

ИССЛЕДОВАНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ ПОВЕДЕНИЯ ЧЕЛОВЕКА В ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИГРАХ С РАЗЛИЧНЫМИ МЕХАНИЗМАМИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСА

А.И. Блохина¹, В.О. Корепанов², Н.А. Коргин³
(ФГБУН Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

В работе анализируются данные, полученные в экспериментальных играх распределения ресурса с двумя механизмами: механизмом Яна-Хайека (YH) и механизмом, основанном на методе множителей с переменным направлением (ADMM). Предыдущие исследования показали, что существует связь между достижением консенсуса и определёнными типами поведения. В этой работе рассматриваются модели поведения, основанные на наилучшем ответе и улучшению по Парето. Цель исследования состояла в определении изменения поведения индивидов при смене механизма. Поведение, основанное на улучшении по Парето, проявляется игроками в обоих механизмах немного чаще, чем только в одном механизме. В то же время, игроки чаще демонстрируют поведение, основанное на наилучшем ответе, либо в игре с механизмом YH, либо в игре с механизмом ADMM, чем в обеих играх. У игроков была возможность субъективно оценить механизмы; также изучается зависимость между поведением игроков и субъективными оценками. Возможно, игроки дают лучшую оценку механизму, в котором они чаще ведут себя в соответствии с рассматриваемыми моделями. Возможна обратная зависимость между оценкой механизма YH и долей поведения, основанного на улучшении по Парето.

Ключевые слова: распределение ресурса, дизайн механизмов, деловые игры, улучшения по Парето, рациональное поведение.

¹ Анна Ивановна Блохина, инженер (aiblokhina2000@gmail.com).

² Всеволод Олегович Корепанов, к.т.н., старший научный сотрудник (vkorapanov@ipu.ru)

³ Николай Андреевич Коргин, д.т.н., главный научный сотрудник (nkorgin@ipu.ru)

1 Введение

Задача оптимального распределения ресурсов между несколькими агентами может быть решена централизованно, если центр обладает полной информацией об эффективности использования ресурса агентами. Однако в реальной жизни эта информация может быть не известна центру, кроме того, агенты могут сообщать ложную информацию о своей эффективности.

Для решения экономических задач, в том числе задачи распределения ресурса, с точки зрения теории игр можно использовать дизайн механизмов [2], задачей которого является построение таких механизмов взаимодействия участников, следуя которым, они придут к оптимальному решению задачи. Однако даже если механизм имеет хорошие теоретические свойства, например, порождает игру с единственным равновесием Нэша, которое реализует эффективное решение задачи, реальное поведение людей может снизить эффективность механизма: люди по каким-то причинам могут вести себя нерационально и не достичь эффективного решения.

В настоящей работе анализируются причины и последствия такого поведения. Ставится вопрос: изменяется ли поведение одних и тех же людей в играх, порожденных разными механизмами, и если да, то как? Кроме того, затрагивается вопрос о том, как поведение людей может быть связано с их субъективным восприятием механизма.

Для ответов на эти вопросы анализируются решения, принятые участниками экспериментальных игр по распределению ресурса, и результаты этих игр, а также анкеты, заполненные участниками эксперимента. Используются данные, полученные в экспериментах с двумя механизмами: механизмом Янг-Хайека (YH) и механизмом, основанном на методе множителей с переменным направлением (ADMM).

2 Модель системы и механизмы распределения

Организационная система состоит из одного Центра и множества $N = \{1, \dots, n\}$ игроков. Центр распределяет некоторое

бесконечно делимое благо в ограниченном количестве $R \in \mathbb{R}^1_+$, которое может быть распределено между игроками в любом соотношении. Полезность каждого игрока $i \in N$ с точки зрения присвоенного ему блага описывается функцией $u_i: \mathbb{R}^1_+ \rightarrow \mathbb{R}^1$, принадлежащей определённому множеству U_i допустимых функций полезности. Множество допустимых распределений: $A = \{x = (x_1, \dots, x_n): \sum x_i \leq R, x \in \mathbb{R}^n_+\}$.

