

ИДЕНТИФИКАЦИЯ КВАДРАТИЧНЫХ КОМПЛЕКСНОЗНАЧНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ОКРЕСТНОСТНЫХ МОДЕЛЕЙ НА КЛАСТЕРИЗОВАННЫХ ДАННЫХ И БЕЗ КЛАСТЕРИЗАЦИИ

Седых И. А.¹, Макаров К. Н.²

(ФГБОУ ВО "Липецкий Государственный Технический Университет", Липецк)

Аннотация: окрестностные модели и их модификации применяются для моделирования различных распределенных систем и процессов. В исследовании рассмотрена квадратичная комплекснозначная динамическая окрестностная модель, в которой параметры, входы и состояния являются комплексными числами, дано ее определение. Модель функционирует в дискретном времени. Показан пример состоящей из трех узлов комплекснозначной динамической окрестностной модели, для которой приведены граф структуры и функции пересчета состояний в общем виде. Рассмотрен также частный случай функций пересчета для квадратичной модели.

Приведён алгоритм идентификации комплекснозначной динамической окрестностной модели, параметры которой находятся методом наименьших квадратов. Показан общий вид матриц системы линейных уравнений для нахождения параметров квадратичной модели. Приведены матрицы и выполнена идентификация для рассмотренного примера окрестностной модели. Найдены среднеквадратическая и средняя приведенная ошибки идентификации.

В работе рассмотрена также идентификация комплекснозначной динамической окрестностной модели на кластеризованных данных. Кластеризация выполнена с использованием комплексных наборов данных методом k -средних.

Предложенные алгоритмы идентификации реализованы в виде программы в пакете MathCAD, с помощью которой проведено сравнение результатов идентификации квадратичной комплекснозначной динамической окрестностной модели на кластеризованных данных и без кластеризации.

Ключевые слова: динамическая окрестностная модель, квадратичная модель, комплексные числа, идентификация, кластеризация, метод k -средних.

¹ Седых Ирина Александровна, д.т.н., профессор (sedykh-irina@yandex.ru).

² Макаров Кирилл Николаевич, студент (kirik0-1@yandex.ru).

1. Введение

Окрестностный подход, появившийся в 90–е годы XX века, является развитием теории математического моделирования дискретных распределенных систем. Окрестностные модели отличаются гибким заданием связей между элементами с помощью окрестностей и обладают наглядностью представления структуры в виде графа с несколькими видами дуг. Ранее были введены и исследованы статические и динамические, линейные, билинейные и полилинейные, одноуровневые и иерархические-окрестностные модели с постоянными и переменными окрестностями. Разработаны методы их параметрической идентификации и смешанного управления. При этом входы, состояния и выходы, а также параметры моделей являлись действительными числами.

В некоторых случаях данные, поступающие на вход системы, и ее состояния являются комплексными числами, например, в электротехнике. В статье рассмотрена квадратичная комплекснозначная динамическая окрестностная модель, для которой разработаны и реализованы алгоритмы идентификации на некластеризованных и кластеризованных комплекснозначных данных. Все расчеты проводились с помощью пакета Mathcad.

В различных сферах деятельности, например, в металлургии, робототехнике, космонавтике, медицине актуальным является изучение, моделирование, анализ и прогнозирование поведения сложных систем.

2. Комплекснозначная динамическая окрестностная модель

2.1. КОМПЛЕКСНОЗНАЧНАЯ ДИНАМИЧЕСКАЯ ОКРЕСТНОСТНАЯ МОДЕЛЬ

Рассмотрим комплекснозначную динамическую окрестностную модель (КДОМ), состоящую из трех узлов a_1, a_2, a_3 (см. рис. 1), которую можно описать как $CNS = (N, X, V, G, X[0])$, где $N = (A, O)$ – это структура окрестностной модели, $A = \{a_1, \dots, a_n\}$ – множество узлов, O – множество окрестностных связей; $X = X[t], V = V[t] \in C^n$ – векторы состояний и входов

КДОМ в текущий момент времени; G – функция пересчета состояний модели; $X[0] \in C^n$ – вектор состояний в начальный момент времени $t=0$ [3].

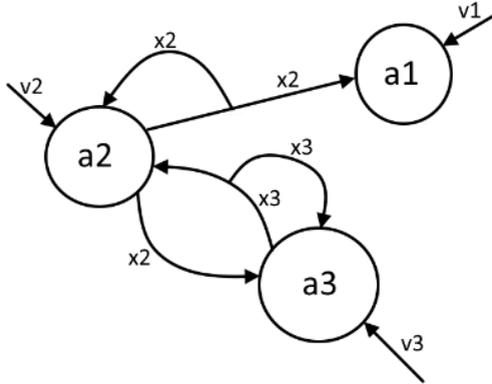


Рис. 1. Граф структуры окрестностной модели, состоящей из трех узлов a_1, a_2, a_3

Общий вид функции G_i для узла a_i комплекснозначной динамической окрестностной модели описывается формулой [7]:

$$(1) x_i[t] = G_i(V_i[t], X_i[t]),$$

где $x_i[t] \in C$ – состояние модели в узле a_i в момент времени $t + 1$,

$$X_i[t] = (x_{i_1}[t] \dots x_{i_{r_i}}[t])^T \in C^{r_i}, V_i[t] = (v_{i_1}[t] \dots v_{i_{p_i}}[t])^T \in C^{p_i},$$

где r_i – количество окрестностных связей по состояниям, p_i – количество окрестностных связей по входам для узла a_i .

