УДК 519.713
ББК 32.815

К РЕШЕНИЮ ПРОБЛЕМЫ ЦИКЛИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Любченко В.С. [1]
(*ФГБУН Институт проблем управления им. В.А.Трапезникова РАН, Москва*)

В работе предложено решение проблемы циклических цепей - одной из проблем корректного построения структурных схем, представленных сетями конечных автоматов. Изложены графические методы реализации операций композиции и декомпозиции для структурных автоматов. На примерах доказана эффективность предлагаемых решений, как в теоретическом плане, так и с точки зрения практики реализации сложных систем параллельного типа.

Ключевые слова: циклические цепи, закон функционирования автоматов, дизъюнктивный структурный автомат, автоматные сети, операции композиции и декомпозиции автоматов.

1. Введение

Из теории структурных автоматов известны критерии построения корректных схем (структурных автоматов). *Второе условие корректности* говорит о том, что *неоднозначность элементарных сигналов в каком-либо узле схемы хотя бы в один момент времени является недопустимым.* Выявлены и источники подобной некорректности. К одному из них относятся так называемые *циклические цепи* или *петли*. При этом считается, что «некорректность такого рода не будет иметь места, если хотя один из автоматов входящих в петлю автоматов является автоматом Мура, а не автоматом Мили» (см. подробнее в [1]).

---

[1] *Любченко Вячеслав Селиверстович, ведущий инженер* (sllubch@*mail.ru*).

Однако, внесение определенных изменений в закон функционирования автомата, как далее будет показано, превращает в корректные любые циклические цепи. Или, другими словами, можно **совсем** исключить из рассмотрения такое понятие, как некорректные схемы, представленные циклическими цепями.

2. Циклические цепи

Циклической цепью называется последовательность из одного и более автоматов, начинающаяся любым входным узлом первого автомата цепи и оканчивающаяся любым выходным узлом последнего автомата, подключенным к входному узлу первого автомата. Для любого автомата, включенного в цепь, существуют соединение, когда выходной узел некоторого предыдущего автомата соединен с одним из входных следующего за ним автомата. Для одного автомата цепь представляет собой отождествление одного из его выходных узлов с любым его входным узлом.

На рис.1 приведена схема из трех автоматов, заимствованная из [1], на примере которой рассматривается неоднозначность сигналов в цепи. Автоматы в схеме представляют собой инверторы, превращающие 0 в 1 и наоборот. В результате, если в какой-то момент времени сигнал в узле 1 равен 0, то, следуя его преобразованиям, в этот же момент и в этом же узле он должен быть равен 1 (подробнее см.[1]). В этом и состоит противоречие.

Но если в теории циклические цепи некорректны, то на практике рассмотренная схема используется в качестве генератора сигналов (рис.2). Но почему схемы, не правильные с точки зрения теории, являются вполне (полностью) допустимыми и даже полезными на практике? Если появляются факты, которые в чем-то противоречат теории, то это серьезный повод для критического взгляда на теорию.

Безусловно, не исключена и позиция, «если факты противоречат теории – тем хуже для фактов», отражающая критический взгляд на сами факты. Но, глядя на рис.1 и рис.2 можно сказать, что это не этот случай, когда фактам не стоит доверять. Тем более, можно привести и другие примеры, не корректные в теории, но достаточно известные и весьма полезные с точки зрения практики (далее один из них будет рассмотрен).

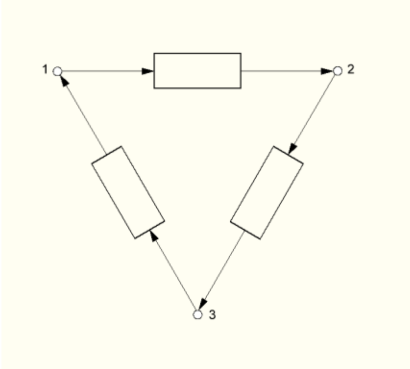

Рис. 1. Пример циклической цепи

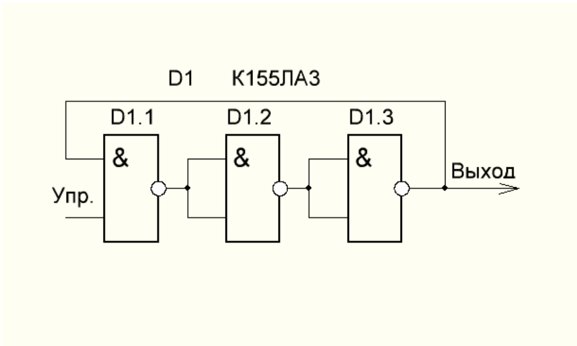

Рис. 2. Схема генератора на элементах И-НЕ

3. О законе функционирования автоматов

Оценивая «теоретическую работу» схемы на рис.1 и функционирование реальных элементов на рис.2, можно заметить, что основное отличие связано с оценкой момента появления выходных сигналов по отношению к моментам изменения входных сигналов. В теории изменение выходных сигналов «мгновенно», а для элементов изменение сигналов на выходе зависит от задержек элементов.

