sum_{i=1}^{n} F_i(P_{\text{вх}\,i},P_1,R_{\text{вх}\,i}).$$

Затем, используя либо функцию $F^{-1}(P_1,Q,R_1)$, либо $\Phi^{-1}(P_1,Q,R_1)$, находим $P_2$ и т.д. Последовательно выполняя подобные вычисления, находим значение $P_{\text{m}}$– давление на выходе ветви. В общем случае может быть, что $P_1 \neq P_{\text{вых}}$. Поэтому будем предполагать, что при выборе $P_{1\min}=\min|_i\{P_{\text{вх}i}\}$ будет выполнено условие $P_{\text{m}} \geq P_{\text{вых}}$, поскольку в противном случае поставленная задача будет неразрешимой. Действительно в силу условия $\partial P_{\text{вых}}/\partial P_1=\partial L_m(P_1)/\partial P_1 \geq 0$ для достижения $P_{\text{m}}=P_{\text{вых}}$ необходимо $P_1$ увеличивать, что приведет к недопустимому физически условию $(Q_{\text{вх}i})_{\min} \leq 0$. Величина $(Q_{\text{вх}i})_{\min}$ соответствует $\min|_i\{P_{\text{вх}i}\}$.

Если ввести функцию $P_{\text{m}}=\Psi(P_1)$, то условие разрешимости принимает вид

$$(7)\quad \Psi(P_{1\min}) \geq P_{\text{вых}}, \quad P_{1\min}=\min_i\{P_{\text{вх}\,i}\}.$$

Таким образом, при условии (7) задача разрешима, а ее решение сводится к решению следующего нелинейного уравнения:

$$\Psi(P_1)=P_{\text{вых}},$$

где $\Psi(P_1)$– монотонная функция, т.е. $\partial\Psi(P_1)/\partial P_1 \geq 0$.

Для решения нелинейного уравнения (7) существует целый ряд эффективных вычислительных алгоритмов [2].

## 4. Алгоритм выбора допустимых стационарных потоков в древовидной газосборной сети

Для решения общей задачи выбора введем следующие обозначения. Пусть $P_1^0,\ldots,P_{n_0}^0,P_{\text{вых}}^0$ – заданные давления на входе и выходе центральной ветви. Соответственно $P_1^1,\ldots,P_{n_1}^1,P_{\text{вых}}^1,\ldots,P_1^s,\ldots,P_{n_S}^s,P_{\text{вых}}^s\ldots,P_1^N,\ldots,P_{n_N}^N,P_{\text{вых}}^N=P_{\text{вых}}$ – заданные давления на входе и выходе боковых ветвей газосборной сети, где $s=1,\ldots,N$ – номер боковой ветви, $N$– число боковых ветвей.

Необходимо найти расходы во всех ветвях схемы и распределение давлений в любой в любой точке схемы. Обозначим через $P_{E_s}$ – давления в узлах центральной ветви, соответствующие входу боковых ветвей с индексами $s$=1,…,$N$ в центральную ветвь.

Предлагается следующий алгоритм решения поставленной задачи. Задаем давление $P^0_{\text{вых}}$, соответствующее $P_{E_1}$ (ниже мы введем условие разрешимости общей задачи). Просчитываем, как и выше

$$Q_0 = \sum_{i=1}^{n_0} F_i^0(P_i^0, P_{E_1}, R_i^0, \ldots),$$

где $R_i^0, i=1,\ldots,n_0$ – некоторые известные константы. Последовательно вычислим давления вдоль центральной ветви, как это описано выше вплоть до узла $E_1$, т.е.– узла входа в центральную ветвь первой боковой ветви. Далее, при заданных давлениях $P_1^1,\ldots,P_{n_0}^1, P^1_{\text{вых}} = P_{E_1}$, необходимо найти расход газа в первой боковой ветви и давления в промежуточных узлах первой боковой ветви. Эта задача сводиться к решению нелинейного уравнения $\Psi_1(P_1^1) = P^1_{\text{вых}} = P_{E_2}$.

Обозначим расход газа в первой боковой ветви как $Q_1$. Далее проводим вычисления вдоль центральной ветви от узла $E_1$ до узла $E_2$, т.е. узла входа второй боковой ветви в центральную ветвь с расходом газа $Q_0 + Q_1$. Для второй боковой ветви решаем задачу полностью аналогичную задаче, рассмотренной для первой боковой ветви, т.е. $\Psi_2(P_1^2) = P^2_{\text{вых}} = P_{E_3}$.

