

АЛГОРИТМ ДИНАМИЧЕСКОЙ КОМПЕНСАЦИИ ВОЗМУЩЕНИЙ С ОБЕСПЕЧЕНИЕМ СИГНАЛА УПРАВЛЕНИЯ В ЗАДАННОМ МНОЖЕСТВЕ¹

Фуртат И. Б.²

*(Институт проблем машиноведения РАН, Университет
ИТМО, Санкт-Петербург)*

Получен новый алгоритм динамической компенсации возмущений для линейных объектов со скалярными входами и выходами в условии параметрической неопределенности и внешних ограниченных возмущений. Рассмотрена задача слежения выхода объекта за эталонным сигналом без измерения производных регулируемой переменной. Алгоритм обобщен на случай заданных ограничений функции управления. Приведены условия на параметры объекта управления, эталонной модели и регулятора при выполнении которых система управления будет работоспособной. Рассмотрен пример моделирования, иллюстрирующий работоспособность приведенной схемы.

Ключевые слова: робастное управление, компенсация возмущений, ограничения на сигнал управления.

1 Результаты раздела 2 (синтез алгоритма динамической компенсации возмущений) получены в ИПМаш РАН при поддержке РФФ (проект № 14-29-00142). Другие исследования частично поддержаны грантами РФФИ (№ 16-08-00282, № 16-08-00686), МОН РФ (проект 14.Z50.31.0031) и Правительства РФ (074-U01).

2 Фуртат Игорь Борисович, доктор технических наук, доцент (Санкт-Петербург, Большой пр-т В.О., д. 61, тел. (812) 321-47-66, cainenash@mail.ru).

1. Введение

Одним из эффективных способов управления объектами в условии неопределенности и возмущений является робастное управление. На сегодняшний день предложено достаточное количество решений в данной области, например, [3].

В [1, 2, 8] для управления объектами в условии параметрической неопределенности и внешних возмущений используются различные модификации наблюдателей с большим коэффициентом усиления (high-gain observer) для оценки производных выхода объекта. Однако при рассогласовании начальных условий объекта и системы управления увеличение коэффициента усиления в наблюдателе может привести к увеличению множества значений функции управления в начальный момент времени. В [2], на базе результатов [1], получена простая схема управления, представленная последовательным соединением апериодических и форсирующих звеньев. В [6] рассмотрено решение задачи компенсации возмущений с использованием динамического вспомогательного контура и наблюдателя, представленного последовательным соединением реальных дифференцирующих звеньев. Результат [6] позволил получить в [7] простой регулятор, представленный передаточной функцией, знаменатель которой содержит нулевой корень и малый параметр.

Анализ работ [1, 2, 6-8] показал, что представленные схемы управления отличаются лишь их частной реализацией. Поэтому, возникает задача, связанная с получением нового способа управления, который бы позволил синтезировать новый класс регуляторов, включая в себя результаты [1, 2, 6-8].

Следующая проблема состоит в том, что при синтезе большинства алгоритмов управления в условии неопределенности, например, в [9, 11-13, 15, 16], требуется ограниченность функции управления, но границы ее множества возможных значений не фиксированы. Данное множество зависит от неизвестных начальных условий и параметров объекта управления, а также параметров системы управления.

Однако на практике произвольное множество возможных значений функции управления может привести к неработоспособности системы управления из-за присутствия реальных ограничений.

В условиях определенности параметров объекта управления и внешних возмущений можно использовать в автоматических системах законы управления с введением ПИ или ПИД закона регулирования. Однако из-за насыщения управляющего сигнала переменные интегрирующего звена в ПИ и ПИД-регуляторах могут быть неограниченными (windup), что приводит к невыполнению поставленной цели или потери устойчивости замкнутой системы [7]. В данном случае для работоспособности системы управления с ПИ-регулятором может достигаться введением контура, предотвращающего рост параметров в регуляторе (anti-windup, [8, 9]).

Впервые задача управления в условиях неопределенности и насыщения сигнала управления была рассмотрена в [13]. Однако в [13] результаты, касающиеся насыщения, не имеют строгого доказательства. Аналогичный результат был описан в [6], где на этапе моделирования системы, зная множество возможных значений параметров объекта, предлагалась методика выбора параметров в регуляторе. В [16] для решения задачи функция насыщения сигнала управления заменялась гиперболическим тангенсом от сигнала управления. В [15] предложено адаптивное управление объектами в условиях неопределенности, где для частичной компенсации ограничений на сигнал управления параллельно ошибке слежения вводился вспомогательный контур с настраиваемым параметром. Заметим, что результаты [15, 16] справедливы, если доступен измерению вектор состояния объекта управления.

