

ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ИДЕНТИФИКАЦИИ МОДЕЛЕЙ СОГЛАСОВАНИЯ ИНТЕРЕСОВ В ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКЕ¹

Часть 2. Теоретико-игровые модели

**Антоненко А.В.², Лошкарев И.В.³, Панков В.С.⁴,
Угольницкий Г.А.⁵**

(Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону)

В статье рассматриваются теоретико-игровые модели согласования интересов в электроэнергетике. Представлена программная реализация расчетов моделей. На основе полученных результатов сформированы рекомендации, сделаны выводы о целесообразности ввода счетчиков нового поколения.

Ключевые слова: теоретико-игровые модели, электроэнергетический сектор, математическое моделирование, программная реализация.

1. Введение

Цель работы - создание программного комплекса для решения и исследования достаточно простых математических моделей, которые могут быть использованы для решения

¹ Работа поддержана Южным федеральным университетом, проект №213.01-07-2014/07ПЧВГ

² Антоненко Андрей Валерьевич, кандидат технических наук, ассистент (andrei80586@yandex.ru)

³ Лошкарев Илья Витальевич, ассистент (loshkarev.i@gmail.com)

⁴ Панков Владимир Сергеевич, магистр прикладной математики и информатики (+79888987246)

⁵ Угольницкий Геннадий Анатольевич, доктор физико-математических наук, профессор (ougoln@mail.ru)

практических задач мотивационного управления в электроэнергетике, и обсуждение проблем их идентификации.

Во второй части работы рассматриваются теоретико-игровые модели; описание программного комплекса и его применение для исследования оптимизационных моделей помещены в первую часть статьи. Основное внимание здесь вновь уделяется анализу зависимости решений от модельных параметров с помощью программного комплекса.

Практическая значимость работы состоит в создании инструмента для анализа и идентификации параметров моделей стимулирования инноваций в электроэнергетике. Во второй части статьи исследованы следующие модели:

- Теоретико-игровая модель с экспоненциальным видом функций дохода игроков;
- Теоретико-игровая модель с показательным видом функций дохода игроков;
- Теоретико-игровая модель Гермейера-Вателя с экспоненциальным видом функций дохода игроков;
- Теоретико-игровая модель Гермейера-Вателя с показательным видом функций дохода игроков.

В составе программного комплекса реализовано решение следующих моделей:

- Общий случай теоретико-игровой модели со степенным видом функций дохода игроков;
- Общий случай теоретико-игровой модели с экспоненциальным видом функций дохода игроков;
- Общий случай теоретико-игровой модели с показательным видом функций дохода игроков;
- Частный случай теоретико-игровой модели со степенным видом функций дохода игроков;
- Частный случай теоретико-игровой модели с экспоненциальным видом функций дохода игроков;
- Частный случай теоретико-игровой модели с показательным видом функций дохода игроков;

- Теоретико-игровая модель Гермейера-Вателя со степенным видом функций дохода игроков;
- Теоретико-игровая модель Гермейера-Вателя с экспоненциальным видом функций дохода игроков;
- Теоретико-игровая модель Гермейера-Вателя с показательным видом функций дохода игроков;
- Теоретико-игровая иерархическая модель.

Часть исследуемых в работе моделей решалась аналитически, часть численно. Так, теоретико-игровые модели общего вида сводились к решению системы нелинейных алгебраических уравнений (СНЛАУ). Численное решение осуществлено методом Зейделя, данный метод применяется для решения СНЛАУ вида:

$$(1) \begin{cases} x_1 = f_1(x_1, \dots, x_n), \\ \dots \\ x_n = f_n(x_1, \dots, x_n). \end{cases}$$

Алгоритм метода Зейделя:

1. Задать начальное приближение $x^{(0)}$ и малое положительно число ε (точность), положить $k = 0$.
2. Вычислить $x^{(k+1)}$ -е, пользуясь значениями, полученными для предыдущих уравнений на текущей итерации.
3. Если $\Delta^{(k+1)} = \max_i |x_i^{(k+1)} - x_i^{(k)}| \leq \varepsilon$, то процесс завершить и положить $x^* = x^{(k+1)}$, иначе $k = k + 1$ и перейти к п.2.

Для решения теоретико-игровой иерархической модели использовалась теорема Гермейера [6].

Теорема Гермейера. Пусть функции выигрыша первого и второго игроков $M_1(x_1, x_2), M_2(x_1, x_2)$ непрерывны на компактах X_1, X_2 (множествах допустимых управлений игроков). Введем следующие функции: стратегию наказания игрока 2 $x_1^P(x_2)$ по правилу $M_2(x_1^P, x_2) = \min_{x_1 \in X_1} M_2(x_1, x_2)$,

и доминирующую стратегию игрока 1 $x_1^D(x_2)$, которая удовлетворяет условию $M_1(x_1^D, x_2) = \max_{x_1 \in X_1} M_2(x_1, x_2)$.