В дальнейшем вычисления вдоль центральной ветви продолжаются от узла $E_2$ до узла входа третьей боковой $E_3$ с расходом газа $Q_0 + Q_1 + Q_2$ и т.д. Продолжая аналогичным образом, получим давление в узле $E_N$ – в последнем узле центральной ветви.

Решение общей задачи можно сформулировать как решение нелинейного уравнения

(8) $\quad \Psi_0(P^0_{\text{вых}}) = P^N_{\text{вых}}$.

Вернемся к проблеме разрешимости общей задачи. Условия разрешимости основной задачи (8) определяются последовательно для каждой ветви аналогично (6), по мере продвижения вычислений вдоль центральной ветви следующим образом. Положим $P_{E_1}^{\min} = \min_i\{P_i^0\}$ и, вычислив аналогично (6) $Q_0^{\min}$, определим минимально допустимое значение давления $P_{E_1}^{\min}$ в узле $E_1$, т.е. в узле входа первой боковой ветви в центральную ветвь. Условие разрешимости для первой боковой ветви при заданных значениях $P_1^1, \dots, P_{n_1}^1, P_{\text{вых}}^1 = P_{E_1}^{\min}$ определяется неравенством

(9) $\Psi_1(P_1^1) \geq P_{E_1}^{\min}$.

Считая условие разрешимости (9) выполненным, решив нелинейное уравнение $\Psi_1(P_{1\,\min}^1) = P_{\text{вых}}^1 = P_{E_1}^{\min}$, вычислим значение суммарного расхода газа в первой боковой ветви $Q_1^{\min}$. Затем, при суммарном расходе газа $Q_0^{\min} + Q_1^{\min}$ вдоль центральной ветви между узлами $E_1$ и $E_2$ определим минимально допустимое значение давления $P_{E_2}^{\min}$.

Условие разрешимости задачи для второй боковой ветви (аналогично (9)) определяется неравенством

(10) $\Psi_2(P_{1\min}^2) \geq P_{E_2}^{\min}$.

Считая, что (10) выполнено, решим уравнение $\Psi_2(P_{1\min}^2) = P_{E_2}^{\min}$ вычислим значение суммарного расхода газа во второй боковой ветви $Q_2^{\min}$. Затем определяем значение минимально допустимого давления $P_{E_3}^{\min}$ в узле $E_3$ при расходе газа между узлами $E_2$ и $E_3$ центральной ветви, равном $Q_0^{\min} + Q_1^{\min} + Q_2^{\min}$ и т.д. Продолжая последовательно процесс вычислений до узла $E_N$, получим условие разрешимости задачи для $N$-й боковой ветви

(11) $\Psi_N(P_{1\min}^N) \geq P_{E_N}^{\min}$.

Условием разрешимости для центральной ветви в целом является неравенство

(12) $\Psi_0(P_{1\min}^0) \geq P_{E_N}^{\min} \geq P_{\text{вых}}$.

Таким образом, условие разрешимости общей задачи определяется набором $N$ неравенств, аналогичных (9)-(11), и одного неравенства вида (12), т.е.

$$\Psi_1(P_{1\min}^1) \geq P_{E_1}^{\min}, \ldots, \Psi_N(P_{1\min}^N) \geq P_{E_N}^{\min} \geq P_{\text{вых}},$$

$$\Psi_0(P_{1\min}^0) \geq P_{\text{вых}}.$$

Величина $P_{1\min}^0$ является максимальным значением давления, при котором сохраняется условие физической допустимости отборов газа на входе в центральную ветвь, поскольку все слагаемые выражения

$$Q_0 = \sum_{i=1}^{n_0} F_i^0(P_i^0, P_{1\min}^0, R_i^0)$$

должны быть неотрицательными. При этом очевидно, что расход $Q_0$ будет минимальным. В силу (2) значение давления $P_{E_1}^{\min}$ будет максимально возможным в точке $E_1$, при котором достигается физическая реализуемость отборов газа на входах в центральную ветвь. Условие (9) является условием физической реализуемости расходов газа на входе в первую боковую ветвь. При задании $P_{\text{вых}}^1 = P_{E_1}^{\min}$, где $P_{\text{вых}}^1$ – давление на выходе первой боковой ветви, определяется максимальное значение давления в узле $E_1$, при котором будет соблюдаться условие реализуемости отборов газа, т.е. не отрицательности всех слагаемых суммарных отборов