Напомним, что *закон функционирования автомата* определяется его функциями переходов и выходов[1]. В случае *автоматов первого рода* он задается уравнениями:

(1) $a(t) = \delta(a(t\text{-}1), x(t)), y(t)=\lambda(a(t\text{-}1), x(t)), (t = 1, 2, \ldots),$

в случае автоматов второго рода – уравнениями:

(2) $a(t) = \delta(a(t\text{-}1), x(t)), y(t)=\lambda(a(t), x(t)), (t = 1, 2, \ldots).$

При этом автоматы, закон функционирования которых определяется уравнением (1) называют автоматами Мили, а автоматы, определяемые уравнением (2), – автоматами Мура (у них функция выходов y(t) не зависит от x(t)).

Для структурных автоматов выбирают более естественный способ отсчета времени, когда эти же функции принимают следующий вид:

(3) $a(t+1) = \delta(a(t), x(t)), y(t)=\lambda(a(t), x(t)), (t = 0, 1, 2, \ldots),$

(4) $a(t+1) = \delta(a(t), x(t)), y(t)=\lambda(a(t), x(t)), (t = 0, 1, 2, \ldots).$

Переход от уравнений (1), (2) к уравнениям (3), (4) мало что меняет, кроме акцента на моменты перехода автоматом из одного состояния в другое (подробно отличия данных уравнений рассмотрены в [1]).

Но можно пойти дальше по пути «естественного» порядка выдачи выходных сигналов, учитывая, что реальные объекты не обладают мгновенной реакций. В этих целях уравнения, определяющие закон функционирования автомата, можно переписать следующим образом:

(5) $a(t+1) = \delta(a(t), x(t)), y(t+1)=\lambda(a(t), x(t)), (t = 0, 1, 2, \ldots),$

(6) $a(t+1) = \delta(a(t), x(t)), y(t+1)=\lambda(a(t), x(t)), (t = 0, 1, 2, \ldots).$

Функции выходов уравнений (5) и (6) учитывают задержку, возникающую между моментом анализа входной ситуацией и появлением реакцией на нее в форме изменения выходного сигнала (или выдачи выходного символа). Величина подобной задержки в этом случае будет определяться значением реального времени, который соответствует на практике дискретному такту автомата.

Таким образом, модель автомата, закон функционирования которой определяется уравнениями (5) для автоматов Мили

или (6) – для автоматов Мура, учитывает инерционность, присущую реальным объектам. Проблема циклических связей для автоматов, представленных данными уравнениями, решается в силу того, что, во-первых, автоматы схемы работают в едином дискретном времени (подробнее о едином дискретном времени автоматов см. в [1], стр. 171), а, во-вторых, анализ входных сигналов и изменение выходных сигналов автоматов разнесены по границам интервала дискретного времени.

Легко видеть, что для схемы, представленной циклической цепью (см. рис.1), да и любой другой, в рамках рассмотренного закона функционирования автоматов, никогда не возникнет проблема противоречивости сигналов. В этом случае, работая в едином времени, анализ входных каналов всеми автоматами схемы выполняется в начале интервала дискретного времени, а изменение выходных сигналов происходит после этого и до завершения интервала дискретного времени.

4. *Дизъюнктивная форма конечных автоматов*

Описать функционирование элемента И-НЕ (см. рис.2) на словах достаточно просто: единичное значение входов переводит выход элемента из любого состояния в состояние нуля, нулевой сигнал на любом из его входов – из любого состояния в состояние единицы. Автоматная модель, соответствующая данному описанию, представлена на рис.3а. Модель на рис.3б представляет автоматная модель инвертора – модель отдельного блока схемы на рис.1. Двойной кружок обозначает начальное состояние автомата, а прочерки на месте выходных сигналов – отсутствие выходных сигналов на соответствующем переходе (для автоматов Мили).

