УДК 512.8
ББК 73.22.1

АЛГОРИТМЫ ИДЕНТИФИКАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ ФУНКЦИОНИРОВАНИЕМ ОКРЕСТНОСТНЫМИ СИСТЕМАМИ, ПОЛУЧЕННЫМИ НА ОСНОВЕ СЕТЕЙ ПЕТРИ

Шмырин А.М.[1]
(ЛГТУ, г. Липецк)
Седых И.А.[2]
(Институт права и экономики,, г. Липецк)

Предложены алгоритмы идентификации и управления сетями Петри с позиции окрестностных систем

Ключевые слова: сети Петри, окрестностные системы, идентификация, управление.

1. Введение

Сети Петри, как и другие дискретные модели, являются частным случаем окрестностных систем. В работе предложена методика преобразования сетей Петри в окрестностные системы, приведены алгоритмы идентификации и управления функционированием недетерминированной окрестностной системы, полученной на основе сети Петри.

[1] *Шмырин Анатолий Михайлович, доктор технических наук, профессор кафедры высшей математики (amsh@lipetsk.ru)*
[2] *Седых Ирина Александровна, доцент кафедры математических, естественнонаучных и экономических дисциплин (sedykh-irina@yandex.ru)*

2. Методика преобразования сетей Петри в окрестностные системы

2.1. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ОБОБЩЕННЫХ МАРКИРОВАННЫХ СЕТЕЙ ПЕТРИ ОКРЕСТНОСТНЫМИ СИСТЕМАМИ

Обобщенная маркированная сеть Петри (или просто сеть Петри) задается $C=(N,m_0)$ [3], где:

1). $N=(P,T,F)$ – структура сети Петри C, для которой: $P=\{p_1, p_2,\dots, p_n\}$ – непустое конечное множество позиций; $T=\{t_1, t_2,\dots, t_m\}$ – непустое конечное множество переходов ($P\cap T=\varnothing$); F – множество дуг, разделяется на два подмножества: $\{p_i, t_j\}\subseteq P\times T$ и $\{t_j, p_i\}\subseteq T\times P$;

2). $m_0=(m_1^0,\dots, m_n^0)^T$ – вектор начальной маркировки сети Петри, $m_i^0 \in \mathrm{N}_0$ $(i=1,\dots,n)$ – количество фишек в позиции p_i до начала функционирования сети Петри. Здесь и далее N_0 – множество натуральных чисел и ноль, т. е. $N_0=\{0, 1, 2, 3,\dots\}$.

Покажем, что сеть Петри является динамической окрестностной системой. Поставим в соответствие позициям сети Петри $P=\{p_1, p_2,\dots, p_n\}$ узлы окрестностной системы $A=\{a_1, a_2,\dots, a_n\}$. Маркировки позиций сети Петри будут соответствовать состояниям узлов окрестностной системы, начальная маркировка сети – состоянию окрестностной системы в начальный момент времени: $X[0]=m_0$. На каждый узел a_i $(i=1,\dots,n)$ окрестностной системы в каждый момент времени t воздействует управляющий сигнал $v[a_i,t]$, определяющий величину изменения состояния этого узла. [2,4,5]

Все множество связей между узлами A разобьем на m совокупностей окрестностей (слоев) $O[1],O[2],\dots,O[m]$. В каждый k-ый слой $(k=1,\dots,m)$ входят все узлы окрестностной системы $A=\{a_1, a_2,\dots, a_n\}$ и часть связей между ними, соответствующая k-му переходу сети Петри. Так $x[j]\in O[k]_{x[i]}$ и $v[j]\in O[k]_{v[i]}$, если $\{p_i,t_k\}\subseteq F$ и $\{t_k,p_j\}\subseteq F$ $(i=1,\dots,n,\quad j=1,\dots,n)$.

Для каждого k-го слоя окрестностной системы на основании правил функционирования сети Петри предложена система следующей структуры:

(1) $W_x^k[t+1]\cdot X[t+1]=W_x^k[t]\cdot X[t]+W_v^k[t]\cdot V[t]$,

где $W_x^k[t+1]$, $W_x^k[t]$ – матрицы коэффициентов k-го слоя по состояниям в моменты времени t+1 и t соответственно, $W_v^k[t]$ – матрица коэффициентов k-го слоя по входам в момент времени t.