Задача состоит в нахождении распределения $g: U \rightarrow A$, которое максимизирует суммарную полезность всех игроков для любого $u \in U$.

В данной работе мы рассматриваем отдельный случай описанной выше задачи, где $N = \{1, 2, 3\}$, функция полезности $u_i = (r_i + x_i)^{1/2}$, где $r = (1, 9, 25)$ – профиль типов функций полезности. Например, r_i можно рассматривать как внутренний ресурс игрока i . Количество распределяемого ресурса равно $R = 115$.

Игры проводились следующим образом. На каждом шаге каждый игрок делает заявку. Множество заявок игроков на шаге k называется "ситуацией" на этом шаге и обозначается как $s^k = (s^k_1, s^k_2, s^k_3)$. Затем в соответствии с выбранным механизмом распределения вычисляется распределение x^k и трансферы ("штрафы") t^k_i игроков, результат сообщается всем игрокам. Игра заканчивается, если никто из игроков не изменил своей заявки (игроки достигли консенсуса) или если было сделано максимально допустимое число шагов (известное всем игрокам). Финальный выигрыш каждого игрока определяется как выигрыш на последнем шаге игры.

2.1 МЕХАНИЗМ УН

На каждом шаге игрок делает заявку $s^k_i \in \mathbb{R}^1_+$. Игроку присваивается количество ресурса, равное

$$(1) \quad x_i^k = \frac{s_i^k}{S^k} R,$$

где $S^k = \sum_{i=1}^n s_i^k$.

Игрок также на каждом шаге выплачивает трансфер:

$$(2) \quad t_i^k = \beta S_{-i}^k s_i^k,$$

где $S_{-i}^k = S^k - s_i^k$, $\beta = 5 \times 10^{-4}$.

2.2 МЕХАНИЗМ ADMM

ADMM был предложен в [3] как алгоритм распределённой оптимизации, применённый к задаче дележа.

Количество ресурса, присваиваемого игроку на каждом шаге, равно его заявке: $x_i = s_i \in \mathbb{R}_+$. На каждом шаге игрок выплачивает трансфер, равный

$$(3) \quad t_i^k = \beta (s_i^k - s_i^{k-1} + \overline{x^{k-1}} - \frac{R}{n} + y^{k-1})^2,$$

где $\beta = 5 \times 10^{-4}$, $s_i^0 = R/n$, $\overline{x^{k-1}} = 1/n \sum_{j=1}^n x_j^{k-1}$, $y^k = \overline{x^k} - R/n + y^{k-1}$, $y^0 = 0$.

Более подробно процесс игры, механизмы распределения ресурса и проведение экспериментов описываются в [5] и [6].

3 Модели поведения

В результате проведения экспериментов имеются данные о решениях (заявках) игроков, распределении ресурса на каждом шаге, трансферах и выигрышах, а также о том, достигали ли игроки консенсуса. В работах [1], [7] эти данные анализируются с точки зрения рационального поведения, константного поведения и поведения, основанного на решении Нэша для торгов. В этой статье будут рассматриваться модели рационального поведения и поведения, основанного на улучшениях по Парето, описанные ниже.

3.1 РАЦИОНАЛЬНОЕ ПОВЕДЕНИЕ

Модели рационального поведения основаны на наилучшем ответе игрока для ситуации на предыдущем шаге:

$$(3) \quad br_i(s^{k-1}) = \operatorname{argmax}_{y \in \mathbb{R}_+} \varphi_i(y_i, s_{-i}^{k-1}),$$

где s^{k-1}_{-i} – заявки, сделанные остальными игроками (кроме игрока под номером i) на шаге k .