Общий вид КДОМ представлен формулой (2):

$$(2) \begin{cases} x_1[t + 1] = g_1(v_1[t], x_2[t]); \\ x_2[t + 1] = g_2(v_2[t], x_2[t], x_3[t]); \\ x_3[t + 1] = g_3(v_3[t], x_2[t], x_3[t]), \end{cases}$$

где $v_i[t]$ – вход узла a_i в момент времени t , $x_i[t]$ – состояние в узле a_i в момент времени t .

В квадратичном случае система (2) представляется формулой (3):

$$(3) \begin{cases} x_1[t+1] = a_1 + b_{11}v_1[t] + c_{12}x_2[t] + e_{111}v_1^2[t] + \\ + q_{122}x_2^2[t] + d_{112}v_1[t]x_2[t]; \\ x_2[t+1] = a_2 + b_{22}v_2[t] + c_{22}x_2[t] + c_{23}x_3[t] + \\ + e_{222}v_2^2[t] + q_{222}x_2^2[t] + q_{233}x_3^2[t] + d_{222}v_2[t]x_2[t] + \\ + d_{223}v_2[t]x_3[t] + q_{223}x_2[t]x_3[t]; \\ x_3[t+1] = a_3 + b_{33}v_3[t] + c_{32}x_2[t] + c_{33}x_3[t] + \\ + e_{333}v_3^2[t] + q_{322}x_2^2[t] + q_{333}x_3^2[t] + d_{332}v_3[t]x_2[t] + \\ + d_{333}v_3[t]x_3[t] + q_{323}x_2[t]x_3[t]; \end{cases}$$

где $a_i, b_{ij}, c_{ij}, d_{ijk}, e_{ijk}, q_{ijk} \in \mathbb{C}$ – параметры модели, $i, j, k = 1, 2, 3$.

3. Идентификация

Идентификация объектов – это построение оптимальных математических моделей по реализациям их входных и выходных данных [4]. Идентификация динамических объектов состоит в определении их структуры и параметров по наблюдаемым данным – входному воздействию и выходной величине [8]. Идентификация осуществляется при помощи настраиваемой модели той или иной структуры, параметры которой могут изменяться [2].

3.1. АЛГОРИТМ ИДЕНТИФИКАЦИИ КВАДРАТИЧНОЙ КОМПЛЕКСНОЗНАЧНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ ОКРЕСТНОСТНОЙ МОДЕЛИ

Пусть задана квадратичная комплекснозначная динамическая окрестностная модель со структурой, приведенной на рис. 1, и функциями пересчета состояний (3). Для ее идентификации необходимо для каждого узла a_i найти решение переопределенной системы линейных уравнений (4):

$$(4) L_i A_i = F_i,$$

где $A_i \in \mathbb{C}^{(1+p_i+r_i) \times 1}$;

$$L_i^T = \begin{bmatrix} 1+i & \dots & 1+i \\ v_{i_1}^1 & \dots & v_{i_1}^M \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ v_{i_{p_i}}^1 & \dots & v_{i_{p_i}}^M \\ x_{i_1}^1 & \dots & x_{i_1}^M \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{i_{r_i}}^1 & \dots & x_{i_{r_i}}^M \\ (v_{i_1}^1)^2 & \dots & (v_{i_1}^M)^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ (v_{i_{p_i}}^1)^2 & \dots & (v_{i_{p_i}}^M)^2 \\ (x_{i_1}^1)^2 & \dots & (x_{i_1}^M)^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ (x_{i_{r_i}}^1)^2 & \dots & (x_{i_{r_i}}^M)^2 \\ v_{i_1}^1 \cdot x_{i_1}^1 & \dots & v_{i_1}^M \cdot x_{i_1}^M \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ v_{i_{p_i}}^1 \cdot x_{i_{r_i}}^1 & \dots & v_{i_{p_i}}^M \cdot x_{i_{r_i}}^M \end{bmatrix} \in C^{(1+p_i+r_i) \times M},$$

$$F_i = \begin{bmatrix} x_i^1[t+1] \\ \vdots \\ x_i^M[t+1] \end{bmatrix} \in C^{M \times 1}; \quad i = 1, \dots, n,$$

где A_i – матрица параметров; L_i – матрица исходных данных (общий вид), в которой:

$v_{i_{p_i}}$ – входные данные i -го узла модели для p_i -ой строки в текущий момент времени t ,

$x_{i_{r_i}}$ – состояния i -го узла модели для r_i -ой строки в текущий момент времени t ;

F_i – матрица состояний i -го узла модели в следующий $(t+1)$ -ый момент времени; M – объем выборки.

