

at

УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕНТНЫМИ СТАВКАМИ В РОЗНИЧНОМ БАНКЕ

Баби́ков В.Г.¹

(ФГБУН Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

Баби́ков О.В.²

(Московский физико-технический институт, Москва)

Исследование поведения клиентов розничного банка позволяет получить некоторые закономерности необходимые для построения модели сбалансированного распределения процентных ставок по пассивным финансовым инструментам. В целях изучения поведения розничных клиентов банка и проработки методики построения модели сбалансированного распределения были исследованы два типа финансовых инструментов: текущие счета, срочные депозиты. Основным результатом настоящей работы является установление оптимального соотношения процентных ставок по остаткам на расчётных счетах при заданных процентных ставках по депозитам и при условии сформированных ожиданий изменения будущих рыночных процентных ставок.

Ключевые слова: процентные ставки, депозиты, текущие счета.

¹ Владимир Георгиевич Баби́ков, к.ф.-м.н. (babikov@ipu.ru).

² Олег Владимирович Баби́ков, МФТИ (babikov.ov@phystech.edu).

1. Введение

В научных статьях в области экономики и финансов рассматривается широкий спектр задач связанных с поиском оптимальных процентных ставок. Эти задачи взаимосвязаны с исследованием социальных процессов, с оптимизацией затрат на привлечение денежных ресурсов, с оценкой рыночных рисков, риска ликвидности, с трансфертным ценообразованием.

Так в статье [16] устанавливается связь между рыночными ставками, кредитными и депозитными ставками. Теоретическая основа представлена теорией наценки Руссеаса [13], которая утверждает, что банковские ставки (ставки по кредитам и по депозитам) определяются постоянной надбавкой к предельной стоимости средств банка. Предполагается, что предельные издержки аппроксимируются либо ставкой денежного рынка, либо другой рыночной процентной ставкой, которая соответствует сроку погашения банковской ставки или имеет максимальную корреляцию с банковской ставкой среди множества различных рыночных ставок [4]. Последний, таким образом, является чисто статистическим подходом. Отправной точкой является то, что банки сталкиваются с задачей оценки предельной стоимости депозитов в контексте трансфертного ценообразования. С этой целью банки используют различные модели для определения предельной стоимости средств [11]. Среди наиболее часто используемых внутренних моделей подход статического репликационного портфеля, по-видимому, является одним из самых простых подходов к определению цены основных депозитов [12]. Теоретическая модель основана на динамической версии модели Салопа [14] и теории роста капитала [7]. В этой модели вкладчики требуют страхования ликвидности [5] и не могут заменить транзакционные счета альтернативами рынка капитала.

По мере расширения спредов домохозяйства изымают ликвидность, а банки сокращают кредитование. Во время финансовых кризисов стоимость банковского фондирования как

важный фактор, определяющий кредитные ставки, был определен как один из факторов, который объясняет гетерогенный перенос процентных ставок от рыночных ставок на кредитные ставки [9].

Подход промышленных организаций рассматривает нечувствительность ставок по основным депозитам (депозитам овернайт или сберегательным счетам) от рыночных ставок как результат несовершенства рынка [8]. Взаимосвязь между рыночными ставками и ставками по депозитам устанавливается при определенных предположениях относительно конкуренции между банками и доступа вкладчиков и банков к рынкам капитала [6].

В научной литературе также встречается интересное предположение о том, что индивиды демонстрируют изоэластичные предпочтения риска в форме логарифмической полезности [7]. Вклады также могут считаться безрисковыми благодаря существованию системы гарантирования вкладов.

В статье [15] предпринята попытка теоретически решить проблему определения оптимальной процентной ставки банком. Оптимизационная модель учитывает политику банка, ориентированную на заемщиков, а также чисто коммерческий (ориентированный на прибыль) подход. Полученные результаты свидетельствуют о том, что оптимальные ставки по кредитам и депозитам в банке зависят, главным образом, от рыночных процентных ставок, а также от баланса банка, отчета о прибылях и убытках. Эта работа способствует лучшему пониманию поведения банка как организации социальной экономики и дополняет модели установления оптимальных процентных ставок в финансовых учреждениях. Здесь представлена модель депозитного рынка, в которой владельцы банков, не склонные к риску, стремятся сгладить распределяемую прибыль с течением времени. Рынок характеризуется неликвидными банковскими активами с фиксированными процентными ставками, бессрочными обязательствами по депозитам и вкладчиками, которые нечувствительны к крат-

кросрочным колебаниям ставок по депозитам. В этих условиях ставка по депозитам будет следовать точно определенному пути, который зависит от доходности кредитного портфеля. Эта взаимосвязь согласуется с подходом, основанным на воспроизведении портфеля, который многие банки применяют для трансфертного ценообразования, и который можно использовать в качестве ориентира для моделей переноса процентных ставок.