- заявку s_i^k мы называем *близкой к наилучшему ответу* с точностью ε ($BR(\varepsilon)$), если

$$(4) \quad |s_i^k - br_i(s^{k-1})| < \varepsilon;$$

- заявку s_i^k мы называем *направленной в сторону наилучшего ответа (TwBR)*, если

$$(5) \quad \begin{cases} s_i^k = s_i^{k-1}, & \text{если } br_i(s^{k-1}) = s_i^{k-1} \\ \frac{s_i^k - s_i^{k-1}}{br_i(s^{k-1}) - s_i^{k-1}} > 0 & \text{иначе;} \end{cases}$$
- заявку s_i^k мы называем *рациональным поведением*, если

$$(6) \quad \varphi_i(s_i, s_{-i}^{k-1}) > \varphi_i(s^{k-1}).$$

3.2 ПОВЕДЕНИЕ, ПРИВОДЯЩЕЕ К УЛУЧШЕНИЮ ПО ПАРЕТО

Предыдущее исследование [2] показало, что существует некоторая корреляция между достижением консенсуса и долей поведения, увеличивающим «локальную» функцию Нэша, которая является положительной, когда выигрыш каждого игрока увеличился на шаге k по сравнению с шагом $k - 1$.

Это ситуация сильного улучшения по Парето.

- заявку s_i^k мы называем *сильным улучшением по Парето (PI)*, если

$$\forall j: \varphi_j(s_i^k, s_{-i}^{k-1}) > \varphi_j(s^{k-1}).$$

- мы можем также рассматривать s^k как ситуацию сильного улучшения по Парето на шаге k :

$$\forall j: \varphi_j(s^k) > \varphi_j(s^{k-1}).$$

4. Анализ экспериментальных данных

У нас есть экспериментальные данные 14 игр с механизмом УН и 14 игр с механизмом ADMM. Мы выбрали только тех людей, которые участвовали в качестве игроков в двух играх: с механизмом УН и ADMM.

Стоит отметить, что участники знали всю информацию о механизмах и играх кроме типов других игроков и их заявок на текущем шаге и предыдущих шагах. Мы также проводим презентацию о механизме и обучающую игру перед настоящей игрой, поэтому мы считаем, что игроки понимают правила механизма. Интерфейс игры содержит "калькулятор", позволяющий рассчитать для данного механизма результат

действия игрока при не изменившихся действиях остальных игроков.

Для каждого шага игр у нас есть множество заявок игроков и вычисленные полезности, выигрыши и наилучшие ответы. Для анализа было отобрано 11 игр УН, из которых 3 окончились консенсусом и 7 игр ADMM, из которых 4 окончились консенсусом. Игры, не окончившиеся консенсусом, окончились при достижении максимального допустимого шага.

После игр участники заполняли анкеты, в которых они давали оценки механизмам от 1 (лучший) до 5 (худший) согласно их субъективному представлению о применимости механизма для распределения ресурса. Подчеркнём, что участники давали оценки механизмам на основании своего опыта с ними.

4.1. АНАЛИЗ ПОВЕДЕНИЯ, СВЯЗАННОГО С ЭФФЕКТИВНОСТЬЮ ПО ПАРЕТО

Для каждого участника была посчитана доля PI решений в играх УН и ADMM. Результаты представлены в таблице 1.

Таблица 1. Доля PI решений каждого игрока в играх УН и ADMM

Игрок	Игра УН	Игра ADMM	Доля PI решений в УН, %	Доля PI решений в ADMM, %	Консенсус в УН	Консенсус в ADMM
28	41	46	16	26	+	+
26	41	45	5	14	+	+
31	42	45	33	14	+	+
30	42	46	33	26	+	+
25	40	45	7	16	-	+
32	43	46	8	26	-	+
35	92	80	5	0	-	+
38	93	81	10	0	-	+
39	93	81	5	0	-	+
40	93	81	15	0	-	+
37	94	80	0	0	-	+
36	94	80	5	0	-	+
3	60	65	7	5	-	-

42	92	82	5	5	-	-
41	92	82	10	5	-	-
43	94	82	15	5	-	-

В играх УН один человек вообще не применял PI, в играх ADMM – 6 человек. Однако это только некоторые общие замечания. Мы делаем акцент на решения игроков, а рис. 2 не содержит всех данных о решениях всех игроков; поэтому далее мы не анализируем решения только в УН или только в ADMM. Например, игрок с номером 25 участвовал в игре 40, но рис. 2 не содержит информацию о других участниках игры 40 – каждый из них участвовал только в одной из игр (УН или ADMM), а нас интересуют люди, участвовавшие в обеих играх. Тем не менее, в данных эксперимента есть все решения игры 40.