Таким образом, следующей задачей, рассматриваемой в статье, является обобщение алгоритма, синтезированного без учета насыщения сигнала управления, на случай заданных ограничений функции управления, когда не доступны измерению производные регулируемой переменной.

В статье решена задача управления линейными динамическими объектами с векторными входами и выходами в условиях параметрической неопределенности, внешних

возмущений, заданных ограничений на сигнал управления и недоступности измерению производных входных и выходных сигналов. Вначале предложен алгоритм управления, обеспечивающий робастность замкнутой системы по отношению к параметрическим неопределенностям и внешним возмущениям без учета ограничений на функцию управления. Показано, что предложенный алгоритм обобщает известные результаты [1, 2, 6, 7] и позволяет синтезировать новый класс алгоритмов. Далее полученный результат обобщается для управления в условиях заданных ограничений функции управления. Приведены условия на параметры модели объекта управления, эталонной модели и регулятора при выполнении которых система управления будет работоспособной. Рассмотрены примеры моделирования, иллюстрирующие работоспособность предлагаемой схемы управления.

2. Постановка задачи

Рассмотрим объект управления, модель которого описывается уравнением

$$(1) \quad Q(p)y(t) = R(p)u(t) + f(t),$$

где $y(t) \in R$ – выход объекта, $u(t) \in R$ – сигнал управления, $f(t) \in R$ – неконтролируемое ограниченное возмущение, $Q(p)$, $R(p)$ – линейные дифференциальные операторы с неизвестными коэффициентами, $\deg Q(p) = n$ и $\deg R(p) = m$, $p = d/dt$ – оператор дифференцирования.

Цель управления состоит в синтезе непрерывного алгоритма, обеспечивающего выполнение условия

$$(2) \quad |y(t) - y_m(t)| < \delta \text{ при } t > T,$$

где $y_m(t)$ – эталонный сигнал такой, что $|y_m^{(j)}(t)| \leq \bar{y}_m^j$, $y_m^{(j)}(t) - j$ -я производная функции $y_m(t)$, $j = 1, \dots, n$, $\delta > 0$ – точность регулирования, $T > 0$ – время, по истечении которого должно быть выполнено неравенство (2). Дополнительно условию (2), потребуем выполнение условия

$$(3) \quad |u(t)| \leq \bar{u},$$

где $\bar{u} > 0$ – известная величина. Также, необходимо чтобы все переменные в замкнутой системе были бы ограниченными.

Сформулированную задачу будем решать при следующих предположениях.

Предположения.

1. Неизвестные коэффициенты операторов $Q(p)$, $R(p)$ принадлежат известному ограниченному множеству Ξ .

2. Полином $R(\lambda)$ – гурвицевый, где λ – комплексная переменная.

3. Известны числа \bar{f} и \bar{y}_m , где $|f(t)| \leq \bar{f}$ и $\sqrt{\sum_{j=1}^n (\bar{y}_m^j)^2} \leq \bar{y}$.

3. Синтез алгоритма без учета насыщения сигнала управления

Рассмотрим сначала синтез алгоритма динамической компенсации возмущений без учета ограничений (3). Представим операторы $Q(p)$ и $R(p)$ в виде

$$(4) \quad Q(p) = Q_m(p) + \Delta Q(p), \quad R(p) = R_m(p) + \Delta R(p),$$

где $Q_m(p)$, $R_m(p)$ – известные линейные дифференциальные операторы, $\deg Q_m(p) \geq n$, $\deg R_m(p) \leq m$, многочлены $Q_m(\lambda)$, $R_m(\lambda)$ – гурвицевы, $\Delta Q(p)$, $\Delta R(p)$ – линейные дифференциальные операторы с неизвестными коэффициентами, $\deg \Delta Q(p) \leq \deg Q_m(p)$, $\deg \Delta R(p) \leq m$.

Подставим (4) в (1) и составим уравнение для ошибки слежения $e(t) = y(t) - y_m(t)$ в виде

$$(5) \quad Q_m(p)e(t) = R_m(p)u(t) + \varphi(t),$$

где $\varphi(t) = D(p)f(t) - \Delta Q(p)y(t) + \Delta R(p)u(t) - Q_m(p)y_m(t)$ – функция, содержащая информацию о параметрической неопределенности и внешних возмущениях объекта (1).

