УДК 519.8
ББК 32.81

АНАЛИЗ СТРАТЕГИИ АГЕНТОВ ПО СИГНАТУРАМ СТРУКТУРЫ ИНФОРМИРОВАННОСТИ

Стюгин М.А.[1]
(Сибирский государственный аэрокосмический университет имени академика М.Ф. Решетнева, Красноярск)

В данной работе предлагается метод анализа конфликтных ситуаций, когда функция полезности агентов заменяется правилами принятия решений. Такой подход в некоторых случаях упрощает рассмотрение конфликтной ситуации, однако накладывает значительные ограничения на условия конфликта. Конфликт должен быть представлен в виде отдельных переходов и булевой готовности агентов их совершить. Эти ограничения видны при построении модели.

Ключевые слова: рефлексивные игры, структура информированности, рефлексия.

Введение

В данной работе предложен специфический метод анализ теоретико-игровой ситуации, когда функция полезности не используется в явном виде. То есть здесь мы говорим об анализе игровой ситуации, имеющей свою специфику. Другие работы в области исследования конфликтных ситуаций, выходили за рамки теоретико-игровой постановки задачи, использовали некие внемодельные соображения. Самой известной из них

[1] *Стюгин Михаил Андреевич, аспирант (styugin@rambler.ru).*

является структурный и структурно-игровой анализ конфликта В.А. Светлова [1], где исходными единицами анализа являются не отдельные действия игроков, а s-структуры. Каждая s-структура вводит определенное отношение изоморфизма на непустом подмножестве множества всех действий игроков. Принципиальное отличие сигнатурного анализа, описанного в этой работе, от работы В.А.Светлова заключается в том, что решение, которые мы получаем, не выходят за рамки решений получаемых теоретико-игровыми моделями.

Отличие сигнатурной модели, представленной в данной работе, от классической теоретико-игровой постановки задачи заключается только в форме записи. Действия игроков зависят от ранга рефлексии. Эта зависимость была представлена В.А.Лефевром в рефлексивных рассуждениях и введена как элемент логики рефлексивных игр [2]. В дальнейшем Д.А.Новиков и А.Г.Чхартишвили назвали это «стратегической рефлексией» [3], а рефлексивные игры включают помимо стратегической рефлексии еще и информационную, т.е. значения отдельных элементов структуры информированности. Именно такое понимание рефлексивных игр используется в данной работе.

Заменяя функцию полезности правилами принятия решений, мы можем видеть зависимость активности игрока по всей структуре информированности. В прикладных задачах иногда это удобнее, чем введение функции полезности, т.к. мы легко можем найти все множество благоприятных для нас структур информированности в конфликте.

Построение модели

Не любую функцию полезности можно представить в виде сигнатуры, а только с двумя возможными действиями для каждого из игроков. То есть конфликтую ситуацию необходимо свести к отдельным переходам, каждый из которых связан с

активностью одного из игроков (действовать или бездействовать). Приведем далее пример построения такой модели.

Для начала, предположим, что в системе есть два агента *x* и *y*. Агент *x* хочет совершить некоторые действия (их можно интерпретировать как способы атаки), а агент *y* для каждого действия *x* может предпринять противодействие (методы защиты). В результате, на каждое отдельное действие и противодействие можно построить условную матрицу выигрыша агентов, которая выглядит следующим образом[1]:

$x_+ =$

−\+	0	1
0	0	+1
1	0	-1

$y_- =$

−\+	0	1
0	0	-2
1	-1	-1

Рис.1.

1 – агент совершает действия, 0 – не совершает.

По первой матрице. Если агент не совершает действий (атаки) то он не получает никакого выигрыша. Если совершает действия и контрагент не сопротивляется то его выигрыш +1, если контрагент сопротивляется переходу, то выигрыш -1 (атака не удалась + затраты на совершения действия).