15 (из 16) человек проявляли PI поведение хотя бы в одном механизме. 10 из них проявляли PI поведение в обоих механизмах, а 5 -- только в одном механизме. Можно проверить следующую гипотезу: если человек принимает PI решения в одной игре, то вероятность, что он будет принимать такие решения во всех играх выше, чем вероятность, что он будет делать это только для одного механизма.

3 из 4 человек, участвовавших в играх, окончившихся консенсусом, для обоих механизмов, имеют высокую долю PI решений в обеих играх.

4.2. АНАЛИЗ РАЦИОНАЛЬНОГО ПОВЕДЕНИЯ

Для каждого человека в играх УН и ADMM была посчитана доля решений, близких к наилучшему ответу с точностью 1 (BR(1)). Результаты представлены в таблице 2.

11 человек проявляли поведение BR(1) хотя бы в одном механизме. 4 из них проявляли поведение BR(1) в обоих механизмах, а 7 - только в одном механизме. Таким образом, можно проверить следующую гипотезу: если человек применяет поведение BR(1) в одном механизме, то вероятность того, что он будет применять его во всех механизмах ниже, чем вероятность того, что он будет делать это только в одном механизме.

Таблица 2. Доля поведения, близкого к наилучшему ответу с точностью 1, в играх УН и ADMM

Игрок	Игра УН	Игра ADMM	Доля BR(1) решений в УН, %	Доля BR(1) решений в ADMM, %	Консенсус в УН	Консенсус в ADMM
28	41	46	0	0	+	+
26	41	45	0	7	+	+
31	42	45	0	7	+	+
30	42	46	0	0	+	+
25	40	45	3	3	-	+
32	43	46	7	11	-	+
35	92	80	5	0	-	+
38	93	81	5	0	-	+
39	93	81	0	0	-	+
40	93	81	5	0	-	+
37	94	80	0	0	-	+
36	94	80	5	33	-	+
3	60	65	13	0	-	-
42	92	82	10	5	-	-
41	92	82	0	0	-	-
43	94	82	0	15	-	-

Аналогичные данные были получены для поведения, направленного в сторону наилучшего ответа. Результаты представлены в таблице 3.

16 человек проявляли поведение TwBR хотя бы в одном механизме. 15 из них проявляли TwBR поведение в обоих механизмах, а 1 - только в одном механизме. Тем не менее, TwBR - недостаточно точная модель: она обозначает только направление шага. Мы можем рассматривать это как подбрасывание монетки: с вероятностью около 50% поведение агента будет направлено к BR. Другими словами, поведение может быть направлено к или от BR. Можно проверить следующую гипотезу: вероятность TwBR решения составляет около 0.5 в среднем, что означает, что игроки безразличны к BR

поведению. Другая возможная гипотеза: «вероятность TwBR решения меньше/больше 0.5 в среднем», что может означать, что игрокам «не нравится»/ «нравится» BR.

Таблица 3. Доля поведения TwBR в играх УН и ADMM

Игрок	Игра УН	Игра ADMM	Доля TwBR решений в УН, %	Доля TwBR решений в ADMM, %	Консенсус в УН	Консенсус в ADMM
28	41	46	37	63	+	+
26	41	45	63	50	+	+
31	42	45	50	47	+	+
30	42	46	33	30	+	+
25	40	45	65	45	-	+
32	43	46	28	63	-	+
35	92	80	60	67	-	+
38	93	81	60	0	-	+
39	93	81	21	13	-	+
40	93	81	55	50	-	+
37	94	80	45	33	-	+
36	94	80	35	50	-	+
3	60	65	53	45	-	-
42	92	82	35	55	-	-
41	92	82	30	50	-	-
43	94	82	55	30	-	-

4.3 АНАЛИЗ ОЦЕНОК УЧАСТНИКОВ

Участников просили поставить оценку каждому механизму: от 1 (лучший) о 5 (худший). На рис. 1 и 2 показана связь между долей PI решений человека в играх УН и ADMM соответственно и оценками, которые они поставили этим механизмам. Каждая точка соответствует одному человеку; её координата по оси абсцисс – доля PI решений человека в игре; координата по оси ординат – оценка, поставленная механизму этим человеком.