Из уравнения (5) функцию $\varphi(t)$ можно выразить как

$$(6) \quad \varphi(t) = Q_m(p)e(t) - R_m(p)u(t).$$

Подставив (6) в (5), получим

$$(7) \quad Q_m(p)e(t) = R_m(p)u(t) + Q_m(p)e(t) - R_m(p)u(t).$$

Из правой части (7) видно, что непосредственно закон управления сформировать невозможно. Введем в рассмотрение гурвицевый полином $\alpha(\lambda)$ порядка $\gamma = \deg Q_m(p) - \deg R_m(p)$. Добавим и вычтем в правой части (7) слагаемое $\alpha(p)R_m(p)u(t)$:

$$(8) \quad \begin{aligned} Q_m(p)e(t) &= R_m(p)u(t) + Q_m(p)e(t) - \\ &- R_m(p)u(t) \pm \alpha(p)R_m(p)u(t). \end{aligned}$$

Приравняв в правой части (8) выражение $R_m(p)u(t) + Q_m(p)e(t) - \alpha(p)R_m(p)u(t)$ к нулю, сформируем закон управления в виде

$$(9) \quad u(t) = -(1 - \alpha(p))^{-1} R_m^{-1}(p) Q_m(p) e(t).$$

Сформулируем утверждение, при выполнении условий которого алгоритм (9) обеспечит выполнение целевого условия (2).

Утверждение 1. Пусть выполнены условия Предположений 1-3. Тогда существуют $\alpha(\lambda)$, $R_m(\lambda)$ и $Q_m(\lambda)$ такие, что многочлен $P(\lambda) = (1 - \alpha(p))R_m(p)Q(p) + R(p)Q_m(p) -$ гурвицев для любых параметров (1) из класса Ξ , и регулятор (9) обеспечивает робастную устойчивость замкнутой системы, а также выполнение целевого условия (2).

Доказательство Утверждения 1 приведено в Приложении.

Замечание 1. Алгоритм (9) не требует точного знания порядков операторов $Q(p)$ и $R(p)$. Поэтому, алгоритм (9) работоспособен для класса линейных структурно неопределенных объектов (см., например, [4, 5]).

Замечание 2. Если в объекте (1) $\alpha(p) = \text{const}$, то получим результат, подобный [8]; если $\alpha(p) = (Tp + 1)^\gamma$, где $T > 0$, то получим результат [1, 2]. При $\alpha(p) = (\mu p + 1)^\gamma - 1$, где $\mu > 0$ – достаточно малое число, получим результат [7].

Таким образом, в настоящей статье получен алгоритм (9), устанавливающий связь между известными результатами [1, 2, 4, 5, 8], и позволяющий синтезировать новый класс алгоритмов за счет выбора структуры и параметров $\alpha(\lambda)$, $R_m(\lambda)$ и $Q_m(\lambda)$.

4. Структура закона управления в условии насыщения входного сигнала

Рассмотрим теперь решение задачи при дополнительном условии (3). Сформируем сигнал управления $u(t)$ в виде

$$(10) \quad u(t) = \frac{1}{1+\sigma} \left(u_c(t) + \sigma \tilde{u} \operatorname{sat} \left(\frac{u_c(t)}{\tilde{u}} \right) \right),$$

$$(11) \quad u_c(t) = -(1-\alpha(p))^{-1} R_m^{-1}(p) Q_m(p) e(t),$$

где $\sigma > 0$, $0 < \tilde{u} < \bar{u}$. Уравнение (10) необходимо для управления в условиях ограничений (3) и определяет аппроксимацию функции насыщения. В Приложении будет показано, что структура (10) также позволяет получить условия работоспособности синтезируемого алгоритма. Выражение (11) определяет сигнал компенсации параметрических и внешних возмущений в объекте (1).

Замечание 3. Из (10) следует, что при $|u_c(t)| \leq \tilde{u}$ имеем $u(t) = u_c(t)$, при $|u_c(t)| > \tilde{u}$ имеем

$$u(t) = \frac{1}{1+\sigma} \left(u_c(t) + \sigma \tilde{u} \operatorname{sgn}(u_c(t)) \right). \text{ Тогда при } \sigma < \infty \text{ величина } |u(t)|$$

может принимать значения, больше, чем \tilde{u} . Однако при $\sigma \rightarrow \infty$

имеем $u(t) \rightarrow \tilde{u} \operatorname{sat} \left(\frac{u_c(t)}{\tilde{u}} \right)$. Значит при достаточно больших σ

величину \tilde{u} можно выбирать достаточно близкой к \bar{u} . Так при

$$\tilde{u} = \bar{u} \text{ и } \sigma \rightarrow \infty \text{ имеем } u(t) \rightarrow \bar{u} \operatorname{sat} \left(\frac{u_c(t)}{\bar{u}} \right). \text{ В дальнейшем будет}$$

получено условие выбора величины σ в (10) для обеспечения $|u(t)| \leq \bar{u}$.