Заемщики предпочитают сниженные процентные ставки по кредитам, а вкладчики – более высокие ставки по депозитам. Дилемма, таким образом, заключается в том, как справиться с реальным или потенциальным конфликтом между ними по поводу распределения выгод. Успешное управление процентными ставками со стороны ЦБ требует балансирования ожиданий обеих групп. В то время как эффективность коммерческого банка определяется адекватным управлением соотношением риска и прибыльности [10], деятельность ЦБ должна руководствоваться адекватным управлением взаимоотношениями между социальными и бизнес-целями.

Для розничного банка в условиях финансово-экономического кризиса, когда ЦБ резко поднимает ключевую ставку решение задачи оптимального управления процентными ставками становится особенно важным. В этой работе мы сконцентрировались, главным образом, на проблеме управления процентными ставками по текущим и накопительным счетам в условиях известной ставки по коротким депозитам. Так, банк, осуществляя мониторинг рыночных процентных ставок, определяет свои ставки по срочным депозитам так, чтобы они были в рынке, но при этом ставки по текущим и накопительным счетам различных банков могут сильно отличаться друг от друга.

В целях решения задачи оптимального управления в статье были сформулированы и доказаны некоторые утверждения и лемма. Фактические данные подтвердили предположения относительно характера поведения заемщиков при выбо-

ре между текущими, накопительными счетами и депозитами. Полученные эмпирические результаты статистически значимы. Исследование строилось по данным финансовой организации, у которой объем привлечения средств физических лиц превышает 1 трлн. руб.

Предлагаемая к ознакомлению работа носит как научный, так и прикладной характер, полученные результаты позволяют банку выработать эффективную стратегию по привлечению денежных средств. Статья дополняет классическую литературу по оптимизации процентных ставок банка, представляя процедуру распределения процентных ставок по основным финансовым инструментам внутри конкретной финансовой организации.

2. Постановка задачи

Рассматривается розничный банк. Клиентами такого банка являются физические лица. Банк привлекает денежные средства населения посредством следующих финансовых инструментов: текущие счета и депозиты. В условиях резких скачков процентных ставок банк вынужден следовать рынку и поднимать ставки по депозитам. Банк одновременно преследует две цели: удовлетворение потребностей клиентов и минимизация собственных издержек. Вследствие этого, дабы избежать фиксации высоких процентных ставок на длительный срок банк повышает ставки по самым коротким депозитам, при этом ставки по депозитам на длительный срок банк также поднимает, но значительно слабее, чем по коротким депозитам. Кривая процентных ставок становится инверсной. В результате, значительная часть клиентов переключается в короткие депозиты.

Клиенты частично или полностью переводят свои денежные средства с расчётных счетов на депозитные счета.

Задача 1. Требуется определить оптимальную стратегию банка по установлению процентных ставок по текущим в зависимости от установленной процентной ставки по депозитам

в условиях определенных ожиданий банка относительно изменения будущих процентных ставок.

3. Решение задачи. Модель сбалансированного распределения

Запишем следующее: пусть X_{ij} — доля денежных средств i -го индивида вложенных в j -й финансовый инструмент. Дисконтирование по ставке дисконта r_i будем учитывать следующим образом: $\frac{X_{ij}}{(1+r_i)^t} \sim X_{ij}(1 - r_it)$, при малых r_i . И пусть γ_j ставка по j -у финансовому инструменту, а t_j — срок j -го финансового инструмента. Тогда относительная ценность вложений в j -й финансовый инструмент для i -го индивида равна $S_{ij} = X_{ij}(1 + (\gamma_j - r_i))$ из расчёта для срока планирования в 1 год.