Кроме того, введем величины и множества:

$$(2) L_2 = \max_{x_2 \in X_2} M_2(x_1^P(x_2), x_2);$$

$$(3) E_2 = \{x_2 \in X_2 : M_2(x_1^P(x_2), x_2) = L_2\};$$

$$(4) D_2 = \{(x_1, x_2) : X_1 \times X_2 : M_2(x_1, x_2) > L_2\};$$

$$(5) K_1 = \sup_{(x_1, x_2) \in D_2} M_1(x_1, x_2) \leq M_1(x_1^\varepsilon, x_2^\varepsilon) + \varepsilon \quad (D_2 \neq \emptyset \Rightarrow K_1 = -\infty);$$

$$(6) K_2 = \min_{x_2 \in E_2} \max_{x_1 \in X_1} M_1(x_1, x_2).$$

Тогда гарантированный выигрыш игрока 1 (ведущего) в игре Γ_2 (игре, в которой первый игрок имеет информацию о выборе второго игрока) равен $w_1 = \max(K_1, K_2)$, а соответствующая ε -оптимальная гарантирующая стратегия имеет вид:

$$(7) \tilde{x}_1^\varepsilon(x_2) = \begin{cases} x_1^\varepsilon, & x_2 = x_2^\varepsilon, K_1 > K_2, \\ x_1^D(x_2), & x_2 \in D_2, K_1 \leq K_2, \\ x_1^P(x_2), & \text{иначе.} \end{cases}$$

2. Модели стимулирования инноваций в электроэнергетике

2.1. ТЕОРЕТИКО-ИГРОВАЯ МОДЕЛЬ С СИММЕТРИЧНЫМИ ИГРОКАМИ

Рассмотрим игру в нормальной форме с тремя игроками: местный орган управления ($i=1$), товарищество собственников жилья ($i=2$) и энергетическая компания ($i=3$). В целом модель можно записать в следующем виде:

$$(8) g_i(u_1, u_2, u_3) \rightarrow \max, u_i \in U_i, i = 1, 2, 3, \text{ где:}$$

u_i - доля бюджета развития i -го игрока, ассигнуемая на инновации в электроэнергетике;

g_i - доход игрока i от этих инноваций.

Рассмотрим различные виды функций выигрыша g_i :

1. Степенные функции дохода центра и затрат агента:

$$(9) g_i(u_1, u_2, u_3) = a_i(u_1 + u_2 + u_3)^{\alpha_i} - 0.5b_i u_i^2,$$

$$a_i > 0, b_i > 0, 0 \leq \alpha_i \leq 1, i = 1, 2, 3;$$

Для нахождения равновесия по Нэшу необходимо решить систему уравнений:

$$(10) \frac{\partial g_i(u)}{\partial u_i} = 0,$$

$$(11) \frac{\partial g_i(u)}{\partial u_i} = a_i \alpha_i (u_1 + u_2 + u_3)^{\alpha_i - 1} - b_i u_i, i = 1, 2, 3.$$

$$(12) \begin{cases} a_1 \alpha_1 (u_1 + u_2 + u_3)^{\alpha_1 - 1} - b_1 u_1 = 0 \\ a_2 \alpha_2 (u_1 + u_2 + u_3)^{\alpha_2 - 1} - b_2 u_2 = 0 \\ a_3 \alpha_3 (u_1 + u_2 + u_3)^{\alpha_3 - 1} - b_3 u_3 = 0 \end{cases}$$

В общем виде требуется численное решение.

Упростим модель и рассмотрим частный случай:

$a_i \equiv a, b_i \equiv b, \alpha_i \equiv \alpha$, тогда получаем:

$$a\alpha(3u)^{\alpha-1} = bu,$$

$$bu_1 = bu_2 = bu_3 = bu = a\alpha(3u)^{\alpha-1}, \text{ откуда:}$$

$$u^* = \left[\frac{3^{\alpha-1} a \alpha}{b} \right]^{\frac{1}{2-\alpha}}.$$

В безразмерном варианте $a = b = 1$, имеем:

$$(13) u^* = [3^{\alpha-1} \alpha]^{\frac{1}{2-\alpha}}.$$

2. Экспоненциальные функции дохода центра и затрат агента:

$$(14) g_i(u_1, u_2, u_3) = a_i (1 - e^{-\alpha_i(u_1+u_2+u_3)}) - \frac{b_i}{\beta} (e^{\beta u_i} - 1),$$

$$a_i > 0, b_i > 0, \alpha_i \geq 0, \beta_i \geq 0, i = 1, 2, 3;$$

Для нахождения равновесия по Нэшу необходимо решить систему уравнений:

$$(15) \frac{\partial g_i(u)}{\partial u_i} = 0,$$

$$(16) \frac{\partial g_i(u)}{\partial u_i} = a_i \alpha_i e^{-\alpha_i(u_1+u_2+u_3)} - b_i e^{\beta u_i}, i = 1, 2, 3.$$

$$(17) \begin{cases} a_1 \alpha_1 e^{-\alpha_1(u_1+u_2+u_3)} - b_1 e^{\beta u_1} = 0 \\ a_2 \alpha_2 e^{-\alpha_2(u_1+u_2+u_3)} - b_2 e^{\beta u_2} = 0 \\ a_3 \alpha_3 e^{-\alpha_3(u_1+u_2+u_3)} - b_3 e^{\beta u_3} = 0 \end{cases}$$