В каждый момент времени $t=\{0,1,2,...,q,...\}$ на основании текущего состояния узлов системы $X[t]$ формируется случайный вектор $D\in R^m$, состоящий из нулей и одной единицы в позиции, соответствующей выбираемому слою k, по уравнениям которого происходит пересчет состояний узлов окрестностной системы в следующий момент времени t+1. Таким образом, уравнение недетерминированной динамической линейной окрестностной системы, моделирующей сеть Петри, будет иметь вид:

$$\begin{aligned}&[W_x^1[t+1]\ \ W_x^2[t+1]...W_x^m[t+1]]\cdot D\cdot X[t+1]\\ (2)\quad &=[W_x^1[t]\ \ W_x^2[t]...W_x^m[t]]\cdot D\cdot X[t]+\\ &+[W_v^1[t]\ \ W_v^2[t]...W_v^m[t]]\cdot D\cdot V[t]\end{aligned}.$$

2.2. АЛГОРИТМ ИДЕНТИФИКАЦИИ ОКРЕСТНОСТНОЙ СИСТЕМЫ, МОДЕЛИРУЮЩЕЙ СЕТЬ ПЕТРИ

Недетерминированная динамическая линейная окрестностная система, моделирующая сеть Петри, описывается системой уравнений (2). Особенностью системы является ее разбиение по слоям, причем каждому k-му слою соответствует своя система уравнений (1).

Пусть для окрестностной системы, заданной моделью (2), для каждого k-го слоя $(k=1,...,m)$ полностью определен набор всех $x[a_i,t]$, $v[a_i,t]$ в некоторый текущий момент времени t и $x[a_i,t+1]$ в следующий момент времени t+1 $(\forall a_i\in A)$. Таким образом, для каждой k-ой системы (1) заданы наборы векторов $X[t]$, $X[t+1]$, $V[t]$. Исходные данные для идентификации системы получены в результате функционирования сети Петри. Требуется найти элементы матриц коэффициентов k-го слоя $W_x^k[t+1]$, $W_x^k[t]$, $W_v^k[t]$. В связи с особенностями полученной окрестностной модели, идентификация производится для каждого слоя отдельно.

В соответствии с [1], приведем систему (1) для каждого k-го слоя к виду:

(3) $A^k L^k = 0$,

где L^k – матрица неизвестных коэффициентов специальной структуры k-го слоя. Число неизвестных коэффициентов в матрице L^k равно $3n^2$.

Для получения нетривиального решения системы (3) следует задать часть неизвестных матриц $W_x^k[t+1]$, $W_x^k[t]$, $W_v^k[t]$, т.е. решить задачу смешанной идентификации системы. Необходимое число задаваемых ненулевых элементов [1] равно $3n^2 - 3n$. Тогда (3) примет вид:

(4) $A^k L^k = B^k$.

Критерий параметрической идентификации имеет вид: $\left\| A^k L^k - B^k \right\| \to \min$, для выполнения которого необходимо найти псевдорешение (4):

(5) $L^k = A^{k+} B^k + \left(E - A^{k+} A^k\right) y$,

где A^{k+} – псевдообратная матрица к A^k, E – единичная матрица, y – вектор с произвольными элементами соответствующей размерности.

Схема алгоритма параметрической идентификации окрестностной системы, полученной на основе сетей Петри, приведена на рис.1.