По второй матрице. Если агент совершает действие, то его выигрыш всегда равен -1 (затраты). Если не совершает действий и не совершает действий контрагент, то выигрыш соответственно 0, если контрагент совершает действие (нападает) – ущерб в -2.

Данная игра не имеет решения в чистых стратегиях, а поэтому агенты вынуждены руководствоваться гарантирующими

---

[1] *Матрица выигрыша каждый раз будет различна, но для нас (как это будет видно в дальнейшем) важны не сами значения, а соотношения между ними (больше, меньше или равно).*

стратегиями. Гарантирующие стратегии основаны в данном случае на ранге рефлексии. Решение каждого агента предпринимать или не предпринимать действие основывается на длине цепочке «я думаю, что он думает о том, что думаю я …».

Попытаемся унифицировать запись таких стратегий с построением более наглядных принципов умозаключений агентов. Для этого возьмем как 0 и 1 в рассмотренном примере – готовность совершить агентом конкретное действие (противодействие). Обозначим исходное состояние объекта конфликта как O и, предположим, что в результате активных действий субъекта(ов) объект может быть переведен в состояние O'. Данный переход возможен в результате активных действий субъектов, для которых состояние объекта O' более выгодно, чем O. Для обозначения качественной характеристики (интенции) субъекта будем использовать следующие символы:

$(+)$ – субъект готов осуществить переход $O \to O'$ (положительная интенция).

$(-)$ – субъект сопротивляется переходу $O \to O'$ (отрицательная интенция).

$(\pm)$ – субъект безразлично относится к переходу $O \to O'$, что является результатом отсутствия какого-либо выигрыша/проигрыша субъекта при переходе в состояние O', либо его убежденности в невозможности перевести объект в данное состояние (нулевая интенция).

Интенцию субъекта $x \in N$ будем обозначать как $(\cdot)_x$, представление субъекта x об интенции субъекта y - $(\cdot)_{xy}$, и т.д. Таким образом, субъекта x можно изобразить в виде дерева (рис.2), которое можно рассматривать как аналог точечной структуры информированности описанной в [3].

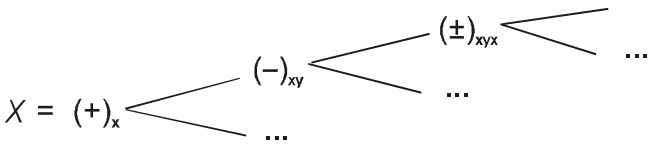

Рис. 2. Модель субъекта x

Последовательную запись ячеек дерева вида $(+)_x$, $(-)_{xy}$, $(\pm)_{xyx}$ будем называть сигнатурой. Поскольку до каждой ячейки дерева есть только один путь, будем сокращенно записывать сигнатуры по идентификатору последней ячейки, т.е. $(+-\pm)_{xyx}$. Если мы исследуем общие свойства сигнатур вне конкретных субъектов, то идентификаторы у сигнатур будем опускать.

Выразим готовность субъекта к активным действиям поставив в соответствие сигнатурной модели субъекта булеву функцию готовности $f:(\cdot)_{x\ldots}\to\{0,1\}$. В качестве ***аксиом*** введем $f(-)=1$, $f(+)=1$, $f(\pm)=0$. Готовность для других сигнатур выражается путем введения правил (гипотез) «рациональных умозаключений», которые используют агенты, принимая решения о возможности совершить действия. Эти правила можно ввести на матрице функций полезности агента. Для того чтобы совершить более выгодное по своей функции полезности действие, агенты прогнозируют действия контрагентов, при этом, поскольку решения нельзя найти в чистых стратегиях, то предполагаем, что выбор агентов зависит от его ранга рефлексии. В рассмотренном примере агентам выгодны переходы по следующей схеме:

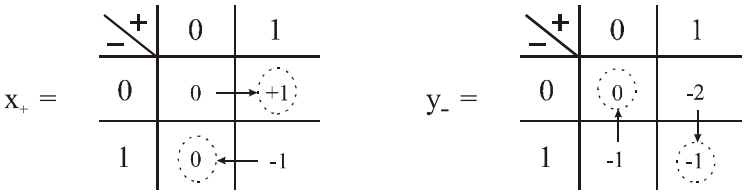

Рис.3.

