

УДК 519.2/.6+368.5
ББК 2.22

К ОБОСНОВАНИЮ РЕГИОНАЛЬНОЙ МУЛЬТИРИСКОВОЙ ПРОГРАММЫ СТРАХОВАНИЯ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ КУЛЬТУР

Киселев В.Г. .¹

*(Учреждение Российской академии наук
Вычислительный центр им. А.А.Дородницына РАН,
Москва)*

В работе приводятся особенности страхования в сельском хозяйстве. Приводится математическая модель одной программы страхования и предлагается процедура согласования параметров этой программы между участниками страховой операции – агрофирмами, страховой компанией и государством.

Ключевые слова: страхование, критерии, информационная база, вероятностные характеристики, имитационное моделирование.

1. Введение

Основным способом обеспечения финансовой устойчивости сельскохозяйственных производителей является страхование сельскохозяйственных рисков. В условиях современного общества страхование превратилось в универсальное средство возмещения ущерба практически во всех отраслях человеческой деятельности. Практически для всех видов страхования, разра-

¹ Валерий Георгиевич Киселев, кандидат физико-математических наук, доцент (vgkiselev@yandex.ru).

ботаны приемлемые методики, основанные на имеющихся в достаточной мере статистических данных и использующие современные достижения актуарной математики (последние достижения в актуарной математике приведены в переводной монографии [1]). Исключение составляет страхование в сельском хозяйстве и особенно в его растениеводческой отрасли. В работах [2-4] отмечались основные особенности страхования сельскохозяйственного производства. Основная особенность заключается в том, что для обоснования различных программ агрострахования не хватает основного – достаточной информационной базы. Не исключены такие случаи, когда нет даже минимальной информации – данных о средних значениях урожайности страхуемой культуры, особенно когда речь идет о страховании вновь созданных агрофирм или об использовании инновационных методов производства или о страховании интродуцируемых культур. Второй важной особенностью является коррелированность страховых случаев, объясняющаяся тем, что многие застрахованные агрофирмы находятся в одной агроклиматической зоне и если в некоторый год сложились неблагоприятные погодные условия в этой зоне, то недобор урожая будет у всех застрахованных хозяйств этой зоны и им всем придется выплачивать причиненный погодой ущерб, а это возможно только при наличии больших средств, которые страховая фирма может накопить в другие благоприятные годы. Это существенное отличие агрострахования от других классических видов страхования, когда страховые случаи независимы и одновременно происходят лишь у малой части страхователей и страховые выплаты можно производить за счет большого количества других участников страховой компании, не потерпевших ущерба. Подобную возможность, по-видимому, можно получить и в агростраховании, если застрахованные фирмы расположены на большой территории, где погодные условия, а следовательно, и урожайности в этих агрофирмах, могут значительно различаться, но этот вопрос требует дополнительного исследования.

Третьей особенностью, отличающей агрострахование от классических видов страхования, является оценка доли участия застрахованных природных факторов в недоборе урожая. Достоверная оценка потерь урожая является очень сложной задачей. Величина потерь зависит не только от природных (объективных) факторов, но и от человеческого фактора, коим является производственная деятельность агрофирмы. Вопросы о величине потерь урожая должны рассматриваться совместно с представителями агрофирмы (страхователя) и страховой компании (страховщика).

Наконец, четвертой, очень важной, особенностью является участие государства в страховании сельскохозяйственного производства. Как показывает международный опыт, без участия государства агрострахование невозможно.

В настоящее время система страхования в сельском хозяйстве Российской Федерации находится в стадии активного становления – пока, по существу, только вырабатываются концепции системы страхования, и это связано с изменением целей и принципов конструируемого механизма защиты интересов сельскохозяйственных производителей, что, в свою очередь, связано с известными перестроечными процессами в стране. Для выработки приемлемых программ страхования урожая необходимы подходы, учитывающие интересы как страховых фирм, так и страхователей-агрофирм а также многие факторы, в частности государственную поддержку, механизмы перестрахования и так далее. Данная работа будет посвящена исследованию экономических процессов как в страховой компании, занимающейся страхованием сельскохозяйственного производства, так и в агрофирме – страхователе, а также проблеме согласования интересов участвующих в страховании сторон.

2 .Мультирисковая программа страхования сельскохозяйственных культур

Имеется достаточно много видов программ страхования в сельском хозяйстве. Основные программы описаны в [5].

Здесь мы будем рассматривать применение только одной программы страхования – мультирисковой программы страхования производства сельскохозяйственных культур. Это самый распространенный, если не единственный, вид агрострахования в нашей стране.

Рассмотрим сначала случай страхования урожая одной культуры одной фирмой на площади S . Пусть y_- и y_+ – минимальная и максимальная урожайности соответственно, а Ey – ее среднее значение. Пусть цена единицы полученной продукции равна c . Страховая урожайность y_α – то значение урожайности, ниже которой страховая компания выплачивает страховое возмещение, равное стоимости недополученного урожая. Обычно значение страховой урожайности задают в виде $y_\alpha = \alpha Ey$, где $0 < \alpha < 1$ – некоторый коэффициент. При сделанных предположениях страховая сумма, исходя из которой определяется величина страхового взноса, равна cSy_α .

Страховой взнос (страховая премия) – это плата за страхование – сумма, которую страхователь должен заплатить страховой компании, равен $\pi = \delta cS y_\alpha$, где $0 < \delta < 1$ – страховой тариф – ставка страховой компании, задаваемая ею с учетом собственного финансового благополучия. С другой стороны, как это принято в страховом деле [1], страховая премия вычисляется из условия $\pi = cS(1 + \theta)Er$, где $\theta > 0$ – величина страховой надбавки, а страховое возмещение $r = cS(y - y_\alpha)_+$, (нижний знак (+) означает функцию Хевисайда). Будем считать, что часть $0 < \gamma < 1$ страховой премии выплачивается из федерального и местного бюджетов. Следовательно, страхователь должен заплатить страховой фирме только величину $(1 - \gamma)\pi$. Такова мультирисковая программа страхования.