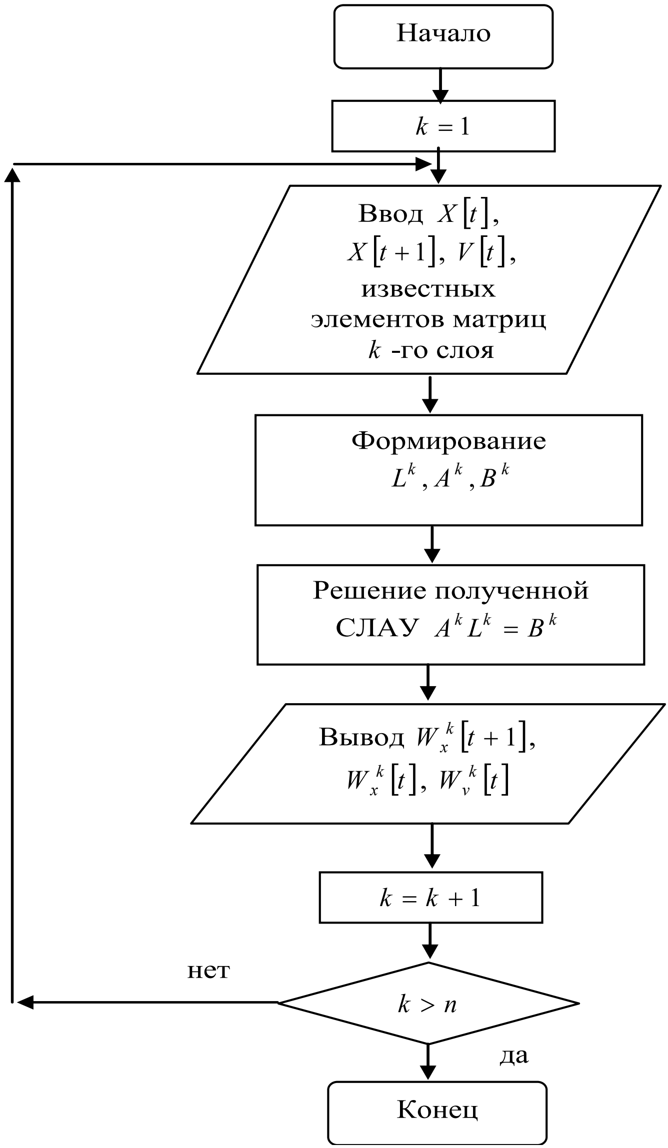

Рис.1 Схема алгоритма параметрической идентификации

Идентификация модели (2) дает следующие результаты:

1. Все матрицы коэффициентов k-го слоя равны между собой: $W_x^k[t+1] = W_x^k[t] = W_v^k[t] = W^k \quad (k = 1,...,m)$.

2. Матрица коэффициентов любого слоя в уравнениях системы совпадает с матрицей смежности этого слоя: $W^k = S^k$ $(k = 1,...,m)$.

3. Вектор $V[t]$ зависит от выбранного слоя: $V[t] = [R_1 \quad R_2 \quad ... \quad R_m] \cdot D$.

Тогда уравнение (2) принимает вид:

$$\begin{aligned} &[W^1 \quad W^2 \quad ... \quad W^m] \cdot D \cdot (X[t+1] - \\ &- X[t] - [R_1 \quad R_2 \quad ... \quad R_m] \cdot D) = 0 \end{aligned} . \tag{6}$$

2.3. ИДЕНТИФИКАЦИЯ ОКРЕСТНОСТНЫХ СИСТЕМ, ПОЛУЧЕННЫХ НА ОСНОВЕ ВРЕМЕННЫХ СЕТЕЙ ПЕТРИ

Временная сеть Петри C_t определяется как $C_t = (N, m_0, Z, S, S')$, где: $Z = (z_1 \quad z_2 \quad ... \quad z_m)^T$, $z_k \in R_+$, $(k = 1,...,m)$ – вектор продолжительности срабатывания переходов (временных задержек, блокировок); $S = (s_1 \quad s_2 \quad ... \quad s_n)^T$, $s_i \in R_+$, $(i = 1,...,n)$ – вектор временных или материальных затрат; S' – суммарное значение затрат в текущий момент функционирования сети Петри; $S'_0 = 0$.

Идентификация окрестностной системы, моделирующей временную сеть Петри, аналогична идентификации окрестностной системы, приведенной выше для обобщенных сетей Петри. Различия проявляются лишь в том, что каждому k-му слою $(k = 1,...,m)$ приписывается время его блокировки z_k, и уравнение (6) разбивается на 2 уравнения: в начале и в конце блокировки слоя:

$$\begin{aligned} &[W^1 \quad W^2 \quad ... \quad W^m] \cdot D \cdot (X[t+1] - \\ &- X[t] - [R_1^- \quad R_2^- \quad ... \quad R_m^-] \cdot D) = 0 \end{aligned} ; \tag{7}$$

$$(8)\quad \begin{aligned}&\begin{bmatrix}W^1 & W^2 & \ldots & W^m\end{bmatrix}\cdot D\cdot(X[t+1]-\\&-X[t]-\begin{bmatrix}R_1^+ & R_2^+ & \ldots & R_m^+\end{bmatrix}\cdot D)=0\end{aligned}.$$

3. Алгоритм управления функционированием окрестностной системы

Рассмотрим управление функционированием окрестностной системы, полученной на основе временной сети Петри C_t. Управление осуществляется вектором D, единица в котором соответствует слою окрестностной системы. По уравнениям выбранного слоя происходит переход к новым состояниям.

Вектор D определяется на основании условия активности слоя недетерминированной окрестностной системы. Заблокированным будем считать слой, в котором в текущий момент времени выполняется задержка. Активным считается незаблокированный слой, для которого выполняется условие:

$$(9)\quad X[t]\geq R_j^-.$$

В каждый момент времени может быть активно несколько слоев.

При управлении функционированием недетерминированной окрестностной системы можно ввести ограничение на количество активных слоев, которое позволит варьировать недетерминированность системы в каждый момент времени t.