Для первой матрицы. Если *y* не совершает действий (выбирает 0 – значение готовности), то *x* выгодно совершить действие

(1) и наоборот, т.е. *x* выгодно принимать готовность обратную готовности *y*.

Для второй матрицы. Агенту *y* выгодно принимать готовность такую же, как и *x*.

Чтобы унифицировать запись таких переходов обозначим как **S** множество всех возможных линейных сигнатур, т.е. любых последовательностей из элементов $\{+,-,\pm\}$. В результате, и для любых λ и γ принадлежащих **S** правила соответствующие каждой матрице можно записать как

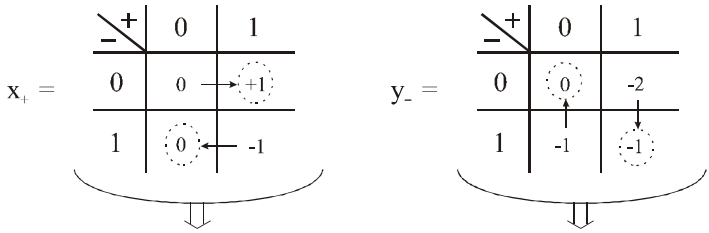

Рис.4.

Таким образом, правила выражают зависимость готовности элемента от готовности последующего за ним в структуре информированности.

Данные правила можно рассматривать как правила первого порядка, т.е. те которые строятся на одной ветке дерева (последовательности)[1].

---

[1] *Правила являются гипотезами, накладываемыми на поведение агентов, которые не могут быть универсальны для всех типов конфликтов. Приведенные здесь правила является одними из множества возможных и их справедливость необходимо рассматривать на конкретных ситуациях (для конкретных функций полезности).*

Правила первого порядка[1]

Правило 1.1. Субъект сопротивляется переходу с той же готовностью, с какой контрагент готов его осуществить.

Правило 1.2. Субъект не сопротивляется переходу, если есть другие субъекты, сопротивляющиеся переходу и готовые к активным действиям.

1.1: $f(-(+l)) = f(+l)$ (рис.4)

1.2: $f(-(-l)) = \neg f(-l)$. (правило экономии ресурса)

Правило 2.1. Субъект готов осуществить переход, только если контрагент не готов к активным действиям.

Правило 2.2. Субъект не осуществляет переход, если есть другие субъекты с положительной интенцией и готовые к активным действиям.

2.1: $f(+(-l)) = \neg f(-l)$ (рис.4)

2.2: $f(+(+l)) = \neg f(+l)$. (правило экономии ресурса)

Правило 3. Субъект с отрицательной интенцией, который не наблюдает контрагента, не готов к активным действиям:

3: $f(-(\pm l)) = 0$.

Правило 4. Субъект с положительной интенцией, который не наблюдает контрагента, всегда готов к активным действиям:

4: $f(+(\pm l)) = 1$.

Очевидно также, что $f(\pm(l)) = 0$.

На основании введенных правил можно, например, определить готовность совершить действия субъекта *x* с сигнатурой $(+-+)_{xyx}$:

$f(+) = 1$ - в соответствии с аксиомой;

$f(-+) = f(+) = 1$ - в соответствии с Правилом 1.1;

---

[1] *Каждое правило можно обосновать на соответствующей матрице функции полезности агентов, как и правила 1.1 и 2.1.*

$f(+-+) = \neg f(-+) = 0$ - в соответствии с Правилом 2.1.