В общем виде требуется численное решение. Упростим модель, и рассмотрим частный случай:

$a_i \equiv a, b_i \equiv b, \alpha_i \equiv \alpha$, тогда получаем:

$$a\alpha e^{-3\alpha u} = b e^{\beta u},$$

$$e^{\beta u + 3\alpha u} = \frac{a\alpha}{b}$$

$$\beta u_1 = \beta u_2 = \beta u_3 = \beta u = \ln\left(\frac{a\alpha}{b}\right) - 3\alpha u, \text{ откуда:}$$

$$(18) u^* = \frac{\ln\left(\frac{a\alpha}{b}\right)}{3\alpha + \beta}.$$

В безразмерном варианте $a = b = 1$, имеем:

$$(19) u^* = \frac{\ln(\alpha)}{3\alpha + \beta}.$$

3. Показательные функции дохода центра и затрат агента:

$$(20) g_i(u_1, u_2, u_3) = a_i(1 - \alpha_i^{u_1+u_2+u_3}) - \frac{b_i}{\ln \beta}(\beta^{u_i} - 1),$$

$$a_i > 0, b_i > 0, 0 < \alpha_i < 1, \beta_i \geq 1, i = 1, 2, 3;$$

Для нахождения равновесия по Нэшу необходимо решить систему уравнений:

$$(21) \frac{\partial g_i(u)}{\partial u_i} = 0,$$

$$(22) \frac{\partial g_i(u)}{\partial u_i} = -a_i \ln \alpha_i \alpha_i^{u_1+u_2+u_3} - b_i \beta^{u_i}, i = 1, 2, 3.$$

$$(23) \begin{cases} a_1 \ln \alpha_1 \alpha_1^{u_1+u_2+u_3} + b_1 \beta^{u_1} = 0 \\ a_2 \ln \alpha_2 \alpha_2^{u_1+u_2+u_3} + b_2 \beta^{u_2} = 0 \\ a_3 \ln \alpha_3 \alpha_3^{u_1+u_2+u_3} + b_3 \beta^{u_3} = 0 \end{cases}$$

В общем виде требуется численное решение.

Упростим модель, и рассмотрим частный случай:

$$a_i \equiv a, b_i \equiv b, \alpha_i \equiv \alpha, \text{ тогда получаем:}$$

$$(24) a \ln \alpha \alpha^{3u} = -b \beta^u,$$

$$(25) \frac{\alpha^{3u}}{\beta^u} = -\frac{b}{a \ln \alpha}$$

$$(26) \ln\left(\frac{\alpha^{3u}}{\beta^u}\right) = \ln\left(-\frac{b}{a \ln \alpha}\right)$$

$$(27) 3u \ln \alpha - u \ln \beta = \ln\left(-\frac{b}{a \ln \alpha}\right), \text{ откуда:}$$

$$(28) u^* = \frac{\ln\left(-\frac{b}{a \ln \alpha}\right)}{3 \ln \alpha - \ln \beta}.$$

В безразмерном варианте $a = b = 1$, имеем:

$$(29) u^* = \frac{\ln\left(-\frac{1}{\ln \alpha}\right)}{3 \ln \alpha - \ln \beta}.$$

2.3. ТЕОРЕТИКО-ИГРОВАЯ МОДЕЛЬ ГЕРМЕЙЕРА-ВАТЕЛЯ

Рассмотрим модель в иерархической постановке Γ_1 . В данной модели каждый игрок располагает бюджетом, который он может ассигновать на развитие инноваций. Каждый из игроков выбирает, какую часть бюджета потратить на развитие. Также в данной модели игроки имеют разные затраты на развитие инноваций.

$$(30) g_1(u_1, u_2) = aH(u_1, u_2) - b_1u_1 \rightarrow \max, 0 \leq u_1 \leq 1;$$

$$(31) g_1(u_1, u_2) = aH(u_1, u_2) - b_2u_2 \rightarrow \max, 0 \leq u_2 \leq 1;$$

$$a > 0, b_1 > 0, b_2 > 0.$$

Здесь:

u_i - часть бюджета развития, ассигнуемая i -м игроком на развитие инноваций;

a - доход игроков при максимальном ассигновании бюджета на развитие инноваций обоими игроками;

b_i - затраты i -го игрока при максимальном ассигновании бюджета на инновации.

Рассмотрим функции выигрыша следующего вида: степенные, показательные, экспоненциальные.

1. Степенные функции выигрыша игроков:

$$(32) g_1(u_1, u_2) = a(u_1 + u_2)^\alpha - b_1u_1 \rightarrow \max, 0 \leq u_1 \leq 1;$$

$$(33) g_2(u_1, u_2) = a(u_1 + u_2)^\alpha - b_2u_2 \rightarrow \max, 0 \leq u_2 \leq 1;$$

$$0 < \alpha \leq 1, a > 0, b_1 > 0, b_2 > 0.$$

Для нахождения оптимальной реакции ведомого надо решить уравнение (условия второго порядка здесь также выполнены):

$$(34) \frac{\partial g_2}{\partial u_2} = 0,$$

$$(35) \frac{\partial g_2}{\partial u_2} = a\alpha(u_1 + u_2)^{\alpha-1} - b_2, \text{ откуда:}$$

$$(36) u_2^*(u_1) = \left(\frac{b_2}{a\alpha}\right)^{\frac{1}{\alpha-1}} - u_1.$$