Сначала рассмотрим влияние страхования на экономические показатели агрофирмы. Будем предполагать, что известна функция распределения урожайности выращиваемой культу-

ры. Первый показатель, ради чего и производится страхование, – это надежность получения урожая. Здесь все просто. Если страховая урожайность равна y_α , $P(y < y_\alpha) = p_\alpha$, то это значит, что с вероятностью $(1 - p_\alpha)$ производитель будет получать запланированный урожай, а с вероятностью p_α будет недобор, который в какой-то мере будет компенсироваться страховой компанией.

Пусть страхователь выбрал для себя значение y_α и решил застраховать урожай с площади S . Тогда страховые выплаты страхователя – плата за получаемую надежность, равны $\pi_f = cS\delta_\alpha y_\alpha (1 - \gamma)$, где γ – доля участия государства.

В работах [3, 5] показано, что

$$\delta = (1 + \theta) \int_{y_-}^{y_\alpha} \left(1 - \frac{y}{y_\alpha}\right) f(y) dy,$$

т.е. величина страхового тарифа δ определяется величиной страховой надбавки θ .

С учетом вышеизложенного

$$\pi_f = cS(1 - \gamma)(1 + \theta) \int_{y_-}^{y_\alpha} (y_\alpha - y) f(y) dy.$$

В конкретный год доход агрофирмы

$$D_f = cS y + r_f - \pi_f,$$

т.е. равен доходу от реализации выращенной продукции, равному cSy , минус страховые платежи $\pi_f = (1 - \gamma)\pi_I$ (π_I – премия, получаемая страховой компанией) и плюс страховое возмещение $r_f = (y_\alpha - y)_+$, полученное от страховой компании при недостаточном урожае.

Средний доход агрофирмы в этом случае равен

$$\frac{1}{cS} ED_f = Ey + \psi \int_{y_-}^{y_\alpha} (y_\alpha - y) f(y) dy = Ey + \psi Er,$$

где

$$\psi = \gamma - \theta(1 - \gamma) -$$

очень важный показатель, который мы назовем индикатором программы страхования. Отсюда следует, что при $\psi > 0$ средний доход агрофирмы при страховании больше среднего дохода без страхования.

Это условие удобно переписать или в виде $\theta < \frac{\gamma}{1 - \gamma}$ или

в виде $\gamma > \frac{\theta}{1 + \theta}$. В первом случае – это ограничение сверху на величину рискованной надбавки при фиксированном γ , а второе неравенство является ограничением снизу на величину господдержки при фиксированной страховой надбавке. В противном случае страхование уменьшает средний доход агрофирмы. При отсутствии господдержки ($\gamma = 0$) при страховании средний доход фирмы убывает.

Исследуем теперь вопрос о том, как влияет рассматриваемое страхование на страховую фирму.

Годовой доход страховой компании равен

$$D_I = (1 + \theta)Er - r,$$

а средний доход

$$ED_I = \theta Er.$$

Другое выражение для среднего дохода можно представить в следующем виде

$$ED_I = cS\theta \int_{y_-}^{y_g} (y_\alpha - y) f(y) dy.$$

При нулевой рискованной надбавке θ средний доход страховой компании также нулевой, поскольку вся премия в среднем

идет на компенсацию рисков. Необходимым условием функционирования страховой компании является условие $\theta > 0$. Часть премии в размере $\theta cSEr$ идет на содержание фирмы (аренда и содержание помещения, проведение необходимых работ по страхованию, зарплата сотрудников, отчисления на развитие фирмы и так далее).

Выделим отдельно важную составляющую расходов – расходы на содержание службы сопровождения программ страхования. Это очень важная составляющая затрат страховой компании, особенно в рассматриваемой мультирисковой программе страхования. Как показывает зарубежный опыт, в структуре тарифа в этом виде страхования на службу мониторинга уходит примерно 20-30% страховой премии.

При разработке стратегии функционирования страховой компании кроме среднего дохода используются (см., например [1]) такие показатели, как вероятность неразорения, величина максимальных потерь и другие, связанные с финансовой устойчивостью фирмы. Из показателей, связанных с устойчивой деятельностью фирмы, наиболее важным является вероятность неразорения. На интуитивном уровне понятно, что это такое, а детальное описание этого факта будет проведено в следующих разделах.

Для того, чтобы обезопасить себя от разорения, страховые компании могут прибегнуть к механизму перестрахования, который состоит в следующем. Страховщик при заключении договоров страхования принимает на себя финансовую ответственность за возможные риски и за это получает премию. Если для страховой компании крупные выплаты нежелательны, а это, как мы видели, весьма вероятно в агростраховании, то она может передать часть премии другой страховой компании – перестраховщику взамен на обязательство оплатить часть риска. Существуют разные схемы перестрахования, но экономическая суть перестрахования для страховой компании одна, а именно – в результате перестрахования страховщик получает средний доход меньше. Эта оценка получена в [7] для случая одного

хозяйства и одной страхуемой культуры, но она справедлива и для общего случая, поскольку не используют конкретный вид получаемых премий и конкретный вид премий.

Для классических видов страхования показано (см. [1,6]), что при перестраховании вероятность неразорения повышается, т.е. повышается надежность функционирования страховой системы. Однако этот результат является естественным, и мы вправе предположить выполнение этого свойства и для агрострахования. Но строгое обоснование надежности страховой компании требует самостоятельного исследования. Таким образом, смысл перестрахования заключается в том, что за счет уменьшения дохода страховая фирма повышает надежность заключенных сделок.

3. Информационная база региональной системы агрострахования

Из изложенного выше следует, что для вычисления необходимых величин, т.е. для обоснования программы агрострахования необходимо знать распределение случайной величины – урожайности страхуемой культуры. Для этого необходимо иметь достаточно длинные статистические ряды. Такая информация имеется как для всей России в целом, так и для отдельных административных единиц в ежегодных статистических справочниках, например, таких, как [13, 14]. Например, ряды урожайностей двух культур – картофеля и зерновых в России за 1970-2008 гг. выглядят следующим образом.