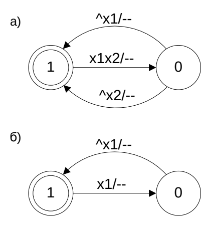

Рис. 3. Автоматные модели элемента И-НЕ (а) и инвертора (б)

Легко также видеть, что состояния данного автомата соответствуют состоянию выходов элемента И-НЕ. При этом единичное значение конъюнкции входных сигналов, соответствующих его входам, определяет переход в нулевое состояние, а отрицание любой из логических переменных – переходу в единичное состояние.

Интуитивно понятно, что автомат на рис.3 описывает функционирование элемента И-НЕ в ясной, понятной и простой форме, но с точки зрения теории автоматов, представленная модель, нарушает множество соглашений по определению автоматных моделей. Это явно не абстрактный автомат, т.к. имеет множество входных каналов – x1 и x2. Однако, и не структурный автомат, т.к. не является схемой в обычном понимании теории структурных автоматов. Более того, описывая в полном объеме работу реального объекта, это, хотя бы по форме, частичный автомат, т.к. в нем не представлены все возможные переходы из одного состояния в другое и т.д. и т.п.

Назовем *дизъюнктивной нормальной формой* структурных конечных автоматов (ДНФ СКА) вполне определенные структурные автоматы Мили, переходы которых помечены элементарными конъюнкциями логических переменных, соответствующих входным/выходным сигналам автомата. Пусть модель ДНФ СКА содержит только *результативные* переходы, т.е. переходы, помеченные выходными сигналами, или переходы с прочерком на месте выходных сигналов, но изменяющие текущее состояние автомата.

Переходы, не включенные в описание автомата, представляют дополнение ДНФ СКА до вполне определенного структурного автомата. Формально подобное дополнение представляет автомат, состоящий из изолированных состояний, содержащих переходы в виде петель с прочерком на месте выходных сигналов.

На смысловом уровне модель ДНФ СКА отделяет явным образом действия автомата от ситуаций, когда изменение информации на входах автомата не ведет к какому-либо изменению, связанному со сменой внутреннего состояния автомата и/или изменению состояния его выходов. В остальном модель ДНФ СКА – это обычный автомат, который соответствует понятию абстрактного автомата, но расширяющий его понятие множеством входных/выходных каналов. В этом смысле модель ДНФ СКА может быть вполне названа абстрактным структурным автоматом (далее, если это ясно из контекста, просто структурным автоматом).

Заметим, что любую модель в форме ДНФ СКА можно достаточно просто привести к эквивалентному классическому абстрактному автомату. Для этого необходимо ее дополнить переходами, составляющими дополнение модели, и восстановить переходы «покрытые» элементарными конъюнкциями. В результате получим вполне определенный автомат, условия переходов которого будут помечены конституентами единиц (элементарные конъюнкции ранга m для автомата, имеющего m входных каналов), которым необходимо поставить в соответствии входные символы соответствующего абстрактного автомата. На рис.4 приведены модели абстрактных автоматов для моделей на рис.3.

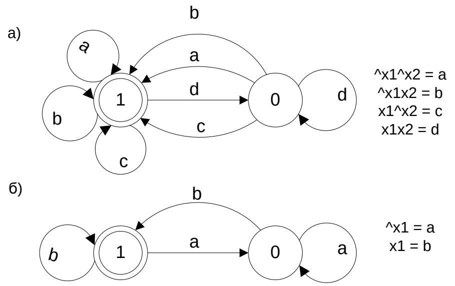

Рис. 4. Модели абстрактных автоматов элементов И-НЕ (а) и инвертора (б)

Из сравнения моделей на рис.3 и рис.4 можно оценить преимущества структурных автоматов перед абстрактными автоматами. Но больший интерес представляют возможности создания композиций из введенных структурных автоматов. В этом случае дополнительные каналы можно использовать для отражения связей между автоматами сети (схемы). Дополнительно, отождествляя состояния автомата с его выходными каналами, можно ввести синхронизацию работы моделей с использованием информации о текущем состоянии автоматной модели. На рис.5 представлена сеть автоматов, моделирующая поведение циклической цепи на рис.1., в которой использована синхронизация на базе информации о состояниях компонентных моделей автоматной сети.