Поскольку функция выигрыша ведущего убывает по u_1 :

$$(37) g_1(u_1, u_2^*(u_1)) = a\left(\frac{b_2}{a\alpha}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} - b_1u_1, \text{ то:}$$

$$(38) u_1^* = 0, u_2^*(u_1^*) = \left(\frac{b_2}{a\alpha}\right)^{\frac{1}{\alpha-1}}.$$

Таким образом, равновесие по Штакельбергу в этой игре:

$$(39) ST_1 = \left\{ \left(0; \left(\frac{b_2}{a\alpha} \right)^{\frac{1}{\alpha-1}} \right) \right\}.$$

Выигрыши игроков составляют:

$$(40) g_1(u_1^*, u_2^*) = a \left(\frac{b_2}{a\alpha} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}},$$

$$(41) g_2(u_1^*, u_2^*) = (1 - \alpha) a \left(\frac{b_2}{a\alpha} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}.$$

2. Экспоненциальные функции выигрыша игроков:

$$(42) g_1(u_1, u_2) = a(1 - e^{-\alpha(u_1+u_2)}) - b_1 u_1 \rightarrow \max, 0 \leq u_1 \leq 1;$$

$$(43) g_2(u_1, u_2) = a(1 - e^{-\alpha(u_1+u_2)}) - b_2 u_2 \rightarrow \max, 0 \leq u_2 \leq 1;$$

$$\alpha > 0, a > 0, b_1 > 0, b_2 > 0.$$

Для нахождения оптимальной реакции ведомого надо решить уравнение (условия второго порядка здесь также выполнены):

$$(44) \frac{\partial g_2}{\partial u_2} = 0,$$

$$(45) \frac{\partial g_2}{\partial u_2} = a\alpha e^{-\alpha(u_1+u_2)} - b_2, \text{ откуда:}$$

$$(46) u_2^*(u_1) = \frac{\ln\left(\frac{a\alpha}{b_2}\right)}{\alpha} - u_1.$$

Поскольку функция выигрыша ведущего убывает по u_1 :

$$(47) g_1(u_1, u_2^*(u_1)) = a(1 - e^{-\ln\left(\frac{a\alpha}{b_2}\right)}) - b_1 u_1, \text{ то:}$$

$$(48) u_1^* = 0, u_2^*(u_1^*) = \frac{\ln\left(\frac{a\alpha}{b_2}\right)}{\alpha}.$$

Таким образом, равновесие по Штакельбергу в этой игре:

$$(49) ST_1 = \left\{ \left(0; \frac{\ln\left(\frac{a\alpha}{b_2}\right)}{\alpha} \right) \right\}.$$

Выигрыши игроков составляют:

$$(50) g_1(u_1^*, u_2^*) = a(1 - e^{-\ln\left(\frac{a\alpha}{b_2}\right)}),$$

$$(51) g_2(u_1^*, u_2^*) = a \left(1 - e^{-\ln\left(\frac{a\alpha}{b_2}\right)} \right) - \frac{b_2 \ln\left(\frac{a\alpha}{b_2}\right)}{\alpha}.$$

3. Показательные функции выигрыша игроков:

$$(52) g_1(u_1, u_2) = a(1 - \alpha^{u_1+u_2}) - b_1 u_1 \rightarrow \max, 0 \leq u_1 \leq 1;$$

$$(53) g_2(u_1, u_2) = a(1 - \alpha^{u_1+u_2}) - b_2 u_2 \rightarrow \max, 0 \leq u_2 \leq 1;$$

$$0 < \alpha < 1, a > 0, b_1 > 0, b_2 > 0.$$

Для нахождения оптимальной реакции ведомого надо решить уравнение (условия второго порядка здесь также выполнены):

$$(54) \frac{\partial g_2}{\partial u_2} = 0,$$

$$(55) \frac{\partial g_2}{\partial u_2} = -a \ln \alpha \alpha^{u_1+u_2} - b_2, \text{ откуда:}$$

$$(56) \alpha^{u_2} = -\frac{b_2}{a \ln \alpha} \alpha^{-u_1},$$

$$(57) u_2^*(u_1) = \log_{\alpha} \left(-\frac{b_2}{a \ln \alpha} \right) - u_1.$$

Поскольку функция выигрыша ведущего убывает по u_1 :

$$(58) g_1(u_1, u_2^*(u_1)) = \frac{b_2 + a \ln \alpha}{\ln \alpha} - b_1 u_1, \text{ то:}$$

$$(59) u_1^* = 0, u_2^*(u_1^*) = \log_{\alpha} \left(-\frac{b_2}{a \ln \alpha} \right).$$

Таким образом, равновесие по Штакельбергу в этой игре:

$$(60) ST_1 = \left\{ \left(0; \log_{\alpha} \left(-\frac{b_2}{a \ln \alpha} \right) \right) \right\}.$$