Матрицы A_i и L_i из системы (4) для каждого узла примера окрестностной модели (3) будут иметь вид:

$$A_1 = \begin{bmatrix} a_1 \\ b_{11} \\ c_{12} \\ e_{111} \\ q_{122} \\ d_{112} \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} a_2 \\ b_{22} \\ c_{22} \\ c_{23} \\ e_{222} \\ q_{222} \\ q_{233} \\ d_{222} \\ d_{223} \\ q_{223} \end{bmatrix}, A_3 = \begin{bmatrix} a_3 \\ b_{33} \\ c_{32} \\ c_{33} \\ e_{333} \\ q_{322} \\ q_{333} \\ d_{332} \\ d_{333} \\ q_{323} \end{bmatrix};$$

$$L_1^T = \begin{bmatrix} 1+i & \dots & 1+i \\ v_1^1 & \dots & v_1^M \\ x_2^1 & \dots & x_2^M \\ (v_1^1)^2 & \dots & (v_1^M)^2 \\ (x_2^1)^2 & \dots & (x_2^M)^2 \\ v_1^1 \cdot x_2^1 & \dots & v_1^M \cdot x_2^M \end{bmatrix}, L_2^T = \begin{bmatrix} 1+i & \dots & 1+i \\ v_2^1 & \dots & v_2^M \\ x_2^1 & \dots & x_2^M \\ x_3^1 & \dots & x_3^M \\ (v_2^1)^2 & \dots & (v_2^M)^2 \\ (x_2^1)^2 & \dots & (x_2^M)^2 \\ (x_3^1)^2 & \dots & (x_3^M)^2 \\ v_2^1 \cdot x_2^1 & \dots & v_2^M \cdot x_2^M \\ v_2^1 \cdot x_3^1 & \dots & v_2^M \cdot x_3^M \\ x_2^1 \cdot x_3^1 & \dots & x_2^M \cdot x_3^M \end{bmatrix},$$

$$L_3^T = \begin{bmatrix} 1+i & \dots & 1+i \\ v_3^1 & \dots & v_3^M \\ x_2^1 & \dots & x_2^M \\ x_3^1 & \dots & x_3^M \\ (v_3^1)^2 & \dots & (v_3^M)^2 \\ (x_2^1)^2 & \dots & (x_2^M)^2 \\ (x_3^1)^2 & \dots & (x_3^M)^2 \\ v_3^1 \cdot x_2^1 & \dots & v_3^M \cdot x_2^M \\ v_3^1 \cdot x_3^1 & \dots & v_3^M \cdot x_3^M \\ x_2^1 \cdot x_3^1 & \dots & x_2^M \cdot x_3^M \end{bmatrix}.$$

Решение системы (4) находится методом наименьших квадратов. Пусть известны исходные данные входов и состояний в

текущий момент времени, состояний в следующий момент времени ($V[t], X[t], X[t + 1]$) рассматриваемой динамической модели. Для нахождения параметров для каждого узла a_i необходимо задать матрицы L_i, F_i . Далее находится псевдообратная по формуле (5):

$$(5) L_i^+ = (L_i^T \cdot L_i)^{-1} \cdot L_i^T.$$

Параметры A_i находятся по формуле (6):

$$(6) A_i = L_i^+ \cdot F_i.$$

Для поиска ошибки идентификации необходимо получить модельные значения функции пересчета F'_i по формуле (7) для найденных параметров A_i и сравнить с исходными данными F_i [10]. Для нахождения среднеквадратической ошибки используется формула (8), средней приведенной – формула (9).

$$(7) F'_i = L_i \cdot A_i;$$

$$(8) E_i = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M |F_{ij} - F'_{ij}|^2;$$

$$(9) \delta_i = \frac{1}{M} \frac{\sum_{j=1}^M |F_{ij} - F'_{ij}|}{\max_j |F_{ij}|} \cdot 100\%.$$

Рассмотренный алгоритм идентификации реализован в пакете Mathcad.

3.2. ПРИМЕР ИДЕНТИФИКАЦИИ

Рассмотрим пример идентификации квадратичной комплекснозначной динамической окрестностной модели (3). В таблицах 1 и 2 приведены фрагменты исходных $(V[t], X[t])$, при этом действительная и мнимая часть задаются отдельно.