Таким образом, сигнатура $(+-+)_{xyx}$ является блокирующей для *x*. С такой сигнатурой субъект не совершает действий. Аналогично рассчитываем, что $(+-+-+)_{xyxyx} = 1$. Методом индукции (с использованием Правил 1 и 2) можно доказать теоремы:

Теорема 1.

$$f\left(+\underset{1}{\{}+\underset{2}{\{}\ldots+\underset{n}{\{}s\right) = \begin{cases} 1, \text{если n - четное,} \\ 0, \text{если n - нечетное,} \end{cases}$$

где σ равен либо $(+)$, либо пустому множеству.

Доказательство. l - любая последовательность чередующихся элементов $(+)$ и $(-)$, начинающаяся на $(+)$.

В соответствии с правилами 1.1 и 2.1 получаем $(+-l) = \neg(l)$. Таким образом получаем:

$$f\left(+\underset{1}{\{}+\underset{2}{\{}\ldots+\underset{n}{\{}\right) = \underbrace{\neg\neg\ldots\neg}_{n-1} f(+-) = \begin{cases} \neg f(+-) = 1, \text{если n - четно;} \\ f(+-) = 0, \text{если n - нечетно.} \end{cases}$$

и

$$f\left(+\underset{1}{\{}+\underset{2}{\{}\ldots+\underset{n}{\{}\right) = \underbrace{\neg\neg\ldots\neg}_{n-1} f(+-+) = \begin{cases} \neg f(+-+) = 1, \text{если n - четно;} \\ f(+-+) = 0, \text{если n - нечетно.} \end{cases}$$

■

Аналогичным путем можно ввести и доказать множество других теорем, ставящих в соответствие множество сигнатур субъектов и состояние готовности.

<u>*Пример интерпретации модели*</u> для правил первого порядка. Представим ситуацию конфликта вора *x* и хозяина магазина *y*. Хозяину магазина необходимо достичь блокирующего состояния для *x*, т.е. ситуации, когда *x* не предпринимает действий. Т.к. $f(+-+) = 0$, то, сведя вора к этому состоянию, *y* добьется своей цели. Эту сигнатуру можно интерпретировать (с позиции *x*): *y* знает, что он (*x*) собирается делать, а потому предпринял

соответствующие меры. Добиться этого можно, например, расклеив таблички «В магазине ведется видео-наблюдение» (имитация защиты). Но вором может оказаться сотрудник этого же магазина. Проработав в магазине некоторое время, он может обнаружить, что никаких видеокамер в магазине нет. В результате сигнатура субъекта x принимает вид $(+--+-+)_{xyxyx}$. В соответствии с Теоремой 1: $f(+--+-+)=1$. В этом случае согласно необходимо заставить субъекта x перейти в состояние $(+--+-+-+)_{xyxyxyx}$, поскольку $f(+--+-+-+)=0$. Это можно добиться, например, распространив среди «своих» слух о недавно уволенном сотруднике, который руководствовался сигнатурой $(+--+-+)$ (имитация имитации защиты). Таким образом, y защищает магазин от краж превентивными мерами, направленными на исключение возможного появления сигнатур $(+...)_{x...}$ для которых $f(+...)=1$. Такие меры в данном случае можно интерпретировать как имитация защиты, имитация имитации защиты, имитация имитации имитации защиты и т.д. Этот ряд является бесконечным, т.к. бесконечный ряд сигнатур определяемых Теоремой 1.

Правила второго порядка

Правила второго порядка задаются уже не на линейной сигнатуре, а на двух ветках дерева структуры информированности субъекта (рис.1).

Правило 5. Субъект с отрицательной интенцией совершает действия, только если контрагент готов к активным действиям и другой субъект с отрицательной интенцией не готов к активным действиям:

5: $f(-(+l)(-g))=f(+l)\wedge\neg f(-g)$. (рис. 5)

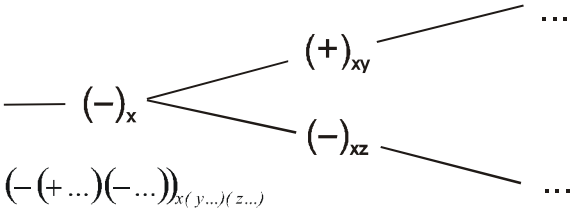

Рис.5

Правило 6. Субъект с положительной интенцией совершает действия, только если контрагент не готов к активным действиям и если другой субъект с положительной интенцией не готов к активным действиям:

6: $f(+(+l)(-g)) = \neg f(+l) \wedge \neg f(-g)$.