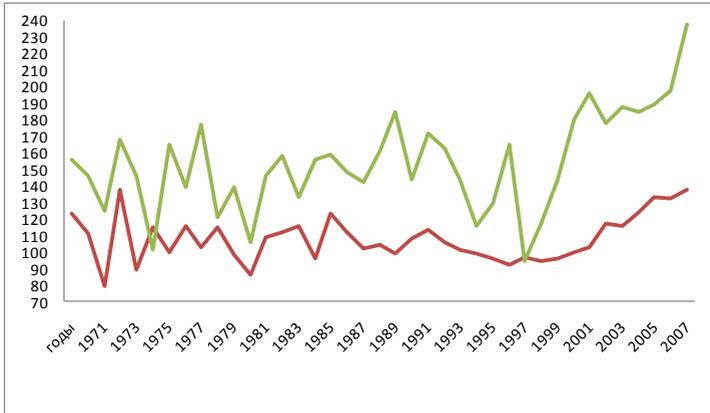


Рис.1

В работах [2,4] был проведен анализ этих рядов, который показал, что эти ряды не могут относиться к одной стационарной случайной величине, что имеются на некоторых временных отрезках тренды и там же были названы причины этого факта. В частности, были отмечены основные факторы, влияющие на урожайность:

- климатические условия, которые со временем имеют тенденцию к изменению;
- научно-технический прогресс – использование новых перспективных сортов, современных технологий и современной техники;
- человеческий фактор – качество выполняемых работ.

Последний социальный фактор очень важен. Известно, что на опытных участках урожайности культур могут быть в несколько раз выше, чем в соседних хозяйствах при использовании одних и тех же технологий выращивания.

Таким образом, необходимо рассматривать урожайность как случайный процесс с ненулевым трендом и вычислять по имеющимся рядам эмпирические характеристики этого процесса и прогнозировать на перспективу урожайности нужно весьма осторожно. Если первый климатический фактор определяет в

основном разброс получаемых урожаев, то второй и третий факторы в значительной степени определяют тренды средних значений. Так, падение урожайностей на 10-летнем интервале примерно с 1988 г. по 1998 г., совпадающем с периодом не очень понятных преобразований в стране, можно объяснить всеобщей неразберихой, а после этого в связи со стабилизацией обстановки в целом по стране, наблюдался рост урожайности. Таким же образом можно объяснить медленный положительный тренд с 1970 г. по 1988 г., когда сельскому хозяйству стали уделять большое внимание. Однако это всего лишь один из возможных способов объяснения подобных явлений. Повидимому, найдутся и другие правдоподобные объяснения, в частности, возможно, что эти тренды объясняются климатическими изменениями. Таким образом, мы отметили влияние антропогенного фактора на урожайность сельскохозяйственных культур и это влияние может существенно изменить характеристики случайного процесса – урожайности.

Следовательно, в силу приведенных причин мы не можем считать, что длинный временной ряд относится к одной случайной величине – урожайности страхуемой культуры. Но, с другой стороны, нам необходимо знать функцию распределения этой случайной величины, которая тем точнее, чем больше привлекается измерений для ее построения. В данной ситуации остается один выход – воспользоваться методами имитационного моделирования ([9]-[11]), которые в данном случае будут заключаться в рассмотрении различных вариантов использования имеющейся информации, в частности, ее корректировке на основании каких-либо гипотез. Если речь идет о страховании интродуцируемой культуры или о новой агрофирме, о чем говорилось выше, такой подход является единственно возможным. Не останавливаясь подробно на деталях такого подхода, будем считать, что в нашем распоряжении имеется эмпирическая функция распределения случайной величины – урожайности страхуемой сельскохозяйственной культуры.

3.1 ЗОНАЛЬНАЯ СИСТЕМА АГРОСТРАХОВАНИЯ РЕГИОНА

В реальной своей деятельности страховая компания заключает страховой договор со многими агрофирмами по целому ряду культур и для обоснованных действий должна знать информацию об урожайности страхуемых культур в данных хозяйствах. Однако поскольку таких агрофирм-страхователей может быть очень много, то следует ожидать, что для всех фирм необходимой информации не найдется. Поэтому нужен способ использования имеющейся агрегированной информации. Что под этим подразумевается? На областном уровне хорошо известно деление всей территории на природно-экономические зоны, которые определяются средней оценкой пашни (в баллах), среднегодовой температурой, суммой температур выше десяти градусов, количеством осадков, продолжительностью безморозного периода. В качестве примера приведем такое деление Тверской области [13]. В этой области выделяют 4 зоны:

- Северо-восточная, включающая 8 административных районов;
- Центральная (10 районов);
- Юго-западная (5 районов);
- Северо-западная (13 районов).

Как уже говорилось выше, в каждом административном районе имеется необходимая информация о средней по району урожайности культур за ряд лет. Эта та наиболее подробная информация, на которую можно рассчитывать. Таким образом, район будем считать минимальной информационной зоной для страховой компании. Эти минимальные информационные зоны можно укрупнить, объединяя районы, входящие в одну природно-экономическую зону. В эти укрупненные информационные зоны могут быть включены и районы соседних областей, если их природно-экономические показатели идентичны рассмотренным. Таким образом, территорию, которую обслуживает страховая компания, необходимо разбить на ряд информационных зон, и для каждой зоны должны быть выработаны определенные параметры программ страхования – тарифы и т. д.

Выше было введено понятие зон страхования, которые характеризуются одинаковыми природно-климатическими условиями и, следовательно, одинаковыми урожайностями культур. Однако среди множества хозяйств, входящих в одну зону страхования, реальные урожайности различаются. Это объясняется рядом причин, о которых говорилось выше: тут и человеческий и природный факторы. Это различие можно учесть при заключении договоров страхования введением корректировки вида $y_j = a_j y$, где y – средняя урожайность культуры в зоне страхования, а a_j – поправочный коэффициент для j -го хозяйства. Этот коэффициент, в частности можно получить, сравнивая средние урожайности по всей страховой зоне и конкретного хозяйства за последние несколько лет. С учетом этого поправочного коэффициента функция распределения урожайности этой культуры в данном хозяйстве будет $F_j(z) = F(z/a_j)$, где F – эмпирическая функция распределения урожайности культуры для всей зоны. Задаваясь набором различных значений таких поправочных коэффициентов, можно рассчитать параметры страховой программы этой культуры, приведенные выше, и заключать договора с каждым хозяйством, исходя из этих значений.

Сделаем теперь важное замечание о коррелированности урожайностей сельскохозяйственных культур в зоне агрострахования региона. На рис.2 данные, изображенные на рис.1, представлены на плоскости, где по осям – урожайности двух культур, причем взята только информация с 1970 г. до 1990 г., когда сельское хозяйство функционировало более или менее в спокойном режиме (прямая линия – это линейная аппроксимация представленных точек по методу наименьших квадратов).