Выигрыши игроков составляют:

$$(61) g_1(u_1^*, u_2^*) = \frac{b_2 + a \ln \alpha}{\ln \alpha},$$

$$(62) g_2(u_1^*, u_2^*) = \frac{b_2}{\ln \alpha} + a - b_2 \log_{\alpha} \left(-\frac{b_2}{a \ln \alpha} \right).$$

2.4. ТЕОРЕТИКО-ИГРОВАЯ ИЕРАРХИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Рассмотрим иерархическую игру, в которой первый игрок – ведущий (с правом первого хода), второй – ведомый. Ведущий стремится заинтересовать ведомого во внедрении инноваций. Модель имеет вид:

$$(63) g_1(u_1, u_2) \rightarrow \max, u_1 \in U_1;$$

$$(64) g_2(u_1, u_2) \rightarrow \max, u_2 \in U_1;$$

Рассмотрим в качестве примера игру:

$$(65) g_1(u_1, u_2) = a_1 u_1 - 0.5 b_1 u_1^2 + c_1 u_2 \rightarrow \max, 0 \leq u_1 \leq 1;$$

$$(66) g_2(u_1, u_2) = a_2 u_2 - 0.5 b_2 u_2^2 + c_2 u_1 \rightarrow \max, 0 \leq u_2 \leq 1.$$

Здесь u_i – доля бюджета развития игрока i , ассигнуемая на инновации в электроэнергетике (установку счетчиков «Аргус»); g_i – общий доход игрока i от инноваций в ситуации (u_1, u_2) .

Найдем сначала равновесие по Штакельбергу в игре Γ_1 :

$$(67) \frac{\partial g_2}{\partial u_2} = a_2 - b_2 u_2 \Rightarrow u_2^* = R_2(u_1) = \frac{a_2}{b_2};$$

$$(68) \frac{\partial g_1(u_1, u_2^*)}{\partial u_1} = a_1 - b_1 u_1 \Rightarrow u_1^* = \frac{a_1}{b_1};$$

$$(69) ST_1 = \left\{ \left(\frac{a_1}{b_1}, \frac{a_2}{b_2} \right) \right\}.$$

ST_1 является также равновесием Нэша, т.к. уравнения:

$$\frac{\partial g_1}{\partial u_1} = 0, \frac{\partial g_2}{\partial u_2} = 0 - \text{независимы.}$$

Теперь найдем равновесие по Штакельбергу в игре Γ_2 , используя теорему Гермейера [6].

В нашем примере, доминирующая стратегия первого игрока:

$$(70) u_1^D(u_2) \equiv \frac{a_1}{b_1};$$

Стратегия наказания второго игрока:

$$(71) u_1^P(u_2) \equiv \frac{a_1}{b_1};$$

Множества:

$$(72) L_2 = \max_{0 \leq u_2 \leq 1} g_2(0, u_2) = g_2\left(0, \frac{a_2}{b_2}\right) = \frac{a_2^2}{2b_2};$$

$$(73) E_2 = \left\{ \left(\frac{a_2}{b_2} \right) \right\};$$

$$(74) D_2 = \{(u_1, u_2): g_2(u_1, u_2) > L_2\};$$

$$(75) K_2 = g_1(u_1^*, u_2^*) = \frac{a_1^2}{2b_1} + \frac{a_2 c_1}{b_2};$$

Для нахождения величины K_1 надо решить задачу:

$$(76) a_1 u_1 - 0.5 b_1 u_1^2 + c_1 u_2 \rightarrow \max$$

$$(77) \begin{cases} a_2 u_2 - b_2 u_2^2 + c_2 u_2 > \frac{a_2^2}{2b_2} \\ 0 \leq u_1 \leq 1, 0 \leq u_2 \leq 1; \end{cases}$$

Откуда вновь:

$$(78) u_1^* = \frac{a_1}{b_1}, u_2^* = \frac{a_2}{b_2};$$

$$(79) K_1 = \frac{a_2^2}{2b_2} + \frac{a_1 c_2}{b_1}.$$

Так как $E_2 = \{u_2^*\}$ при любом соотношении (K_1, K_2) получаем:

$$(80) \widetilde{u}_1^*(u_2) = \begin{cases} \frac{a_1}{b_1}, u_2 = \frac{a_2}{b_2} \\ 0, u_2 \neq \frac{a_2}{b_2} \end{cases}$$

Таким образом, в данном случае решения игр Γ_1 и Γ_2 совпадают.

3. Программная реализация комплекса

3.1. ТЕОРЕТИКО-ИГРОВАЯ МОДЕЛЬ С СИММЕТРИЧНЫМИ ИГРОКАМИ

Для численного решения системы нелинейных алгебраических уравнений (СНЛАУ) методом Зейделя использованы следующие формулы приближённого вычисления:

1. Степенные функции:

$$(81) u_1^{(k+1)} = \frac{a_1 \alpha_1 (u_1^{(k)} + u_2^{(k)} + u_3^{(k)})^{\alpha_1 - 1}}{b_1};$$

$$(82) u_2^{(k+1)} = \frac{a_2 \alpha_2 (u_1^{(k+1)} + u_2^{(k)} + u_3^{(k)})^{\alpha_2 - 1}}{b_2};$$

$$(83) u_3^{(k+1)} = \frac{a_3 \alpha_3 (u_1^{(k+1)} + u_2^{(k+1)} + u_3^{(k)})^{\alpha_3 - 1}}{b_3}.$$