Для недетерминированных окрестностных систем можно рассмотреть несколько критериев оптимальности, учитывающих, например, время функционирования производственного процесса, общее количество затрат на производство продукции и т.д. В данной работе рассмотрим критерий времени функционирования процесса при ограничении размера затрат:

$$(10)\quad J=\sum_{\tau=1}^{T} z_\tau \to \min \text{ при } \sum_{\tau=1}^{T}\sum_{a_i\in O[\tau]} S[a_i]\leq S_{кр},$$

где τ – номер такта функционирования системы, $O[\tau]$ – активный слой на шаге τ, $a_i \in O[\tau]$ – узлы, входящие в слой, $S[a_i]$ – затраты в узле a_i, $S_{\text{кр}}$ – критическое значение затрат.

Опишем алгоритм управления функционированием недетерминированной окрестностной системы на основе задания меры недетерминированности, обеспечивающий минимальное значение критерия при максимальном значении недетерминированности. Алгоритм основан на построении дерева состояний из текущего состояния на заданную глубину.

1. Каждому k-му слою $(k = 1,...,m)$ окрестностной системы сопоставить свой вес (или приоритет) $w_k \in [0,1]$ по следующему правилу: чем меньше время блокировки слоя z_k, тем больше приоритет.

2. Задать глубину дерева G. Задать начальное состояние $X[0]$. Задать меру недетерминированности $1/m \le g \le 1$, где m – количество слоев окрестностной системы. $t = 0$.

3. Для текущего состояния $X[t]$ найти множество активных слоев A_t в соответствии с условием (9). Если активных слоев нет, конец алгоритма.

4. В соответствии с мерой g найти подмножество B_t множества A_t, причем в B_t выбираются слои из A_t в порядке убывания приоритета.

5. В дерево добавить потомков узла $X[t]$, полученных в результате всех комбинаций последовательности функционирования слоев из множества B_t. Для каждого узла дерева v найти время функционирования t_v и величину затрат S_v. Причем, если для какого-либо узла дерева $S_v > S_{кр}$, то такой узел далее не рассматривается.

6. В цикле перебирать потомков узла $X[t]$, $t = t + 1$. Для каждого из потомков выполнять алгоритм, начиная с пункта 3.

В построенном дереве ищется путь, для которого $S_v \le S_{кр}$ и время функционирования минимально. Найденный путь даст оптимальное значение критерия (10) при максимальной мере недетерминированности $g=1$. При уменьшении меры недетерминированности можно получить квазиоптимальное решение, при этом существенно снижается время работы алгоритма.

4. Заключение

Таким образом, в работе предложена методика преобразования сетей Петри в окрестностные системы, приведены алгоритмы идентификации и управления функционированием недетерминированной окрестностной системы, полученной на основе сети Петри. Алгоритм управления функционированием системы позволяет задавать меру стохастичности системы и, тем самым переходить от полностью недетерминированной к детерминированной системе.

Литература

1. БЛЮМИН С.Л., ШМЫРИН А.М. *Окрестностные системы: монография*. Липецк: ЛЭГИ, 2005.- 132 с.
2. БЛЮМИН С.Л., ШМЫРИН А.М., СЕДЫХ И.А. *Основные свойства сетей Петри как окрестностных систем*. Материалы Воронежской весенней математической школы «Понтрягинские чтения-XIX» –Воронеж: ВГУ, 2008.- с. 48-49.
3. ЛЕОНЕНКОВ А.В. *Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH*. – Спб.: БХВ-Петербург, 2005. – 736 с.
4. ШМЫРИН А.М., СЕДЫХ И.А. *Идентификация линейных окрестностных систем, представляющих сети Петри*. Перспективы развития информационных технологий.

Сборник материалов I Всероссийской научно-практической конференции – Новосибирск: ЦРНС – Издательство СИБПРИНТ, 2008.- с. 91-97.

5. ШМЫРИН А.М., СЕДЫХ И.А. *Моделирование сетей Петри линейными окрестностными системами*. Экономика и управление: проблемы, тенденции, перспективы. Сборник научных трудов.– Липецк: МИПиЭ, 2008.- с. 133-136.

THE ALGORITHMS OF THE IDENTIFICATION AND CONTROLLING BY OPERATION THE NEIGHBORHOOD'S SYSTEMS WHITCH WAS RECEIVED ON THE PETRI NET'S BASE

Anatoly Shmyrin, Lipetsk State Technical University, Lipetsk, Doctor of Science, professor (amsh@lipetsk.ru).
Irina Sedykh, Institute of Law and Economy, Lipetsk, assistant professor (sedykh-irina@yandex.ru).

The algorithms of the identification and controlling by Petri nets with neighborhood's systems position are offered.

Key words: Petri nets, neighborhood's systems, identification, control.