Из этой картинки видно, что урожайности этих культур не являются независимыми. Это и понятно, поскольку, как правило, погодные условия, благоприятные для одной культуры, являются благоприятными и для других культур, выращиваемых

в данном конкретном районе, и наоборот, такие катаклизмы, как засуха, холодное лето и прочее неблагоприятно сказываются на урожайности всех культур. Однако это не всегда так. Например, на урожайность картофеля влияют, в основном, летние климатические условия, а для урожайности озимых зерновых важно также, какая была зима.

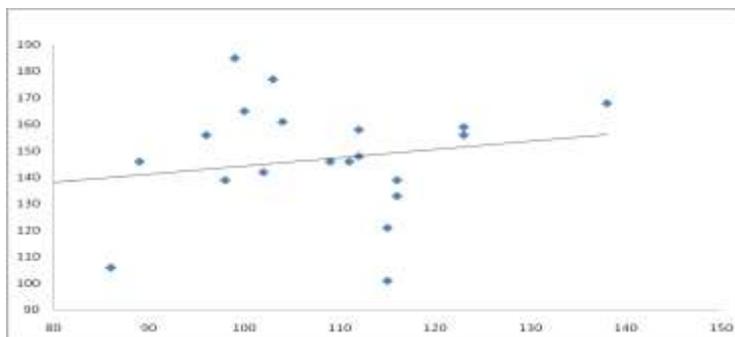


Рис.2

И, наконец, последнее важное замечание, касающееся реального использования информации при заключении страховых соглашений.

На практике при заключении договоров агрострахования в конкретный год пользуются еще меньшей информацией. Берутся данные за последние несколько лет (обычно это пять лет), по этим данным вычисляется среднее за эти годы значение урожайности, и по этой средней урожайности вычисляют страховое значение урожайности и страховой премии. На следующий год вычисляются новые средние значения урожайностей и вся процедура повторяется. С одной стороны, данная процедура имеет смысл, поскольку мы таким образом исключаем тренд (он, как правило, незначителен и на малом интервале сказывается мало) и исключаем возможные изменения в тренде. С другой стороны, точность оценок вероятностных характеристик при малых объемах выборки мала.

Возникает вопрос: как соотносится существующая практика с теорией, разработанной с использованием методов актуарной математики?

По-видимому, все, несколько идеализированные аналитические исследования, могут только помочь понять некоторые закономерности финансового состояния как страховой компании, так и агрофирмы, а реальные выводы необходимо делать, проводя эксперименты с помощью имитационного моделирования на некоторых искусственно спрогнозированных рядах урожайности. Эти случайные ряды урожайности должны учитывать скорректированную предыдущую статистику, возможные тренды, связанные с привлечением новых технологий, новых сортов и так далее.

На этих данных необходимо уточнять конкретные параметры программ страхования. Эти параметры должны быть конкретизированы для каждой культуры и для каждого региона и не должны быть фиксированными для всей страны, как это принято сейчас считать в соответствии с существующим законодательством. Этот подход, связанный с моделированием прогнозных значений урожайностей, просто необходим для производителей сельскохозяйственной продукции, переходящих на инновационные технологии производства, что должно привести к значительному росту урожайности, который нужно уметь прогнозировать.

4. Региональное мультирисковое страхование

В разделе 2 была рассмотрена мультирисковая программа страхования урожая одной культуры одним хозяйством. Обобщим теперь сказанное на более реальный случай, когда в страховании участвуют несколько агрофирм и страхуется несколько культур.

Пусть j означает номер хозяйства, J – множество всех хозяйств, участвующих в страховании своей продукции, k –

номер культуры, K – множество всех культур ($k \in K$). Пусть считается известным, что j -я фирма заключила со страховой компанией договор на страхование k -й культуры на площади S_{kj} со страховым уровнем $y_{\alpha kj}$.

Пусть страховой тариф при страховании k -й культуры для j -й фирмы равен δ_{kj} (страховые тарифы для разных культур и разных фирм в общем случае могут различаться)

Страховое возмещение j -й агрофирме по k -й культуре равно

$$r_{kj} = c_k S_{kj} (y_{\alpha kj} - y_{kj})_+$$

где смысл обозначений очевиден. Всего страховая фирма возместит всем хозяйствам по всем застрахованным культурам

$$R = \sum_{k,j} r_{kj}.$$

Страховая премия, полученная страховой фирмой от всех хозяйств по всем страхуемым культурам, равна

$$\Pi = \sum_{k,j} \pi_{k,j} = (1 + \theta) \sum_{k,j} E r_{k,j},$$

где θ – введенная ранее страховая надбавка.

С другой стороны,

$$\begin{aligned} \pi_{k,j} &= c_k \delta_{kj} S_{kj} y_{\alpha kj}, \\ \Pi &= \sum_{k,j} c_k \delta_{kj} S_{kj} y_{\alpha kj} = (1 + \theta) \sum_{k,j} E r_{k,j} \end{aligned}$$

и мы можем получить зависимость величины страхового тарифа от величины страховой надбавки θ , которую задавать более естественно при формировании программы страхования. Это соотношение можно получить, приравняв два выражения для π_{kj} . Из этого равенства получим

$$\delta_{kj} = (1 + \theta) E \left(1 - \frac{y_{kj}}{y_{\alpha kj}} \right)_+.$$

Отсюда следует, что, задав одну единственную величину θ – страховую надбавку, страховщик может назначить величину страхового тарифа для каждой культуры и для каждой фирмы.

Далее, зная только значение θ , можно назначить, например, средний для всех хозяйств страховой тариф по каждой культуре. Для этого надо воспользоваться соотношением

$$\sum_j \pi_{kj}(\delta_k) = (1 + \theta) \sum_j Er_{kj}.$$

Преобразуем это соотношение следующим образом:

$$c_k \delta_k \sum_j S_{kj} y_{\alpha kj} = (1 + \theta) \sum_j Er_{kj}.$$

Отсюда получим искомое выражение для страхового тарифа для k -й культуры.

$$\delta_k = (1 + \theta) \frac{\sum_j S_{kj} E(y_{\alpha kj} - y_{kj})_+}{\sum_j S_{kj} y_{\alpha kj}}.$$

Заметим, что страховой тариф, средний для всех культур, по-видимому, не имеет смысла, поскольку риски по выращиванию этих культур, могут сильно отличаться.