Замечание 4. Из (10) видно, что коэффициент σ можно выбирать из условия $\sigma \in (-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$. Однако ради простоты синтеза системы управления положим в (10) $\sigma > 0$.

Перед формулировкой утверждения введем обозначения:

$$\begin{aligned}
W_1 &= \left\| Q_m^{-1}(\lambda) R_m(\lambda) (1 - \alpha(\lambda)) \right\|, \quad W_2 = \left\| Q_m^{-1}(\lambda) \right\|, \\
W_3 &= \sup_{\Xi} \left\| Q_m^{-1}(\lambda) \Delta Q(\lambda) \right\|, \quad W_4 = \sup_{\Xi} \left\| Q_m^{-1}(\lambda) Q(\lambda) \right\|, \\
W_5 &= \sup_{\Xi} \left\| Q_m^{-1}(\lambda) R(\lambda) \right\|, \quad W_6 = \left\| (1 - \alpha(\lambda))^{-1} R_m^{-1}(\lambda) Q_m(\lambda) \right\|, \\
\varepsilon(t) &= \left[e(t), \dot{e}(t), \dots, e^{(n)}(t) \right]^T.
\end{aligned}$$

Здесь и далее под $\|W(\lambda)\|$ будем понимать H - ∞ норму передаточной функции $W(\lambda)$, т.е. $\|W(\lambda)\| = \sup_{\text{Re } \lambda \geq 0} \|W(\lambda)\|_2$.

Сформулируем утверждение, при выполнении условий которого алгоритм (10), (11) обеспечит выполнение целевых условий (2), (3) и ограниченность всех сигналов в замкнутой системе.

Утверждение 2. Пусть выполнены условия предположений 1-3 и Утверждения 1. Тогда при

$$(12) \quad |\varepsilon(0)| \leq W_1 \bar{u},$$

$$(13) \quad W_2 \bar{f} + W_4 \bar{y}_m \leq (W_1 - W_3 W_1 - W_5) \bar{u},$$

$$W_1 - W_3 W_1 - W_5 > 0$$

$$(14) \quad \sigma \geq \frac{\bar{u} + W_6 (W_2 \bar{f} + W_4 \bar{y}_m + (W_3 W_1 + W_5) \bar{u})}{\bar{u} - \bar{u}},$$

система управления (10), (11) обеспечит ограниченность сигналов в замкнутой системе и выполнение целевого условия (2) с точностью

$$(15) \quad \delta = W_2 \bar{f} + W_4 \bar{y}_m + (W_3 W_1 + W_5) \bar{u}.$$

Доказательство Утверждения 2 приведено в Приложении.

Для иллюстрации полученных результатов рассмотрим численный пример.

5. Примеры

Рассмотрим объект управления, динамические процессы в котором описываются уравнением

$$(16) \quad (p^3 - q_3 p^2 - q_2 p - q_1) y(t) = ru(t) + f(t).$$

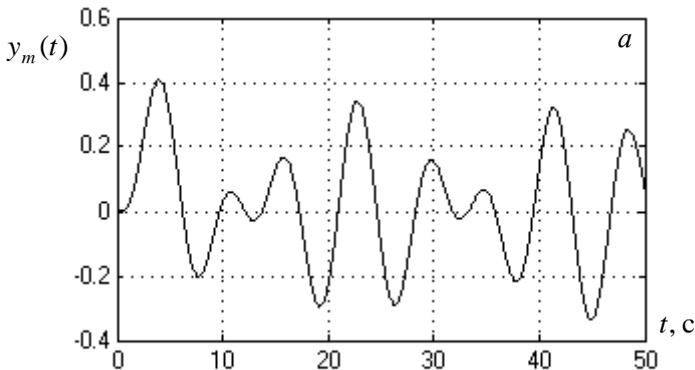
Множество Ξ задано следующими неравенствами: $-1 \leq q_1 \leq 2$, $-4 \leq q_2 \leq -3$, $-0,5 \leq q_3 \leq 1$, $1 \leq r < 20$ и $\bar{f} = 0,4$. Цель управления состоит в обеспечении условий (2), (3), где $\bar{u} = 1$.