Правило 7. Субъект с положительной интенцией наблюдающий двух контрагентов готов к активным действиям только если оба контрагента не сопротивляются переходу:

7: $f(+(-l)(-g)) = \neg f(-l) \wedge \neg f(-g)$

Правило 8. Субъект с отрицательно интенцией наблюдающий двух контрагентов совершает активные действия только если один из контрагентов готов к активным действиям:

8: $f(-(+l)(+g)) = f(+l) \vee f(+g)$

Для сигнатуры вида $(+...(+(+)(-))...)$ сигнатуру $(+(+)(-))$ будем называть вложенной. То есть в сигнатуре $(+(+(+(+)(-))(-(+)(+)))(-(+(+)(-))(+(+)(-))))$ всего 6 вложенных сигнатур: $(+(+(+)(-))(-(+)(+)))$, $(-(+(+)(-))(+(+)(-)))$, $(-(+)(+))$ и три $(+(+)(-))$.

Рассмотрим конфликт трех агентов, два из которых с положительной интенцией и один агент с отрицательной интенцией:

$(+...)_{x...}$

$(+...)_{y...}$

$(-\ldots)_{z\ldots}$

Каждый агент не ошибается в интенциях двух других, а также не считает, что они ошибаются в своих представлениях об интенциях. Рассмотрим, как изменяется готовность агента *x* при увеличении ранга рефлексии (осознания виртуальными агентами мира).

$f(+)=1$ (на нулевом ранге рефлексии)

$f(+(+)(-))=0$ (на первом ранге рефлексии)

$f(+(+(+)(-))(-(+)(+)))=0$ (на втором ранге рефлексии)

$f(+(+(+(+)(-))(-(+)(+)))(-(+(+)(-))(+(+)(-))))=1$ (на третьем ранге рефлексии)

И далее обозначим только готовность вторичных агентов в структуре информированности:

$f(+(+\ldots)(-\ldots))=0$ (на четвертом ранге рефлексии)
$0\ 1\quad 0$

$f(+(+\ldots)(-\ldots))=0$ (на пятом ранге рефлексии)
$0\ 0\quad 1$

$f(+(+\ldots)(-\ldots))=1$ (на шестом ранге рефлексии)
$1\ 0\quad 0$

Агент готов совершить действия только когда ранг рефлексии кратен 3. Именно на этом шаге рефлексии два других агента в представлениях *x* не совершают активных действий.

В результате сделаем обобщение:

Теорема 2.

$f\left(+\underbrace{(+(+\ldots(+}_{n})(-)\ldots)\right)=1$, если n (количество скобок) кратно 3 и каждое вложенная сигнатура удовлетворяет условиям $(+(+\ l\ )(-\ g\ ))$ или $(-(+\ l\ )(+\ g\ ))$.

То есть агент с положительной интенцией, наблюдающий двух агентов с различными интенциями и считающий, что они не ошибаются в своих представлениях, готов совершить действие, если ранг его рефлексии кратен трем.

Прежде чем доказать Теорему 2 упростим ее запись. Для упрощения записи введем операцию степени как количество отображений структуры на саму себя. Она означает увеличение ранга рефлексии всех агентов на единицу, при этом каждый из агентов не ошибается в своих представлениях. Например, возьмем сигнатуру $(+(+)(-))_{x(y)(z)}$. Если увеличить ранг рефлексии на единицу, то агент *y* увидит агента *x* с положительной интенцией и агента *z* с отрицательной; а агент *z* увидит двух агентов: *x* и *y* с положительными интенциями. То есть, мы получим сигнатуру $(+(+(+)(-))(-(+)(+)))_{x(y(x)(z))(z(x)(y))}$. Записывать отображение структуры на саму себя будем знаком степени:

$(+(+)(-))^2 = (+(+(+)(-))(-(+)(+)))$

$(+(+)(-))^3 = (+(+(+(+)(-))(-(+)(+)))(-(+(+)(-))(+(+)(-))))$

и т.д. Тогда запись *Теоремы 2* можно упростить:

Теорема 2´. $f(+(+)(-))^n = 1$, если n кратно 3.