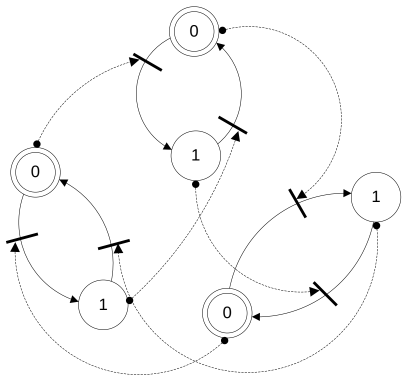

Рис. 5. Автоматная модель циклической цепи из инверторов (рис.1)

Рассматривая функционирование сети автоматов в соответствии с законом функционирования, представленным уравнениями (5) и (6), легко видеть, что автомата, находясь в начальном состоянии 0, на следующем такте перейдут синхронно в состояние 1 и т.д. Или, по-другому, можно видеть, что из всего множества компонентных состояний сети «рабочими» будут всего два – компонентные состояния 000 и 111. В результате сеть автоматов будет вести себя как генератор сигналов, представленный схемой из логических элементов на рис.2.

5. *Графический метод композиции автоматов*

Теория структурных автоматов рассматривает построение схем из автоматов для заранее известной или заданной модели абстрактного автомата[3]. Но для сетей автоматов, подобных представленной на рис.5, стоит задача определение поведения, которою можно решить, найдя эквивалентный данной сети однокомпонентный автомат. Он уже однозначно будет представлять алгоритм ее функционирования.

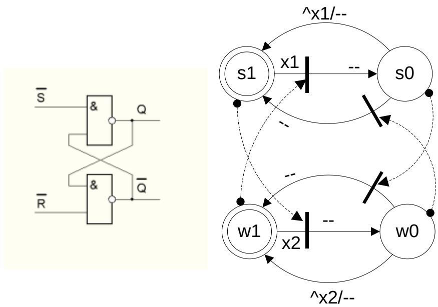

Рис. 6. Сетевая автоматная модель RS-триггера

Рассмотрим еще одну сеть из автоматов в форме ДНФ СКА, которая представлена на рис.6. Эта сеть является моделью RS-триггера на элементах И-НЕ, где компонентными моделями сети являются модели элемента И-НЕ на рис.3. При этом каналы x1 и x2 автоматов соответствуют установочным входам триггера, а их синхронизирующие связи – перекрестным связям элементов И-НЕ.

Заметим, что каждая перекрестная связь триггера представляет собой циклическую цепь. И если с этой точки зрения оценивать схему триггера, то она как бы «дважды некорректна». Тем не менее, как цифровая схема, она реальна и, более того, является одной из ключевых схем в цифровой схемотехнике.

Найдем по графу сети на рис.6 эквивалентный ей автомат, следуя следующему алгоритму. Сначала определим множество компонентных состояний, равное произведению состояний компонентных автоматов. Далее, рассматривая каждое компонентное состояние, будем рассматривать переходы компонентных автоматов в другие свои состояния в ситуациях поочередной и одновременной работы автоматов.

У рассматриваемой сети множество ее состояний равно четырем – {s0w0, s0w1, s1w0, s1w1}. Построим множество переходов, например, для состояния s1w1. Из него будет три перехода: в состояние s0w1, когда «работает» автомат S; в состояние s1w0, когда «работает» автомат W; в состояние s0w0 при условии, что изменят свои состояния оба автомата. В аналитической форме записи (о формах описания автоматов см. [2]) это можно представить так:

s1w1 = {s0w1(x1^x2/-), s1w0(^x1x2/-), s1w1(x1x2)}.

Рассматривая остальные компонентные состояния и выполнив минимизацию переходов автомата, получим следующий автомат в форме ДНФ СКА, который в аналитической форме записи будет выглядеть следующим образом:

(7) RS:

s0w0 = {s1w1(-)}.
s0w1 = {s1w1(^x1)}.
s1w0 = {s1w1(^x2)}.
s1w1 = {s0w1(x1^x2/-), s1w0(^x1x2/-), s1w1(x1x2)}.

Минимизация здесь была проведена для логических функций, составленных для переходов, имеющих общие входное и выходное состояния и помеченных одинаковыми выходными сигналами (или прочерком).

Граф результирующего автомата RS, представленного формулой (7), показан на рис.7.

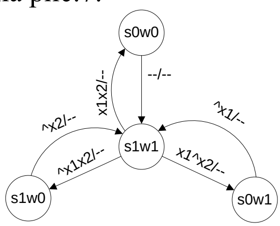

Рис. 7. Результирующий автомат сетевой модели RS-триггера

Таким образом, мы получили, условно говоря, некий автомат, представленный графом на рис.7, и соответствующую ему некую «некорректную» структурную схему на рис.6.