Выберем $Q_m(p) = (p + 1)^3$, $R_m(p) = 1$, $\alpha(p) = (0,01p + 1)^3 - 1$ и $\tilde{u} = 0,97$. Согласно (10) и (11), сформируем систему управления, представленную следующими уравнениями

$$u_c(t) = -\frac{(p+1)^3}{(0,01p+1)^3 - 1} e(t),$$

$$(16) \quad u(t) = \frac{1}{1+\sigma} \left(u_c(t) + 0,97\sigma \operatorname{sat} \left(\frac{u_c(t)}{0,97} \right) \right).$$

Принимая во внимание множество Ξ , воспользуемся условиями (12)-(14): $|\varepsilon(0)| < 1,15 \cdot 10^{-2}$, $\bar{y}_m < 0,21$, $\sigma > 2,3 \cdot 10^8$. Как отмечалось, эти условия достаточно грубые. Результаты моделирования показали, что система управления будет работоспособной, например, при $\bar{y}_m = 0,4$, $|\varepsilon(0)| \leq 0,1\sqrt{3}$ и $\sigma = 10^7$. Положим $\sigma = 10^7$. Рассмотрим объект управления (16) со следующими параметрами: $q_1 = -1$, $q_2 = -4$, $q_3 = 1$, $r = 1$. $f(t) = 0,1 + 0,3\sin t$, $y(0) = 0,1$, $\dot{y}(0) = 0,1$, $\ddot{y}(0) = 0,1$. Эталонный сигнал $y_m(t)$ изображен на рис. 1 а. На рис. 1 б представлены результаты моделирования по $e(t)$, на рис. 2 – по $u(t)$.



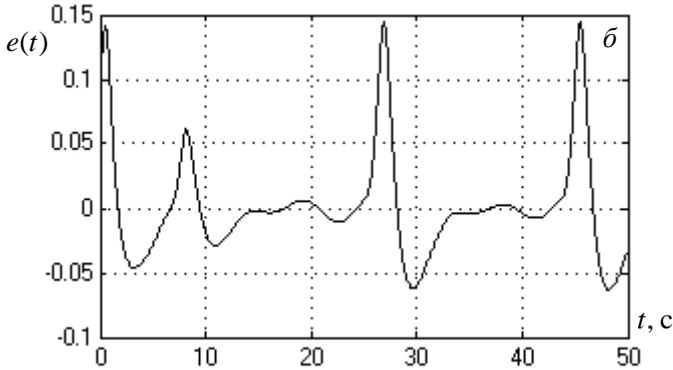


Рис. 1. Переходные процессы по $y_m(t)$ и $e(t)$

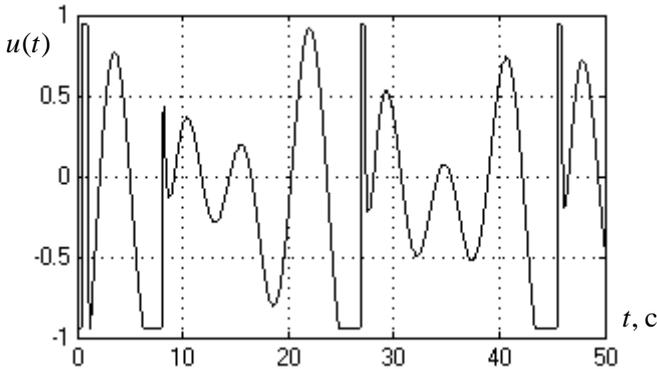


Рис. 2. График сигнала управления $u(t)$

Анализ результатов моделирования показал, что замкнутая система робастна по отношению к внешним возмущениям и параметрической неопределенности из заданного класса Ξ . В системе управления с начала ее функционирования динамическая ошибка не превышает значения 0,15. Из рис. 2 видно, что сигнал управления находится в заданном отрезке $[-1; 1]$, тогда как без использования алгоритма (16) (то есть при $u(t) = u_c(t)$) сигнал управления $u(t)$ в начальный момент времени достигает значения -10^4 , и только на 0,2 с $u(t)$ входит в отрезок $[-1,12; 1,12]$, что недопустимо по условию задачи.

6. Заключение

В статье приведен синтез системы управления для линейных динамических объектов со скалярными входами-выходами в условиях параметрической неопределенности, внешних возмущений и заданных ограничений на функцию управления. Предложен робастный алгоритм, обобщающий известные результаты [1, 2, 7, 8]. Разработана схема формирования сигнала управления и получены условия на параметры объекта управления, эталонной модели и регулятора при выполнении которых система управления будет работоспособной в условии ограничений на управление. При этом алгоритм (10), предложенный в условии ограничений на управление, является независимым, то есть им можно дополнить любой из существующих алгоритмов, разработанных без учета ограничений.