Таблица 1. Фрагмент исходных данных ($V[t], X[t]$) (действительная часть)

№	Действительная часть				
	v_1	v_2	v_3	x_2	x_3
1	0.781	0.286	0.479	0.603	0.088
2	0.968	0.760	0.313	0.088	0.974
3	0.782	0.634	0.350	0.698	0.097
4	0.795	0.729	0.685	0.880	0.448
5	0.269	0.263	0.896	0.749	0.577
6	0.132	0.448	0.485	0.731	0.299
...					

Таблица 2. Фрагмент исходных данных ($V[t], X[t]$) (мнимая часть)

№	Мнимая часть				
	v_1	v_2	v_3	x_2	x_3
1	0.692	0.595	0.569	0.872	0.624
2	0.402	0.522	0.469	0.631	0.425
3	0.024	0.313	0.734	0.155	0.993
4	0.208	0.561	0.999	0.685	0.714
5	0.101	0.823	0.988	0.145	0.911
6	0.181	0.897	0.948	0.714	0.623
...					

Фрагмент исходных данных $X[t + 1]$ приведен в таблице 3.

Таблица 3. Фрагмент исходных данных $X[t + 1]$

№	$x_1[t+1]$	$x_2[t+1]$	$x_3[t+1]$
1	$-5.123 + 4.598i$	$-0.375 - 0.162i$	$-1.146 - 0.724i$
2	$-2.484 + 3.347i$	$-0.443 + 0.401i$	$-0.715 - 0.526i$
3	$2.574 + 0.729i$	$-0.241 + 0.422i$	$-0.495 - 0.253i$
4	$1.798 + 4.159i$	$-0.559 + 0.629i$	$-1.383 - 0.241i$
5	$0.281 + 0.298i$	$-0.517 + 0.448i$	$-0.757 - 0.371i$
6	$-0.223 + 0.145i$	$-0.666 + 0.097i$	$-1.103 - 0.621i$
...			

После по формулам (4)–(9) проводим идентификацию квадратичной комплекснозначной динамической окрестностной модели.

Параметры квадратичной модели для каждого узла приведены в таблице 4.

Таблица 4. Параметры квадратичной модели для узлов a_i

№	a_1	a_2	a_3
1	$0.555 + 1.814i$	$0.224 + 0.646i$	$0.313 + 0.283i$
2	$-0.303 - 6.94i$	$-0.204 - 0.98i$	$-1.745 + 0.27i$
3	$-0.727 - 3.187i$	$-0.384 - 0.856i$	$0.363 - 1.221i$
4	$3.027 + 2.818i$	$0.000941 - 1.309i$	$-0.653 - 0.398i$
5	$-0.515 + 0.163i$	$0.026 + 0.313i$	$-0.055 - 0.074i$
6	$6.963 + 6.56i$	$0.139 - 0.107i$	$0.506 + 0.676i$
7	0	$0.171 + 0.035i$	$-0.149 - 0.132i$
8	0	$0.881 + 0.367i$	$-0.019 - 0.094i$
9	0	$0.532 + 0.69i$	$0.567 - 0.65i$
10	0	$0.748 + 0.861i$	$0.872 + 1.051i$

Сравним F_i с F'_i для квадратичной модели (см. рис. 2).

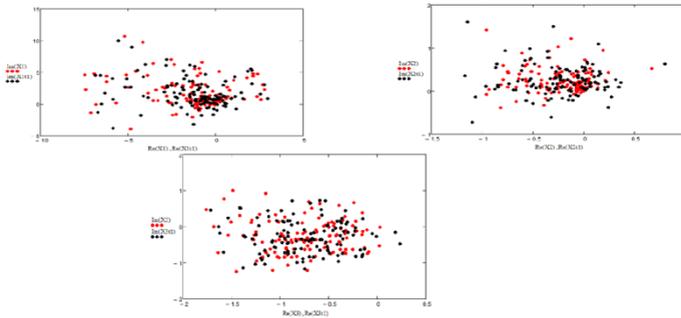


Рис. 2. График сравнения F_i с F'_i квадратичной модели

На рисунке 2 изображены исходные F_i и модельные F'_i значения функций пересчета состояний, где $i \in 1 \dots 3$.

Ошибки идентификации полученной квадратичной модели приведены в таблице 5.

Таблица 5. Ошибки идентификации

Квадратичная ошибка	Приведенная ошибка
$E(X_1) = 0,583$	$\delta_{\text{пр}}(X_1) = 1,589\%$
$E(X_2) = 0,046$	$\delta_{\text{пр}}(X_2) = 3,205\%$
$E(X_3) = 0,047$	$\delta_{\text{пр}}(X_3) = 1,659\%$
$E_{\text{ср}} = 0,225$	$\delta_{\text{пр.ср}} = 2,151\%$

4. Идентификация комплекснозначной динамической окрестностной модели на кластеризованных данных

Рассмотрим идентификацию комплекснозначной динамической окрестностной модели на кластеризованных данных с помощью разработанной программы. При этом кластеризация выполнена с использованием метода k -средних для комплексных наборов данных.