Далее предположим, что для работы с j -м финансовым инструментом в течение года i -у индивиду требуются издержки пропорциональные вложениям, тогда функция полезности для i -го индивида примет следующий вид:

$$S_i = \sum_j X_{ij}(1 + (\gamma_j - r_i))(1 - \omega_{ij}),$$

где r_i — ставка дисконта i -го индивида. Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} \max_{X_{ij}} \{ \sum_j X_{ij}(1 + (\gamma_j - r_i))(1 - \omega_{ij}) \}, \\ \sum_j X_{ij} = 1. \end{cases}$$

Допустим у нас есть два финансовых инструмента: текущие счета с начислением процентов на остаток и депозиты. Тогда можно записать следующее:

$$S_i = X_{i0}(1 + (\gamma_0 - r_i))(1 - \omega_{i0}) + (1 - X_{i0})(1 + (\gamma - r_i))(1 - \omega_{i1}),$$

где X_{i0} — вложения на текущем счёта i -го индивида, а $1 - X_{i0}$ — соответственно вложения в депозиты. Условие экстремума: $\frac{\delta S_i}{\delta X_{i0}} = 0$, тогда доля всех кто выбирает первый

или второй финансовый инструмент будет зависеть от доли положительных или отрицательных знаков выражений: $(\gamma_0 - r_i)(1 - \omega_{i0}) - (\gamma - r_i)(1 - \omega_{i1})$, где:

- γ_0 — ставка по остаткам на счёте;
- γ — ставка по депозитам (на минимальный срок);
- $\delta\gamma = \gamma - \gamma_0$;
- $\omega_0 = 0$ — издержки клиентов на работу со счётом;
- ω — издержки клиентов на работу с депозитами (случайная величина с экспоненциальной плотностью распределения $f(\omega) = \frac{1}{\lambda} \exp(-\frac{\omega}{\lambda})$)^[1].

Утверждение 1. Издержки розничных клиентов на работу с депозитами есть случайная величина с экспоненциальной плотностью распределения³.

³ Показательный закон распределения широко употребляется при описании природных, технических и социальных явлений. Он имеет плотность вероятностей, для каждого действительного x заданную формулой:

$$p(x, \lambda) = \begin{cases} \frac{1}{\lambda} \exp\left(-\frac{x}{\lambda}\right) & \text{для } x \geq 0, \\ 0 & \text{для } x < 0. \end{cases}$$

Этому закону распределения приближенно подчиняются случайные величины типа времени жизни, времени службы, ожидания и т. п. В зависимости от конкретных обстоятельств параметр λ имеет тот или иной реальный смысл.

Порой степень приближения истинной плотности формулой приведенной выше оказывается недостаточной. Тогда прибегают к ее различным усложнениям, содержащим уже большее число параметров. Например, используют формулу Вейбулла:

$$p(x) = \begin{cases} Kx^\alpha \exp\left(-\frac{x^\beta}{\lambda}\right) & \text{для } x \geq 0, \\ 0 & \text{для } x < 0. \end{cases}$$

Параметры $\lambda, \beta > 0$, $\alpha \geq 0$. Постоянная K подбирается из условия $\int_0^\infty p(x)dx = 1$. При $\alpha = 0$, $\beta = 1$ формула Вейбулла переходит в показательный закон распределения.

Сделаем дополнительные предположения. Клиент выбирает между ставками γ и $\gamma - \delta\gamma$, дисконтирование теряет смысл, остаются предпочтения и издержки связанные с трудовыми затратами клиента на работу с депозитами (дополнительные усилия, планирование, временное сокращение ликвидности и т. д.). Положим, что усилия на пользование текущим (накопительным) счётом близки к нулю, а трудовые затраты на пользование депозитом равны ω (случайная величина^{[2][3]}), тогда: $(\gamma - \delta\gamma) - \gamma(1 - \omega) = -\delta\gamma + \gamma\omega$. Отсюда получаем, что доля депозитов определяется следующим выражением:

$$\delta_d = 1 - \exp\left(-\frac{\delta\gamma}{\lambda\gamma}\right).$$

Решая оптимизационную задачу банка:

$$\min_{\delta\gamma} \{\delta_d\gamma + (1 - \delta_d)\gamma_0\},$$

получаем, что банку надо придерживаться следующей стратегии:

$$\delta\gamma = \begin{cases} \lambda\gamma, & \text{при: } \lambda < 1, \\ \gamma, & \text{при: } \lambda \geq 1. \end{cases}$$