7. Приложение

Доказательство утверждения 1. Подставим (6) в (5), и, принимая во внимание структуру функции $\varphi(t)$ и разложение (4), перепишем (5) в виде

$$Q(p)e(t) = -R(p)(1 - \alpha(p))^{-1} R_m^{-1}(p) Q_m(p)e(t) - Q(p)y_m(t) + f(t).$$

Из последнего следует уравнение связи эталонного сигнала и внешнего возмущения с ошибкой слежения, которое определено следующим выражением

$$P(p)e(t) = (1 - \alpha(p)) R_m(p) (f(t) - Q(p)y_m(t)).$$

Очевидно, что замкнутая система устойчива, если полином $P(\lambda)$ гурвицевый для любых значений параметров объекта (1) из множества Ξ . Покажем, что существуют $\alpha(\lambda)$, $R_m(\lambda)$ и $Q_m(\lambda)$ такие, что будет обеспечена гурвицевость полинома $P(\lambda)$. Для этого сформулируем вспомогательную лемму.

Лемма. Пусть заданы многочлены $Q(\lambda)$, $T(\lambda)$ порядков n и m соответственно. Тогда существуют многочлены $P(\lambda)$ и $R(\lambda)$ с порядками $k \geq 0$ и $g \geq n - 1$ такие, что может быть получен

произвольный многочлен $M(\lambda)$ порядка $\mu = \max \{n + k, m + g\}$, который определен следующим соотношением

$$(П.1) \quad M(\lambda) = Q(\lambda)P(\lambda) + R(\lambda)T(\lambda).$$

Доказательство леммы. Рассмотрим многочлены $A(\lambda)$ и $B(\lambda)$ порядков $m + z + \mu$ и $n + z + \mu$ ($z \geq 0$) соответственно, которые обеспечивают выполнение следующего условия

$$(П.2) \quad Q(\lambda)A(\lambda) + B(\lambda)T(\lambda) = M(\lambda),$$

Представив многочлены $A(\lambda)$ и $B(\lambda)$ в виде $A(\lambda) = \bar{A}(\lambda)M(\lambda)$ и $B(\lambda) = M(\lambda)\bar{B}(\lambda)$, где $\deg \bar{A}(\lambda) = m + z$, $\deg \bar{B}(\lambda) = n + z$, перепишем (П.2) в виде

$$(П.3) \quad Q(\lambda)\bar{A}(\lambda)M(\lambda) + M(\lambda)\bar{B}(\lambda)T(\lambda) = M(\lambda).$$

Преобразуем $M(\lambda)\bar{B}(\lambda)$ как

$$(П.4) \quad M(\lambda)\bar{B}(\lambda) = Q(\lambda)N(\lambda) + R(\lambda),$$

где $\deg N(\lambda) = \mu + z$. Подставив (П.4) в (П.3), получим

$$(П.5) \quad Q(\lambda)[\bar{A}(\lambda)M(\lambda) + N(\lambda)T(\lambda)] + R(\lambda)T(\lambda) = M(\lambda).$$

Так как $\deg \bar{A}(\lambda)M(\lambda) = \deg N(\lambda)T(\lambda) \geq \deg P(\lambda)$, то выберем $\bar{A}(\lambda)$, $\bar{B}(\lambda)$ такими, что $\bar{A}(\lambda)M(\lambda) + N(\lambda)T(\lambda) = P(\lambda)$. Следовательно, соотношение (П.1) выполнено. Лемма доказана.

Лемма является обобщением Утверждения 1 в [10] и Леммы 2 в [14]. В [10, 14] рассматриваются многочлены $P(\lambda)$ и $R(\lambda)$ такие, что $\deg P(\lambda) = \deg R(\lambda) = n - 1$, что сужает класс разрабатываемых алгоритмов управления. Поскольку в Лемме $\deg P(\lambda) = k \geq 0$ и $\deg R(\lambda) = g \geq n - 1$, то Лемму можно применять к построению алгоритмов управления для структурно неопределенных объектов.

Согласно Лемме существуют $\alpha(\lambda)$, $Q_m(\lambda)$, $R_m(\lambda)$ такие, что можно получить произвольный многочлен $P(\lambda)$, а следовательно, обеспечить гурвицевость многочлена $P(\lambda)$. Причем, соответствующим выбором $\alpha(\lambda)$, $Q_m(\lambda)$, $R_m(\lambda)$ можно обеспечить требуемое значение δ в целевом условии (2).

Доказательство утверждения 2. Рассмотрим два случая.