4.1 ФИНАНСОВЫЕ ПОТОКИ В СТРАХОВОЙ КОМПАНИИ ПРИ МУЛЬТИРИСКОВОМ СТРАХОВАНИИ УРОЖАЯ

Рассмотрим сначала стационарный случай функционирования страховой компании, когда заключенные с агрофирмами страховые договора со временем не меняются, т.е. величины c и S_{kj} постоянны.

Финансы страховой компании складываются следующим образом. Ежегодный доход равен

$$D_I = P - R$$

или

$$D_I = (1 + \theta) \sum_{k,r} Er_{kj} - \sum_{k,r} r_{k,j}$$

Тогда средний доход страховой фирмы – один из основных показателей ее благополучия – можно вычислить следующим образом

$$ED_I = \theta \sum_{k,j} Er_{k,j}$$

Преобразуем это выражение, используя соотношение для выплат r_{kj} :

$$ED_I = \theta \sum_{k,j} c_k S_{kj} E(y_{\alpha kj} - y_{kj})_+$$

и поскольку

$$E(y_{\alpha kj} - y_{kj})_+ = \int_{y_{kj}^-}^{y_{\alpha kj}} (y_{\alpha kj} - y_{kj}) dF_{kj} ,$$

где F_{kj} – эмпирическая функция распределения урожайности y_{kj} , то

$$ED_I = \theta \sum_{k,j} c_k S_{kj} \int_{y_{kj}^-}^{y_{\alpha kj}} (y_{\alpha kj} - y_{kj}) f(y_{kj}) dy_{kj} .$$

Заметим, что при $\theta = 0$ средний доход страховой компании равен нулю, поскольку вся премия идет на компенсацию рисков.

4.2 ВЕРОЯТНОСТЬ НЕРАЗОРЕНИЯ СТРАХОВОЙ КОМПАНИИ ПРИ МУЛЬТИРИСКОВОМ СТРАХОВАНИИ

Как уже было сказано выше, из показателей, связанных с устойчивой деятельностью фирмы, наиболее важным является вероятность разорения.

Введем следующие обозначения. Деятельность фирмы будем рассматривать на конечном интервале времени в T лет, т.е. время будет принимать дискретные значения $t = 0, 1, 2, \dots, T$. Пусть $U(t)$ – капитал страховой фирмы к концу года t , а начальный капитал равен u , т.е. $U(0) = u$. Пусть $\pi(t)$

означает страховые поступления в год t , а $r(t)$ означает выплаты в этот год. Тогда можно записать следующее соотношение:

$$U(t) = U(t-1) + \pi(t) - r(t),$$

$$U(0) = u, \quad t = 1, 2, \dots$$

Решая это разностное уравнение, для любого времени t , получим

$$U(t) = u + P(t) - R(t),$$

где $P(t) = \sum_{\tau=1}^t \pi(\tau)$, $R(t) = \sum_{\tau=1}^t r(\tau)$ – суммарные за t лет поступления и выплаты соответственно.

При конкретной реализации процесса $U(t)$ может так случиться, что в некоторый момент времени τ требуемые выплаты превысят имеющийся капитал, т.е. $U(\tau) < 0$. Такой момент времени называют моментом разорения. Вероятность $\psi(u, t) = P(\tau \leq t)$ называют вероятностью разорения до момента t , при условии, что начальный капитал равен u (мы здесь будем рассматривать только практически интересный случай конечного времени, хотя разорению на бесконечном интервале посвящено больше исследований). Соответственно $\varphi(u, t) = 1 - \psi(u, t)$ будет вероятностью неразорения.

Изучению этой характеристики страхования посвящено очень много исследований (см. [1,6]), однако все они проведены в предположении, что известны характеристики соответствующих процессов, что является допустимым предположением для классических видов страхования, но в агростраховании максимум, что может быть известно, это эмпирическая функция распределения случайной величины – урожайности страхуемой культуры. В работе [3] приведены два метода вычисления вероятности неразорения для такого случая информированности и для страхования одной культуры одним хозяйством.

Реально же страховая компания заключает договора с большим количеством хозяйств и по нескольким культурам.

Поэтому реальное уравнение, описывающее динамику финансов страховой компании, с учетом соотношений должно иметь следующий вид:

$$\begin{aligned}
 U(t) &= u + \sum_{\tau=1}^t [II(\tau) - R(\tau)] = u + II(t) - \sum_{\tau=1}^t R(\tau) = \\
 &= u + II(t) - \sum_{\tau=1}^t \sum_{k,r} c_k S_{kj} [y_{\alpha kj} - y_{kj}(\tau)]_+ = \\
 &= u + \sum_{\tau=1}^t [(1+\theta) \sum_{k,r} E r_{kj}(\tau) - \sum_{k,r} r_{k,j}(\tau)] = \\
 &= u + \sum_{\tau=1}^t \sum_{k,r} c_k S_{kj} [(1+\theta) E(y_{\alpha kj} - y_{kj}(\tau))_+ - (y_{\alpha kj} - y_{kj}(\tau))_+]
 \end{aligned}$$

Здесь приведено нужное нам соотношение в нескольких видах, удобных в разных случаях. Заметим, что это соотношение справедливо в предположении, что страховые договора с хозяйствами не меняются от года к году, т.е. S_{kj} и $y_{\alpha kj}$ постоянны.

Перепишем это соотношение еще в одном, удобном для нашего исследования, виде

$$U(t) = u + II(t) - \sum_{\tau=1}^t \sum_k \sum_j r_{kj}(\tau)$$

Первые два слагаемые в этом выражении – детерминированные величины, третье – случайная величина. Следовательно, для вычисления вероятности неразорения необходимо знать

функцию распределения суммы $\sum_{\tau=1}^t \sum_k \sum_j r_{kj}(\tau)$.