4.1. КЛАСТЕРИЗАЦИЯ К–СРЕДНИХ

Кластерный анализ или кластеризация – это задача группировки набора объектов таким образом, чтобы объекты в одной группе, называемой кластером, были более похожи по различным признакам друг на друга, чем на объекты в других группах (кластерах) [1].

Метод k -средних – это метод кластерного анализа, целью которого является разделение m наблюдений на k кластеров, при этом каждое наблюдение относится к тому кластеру, к центру (центроиду) которого оно ближе всего [5 – 6]. В качестве меры близости используется евклидово расстояние [9].

Ниже приведена схема кластеризации методом k -средних для комплекснозначных данных, см. рис. 3.

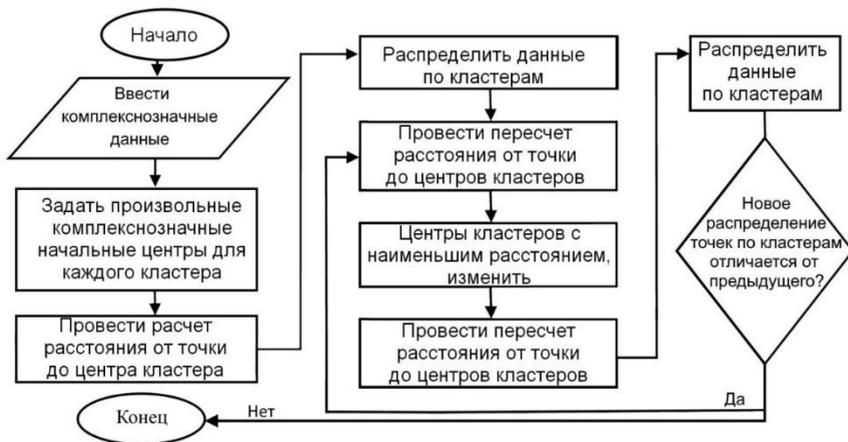


Рис. 3. Схема метода k -средних

Рассмотрим подробнее алгоритм кластеризации методом k -средних на примере разработанной программы в пакете Mathcad:

1. Распределение данных по кластерам, см. рис. 4.

```

K1 := for i ∈ 1..n
      for j ∈ 1..k
          | avj ← √(|Ni,1 - Vj,1|)2 + (|Ni,2 - Vj,2|)2
          | (z) ← |avj|
          | z
      for o ∈ 1..k
          for q ∈ 1..2
              | ri,q ← (Vo,q) if for m ∈ 1..k
              | (z)o < zm if o ≠ m
              | (break) if (z)o > zm
              | (break) otherwise
          r
      for i ∈ 1..n
          | k1 ← k1 + 1 if for c ∈ 1..2
          | ri,c = V1,c
          | k2 ← k2 + 1 if for c ∈ 1..2
          | ri,c = V2,c
          | k3 ← k3 + 1 if for c ∈ 1..2
          | ri,c = V3,c
      for i ∈ 1..n
          for q ∈ 1 if for c ∈ 1..2
              | for o ∈ Ckh1 ri,c = V1,c
              | | pr1o,1 ← Bi,1
              | | pr12o,1 ← Bi,4
              | Ckh1 ← Ckh1 + 1
              | break
          for q ∈ 1 if for c ∈ 1..2
              | for o ∈ Ckh2 ri,c = V2,c
              | | pr2o,1 ← Bi,1
              | | pr22o,1 ← Bi,4
              | Ckh2 ← Ckh2 + 1
              | break
          for q ∈ 1 if for c ∈ 1..2
              | for o ∈ Ckh3 ri,c = V3,c
              | | pr3o,1 ← Bi,1
              | | pr32o,1 ← Bi,4
              | Ckh3 ← Ckh3 + 1
              | break
      (k1 k2 k3 pr1 pr21 pr31 pr12 pr22 pr32 r)
    
```

Рис. 4. Алгоритм распределения данных по кластерам

В рисунке 5 сначала находится евклидово расстояние av_j от каждой точки до центра кластера j . После происходит распределение данных по кластерам по наименьшим расстояниям, также ниже считается количество переменных в каждом кластере ($kl1, kl2, kl3$). Далее выполняется присоединение v_i и x_i к кластерам.