1) Предположим, что в процессе функционирования системы $|u_c(t)| \leq \tilde{u}$. Тогда из (10) $u(t) = u_c(t)$, а значит, будут выполнены условия Утверждения 1. Выясним, при каких параметрах объекта и системы управления первый случай будет справедлив. Перепишем (5) в виде

$$(П.6) \quad e(t) = -Q_m^{-1}(p)R_m(p)(1 - \alpha(p))u_c(t).$$

Оценим (П.6) как $|e(t)| \leq W_1|u_c(t)| \leq W_1\tilde{u}$. Так как $|e(t)| \leq |\varepsilon(t)|$, то потребуем, чтобы оценка на $\varepsilon(0)$ находилась во множестве

$$(П.7) \quad |\varepsilon(0)| \leq W_1\tilde{u}.$$

Преобразуем уравнение (5) к виду

$$(П.8) \quad e(t) = Q_m^{-1}(p) \times \\ \times [f(t) - \Delta Q(p)e(t) - Q(p)y_m(t) + R(p)u(t)].$$

Оценим правую часть (П.8) как

$$(П.9) \quad Q_m^{-1}(p)[f(t) - \Delta Q(p)e(t) - Q(p)y_m(t) + R(p)u(t)] \leq \\ \leq W_2\bar{f} + W_3W_1\tilde{u} + W_4\bar{y}_m + W_5\tilde{u}.$$

Принимая во внимание условие $|e(t)| \leq W_1\tilde{u}$ и (П.9), потребуем выполнение условия

$$(П.10) \quad W_2\bar{f} + W_3W_1\tilde{u} + W_4\bar{y}_m + W_5\tilde{u} \leq W_1\tilde{u}.$$

Тогда из (П.10) следуют верхние оценки на \bar{f} и \bar{y}_m в виде

$$(П.11) \quad W_2\bar{f} + W_4\bar{y}_m \leq (W_1 - W_3W_1 - W_5)\tilde{u}, \\ W_1 - W_3W_1 - W_5 > 0.$$

В результате, при $|u_c(t)| \leq \tilde{u}$ и выполнении условий Утверждения 1, (П.7) и (П.11) целевое условие (2) будет выполнено.

2) Рассмотрим случай, когда

$$(П.12) \quad \tilde{u} < |u_c(t)| \leq \bar{u}.$$

Так как $|e(t)| \leq |\varepsilon(t)|$ и $|u_c(t)| \leq \bar{u}$, то, с учетом (П.7) потребуем, чтобы оценка на начальные условия находилась во множестве (12).

Оценим правую часть (П.8) как

$$(П.13) \quad \begin{aligned} & Q_m^{-1}(p)[f(t) - Q(p)y_m(t) - \Delta Q(p)e(t) + R(p)u(t)] \leq \\ & \leq W_2 \bar{f} + W_4 \bar{y}_m + (W_3 W_1 + W_5) \bar{u}. \end{aligned}$$

Из (П.13) следуют оценка (15).

Подставив (П.13) в условие $|e(t)| \leq W_1 \bar{u}$, получим

$$(П.14) \quad W_2 \bar{f} + W_4 \bar{y}_m + (W_3 W_1 + W_5) \bar{u} \leq W_1 \bar{u}.$$

Тогда из (П.14) следуют оценки (13).

В результате, при $|u_c(t)| \leq \bar{u}$ и выполнении условий Утверждения 1, (12) и (13) будет выполнено целевое условие (2). Результирующие оценки (12), (13) следуют из того, что правые части (12) и (13) меньше, чем правые части (П.7) и (П.11) соответственно.

Теперь определим оценку для коэффициента σ , при котором $|u_c(t)| \leq \bar{u}$. Для этого оценим (10) как

$$\frac{1}{1 + \sigma} \left(u_c(t) + \sigma \tilde{u} \operatorname{sat} \left(\frac{u_c(t)}{\tilde{u}} \right) \right) \leq \bar{u}.$$

Разрешим последнее неравенство относительно σ .

$$\sigma \geq \frac{\bar{u} - u_c(t)}{\bar{u} - \tilde{u} \operatorname{sat} \left(\frac{u_c(t)}{\tilde{u}} \right)}.$$

Оценим сверху правую часть последнего неравенства в виде

$$(П.15) \quad \frac{\bar{u} - u_c(t)}{\bar{u} - \tilde{u} \operatorname{sat} \left(\frac{u_c(t)}{\tilde{u}} \right)} \leq \frac{\bar{u} + |u_c(t)|}{\bar{u} - \tilde{u}} \leq \frac{\bar{u} + W_1 |e(t)|}{\bar{u} - \tilde{u}}.$$

С учетом (П.15) и (15), получим результирующую оценку для σ в виде (14).