На рис. 1 представлены зависимости долей депозитов в структуре клиентских средств (депозиты, текущие счета) в зависимости от соотношения процентных ставок. На графике показано, что поведение клиентов (их предпочтения относительно финансовых инструментов) подчиняется экспоненциальному распределению: $f(\omega) = \frac{1}{\lambda} \exp\left(-\frac{\omega}{\lambda}\right)$, где ω – издержки клиентов на работу с депозитами. Издержки возникают в следствие множества причин: для управления депозитами требуются дополнительные трудовые затраты, замораживаются средства на длительный срок – сокращается ликвидность и т.д. На графике точками представлены фактические значения (Actual) долей депозитов в общей структуре финансовых инструментов: текущие счета и депозиты, в зависимости от

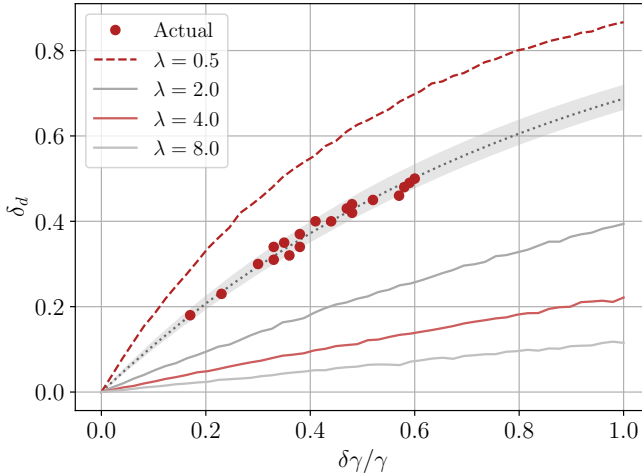


Рис. 1: Зависимость доли депозитов в зависимости от соотношения процентных ставок. Согласно фактическому поведению клиентов $\lambda = 0,86 \pm 0,06$.

соотношения процентных ставок по текущим счетам и по депозитам (срок 3 мес.). В соответствии с фактическими данными (рассматривался конкретный банк) была получена оценка относительно закона плотности распределения издержек клиентов по работе с депозитами: $\lambda = 0,86 \pm 0,06$.

Пусть банк в каждый момент придерживается некоторой стратегии ψ :

$$(1) \quad \delta\gamma = \psi\gamma,$$

и нам необходимо определить оптимальное значение ψ . Условия таковы, что помимо оценки стратегии клиента у менеджмента банка также имеются ожидания относительно будущих рыночных процентных ставок. Рассматриваем ситуацию, когда минимальный срок депозита в банке — n месяцев. Так, текущая ставка по депозитам на срок n месяцев равна γ , в следующем месяце ожидается, что ставка будет γ_2 , и т.д. Банку требуется минимизировать следующее выражение:

$$\min_{\psi} \{ \delta_d(n \cdot \gamma) + (1 - \delta_d)(1 - \psi)(\gamma + \gamma_2 + \dots + \gamma_n) \}$$

где $\delta_d = 1 - \exp(-\frac{\psi}{\lambda})$.

Далее, берем производную по ψ ,

$$[\delta_d(n \cdot \gamma) + (1 - \delta_d)(1 - \psi)(\gamma + \gamma_2 + \dots + \gamma_n)]_{\psi} = 0,$$

получаем уравнение:

$$\frac{1}{\lambda} \exp\left(-\frac{\psi}{\lambda}\right) - \exp\left(-\frac{\psi}{\lambda}\right) z - \frac{1}{\lambda} \exp\left(-\frac{\psi}{\lambda}\right) (1 - \psi)z = 0,$$

где $z = \frac{\bar{\gamma}}{\gamma}$, $\bar{\gamma} = \frac{1}{n}(\gamma + \gamma_2 + \dots + \gamma_n)$.

Отсюда получаем, что

$$\psi = 1 + \lambda - \frac{1}{z} = \lambda + \frac{\bar{\gamma} - \gamma}{\bar{\gamma}} = \lambda + \bar{\theta},$$

где $\bar{\theta} = \frac{\bar{\gamma} - \gamma}{\bar{\gamma}}$.