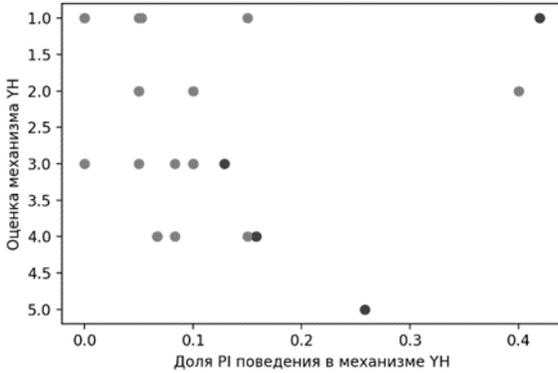


Рис.1 Доля PI решений и оценка механизма в играх YH

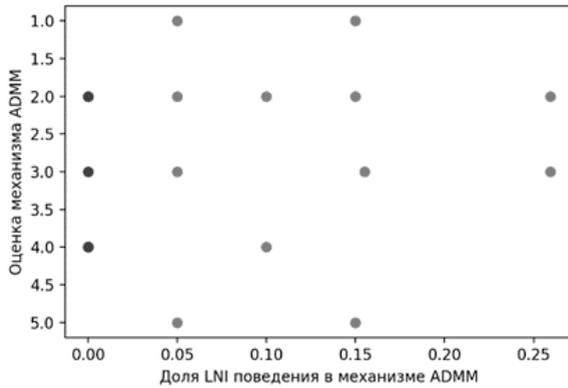


Рис.2 Доля PI решений и оценка механизма в играх ADMM

Возможна обратная зависимость между оценкой механизма YH и долей PI решений. Возможно, причина этого в том, что люди обнаруживают, что игроки могут уменьшить трансферы, пропорционально уменьшив свои заявки. Такие решения являются PI с высокой вероятностью.

Таким образом, мы можем предположить, что если человек обнаруживает такую возможность и активно её использует, то его

оценка механизма УН снижается: он считает, что цель игры смещается с распределения ресурса к уменьшению трансферов.

Для механизма ADMM (рис. 2) маловероятно, что существует зависимость между оценками и долей PI решений.

На рис. 3 представлено изменение оценки при смене механизма с УН (начало стрелки) на ADMM (конец стрелки). каждая стрелка соединяет точки, соответствующие одному человеку.

В 4 случаях из 7 уменьшение доли PI решений совпадает с понижением оценки; только в 1 случае уменьшение доли PI решений совпадает с повышением оценки. В то же время, в 3 случаях из 4 увеличение доли PI решений совпадает с повышением оценки, а в 1 случае из 4 – с понижением оценки. Может быть проверена гипотеза о том, что существует корреляция между уменьшением доли PI решений и снижением оценки.

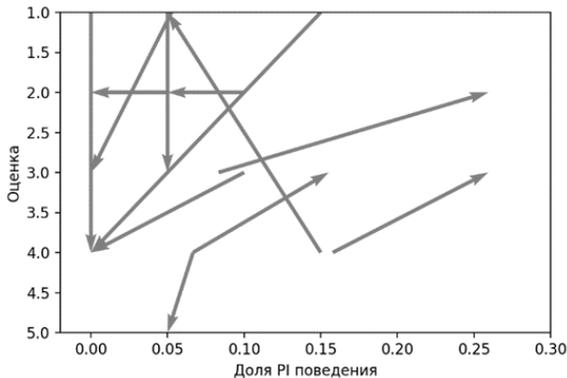


Рисунок 3. Изменение доли PI решений и оценок при смене механизма с УН на ADMM

5. Заключение

Были предварительно проанализированы решения людей в играх с двумя механизмами распределения ресурсов. Были получены данные о частоте проявления различных типов поведения.