Как следует из предыдущего раздела о зональном агростраховании, урожайности хозяйств любой культуры в информационной зоне страхования связаны линейным соотношением

$y_j(t) = a_j y(t)$ где $y(t)$ – средняя урожайность какой-либо культуры в зоне страхования. Таким образом,

$$r_{kj}(\tau) = r_{kj}(y_k(\tau))$$

и

$$\sum_j r_{kj}(\tau) = \sum_j r_{kj}(y_k(\tau)) = r_k(y_k(\tau)) -$$

выплаты страховой компании всем хозяйствам по k -й культуре в год номера τ .

Тогда

$$\sum_{\tau=1}^t r_k(y_k(\tau)) = R_k(t) -$$

суммарные выплаты за t лет всем хозяйствам по страхуемой k -й культуре.

Поскольку случайные величины $y_k(\tau)$, $\tau = 1, 2, \dots$ – независимы, то и $r_k(y_k(\tau))$ – независимые, и $R_k(t)$ является суммой независимых случайных величин. Закон распределения этой суммы согласно центральной предельной теореме стремится к нормальному с параметрами

$$N(ER_k, DR_k).$$

Поскольку $r_k(y_k(\tau))$, $\tau = 1, 2, \dots$ независимы и одинаково распределены, то

$$ER_k(y_k) = t ER_k(y_k), \quad DR_k = t DR_k(y_k).$$

Таким образом, при достаточно больших t случайная величина

$$R(t) = \sum_{\tau} \sum_k \sum_j = \sum_k R_k(t)$$

является композицией $|K|$ зависимых случайных величин, распределенных приближенно по нормальному закону, т.е. и сама она распределена приближенно по нормальному закону с параметрами

$$ER(t) = \sum_k ER_k(t),$$

$$DR(t) = \sum_k DR_k(t) + 2 \sum_{k_1 < k_2} \rho_{k_1 k_2}(t) \sqrt{DR_{k_1} DR_{k_2}},$$

где $\rho_{k_1 k_2}(t)$ – коэффициент корреляции случайных величин $R_{k_1}(t)$ и $R_{k_2}(t)$, $k_1, k_2 \in K$.

К сожалению, эти коэффициенты корреляции неизвестны, можно лишь эмпирически определить коэффициенты корреляции урожайностей культур, т.е. $\rho_{k_1 k_2}(R_{k_1}(1), R_{k_2}(1))$.

Для получения нижней оценки вероятности неразорения можно воспользоваться принципом гарантированного результата [17]. В данном случае это выглядит следующим образом. Выпишем цепочку соотношений

$$\begin{aligned} \varphi(u, t) &= P(U(t) > 0) = P(R(t) < u + \Pi(t)) = F_R(u + \Pi(t)) \\ \varphi(u, t) &\geq \min_{k_1, k_2 \in K} F_{R(k_1, k_2)}(u + \Pi(t)), \end{aligned}$$

где $F_R(x)$ – функция распределения нормальной величины $R(t)$, зависящей от коэффициентов корреляции согласно выше приведенному соотношению.

Можно получить и верхнюю оценку вероятности неразорения. Для этого воспользуемся очевидным ее свойством: – функция $\varphi(u, t)$ убывает по t к $\varphi(t)$ – вероятности неразорения на бесконечном интервале времени. Это свойство отражает тот факт, что чем больше рисков, тем меньше надежность системы.

Из этого свойства следует, что для получения верхней оценки вероятности неразорения достаточно рассмотреть первый год функционирования страховой компании.

Тогда с учетом предыдущих обозначений

$$\begin{aligned} \varphi(u, 1) &= P(u + \pi > R(1)) = \\ &= P \left[\sum_{k, j} c_k S_{kj} y_{kj} \geq \sum_{k, j} c_k S_{kj} y_{\alpha kj} (1 - \delta_{kj}) - u \right] \end{aligned}$$

Далее, учитывая отмеченную ранее линейную зависимость урожайностей в хозяйствах и введя соответствующее обозначение, получим

$$\varphi(u, 1) = P \left[\sum_k \alpha_k y_k \geq A - u \right].$$

Эмпирическую функцию распределения суммы $\sum_k \alpha_k y_k$

можно построить, имея достаточно длинные временные ряды (об этом говорилось выше в соответствующем разделе), и получить нужную нам оценку.

Далее, имея такую функцию распределения, можно оценить величину требуемого начального капитала для обеспечения требуемой вероятности неразорения.

В качестве примера рассмотрим простейший случай страхования одной культуры. Тогда

$$\varphi(u, 1) = P \left[y > y_\alpha (1 - \delta) - \frac{u}{cS} \right].$$

Зададимся некоторым уровнем вероятности неразорения \tilde{p} , т.е. потребуем, чтобы вероятность неразорения была бы не меньше этой величины. Тогда должно выполняться неравенство

$$P \left[y > y_\alpha (1 - \delta) - \frac{u}{cS} \right] \geq \tilde{p}.$$

Отсюда следует неравенство

$$y_\alpha (1 - \delta) - \frac{u}{cS} \leq y_{\tilde{p}}$$

и, следовательно,

$$u > cS(y_\alpha (1 - \delta) - y_{\tilde{p}}).$$

Здесь $y_{\tilde{p}} = \arg F(y) = 1 - \tilde{p}$, а $F(y)$ – функция распределения случайной величины y .

Заметим, что в случае абсолютной надежности $\tilde{p} = 1$ и последнее неравенство принимает вид

$$u > cS(y_\alpha(1 - \delta) - y_-)$$

4.3 МЕХАНИЗМ ПЕРЕСТРАХОВАНИЯ

Механизм перестрахования о котором вкратце упоминалось в разделе 2, состоит в следующем. Страховщик при заключении договоров страхования принимает на себя финансовую ответственность за возможные риски и за это получает премию. Если для страховой компании крупные выплаты нежелательны, а это, как мы видели, весьма вероятно в агростраховании, то она может передать часть премии другой страховой компании – перестраховщику взамен на обязательство оплатить часть риска. Существуют разные схемы перестрахования. Мы здесь опишем одну из них, используя ранее введенные обозначения.