Следовательно в случае, когда минимальный срок размещения депозитов n мес., и имеются ожидания, что относительное изменение ставки (на срок n мес.) в среднем за период равный сроку депозиту равно $\bar{\theta} = \frac{\bar{\gamma} - \gamma}{\bar{\gamma}}$ оценка $\delta\gamma$ принимает следующий вид:

$$(2) \quad \delta\gamma = \begin{cases} \lambda\gamma + \bar{\theta}\gamma, & \text{при: } \lambda + \bar{\theta} < 1, \\ \gamma, & \text{при: } \lambda + \bar{\theta} \geq 1. \end{cases}$$

Таким образом мы доказали следующую Лемму:

Лемма 1. Выражение (2) определяет оптимальное (минимизируются расходы на привлечение денежных средств) для банка соотношение ставок по текущим счетам и по депозитам (в условиях ожидания изменений будущих рыночных процентных ставок).

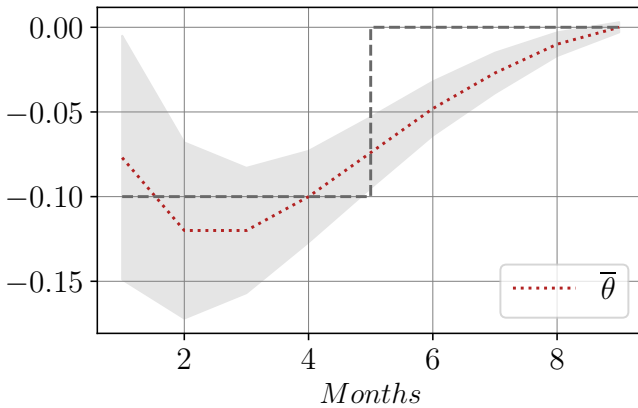


Рис. 2: Ожидаемые относительные изменения ставки (на срок 3 мес.) в среднем за период равный сроку 3 мес. в зависимости от количества месяцев с момента скачка ставок.

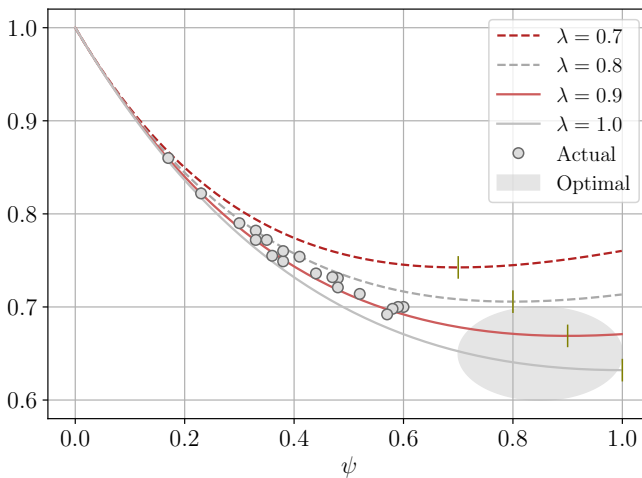


Рис. 3: Сравнительная оценка экономической эффективности в зависимости от стратегии ψ при разных значениях λ .

На рис. 2 показаны ожидаемые изменения ставки по депозитам на срок 3 месяца (средние изменения за период 3 месяца) после сильного скачка ставок (ставки росли в 1,5-2 раза). Анализ проведен на основании поведения ставок по 3-х месячным депозитам за последние 20 лет. Согласно нашей оценке $\bar{\theta} \approx -0.1$ в течении примерно 5 месяцев после сильного скачка процентных ставок. В условиях неопределенности $\bar{\theta} = 0$.

Оценка относительного экономического эффекта W при выборе между двух стратегий определяется следующей формулой (при условии $\bar{\theta} = 0$):

$$W = \frac{1 - \psi_1 \exp(-\frac{\psi_1}{\lambda})}{1 - \psi_2 \exp(-\frac{\psi_2}{\lambda})},$$

где ψ_1, ψ_2 – две разные стратегии (1).

На рис. 3 показаны зона (Optimal) оптимальных стратегий и фактические стратегии банка (Actual). Линиями показаны зависимости общих издержек (стоимости фондирования) от стратегии банка ψ для различных значений параметра экспоненциального распределения λ . Напомним, что под стратегией ψ понимается алгоритм установления процентной ставки по текущим и накопительным счетам в зависимости от заданной процентной ставки по (коротким) депозитам, которая определяется следующим выражением: $\delta\lambda = \psi\lambda$. Стратегия $\psi = 0$ означает, что ставки по накопительным и текущим счетам устанавливаются равными ставкам по коротким депозитам, а стратегия $\psi = 1$ означает, что процентные ставки по накопительным и текущим счетам устанавливаются равным нулю.