Очевидно, что оценки (12)-(15) достаточно грубые, но из них видно, что существуют определенные значения параметров объекта, эталонной модели и регулятора, при которых в условиях ограничений на сигнал управления можно обеспечить выполнение целевых условий (2) и (3).

Литература

1. БОБЦОВ А.А. *Синтез закона управления для стабилизации нелинейной системы по измерениям выхода* // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2004. – № 3. – С. 40–45.
2. БОБЦОВ А.А., ШАВЕТОВ С.В. *Управление по выходу линейным параметрически неопределенным объектом в условиях возмущающих воздействий и неучтенной динамики* // Научно-технический вестник Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики. – 2011. – № 1 (71). – С. 33–39.
3. МИРОШНИК И.В., НИКИФОРОВ В.О., ФРАДКОВ А.Л. *Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами*. – СПб: Наука, 2000. – 549 с.
4. ФУРТАТ И.Б., ЦЫКУНОВ А.М. *Адаптивное управление объектами с неизвестной относительной степенью* // Автоматика и телемеханика. – 2010. – № 6. – С. 109–118.
5. ФУРТАТ И.Б., ЦЫКУНОВ А.М. *Робастное управление нестационарными нелинейными структурно неопределенными объектами* // Проблемы управления. – 2008. – № 5. – С. 2–7.
6. ЦЫКУНОВ А.М. *Алгоритм робастного управления линейными динамическими объектами по выходу* // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2010. – № 3. – С. 9–14.
7. ЦЫКУНОВ А.М. *Алгоритм робастного управления нестационарным линейным объектом с компенсацией возмущений* // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2008. – № 4. – С. 33–40.
8. ATASSI A.N., KHALIL H.K. *A separation principle for the stabilization of class of nonlinear systems* // IEEE Trans. on Automat. Control. – 1999. – Vol. 44, № 9. – P. 1672–1687.
9. EDWARDS C., POSTLETHWAITE I. *Anti-windup and Bumpless-transfer Schemes* // Automatica. – 1998. – Vol. 34, №. 2. – P. 199–210.

10. FEUER A., MORSE A.S. Adaptive control of single-input, single-output linear systems // IEEE Trans. on Automat. Control. – 1978. – Vol. AC-23, № 4. – P. 557–569.
11. KAPASOURIS P., ATHANS M. Multivariable Control Systems with Saturating Actuators Antireset Windup Strategies // American Control Conf. – Boston. – 2004. – P. 1579–1584.
12. LOZIER J.C. A steady-state approach to the theory of saturable servo systems // IRE Trans. on Automatic Control. – 1956. – May. – P. 19–39.
13. MONOPOLI R. Adaptive Control for Systems for Hard Saturation // 14th IEEE Conf. on Decision and Control. – Houston, TX. – 1975. P. 841–842.
14. NARENDRA K.S., VALAVANI L.S. Stable Adaptive Controller Design – Direct Control // IEEE Trans. on Automat. Control. – 1978. Vol. AC-23, № 4. – P. 570–583.
15. SCHWAGER M., ANNASWAMY A.M. Direct Adaptive Control of Multi-Input Plants with Magnitude Saturation Constrains // 44th IEEE Conf. on Decision and Control, and the European Control Conf. – Seville, Spain. – 2005. – P. 783–788.
16. WEN C., ZHOU J., LIU Z., SU H. Robust Adaptive Control of Uncertain Nonlinear Systems in the Presence of Input Saturation and External Disturbance // IEEE Trans. on Automatic Control. – 2011. – Vol. 56, № 7. – P. 1672–1678.

ALGORITHM OF DYNAMIC COMPENSATION OF DISTURBANCES WITH PROVIDING A CONTROL IN A GIVEN BOUNDED SET

Furtat Igor, Institute of Problems of Mechanical Engineering Russian Academy of Sciences, ITMO University, Dr.Sc., assistant professor (cainenash@mail.ru).

Abstract: The new algorithm for dynamic compensation of disturbances for linear plants with single input and single output under conditions of parametric uncertainty and external bounded disturbances is proposed. The problem of tracking the plant output

to the reference signal without measuring output derivatives is considered. The algorithm is generalized to the given constraints on the control signal. We formulate the conditions depending on the parameters of the plant, the reference model and the control signal which allow to save the stability of the closed loop system. The modeling results illustrate efficiency of the proposed algorithm.

Keywords: robust control, disturbances compensation, control signal constraints.

Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии ...заполняется редактором...

Поступила в редакцию ...заполняется редактором...
Опубликована ...заполняется редактором...