2. Изменения центров кластеров (см. рис. 5).

$$\begin{array}{l}
 E1 := \\
 e1_1 \leftarrow \frac{\sum_{i=1}^{KPKL1_{1,1}} v1x1K1_i}{KPKL1_{1,1}} \\
 e1_2 \leftarrow \frac{\sum_{i=1}^{KPKL1_{1,1}} x2x1K1_i}{KPKL1_{1,1}} \\
 e2_1 \leftarrow \frac{\sum_{i=1}^{KPKL1_{1,2}} v1x1K2_i}{KPKL1_{1,2}} \\
 e2_2 \leftarrow \frac{\sum_{i=1}^{KPKL1_{1,2}} x2x1K2_i}{KPKL1_{1,2}} \\
 e3_1 \leftarrow \frac{\sum_{i=1}^{KPKL1_{1,3}} v1x1K3_i}{KPKL1_{1,3}} \\
 e3_2 \leftarrow \frac{\sum_{i=1}^{KPKL1_{1,3}} x2x1K3_i}{KPKL1_{1,3}} \\
 \left(\begin{array}{cc}
 e1_1 & e1_2 \\
 e2_1 & e2_2 \\
 e3_1 & e3_2
 \end{array} \right)
 \end{array}$$

Рис.5. Изменение центров кластеров

Алгоритм заканчивается, когда текущее распределение точек по кластерам совпадет с предыдущим.

4.2. ИДЕНТИФИКАЦИЯ НА КЛАСТЕРИЗОВАННЫХ ДАННЫХ

Рассмотрим идентификацию комплекснозначной динамической окрестностной модели на кластеризованных данных.

Сначала выполним разбиение исходных данных на 3 кластера и найдем псевдообратные матрицы и параметры A_{ij} , где $i=1, \dots, 3$ – номер узла, $j=1 \dots 3$ – номер кластера, по формулам (4)–(9) для каждого кластера (см. таблицы 6–8).

Таблица 6. Параметры квадратичной модели после кластеризации для узла a_1

1 кластер	2 кластер	3 кластер
$-0.107 + 5.179i$	$0.445 - 0.018i$	$-0.637 + 3.491i$
$-3.608 - 14.674i$	$-2.566 - 0.368i$	$0.948 - 10.251i$
$1.321 - 4.026i$	$-0.411 - 1.418i$	$0.554 - 6.153i$
$7.185 + 2.467i$	$2.428 - 0.54i$	$4.129 + 4.792i$
$0.474 - 1.974i$	$-0.094 + 0.178i$	$0.684 + 0.778i$
$6.841 + 9.859i$	$5.289 + 2.415i$	$7.181 + 7.458i$

Таблица 7. Параметры квадратичной модели после кластеризации для узла a_2

1 кластер	2 кластер	3 кластер
$-0.351 - 0.729i$	$0.208 + 0.263i$	$0.09 + 0.361i$
$0.406 + 0.542i$	$-0.776 - 0.349i$	$-0.264 - 0.633i$
$-0.933 + 1.053i$	$0.148 - 0.891i$	$-0.2 - 0.613i$
$1.503 + 0.549i$	$0.691 + 0.124i$	$0.273 - 0.716i$
$0.05 - 0.683i$	$0.177 - 0.244i$	$0.138 - 0.128i$
$0.11 + 0.743i$	$0.282 + 0.254i$	$-2.037e^{-3} - 0.151i$
$-0.53 + 0.279i$	$-0.514 + 0.396i$	$-0.373 + 0.141i$
$0.43 - 0.541i$	$0.341 + 0.489i$	$0.479 + 0.662i$
$-0.45 + 1.67i$	$0.441 - 0.039i$	$0.729 + 0.653i$
$0.16 - 1.247i$	$-0.057 + 0.819i$	$0.699 + 0.41i$

Таблица 8. Параметры квадратичной модели после кластеризации для узла a_3

1 кластер	2 кластер	3 кластер
$0.412 + 0.952i$	$-0.3 + 0.084i$	$-0.01 + 0.021i$
$-0.125 - 0.521i$	$-0.356 + 0.378i$	$-0.431 + 0.438i$
$-0.886 - 1.337i$	$0.18 - 1.497i$	$-0.349 - 0.196i$
$-1.726 - 2.144i$	$0.492 - 0.166i$	$-0.063 - 0.387i$
$-0.36 + 0.153i$	$-0.254 - 0.029i$	$-0.19 - 0.112i$
$0.552 - 0.149i$	$0.785 + 0.575i$	$0.564 + 0.304i$
$1.065 + 0.542i$	$-0.22 + 0.103i$	$0.236 - 0.05i$
$-0.02 + 0.869i$	$-0.145 + 0.443i$	$-0.177 - 0.246i$
$0.684 + 0.054i$	$-0.173 + 0.006i$	$-0.558 + 0.318i$
$1.414 + 0.48i$	$0.89 + 1.078i$	$0.579 + 0.527i$

Далее находим F'_1 после кластеризации для каждого кластера по формуле (7). На рис. 6–8 приведены графики сравнения F_1 с F'_1 после кластеризации для квадратичной модели.