А как будут выглядеть корректные схемы для автомата на рис.7, построенные в соответствии классическим каноническим структурным синтезом автоматов? Результаты, полученные в соответствии с аналогичным графическим методом синтеза автоматов (подробно данный метод описан в [2]), показаны на рис.8 и рис.9. На рис.8 представлен результат синтеза для структурного автомата на элементах задержки, а на рис.9 – на триггерах с раздельными входами.

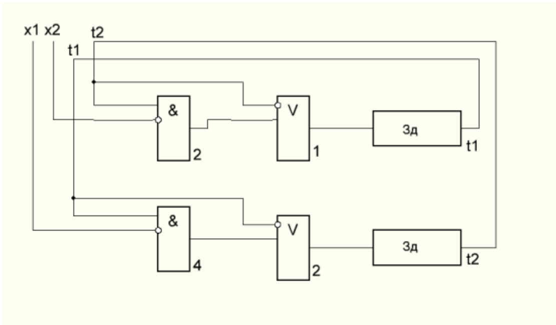

Рис.8. Структурная схема модели RS-триггера на задержках

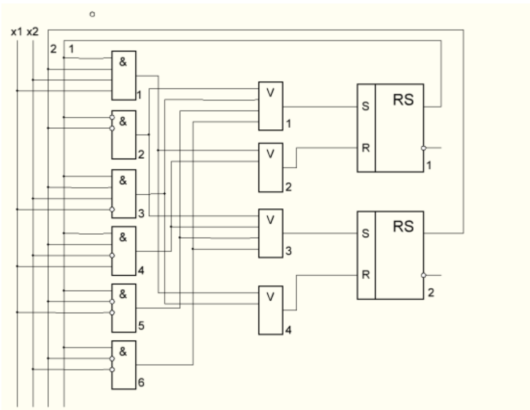

Рис.9. Структурная схема модели RS-триггера на триггерах с раздельными входами

Сравнение схемы RS-триггера с «корректной» реализацией явно не в пользу последних. Заметим, что, эквивалентные автоматы для схем на рис.8 и рис.9, если они, конечно, будут найдены, безусловно, реализуют не только соответствующий классический структурный автомат (схему), но и эквивалентную сеть на рис.6. Однако, найти подобные эквивалентные автоматы, путем последовательной парной композиции автоматов, составляющих эти схемы, будет многократно сложнее, чем ранее рассмотренного автомата для «некорректной» сети.

Так, например, для относительно простой схемы на задержках одно только число состояний системы, для которых будет строиться эквивалентный автомат, равно 64. Для схемы на рис.9, даже при условии, что модели элементов будут содержать не более чем два состояния, их число составит (по числу компонентных автоматов) уже 2^12 (2 в степени 12).

6. *Графический метод декомпозиции автоматов*

С точки зрения полноты операций операция композиции автоматов должна быть дополнена парной ей операцией декомпозиции. Дадим определение декомпозиции автомата в форме графического метода по графу автомата на примере автомата на рис.7. Сразу заметим, что если операция композиции однозначна, то операции декомпозиции, напротив, неоднозначна и будет определяться выбором автоматов, на которые будет разлагаться исходный автомат, и кодированием его состояний компонентными состояниями результирующей схемы (сети автоматов).

Предположим, для декомпозиции автомата на рис.7 решено было взять два автомата по два состояния – автоматы S и W и кодировка состояний исходного автомата состояниями компонентных автоматов соответствует рис.7.

Декомпозиция, т.е. нахождение отображений структурных автоматов схемы, выполняется в соответствии со следующим простым алгоритмом: рассматриваются состояния компонентных автоматов для каждого состояния исходного автомата и для каждого компонентного автомата определяются переходы, исходя из переходов исходного автомата. Для тех переходов исходного автомата, которые изменяют состояния компонентных автоматов, составляются переходы, нагруженные входными и выходными конъюнкциями этих переходов, дополненных логическими переменными, совпадающими с именами состояний всех остальных автоматов декомпозиции.

Например, для состояния s1w1 можно составить следующие переходы для автомата S это будет:

S:

s1 = {s0(x1x2w1/-), s0(x1^x2w1/-)}.

для автомата W:

W:

w1 = {w0(^x1x2s1/-), w0(x1x2s1/-)}.