Сравнение поведения людей в играх с различными механизмами показало, что может быть проверен ряд гипотез:

- некоторые люди сохраняют одну модель поведения (PI или BR(1)) достаточно часто в различных механизмах. В частности, есть люди, применяющие улучшения по Парето в различных механизмах;
- решения людей совпадают с TwBR поведением в 50 \% случаев;
- для моделей поведения может быть зависимость между их частотой и субъективными оценками механизма.

Мы планируем разработать эксперименты для формальной проверки гипотез, поскольку сейчас у нас небольшое количество данных. Возможно, стоит провести эксперименты с другим порядком игр. Также необходим более обширный обзор литературы, чтобы увидеть связь с другими работами об устойчивости моделей поведения (связанными с улучшениями по Парето) к изменению механизма и связи с достижением консенсуса.

Литература

1. КОРЕПАНОВ В. О. *Константное поведение в деловых играх распределения ресурса: устойчивость к дизайну игр и модель* // Проблемы управления. – 2020. – №. 4. – С. 41-51.
2. КОРЕПАНОВ В.О., КОРГИН Н.А., БЛОХИНА А.И. *Сравнение механизмов распределения ресурса с помощью решения Нэша для торгов* / Труды 17-й Всероссийской школы-конференции молодых ученых «Управление большими системами» (УБС'2021, Москва). М.: Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, 2021. С. 605-616
3. BALIGA S., MASKIN E. *Mechanism design for the environment* // Handbook of environmental economics. – Elsevier, 2003. – Т. 1. – С. 305-324.
4. BOYD S. et al. *Distributed optimization and statistical learning via the alternating direction method of multipliers* // Foundations and Trends in Machine learning. – 2011. – Vol. 3, No 1. – P. 1-122.
5. KORGIN N. A., KOREPANOV V. O. *An efficient solution of the resource allotment problem with the Groves–Ledyard mechanism under transferable utility* // Automation and Remote Control. – 2016. – Vol. 77, No 5. – P. 914-942.
6. KORGIN N. A., KOREPANOV V. O. *Experimental gaming analysis of ADMM dynamic distributed optimization algorithm* // IFAC-PapersOnLine. – 2016. – Vol. 49, No 12. – P. 574-579.
7. KORGIN N. A., KOREPANOV V. O. *Experimental gaming comparison of resource allocation rules in case of transferable utilities* // International Game Theory Review. – 2017. – Vol. 19, No 2. – P. 1750006.
8. KORGIN N. A., KOREPANOV V. O. *Nash bargaining solution as negotiation concept for resource allocation problem with Groves-Ledyard mechanism* // Contributions to Game Theory and Management. – 2021. – Vol. 14. – P. 216–226.

ANALYSIS OF PEOPLE'S BEHAVIOR CHANGE IN EXPERIMENTAL GAMES WITH DIFFERENT RESOURCE ALLOCATION MECHANISMS

Anna Blokhina, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, engineer (aiblokhina2000@gmail.com).

Vsevolod Korepanov, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Cand.Sc, senior researcher (vkorepanov@ipu.ru).

Nikolay Korgin, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Doctor of Science, chief researcher (nkorgin@ipu.ru)

Abstract: In the present paper we analyze data obtained in experiments of resource allocation games with two mechanisms: the Yang-Hajek's mechanism (YH) and mechanism based on the alternating direction method of multipliers (ADMM). Previous research has shown that there is some correlation between consensus achievement and share of certain types of behavior. This paper considers behavior models based on best response and Pareto improvement. The aim of the research was to investigate individuals' behavior variation on mechanism change. A behavior based on Pareto improvement is demonstrated by players in both mechanisms slightly more often than only in one mechanism. At the same time, more players demonstrate behavior based on best response in either YH or in ADMM than in both mechanisms. Players had an opportunity to subjectively rank mechanisms; dependence between players behavior and subjective ranking is also studied. It is possible that players give higher rank to the mechanism where they behave according to the best-response and Pareto improvement models more often. There can be inverse relationship between the ranking of YH mechanism and the share of Pareto improvement behavior.

Keywords: resource allocation problem, mechanism design, business games, Pareto efficiency, rational behavior.

УДК 519.83 + 334
ББК 22.18