ПРОПОРЦИОНАЛЬНОЕ СТРАХОВАНИЕ

В данном случае схема перестрахования следующая. Величина премии страховщика в год t с учетом нескольких страхуемых культур и многих страхователей – агрофирм равна

$$\pi(t) = \sum_{k,j} c_k S_{kj} \delta_k y_{\alpha kj}, \quad \text{а выплаты по риску равны}$$

$$r(t) = \sum_{k,j} c_k S_{kj} (y_{\alpha kj} - y_{kj}(t))_+. \quad \text{Часть риска } \beta r(t), \quad 0 \leq \beta \leq 1$$

выплачивает страховщик, а остальную $(1 - \beta)r(t)$ – перестраховщик. За это перестраховщик получает некоторую часть премии страховщика. Пусть рисковые запасы страховщика и перестраховщика равны θ и θ_1 соответственно. Как правило, $\theta_1 < \theta$, поскольку у перестраховщика меньше издержки.

Премия страховщика – то, что он получает от страхователей, равна $\pi(t) = Er(t)(1 + \theta)$, а премия перестраховщика $\pi_1(t) = (1 - \beta)Er(t)(1 + \theta_1)$. В результате перестрахования страховщик получает средний доход

$$E\tilde{D}_1 = \pi(t) - \pi_1(t) - \beta Er(t) = Er(t)(\theta - \theta_1(1 - \beta)) < \theta Er(t) = ED_1$$

Эта и другие оценки, которые будут приведены в данном разделе, получены в [3] для случая одного хозяйства и одной страхуемой культуры, но они справедливы и для общего случая, поскольку не используют конкретный вид получаемых премий и конкретный вид премий.

Для классических видов страхования показано (см. [1,6]), что при перестраховании вероятность неразорения повышается, т.е. повышается надежность функционирования страховой системы. Этот результат является естественным, и мы вправе предположить выполнение этого свойства и для агрострахования.

Средние доходы перестраховщика в рассматриваемом нами пропорциональном перестраховании равны $E\tilde{D} = Er(t)\theta_1(1 - \beta)$, а суммарные доходы равны $E\tilde{D}_1 + E\tilde{D} = \theta Er(t) = ED_1$, и это естественно.

Таким образом, финансовые показатели страховой компании ухудшаются, но показатели надежности повышаются. В этом заключается смысл перестрахования – за счет некоторой потери прибыли повысить надежность функционирования системы.

Мы здесь изложили математические модели, которые позволяют вычислить экономические характеристики страховой компании, занимающейся страхованием производства сельскохозяйственной продукции по мультирисковой программе страхования.

5. Согласование параметров мультирисковой программы страхования сельскохозяйственных культур

В операции агрострахования участвуют три стороны: страховая компания, страхователь – аграрная фирма и государство. Участие государства, точнее – его поддержка этой акции, как показывает международный опыт, обязательно. У каждой

стороны имеются свои интересы, которые можно описать набором критериев. Значения критериев из этого набора определяют свойства каждой программы страхования. В свою очередь, значения этих критериев зависят от некоторых параметров конкретной программы, которые необходимо назначить прежде, чем оглашать содержание программы.

При выработке приемлемых программ агрострахования необходим всесторонний анализ механизма взаимодействия всех участников страховой операции. В результате таких исследований должны быть выбраны такие параметры страховых программ, которые бы устраивали всех участников акции страхования.

Перечислим теперь минимальный набор критериев для оценки программы агрострахования.

Φ_0 – доля участия государства в данной программе,

Φ_1 – средний доход агрофирмы,

Φ_2 – вероятность недополучения запланированного урожая (или, что то же, величина этого запланированного урожая),

Φ_3 – средний доход страховой компании.

Φ_4 – вероятность неразорения страховой компании, которая, в частности, определяется ее начальным капиталом.

Исходя из значений этих критериев, должен быть достигнут компромисс между государством, аграриями и страховщиком при выборе определенной программы страхования, причем этот компромисс достигается выбором свободных параметров страховой программы.

Свободными параметрами в программе являются:

γ – доля участия государства в страховании – это в тоже время является критерием оценки деятельности государства,

θ – величина страховой надбавки (известный в страховании параметр, обеспечивающий финансовое существование страховой фирмы),

y_α – величина страховой урожайности (по этой величине через функцию распределения однозначно определяется страховая вероятность получения урожая).

Теперь мы можем обсудить процедуру согласования параметров мультирисковой программы страхования многих культур многими хозяйствами.

Будем считать, что заданы параметры γ и θ . Для заданного значения страховой надбавки θ для каждой культуры и каждого хозяйства для ряда значений $y_{\alpha k}$ по приведенным выше формулам вычисляются величины страховых тарифов $\delta_{kj}(\theta, y_{\alpha k})$, которые не зависят от величин страхуемых площадей. Эта дискретная функция (таблица) сообщается каждому хозяйству. (Естественно, о значении θ умалчивается).

Зная эту функцию, агрофирма j выбирает выгодный уровень страховой урожайности $y_{\alpha kj}$ для каждой культуры и величину страхуемой площади $S_{kj}(y_{\alpha kj})$ под эту культуру. Естественно, что при этом выборе агрофирма учитывает соответствующие доходы, которые можно вычислить по приведенным выше формулам.

Далее, зная такие решения по каждому хозяйству и по всем страхуемым культурам, страховая фирма может вычислить по приведенным выше формулам получаемый в результате страхования доход.

Если такой доход страховщиков устраивает, то необходимо еще проверить вероятность неразорения (это уже с помощью математического моделирования). Если результат такой проверки удовлетворительный, то процедура согласования параметров программы страхования заканчивается. В противном случае, если на любом этапе этой процедуры страховщика не устраивают результаты проверки, должны быть предприняты действия, описанные выше и отраженные на Рис.3.

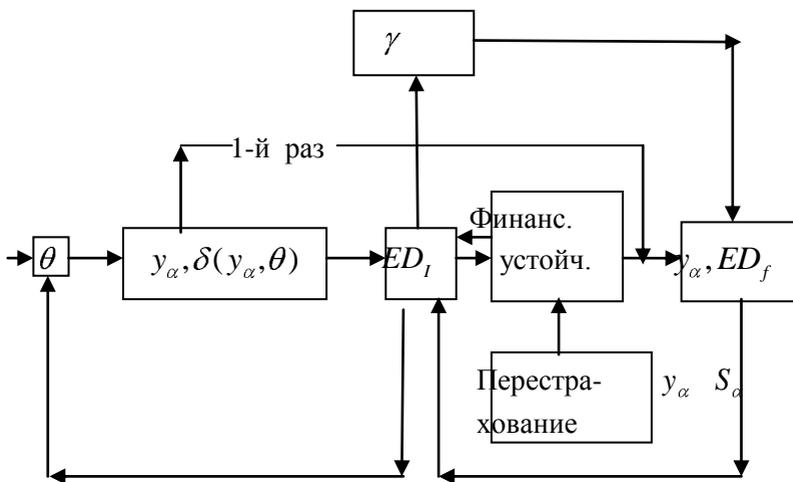


Рис.3.