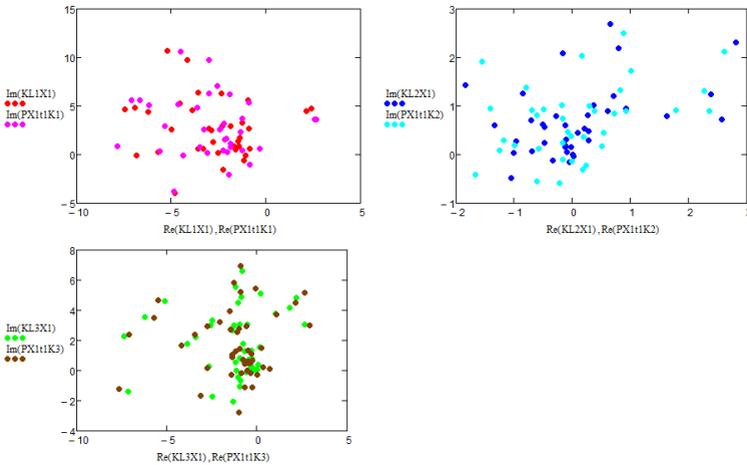


Рис. 6. Графики сравнения F_1 с F'_1 после кластеризации для квадратичной модели

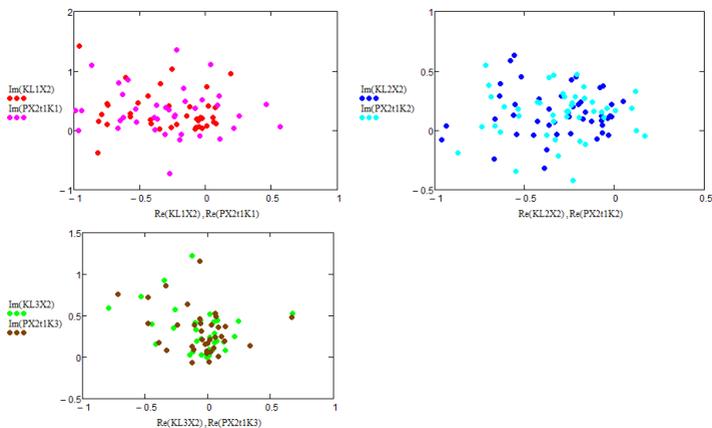


Рис. 7. Графики сравнения F_2 с F_2' после кластеризации для квадратичной модели

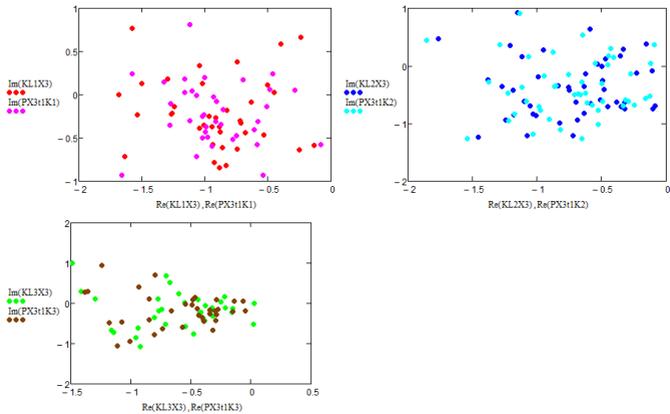


Рис. 8. Графики сравнения F_3 с F_3' после кластеризации для квадратичной модели

Результаты ошибок идентификации комплекснозначной динамической окрестностной модели на кластеризованных данных приведены в таблице 9.

Таблица 9. Ошибки идентификации после кластеризации

Квадратичная ошибка	Приведенная ошибка
$E(X_1) = 0,251$	$\delta_{\text{пр}}(X_1) = 0,995\%$
$E(X_2) = 0,048$	$\delta_{\text{пр}}(X_2) = 2,954\%$
$E(X_3) = 0,04$	$\delta_{\text{пр}}(X_3) = 1,468\%$
$E_{\text{ср}} = 0,113$	$\delta_{\text{пр.ср}} = 1,806\%$

В результате исследования видно, что в среднем после кластеризации ошибки идентификации комплекснозначной динамической окрестностной модели уменьшаются.

5. Заключение

В работе рассмотрены динамические окрестностные модели, идентификация квадратичной комплекснозначной моделей, метод кластеризации. В ходе работы была подробно исследована комплекснозначная динамическая окрестностная модель. На примере показана ее идентификация для полных комплексных чисел. Приведен алгоритм кластеризации комплекснозначных данных методом k -средних. Представлены результаты идентификации квадратичной комплекснозначной динамической окрестностной модели до и после кластеризации.