4. Выводы и перспективы

Основной результат настоящей работы заключается в определении оптимальной стратегии розничного банка, которая заключается в установке оптимального соотношения между ставками по депозитам и по текущим счетам, что, в

свою очередь, позволяет банкам существенно снизить стоимость фондирования. Исследования данных конкретных банков показали, что такая оптимизация позволяет уменьшить соответствующие издержки банков на 10-20%.

Литература

1. КЕНДАЛЛ М.ДЖ., СТЬЮАРТ А. Теория распределений: изд. «Наука», Москва, 1966.
2. ТЮРИН Ю.Н. Непараметрические методы статистики: изд. «Знание», Москва, 1978.
3. ХАСТИНГС Н., ПИККОК ДЖ. Справочник по статистическим распределениям: изд. «Статистика», Москва, 1980.
4. DE BONDT G. Interest rate pass-through. Empirical results for the euro area.: *German Economic Review* 6(1), 37-78.
5. DIAMOND D.W., DYBVIK P.H. Bank runs, deposit insurance, and liquidity: *Journal of Political Economy* 91(3), 1983, 401-419.
6. FECHT F., MARTIN A. Banks, markets, and efficiency: *Annals of Finance* 5(2), 2009, 131-160.
7. HAKANSSON G., ZIEMBA W.T. Capital growth theory. In R.A. Jarrow, V. Maksimovic, and W.T. Ziemba (Eds.): *Finance Handbook*, 123-144. North-Holland, Amsterdam, 1995.
8. HANNAN T.H., BERGER A.N. The rigidity of prices. Evidence from the banking industry: *The American Economic Review* 81(4), 1991, 938-945.
9. ILLES A., LOMBARDI M. Interest rate pass-through since the financial crises: *BIS Quarterly Review*, 2013, 57-66.
10. KUTAN A.M., OZSOZ E., RENGIFO E.W. Cross-Sectional Determinants of Bank Performance under Deposit Dollarization in Emerging Markets: *Emerging Markets Review*, 13 (4), 2012, 478-492.

11. Oesterreichische Nationalbank and Finanzmarktaufsicht Österreich 2008. Leitfaden zum Management des Zinsrisikos im Bankbuch.
12. ROLFES B., BANNERT T. Die Kalkulation variabel verzinslicher Bankgeschäfte: Handbuch Bankcontrolling (eds. Schierenbeck, H., and B. Rolfes), 2nd edition, 2001, 281-299.
13. ROUSSEAS S. A Markup Theory of Bank Loan Rates: *Journal of Post Keynesian Economics*, 1985, vol. 8, issue 1, 135-144.
14. SALOP S. Monopolistic competition with outside goods: *Journal of Economics* 10(1), 1979, 141-156.
15. SIUDEK T., ZAWOJSKA A. Optimal Deposit and Loan Interest Rates Setting in Co-Operative Banks: *Acta Scientiarum Polonorum. Oeconomia*, 14(3) 2015, 117–134.
16. SOPP H. Interest rate pass-through to the rates of core deposits a new perspective: Discussion Paper, Deutsche Bundesbank, 25, 2018.

ARTICLE TITLE

Vladimir Babikov, Institute of Control Sciences of RAS,
Moscow, Cand.Sc., assistant professor (babikov@ipu.ru).
Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Doctor of Science,
professor (Moscow, Profsoyuznaya st., 65, +7(495)198-17-20).
Oleg Babikov, Moscow Institute of Physics and Technology,
Moscow, student (babikov@mipt.ru).

Abstract: Retail bank client's behavior investigation allows us to obtain some necessary patterns for the balanced interest rates distribution model development. In order to study the behavior of retail bank clients and for the balanced interest rates distribution model developing, two types of financial instruments were studied: current accounts, deposits. The main result of this paper is the optimal ratio of current account interest rates establishing at given interest rates on deposits (in conditions of exact future market interest rates expectations).

Keywords: percent rates, deposits, current accounts.

УДК 336.7
ББК 65.054

Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии 19 января 2024 года

Поступила в редакцию 19 января 2024 года
Дата опубликования 25 февраля 2024 года