Для состояния s1 после минимизации получим:

s1 = {s0(x1x2w1/-), s0(x1^x2w1/-)} = {s0(x1w1/-)}, т.к.

x1x2w1∨x1^x2w1 = x1w1.

Построив переходы для остальных компонентных состояний. Для состояния s0:

s0 = {s1(w0/-), s1(^x1w1/-)} = { s1(w0/-), s1(^x1/-)}, т.к. после замены состояний w0 и w1 на эквивалентную логическую переменную, например, с именем x2, где ^x2 = w0, x2 = w1, придем к минимизации логического выражения:

^x2∨^x1x2 = x1^x2∨^x1^x2∨^x1x2∨^x1^x2 = ^x2∨^x1 = w0∨^x1.

В результате отображение автомата S и автомата W будут представлять сеть, которую в аналитической форме описания можно представить следующим образом:

S:

s1 = {s0(x1w1/-)}.

s0 = {s1(w0/-), s1(^x1/-)}.

W:

w1 = {w0(x2s1/-)}.

w0 = {w1(s0/-), w1(^x2/-)}.

Легко видеть, что аналитическое описание автоматной сети, полученной в результате декомпозиции, совпадает с сетью, представленной графом на рис.6, для которой был построен эквивалентный автомат на рис.7, полученный, опять же, применением операции композиции к сети на рис.6.

7. Заключение

В работе рассмотрен закон функционирования автоматов, снимающий ограничения на построение схем, содержащих циклические связи. В рамках данного закона все автоматы сети, работающие в едином дискретном времени, сначала одновременно анализируют ситуацию на входах модели (или принимают символы) и только после этого изменяют значение своих выходных сигналов (или выдают символы). Таким образом, в рамках понятия дискретного такта автоматов, автоматически моделируется одно из важных качеств реальных систем – их инерционность.

Рассмотренные в работе модель структурного автомата в дизъюнктивной форме и модель сетей на их базе позволяют значительно упростить схемы, повысить наглядность и ясность по сравнению с их аналогами, порожденные в результате канонического синтеза цифровых схем. Особенно это эффективно для случая, когда не существенны гонки, связанные со сменой состояний компонентными автоматами. Когда нет необходимости применять структурные решения, характерные для классического канонического синтеза цифровых схем. Это относится, например, к выделению в схеме структурного автомата логической части и памяти, представленными элементарными автоматами.

Рассмотренная модель автомата и сетевая модель на их основе интересны не только с точки зрения теории. Их универсализм и одновременно эффективная реализация представляют значительный интерес для практического применения в качестве модели управления сложных многокомпонентных систем параллельного типа. Одно из самых интересных и важных направлений развития – в качестве базовой модели управления для параллельных систем вообще и теоретической и практической базой параллельного программирования в частности. Именно эти качества рассмотренной модели были положены в основу практической реализации технологии визуального параллельного программирования[4].

Литература

1. ГЛУШКОВ В.М. *Введение в кибернетику*. Изд-во АН Украинской ССР. К.: 1964. - 324с.
2. МЕЛИХОВ А.Н. *Ориентированные графы и конечные автоматы.* – М.: Наука, 1971. – 416 с.
3. КУДРЯВЦЕВ В.Б., АЛЕШИН С.В., ПОДКОЛЗИН А.С. *Введение в теорию автоматов* – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1985. – 320 с.
4. ЛЮБЧЕНКО В.С. *Автоматная парадигма параллельного программирования* //Научный сервис в сети Интернет: поиск новых решений: Труды Международной суперкомпьютерной конференции (17-22 сентября 2012 г., г. Новороссийск). - М.: Изд-во МГУ, 2012. - 752 с. ISBN 978-5-211-06394-5.

ARTICLE TITLE

Viacheslav Lyubchenko, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, principal engineer (sllubch@mail.ru).

Abstract: In job the decision of a problem of cyclic chains - one of problems of correct construction of the block diagram's presented by networks of final automatic machines is offered. Graphic methods of realization of operations of a composition and decomposition for structural automatic machines are stated. On examples efficiency of offered decisions, both in the theoretical plan, and from the point of view of practice of realization of difficult systems of parallel type is proved.

Keywords: cyclic chains, the law of functioning of automatic machines, the disjunctive structural automatic machine, automatic networks, operations of a composition and decomposition of automatic machines.

Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии ...заполняется редактором…

Поступила в редакцию ...заполняется редактором…

Опубликована ...заполняется редактором…