2. Экспоненциальные функции:

$$(84) u_1^{(k+1)} = \frac{\ln\left(\frac{a_1 \alpha_1}{b_1}\right) - \alpha_1 (u_1^{(k)} + u_2^{(k)} + u_3^{(k)})}{\beta};$$

$$(85) u_2^{(k+1)} = \frac{\ln\left(\frac{a_2 \alpha_2}{b_2}\right) - \alpha_2 (u_1^{(k+1)} + u_2^{(k)} + u_3^{(k)})}{\beta};$$

$$(86) u_3^{(k+1)} = \frac{\ln\left(\frac{a_3 \alpha_3}{b_3}\right) - \alpha_3 (u_1^{(k+1)} + u_2^{(k+1)} + u_3^{(k)})}{\beta}.$$

3. Показательные функции:

$$(87) u_1^{(k+1)} = \log_{\beta} \left(-\frac{a_1 \ln \alpha_1}{b_1} \right) + \log_{\beta}(\alpha_1) (u_1^{(k)} + u_2^{(k)} + u_3^{(k)});$$

$$(88) u_2^{(k+1)} = \log_{\beta} \left(-\frac{a_2 \ln \alpha_2}{b_2} \right) + \log_{\beta}(\alpha_2) (u_1^{(k+1)} + u_2^{(k)} + u_3^{(k)});$$

$$(89) u_3^{(k+1)} = \log_{\beta} \left(-\frac{a_3 \ln \alpha_3}{b_3} \right) + \log_{\beta}(\alpha_3) (u_1^{(k+1)} + u_2^{(k+1)} + u_3^{(k)}).$$

4. Выполнение расчётов и анализ результатов

4.1. ТЕОРЕТИКО-ИГРОВАЯ МОДЕЛЬ С СИММЕТРИЧНЫМИ ИГРОКАМИ

После проведения расчетов в программном комплексе для моделей со степенными функциями в общем случае и различными значениями параметров $a_i = b_i = 1$, $a_i = 10, b_i = 20$, $a_i = 20, b_i = 10$ и в случае, когда данные параметры не связаны друг с другом, можно сделать следующие выводы:

1. Относительно особенностей реализации решения методом Зейделя: в силу итерационного решения СНЛАУ, путём повышения точности при решении каждого следующего из уравнений стало видно, что наиболее точное решение получается для последних итераций. По этой же причине изменение порядка уравнений при решении влияет на погрешность.

2. Что касается непосредственно анализа влияния параметров α_i на решение модели, стало понятно, что при равных между собой значениях параметра α_i , оптимальные значения u_i^* и выигрыши игроков g_i^* возрастают при росте α_i . При не равных между собой значениях параметров α_i наблюдается та же тенденция. Влияние параметра α_i на решение не зависит от выбора параметров a_i и b_i . Основываясь на этом, можно сказать, что для максимизации значений u_i^* и g_i^* необходимо брать максимальные значения параметров α_i .

3. Также можно сделать вывод, что решение модели растёт по параметрам a_i и убывает по параметрам b_i .

При решении модели с показательными функциями в общем случае, были рассмотрены варианты с такими значениями параметров:

- $a_i = b_i = 1; \alpha_i = 0,1;$
- $a_i = b_i = 1; \alpha_i = 0,3;$
- $a_i = b_i = 1; \alpha_i = 0,5;$
- $a_i = b_i = 1; \alpha_i = 0,7;$
- $a_i = b_i = 1; \alpha_i = 0,9;$
- $a_i = 10, b_i = 20; \alpha_i = 0,1;$

- $a_i = 10, b_i = 20; \alpha_i = 0,3;$
- $a_i = 10, b_i = 20; \alpha_i = 0,5;$
- $a_i = 10, b_i = 20; \alpha_i = 0,7;$
- $a_i = 10, b_i = 20; \alpha_i = 0,9;$
- $a_i = 20, b_i = 10; \alpha_i = 0,1;$

Анализируя полученные результаты, можно сказать, что по параметру β решение модели u_1^* и u_3^* стремится от $+\infty$ к $-\varepsilon$, а u_2^* стремится от $-\infty$ к $-\varepsilon$, где $\varepsilon < 1$; при этом стремится неравномерно, то возрастаая локально, то убывая. При росте параметров α_i решение модели сходится к 0 при меньших значениях параметра β .

Для модели общего вида с показательным видом функций имеет место проблема выхода решения за пределы области допустимых значений переменных. В данном случае полагалось, что:

$$(90) u^* = \begin{cases} 0, u^* < 0 \\ u^*, 0 \leq u^* \leq 1 \\ 1, u^* > 1 \end{cases}$$

Наименее заметна эта проблема в случае, когда $a_i > b_i$.

В случае экспоненциальных функций проводились расчеты со следующими значениями параметров:

- $a_i = b_i = 1;$
- $a_i = 10, b_i = 20;$
- $a_i = 20, b_i = 10;$

Проанализировав полученные данные, можно сказать, что решение модели убывает по параметрам β и b_i , растёт по параметрам a_i , а по параметрам α_i сначала растёт, а затем убывает.