$$Q_0^{\min} = \sum_{i=1}^{n_0} F_i^0(P_i^0, P_{E_1}^{\min}, R_i^0), \ Q_1^{\min} = \sum_{i=1}^{n_1} F_i^1(P_i^1, P_{E_1}^{\min}, R_i^1).$$

Аналогичные рассуждения справедливы и для узла $E_2$. Значение давления $P_{E_2}^{\min}$, вычисленное при суммарном расходе газа $Q_0^{\min} + Q_1^{\min}$, является максимальным, при котором соблюдены условия не отрицательности не только слагаемых суммарных отборов $Q_0^{\min}$ и $Q_1^{\min}$, но и слагаемых суммарного отбора газа во второй боковой ветви

$$Q_2^{\min} = \sum_{i=1}^{n_2} F_i^2(P_i^2, P_{E_2}^{\min}, R_i^2).$$

Из изложенных выше рассуждений следует, что для функции $\Psi_1(P_{E_1})$ справедливо условие ее монотонности по аргументу $d\Psi_0(P_{\text{вых}}^0)/dP_{\text{вых}}^0 \geq 0$. Поэтому для решения нелинейного уравнения $\Psi_0(P_{E_1}) = P_{\text{вых}}^0$ с неизвестной величиной $P_{E_1}$ с монотонной функцией $\Psi_1(P_{E_1})$ можно воспользоваться высокоэффективными методами дихотомии, золотого сечения и др. [2].

Каждый шаг последовательных вычислений по центральной ветви, т.е. определение значений давлений $P_{E_1}, \ldots, P_{E_N}, P_{\text{вых}}$ при заданных значениях $P_1^1, \ldots, P_{n_0}^1$; $P_1^s, \ldots \ \ldots, P_{n_s}^s$, $P_{E_1}$, назовем подзадачами типа «А», а решение нелинейных уравнений $\Psi_s(P_1^s) = P_{\text{вых}}^s \equiv P_{E_s}, s = \overline{1, N}$ будем называть подзадачами типа «В».

Таким образом, на каждом шаге решения общей задачи расчета стационарного режима газосборной сети, решаются ($N$+2) подзадач типа «А» и $N$ подзадач типа «В». Быстродействие решения общей задачи определяется в основном трудоемкостью вычислений при решении подзадач типа «В».

## *5. Заключение*

При наличии в газосборной сети параллельных и несвязанных между собой перемычками древовидных конфигураций трубопроводов решение общей задачи выбора стационарного режима распадается на соответствующее число независимых задач, которые можно решать параллельно на одном многопроцессорном вычислительном комплексе.

## *Список литературы*

1. ЗАЛМАНЗОН Л.А. *Проточные элементы пневматических приборов контроля и управления.* М.: Изд-во АН СССР, 1966.
2. ДЕМИДОВИЧ Б.П., МАРОН И.А. *Основы вычислительной математики.* М.: Наука, 1970.

## SELECTION OF ALLOWABLE GAS RECOVERY RATES FOR WELLS OF GAS FIELDS

**Atlas Ahmetzyanov**, Cand.Sc., Institute of Control Sciences of RAS, (Moscow, Profsoyuznaya st., 65, (495)334-92-11, e-mail: awa@ipu.ru)
**Oleg Grebennik**, Institute of Control Sciences of RAS, (Moscow, Profsoyuznaya st., 65, (495)334-87-69, e-mail: gos@ipu.ru)

*The paper considers the approach for solution of a stationary distribution problem of gas pressures and flows of crude gas in gas-gathering systems. The approach meets cumulative gas production requirements and technological constraints requirements set as boundary conditions. Clustered gas-gathering systems, using gas internal energy, represent tree structures of pipe lines. Therefore solution of the stationary mode selection problem is reduced to solution of a sequence of one-dimensional nonlinear equations, where the function is monotone.*

Keywords: pressure distribution, gas-gathering system, stationary mode.