Литература

1. БАЮК Д.А., БАЮК О.А., БЕРЗИН Д.В., [и др.]. *Практическое применение методов кластеризации, классификации и аппроксимации на основе нейронных сетей* // монография – Москва : Прометей, 2020. – 448 с.
2. Бессмертный И. А., Нугуманова А. Б., Платонов А. В. *Интеллектуальные системы*//учебник и практикум для вузов – Москва : Издательство Юрайт, 2023. – 243 с. – (Высшее образование). – ISBN 978–5–534–01042–8. –Текст : электрон-

- ный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. –URL: <https://urait.ru/bcode/511999> (дата обращения: 24.05.2023).
3. ВОРОНОВ М. В., ПИМЕНОВ В. И., НЕБАЕВ И. *А. Системы искусственного интеллекта // учебник и практикум для вузов*– Москва : Издательство Юрайт, 2023. – 256 с. – (Высшее образование). – ISBN 978–5–534–14916–6. – Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/519916> (дата обращения: 24.05.2023).
 4. КОВАЛЕВ Е. А., МЕДВЕДЕВ Г. А. *Теория вероятностей и математическая статистика для экономистов / [под общей редакцией Г. А. Медведева. – 2–е изд., испр. и доп.] // учебник и практикум для вузов*–Москва : Издательство Юрайт, 2023. – 284 с. – (Высшее образование). – ISBN 978–5–534–01082–4. –Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/511337> (дата обращения: 24.05.2023).
 5. НАЗАРОВ Д. М., КОНЫШЕВА Л. К. *Интеллектуальные системы: основы теории нечетких множеств / [3–е изд., испр. и доп.] // учебник и практикум для вузов*–Москва : Издательство Юрайт, 2023. – 186 с. – (Высшее образование). – ISBN 978–5–534–07496–3. –Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/514414> (дата обращения: 24.05.2023).
 6. ПЛАТОНОВ А. В. *Машинное обучение // учебное пособие для вузов* – Москва : Издательство Юрайт, 2023. – 85 с. – (Высшее образование). – ISBN 978–5–534–15561–7. –Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/520544> (дата обращения: 24.05.2023).
 7. СЕДЫХ И.А., КИКИН М.Ю. *Линейные и квадратичные комплекснозначные динамические окрестностные модели // Вестник Липецкого государственного технического университета. – 2020. –№ 2 (43). – С. 14–19.*
 8. СЕДЫХ И.А., ИСТОМИН В.А. *Нейросетевое моделирование процесса охлаждения полосы на стане горячей прокатки на основе кластеризованных данных // Интеллектуальные информационные системы: труды Международной научно–*

практической конференции: в 2 ч. Ч. 2. –Воронеж : Изд-во ВГТУ, 2019. –С. 43–45.

9. СКОРУБСКИЙ В. И., ПОЛЯКОВ В. И., ЗЫКОВ А. Г. *Математическая логика // учебник и практикум для вузов* –Москва : Издательство Юрайт, 2023. – 211 с. – (Высшее образование). – ISBN 978–5–534–01114–2. –Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/511996> (дата обращения: 24.05.2023).
10. СТАНКЕВИЧ Л. А. *Интеллектуальные системы и технологии / учебник и практикум для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп.* –Москва : Издательство Юрайт, 2023. – 495 с. – (Высшее образование). – ISBN 978–5–534–16238–7. –Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/530657> (дата обращения: 24.05.2023).

IDENTIFICATION OF QUADRATIC COMPLEX-VALUED DYNAMIC NEIGHBORHOOD MODELS ON CLUSTERED DATA AND WITHOUT CLUSTERING

Irina Sedykh, Lipetsk State Technical University, Lipetsk, Doctor of Technical Sciences, professor (sedykh-irina@yandex.ru).

Kirill Makarov, Lipetsk State Technical University, Lipetsk, student (kirik0-1@yandex.ru)

Abstract: neighborhood models and their modifications used to model various distributed systems and processes. The study considers a quadratic complex-valued dynamic neighborhood model in which the parameters, inputs and states are complex numbers, and its definition is given. The model functions in discrete time. An example of a complex-valued dynamic neighborhood model consisting of three nodes shown, for which the graph of the structure and the functions of the intersection of states given in general form. A special case of recalculation functions for a quadratic model is also considered.

An algorithm for identifying a complex-valued dynamic neighborhood model whose parameters are determined by the least squares method given. A general view of the matrices of a system of linear equations for finding the parameters of a quadratic model shown. Matrices are given and identification performed for the considered

example of a neighborhood model. The root-mean-square and average reduced identification errors are found.

The paper also considers the identification of a complex-valued dynamic neighborhood model on clustered data. Clustering performed using complex data sets by the k-means method.

The proposed identification algorithms implemented in the form of a program in the Mathcad package, with the help of which the results of identification of a quadratic complex-valued dynamic neighborhood model on clustered data and without clustering are compared.

Keywords: dynamic neighborhood model, quadratic model, complex numbers, identification, clustering, k-means method.

УДК 519.6

ББК 22.19

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии ...заполняется редактором...*

Поступила в редакцию ...заполняется редактором...

Опубликована ...заполняется редактором...