Проведя анализ результатов расчетов степенных функций в частном случае, можно сказать, что u^* возрастает по параметрам a , α и убывает по параметру b .

Проанализировав данные расчетов показательных функций со следующими значениями параметров $a = b = 1, a = 10, b = 20, a = 20, b = 10$, можно сказать, что в случае, когда $a \leq b$, значение u^* убывает по параметрам α и β . В случае же, когда $a > b$, значение u^* убывает по параметру β , а по параметру α

сначала возрастает, а затем убывает (в случае $a = 20, b = 10, \beta = 1$, возрастает до значения $\alpha = 0,3$).

Проведя анализ результатов расчетов экспоненциальных функций в частном случае со следующими значениями параметров $a = b = 1, a = 10, b = 20, a = 20, b = 10$, можно сказать, что значение $u^* > 0$ в случае, когда $a > b$, иначе положительные значения u^* достигаются лишь при недопустимых значениях параметра α : $\alpha > 1$. Значение u^* возрастает по параметру α и убывает по параметру β .

4.2. МОДЕЛЬ ТИПА ГЕРМЕЙЕРА-ВАТЕЛЯ

Для данной модели также были проведены расчеты для степенных, показательных и экспоненциальных видов функций. Для степенных функций расчеты проводились при значениях параметров $a = b2 = 1, 0 \leq \alpha \leq 1$. Проанализировав данные, можно сказать, что значение u^* возрастает по параметру α , выигрыш 1-го игрока g_1^* , убывает, не считая крайнего значения параметра $\alpha = 1$, а выигрыш 2-го игрока g_2^* убывает на всём интервале по α .

При значениях параметров $a = 10, b2 = 20, 0 \leq \alpha \leq 1$, шаг по $\alpha = 0,1$, можно сказать, что значение u^* сначала возрастает по параметру α до значения $\alpha = 0,4$, а затем убывает. Выигрыши 1-го и 2-го игроков g_1^*, g_2^* убывают по параметру α (не считая граничного значения параметра $\alpha = 1$). В случае, когда значения параметров равны $a = 20, b2 = 10$, можно сказать, что значение u^* возрастает по параметру α , а выигрыши 1-го и 2-го игроков g_1^*, g_2^* сначала убывают, а затем возрастают.

Были рассмотрены показательные функции. В случае значений параметров $a = b2 = 1$, можно сказать, что значение u^* убывает по параметру α , как и выигрыши 1-го и 2-го игроков g_1^*, g_2^* . Если значения параметров имеют значения $a = 10, b2 = 20; 0 \leq \alpha \leq 1$, шаг по $\alpha = 0,1$ то, можно сказать, что значение u^* убывает по параметру α , как и выигрыши 1-го и 2-го игроков g_1^*, g_2^* . Когда значения параметров принимают значения $a = 20, b2 = 10$, можно сказать, что значение u^*

убывает по параметру α , как и выигрыши 1-го и 2-го игроков g_1^*, g_2^* .

В случае экспоненциальных функций и значений параметров: $a = b2 = 1$, можно сказать, что значение u^* возрастает по параметру α , как и выигрыши 1-го и 2-го игроков g_1^*, g_2^* . Если значения параметров принять равными: $a = 10, b2 = 20$; $0 \leq \alpha \leq 1$, шаг по $\alpha = 0,1$ то, можно сказать, что значение u^* возрастает по параметру α , как и выигрыши 1-го и 2-го игроков g_1^*, g_2^* . При значениях, равных: $a = 20, b2 = 10$; $0 \leq \alpha \leq 1$, шаг по $\alpha = 0,1$, значение u^* возрастает по параметру α , как и выигрыши 1-го и 2-го игроков g_1^*, g_2^* .

5. Заключение

Во второй части статьи проведён анализ решения ряда тестовых примеров для теоретико-игровых моделей стимулирования инноваций. Основываясь на этом, можно подвести итоги по поводу влияния модельных параметров на решения.

В случае частной модели со степенным видом функций можно сказать, что решение возрастает по параметрам a, α и убывает по параметру b .

В случае частной модели с показательным видом функций влияние параметров α и β на решение зависит от значения параметров a и b . Если $a \leq b$, то решение убывает по параметрам α и β . Если же $a > b$, то решение убывает по параметру β , а по параметру α сначала возрастает, а затем убывает.

В случае частной модели с экспоненциальным видом функций модель имеет положительное решение в случае, если $a > b$. Решение модели возрастает по параметру α и убывает по параметру β .

Для модели типа Гермейера-Вателя было рассмотрено три вида функций.

В случае степенного вида функций влияние параметра α на решение зависит от значения параметров a и $b2$. Если $a \geq b2$, то решение возрастает по параметру α (при этом если $a = b2$, то

выигрыш 1-го игрока убывает, не считая крайнего значения параметра $\alpha = 1$, а выигрыш 2-го игрока убывает на всём интервале по α ; если же $a > b_2$, то выигрыши обоих игроков попеременно сначала убывают, а затем возрастают с ростом α к бесконечности при $\alpha \rightarrow 1$). Если $a < b_2$, то решение модели сначала возрастает, а затем убывает по параметру α . При этом выигрыши обоих игроков убывают по параметру α .