Единственным способом выхода из данного положения является задание правдоподобных, близких к реальным (по мнению квалифицированных экспертов) статистических данных, и уже на этих данных необходимо уточнять конкретные параметры программ страхования. Эти параметры должны быть конкретизированы для каждой культуры и для каждого региона и не должны быть фиксированными для всей страны, как это принято сейчас считать в соответствии с существующим законодательством. Этот подход, связанный с моделированием прогнозных значений урожайностей просто необходим для производителей сельскохозяйственной продукции, переходящих на инновационные технологии производства, что должно привести к значительному росту урожайности, который нужно уметь прогнозировать.

Таким образом, для разработки обоснованной системы агрострахования необходимо иметь вычислительную систему, которая бы включала в себя и информационную базу, и различные модели прогноза (не только урожайности, но и цен на производимую сельскохозяйственную продукцию), и отдельные

вычислительные блоки (например, оптимизационные), с помощью которых можно было бы находить обоснованные параметры предлагаемых программ агрострахования, в частности и программ с государственной поддержкой.

Литература

1. БАУЭРС Н., ГЕРБЕР Х., ДЖОНС Д., НЕСБИТ С., ХИКМАН Дж. *Актуарная математика*, М.: Янус-К, 2001. 655 с.А
2. КИСЕЛЕВ В.Г. *Информационная база региональной системы агрострахования*. //Труды 5-й международной конференции «Управление большими системами» М.: ИПУ РАН, 2011.
3. КИСЕЛЕВ В.Г. *Актуарная математика в агростраховании*. М.: ВЦ РАН. 2011. 29 с.А
4. КИСЕЛЕВ В.Г. *Особенности информационного обеспечения системы страхования сельскохозяйственного производства*.// Материалы международной научно-практической конференции «Математика и ее приложения. Экономическое прогнозирование: модели и методы».г.Орел, 2011, С.236-240.
5. КИСЕЛЕВ В.Г., *Системный анализ основных систем агрострахования*, М.: ВЦ РАН. 2012 28с.
6. БОЙКОВ А.В. *Страхование: актуарные расчеты и математические модели страхования*, М.: ОРГСЕРВИС-2000, 2008. 172 с
7. КИСЕЛЕВ В.Г. *Математические модели экономики страховой агрокомпании*, М.: ВЦ РАН.2013.30с.
8. КИСЕЛЕВ В.Г. *Имитационная система мониторинга программ агрострахования*. М.:ВЦ РАН. 2010. 34 с.
9. ПАВЛОВСКИЙ Ю.Н. *Имитационные модели и системы*. М.: Фазис, 2000. 166 с.

10. ШЕНОН Р. *Имитационное моделирование систем: искусство и наука*. М.: Мир, 1978. 297 с.
11. ПАВЛОВСКИЙ Ю.Н., БЕЛОТЕЛОВ Н.В., БРОДСКИЙ Ю.И. *Имитационное моделирование*. М.: Академия, 2008. 236 с. (Университетский учебник)
12. Сельское хозяйство Тверской области. Статистический сборник. Тверь, 2002.
13. Сельское хозяйство, охота и лесоводство в России. М.: Росстат, 2009.

Литература

1. Бауэрс Н., Гербер Х., Джонс Д., Несбит С., Хикман Дж. *Актуарная математика*, М.: Янус-К, 2001. 655 с
2. Киселев В.Г. Информационная база региональной системы агрострахования. //Труды 5-й международной конференции «Управление большими системами» М.: ИПУ РАН, 2011.
3. Киселев В.Г. *Актуарная математика в агростраховании*. М.: ВЦ РАН. 2011. 29 с.
4. Киселев В.Г. Особенности информационного обеспечения системы страхования сельскохозяйственного производства.// Материалы международной научно-практической конференции «Математика и ее приложения. Экономическое прогнозирование: модели и методы».г.Орел, 2011, С.236-240.
5. Киселев В.Г., *Системный анализ основных систем агрострахования*, М.: ВЦ РАН. 2012 28с.
6. Бойков А.В. *Страхование: актуарные расчеты и математические модели страхования*, М.: ОРГСЕРВИС-2000, 2008. 172 с.
7. Киселев В.Г. *Математические модели экономики страховой агрокомпании*, М.: ВЦ РАН.2013.30с.
8. Киселев В.Г. *Имитационная система мониторинга программ агрострахования*. М.:ВЦ РАН. 2010. 34 с.
9. Павловский Ю.Н. *Имитационные модели и системы*. М.: Фазис, 2000. 166 с.

10. Шенон Р. Имитационное моделирование систем: искусство и наука. М.: Мир, 1978. 297 с.
11. Павловский Ю.Н., Белотелов Н.В., Бродский Ю.И. Имитационное моделирование. М.: Академия, 2008. 236 с. (Университетский учебник)
12. Современная практика сельскохозяйственного страхования. // Агрострахование в России, 2004, октябрь. С. 29-42.
13. Сельское хозяйство Тверской области. Статистический сборник. Тверь, 2002.
14. Сельское хозяйство, охота и лесоводство в России. М.: Росстат, 2009.
15. Гермейер Ю.Б. Введение в теорию исследования операций. М.: Наука, 1971, 383с

TO THE RATIONALE REGIONAL MULTIRISQUE PROGRAM OF CROP INSURANCE

Valeriy Kiselev, A. A. Dorodnicyn Computing Center of RAS, Moscow, Cand.Sc., assistant professor (vgkiselev@yandex.ru).

The paper presents features of insurance in agriculture. It is discussed a mathematical model of one program of insurance and proposed a procedure of negotiating the details of this program between the participants of the insurance operations – agricultural firms, the insurance company and the state government.

Keywords: insurance, criteria, information base, probabilistic characteristics, simulation modeling.