В случае показательного вида функций можно сказать, что решение модели не зависит от значения параметров a и b_2 , и убывает по параметру α , как и выигрыши обоих игроков.

В случае экспоненциального вида функций модель имеет положительное решение в случае, если $a > b_2$. Решение и выигрыши обоих игроков возрастают по параметру α .

Подводя итог, можно сказать, что рассмотренные классы моделей с различными видами функций описывают качественно различные ситуации. Например, частный случай теоретико-игровой модели с симметричными игроками с экспоненциальным видом функций описывает ситуацию, в которой установка интеллектуальных счётчиков оправдана лишь в случае, когда доход от инноваций каждого из органов управления трёх уровней превышает затраты на внедрение инноваций органа соответствующего уровня управления.

Используя данные о влиянии модельных параметров на решение, можно провести идентификацию этих параметров с помощью экспертных оценок.

Литература

1. АНТОНЕНКО А.В., УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А. *Модели мотивационного управления в электроэнергетике и проблемы их идентификации* // Управление большими системами. Вып.47. - М.: ИПУ РАН, 2014. С.92-124.
2. БУРКОВ В.Н., НОВИКОВ Д.А. *Теория активных систем: состояние и перспективы*. – М., 1999.
3. БУРКОВ В.Н., ГУБКО М.В., НОВИКОВ Д.А. *Организационные механизмы управления в*

электроэнергетике // Управление развитием крупномасштабных систем. – М., 2012. С.261-278.

4. БУРКОВ В.Н., КОРГИН Н.А., НОВИКОВ Д.А. *Введение в теорию управления организационными системами*. – М., 2009.
5. ГЕРМЕЙЕР Ю.Б., ВАТЕЛЬ И.А. *Игры с иерархическим вектором интересов* // Известия АН СССР. Техническая кибернетика. 1974. №3. С.54-69.
6. ГОРЕЛИК В.А., ГОРЕЛОВ М.А., КОНОНЕНКО А.Ф. *Анализ конфликтных ситуаций в системах управления*. – М., 1991.
7. ДОУГЕРТИ К. *Введение в эконометрику*. – М., 1999.
8. ЛЬЮНГ Л. *Идентификация систем. Теория для пользователя*. – М., 1991.
9. НОВИКОВ Д.А. *Теория управления организационными системами*. – М., 2005.
10. УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А. *Иерархическое управление устойчивым развитием*. – М., 2010.
11. УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А. *Устойчивое развитие организаций*. – М., 2011.
12. УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А. *Модели конфликтов*. – М., 2012.
13. УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А. *Математическое моделирование сложных систем* // Научное наследие Ю.А. Жданова и современные проблемы моделирования сложных социосистем (на материалах Юга России). – Ростов-на-Дону: изд-во СКНЦ ВШ ЮФУ, 2012. – С.32-41.
14. BAYON L., SUAREZ P., MATIAS J.M., TABOADA J. *Influence of forecasting electricity prices in the optimization of complex hydrothermal systems* // Journal of Computational and Applied Mathematics, 2009, 232, p.262-274.
15. FOLEY A.M., GALLACHOIR B.P., HUR J. et al. *A strategic review of electricity systems markets* // Energy, 2010, 35, p.4533-4530.
16. HASANI M., HOSSEINI S.H. *Dynamic assessment of capacity investment in electricity market considering complementary capacity mechanisms* // Energy, 2011, 36, p.277-293.

17. LAFFONT J.-J., MARTIMORT D. *The Theory of Incentives. The Principal-Agent Model*. – Princeton, 2002.
18. MIRZA F.M., BERGLAND O. *The impact of daylight saving time on electricity consumption: Evidence from southern Norway and Sweden* // Energy Policy, 2011, 39, p.5008-5025.
19. SHI L., ZENG M., Li L. *A Novel Electricity Marketing Model Integrating Intelligent Disaster-Recovery System* // Systems Engineering Procedia, 2012, 4, p.133-142.
20. STADLER M., KRAUSE W., SONNENSCHN M., VOGEL U. *Modelling and evaluation of control schemes for enhancing load shift of electricity demand for cooling devices* // Environmental Modelling and Software, 2009, 24, p.285-295.

SOFTWARE FOR IDENTIFICATION OF THE MODELS OF COORDINATION OF INTERESTS IN THE ELECTRICITY POWER INDUSTRY.

PART 2. OPTIMIZATION MODELS

Andrey Antonenko, Southern Federal University, Rostov-on-Don, Ph.D., Assistant (andrei80586@yandex.ru)

Ilya Loshkarev, Southern Federal University, Rostov-on-Don, Assistant (loshkarev.i@gmail.com)

Vladimir Pankov, Rostov-on-Don, M.Sc. (+79888987246)

Gennady Ugolnitsky, Southern Federal University, Rostov-on-Don, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor (ougoln@mail.ru)

Abstract: The article deals with game theoretic models of coordination of interests in the power industry. Model calculations by software implementation are presented. Recommendations and conclusions about the feasibility of a new generation of input counters based on the results are given.

Keywords: game theoretic models, electric power industry, mathematical modeling, software implementation.