(а так же $f(+(+)(-))^n = 0$, если n не кратно 3)

Поскольку агент совершает действия *тогда и только тогда*, когда ранг кратен 3, запись теоремы можно сократить:

Теорема 2´´. $f(+(+)(-))^n = 1 \Leftrightarrow$ n кратно 3.

Для доказательства теоремы необходимо показать, что значение функции готовности на n-ом шаге рефлексии равно значению функции на (n+3)-ем шаге.

l - любая сигнатура из $(+(+)(-))^i, i \in \mathbf{N}$, а t - любая сигнатура из $(-(+)(+))^i, i \in \mathbf{N}$,

По правилам 6 и 8 получаем:

$n: f(+(l)(t)) = \neg f(l) \wedge \neg f(t) = \neg(f(l) \wedge f(t))$;

$$\text{n}+1: f\,(+(+(l)(t))(-(l)(l))) =$$
$$= \neg(\neg f(l) \wedge \neg f(t)) \wedge \neg(f(l) \vee f(t)) = \neg f(l) \wedge f(t);$$
$$\text{n}+2: f(+(+(+(l)(t))(-(l)(l)))(-(+(l)(t))(+(l)(t)))) =$$
$$= \neg(\neg f(l) \wedge f(t)) \wedge \neg(\neg f(l) \wedge \neg f(t)) = f(l);$$
$$\text{n}+3: f(\ +(+(+(+(l)(t))(-(l)(l)))(-(+(l)(t))(+(l)(t))))$$
$$(-(+(+(l)(t))(-(l)(l)))(+(+(l)(t))(-(l)(l))))\ ) =$$
$$= \neg f(l) \wedge \neg(\neg f(l) \wedge f(t)) = \neg(f(l) \wedge f(t))$$
$$= f(+(l)(t)).$$

Как мы видим, значение функции готовности на (n+3)-ем шаге получилось равным значению функции готовности на n-ом шаге. Таким образом, найдя функцию готовности на первых трех элементах последовательности, мы найдем функцию готовности по всем элементам последовательности $(+(+)(-))^i, i \in \mathbf{N}$.

Поскольку $f(+(+)(-))^1 = 0$, $f(+(+)(-))^2 = 0$ и $f(+(+)(-))^3 = 1$, получаем, что функция готовности равна 1 только когда ранг рефлексии кратен 3. Теорема доказана.

■

Следствие из теоремы 2. Если агент не имеет каких-либо предпочтений в выборе ранга рефлексии, то вероятность того, что *x* будет готов совершить действия для последнего примера равна 1/3, а для примера с двумя агентами ½. Таким образом, агент с отрицательной интенцией для снижения риска совершения перехода в системе может внедрять несуществующих агентов в сознание реального контрагента, снижая тем самым его готовность.

Теорема 3. $f(+(-)(-))^n = 0 \Leftrightarrow$ (n - 1) кратно 3.

Теорема 4. $f(-(+)(+))^n = 1 \Leftrightarrow$ (n - 1) кратно 3.

Теорема 5. $f(-(+)(-))^n = 0 \Leftrightarrow$ (n - 1) кратно 3.

Теорема 6. $f(+(+)(+))^n = 1 \Leftrightarrow$ n кратно 2.

Эти теоремы доказываются аналогично доказательству Теоремы 2, то есть, находим значения функции готовности первых трех (двух) элементов последовательности и доказываем, что функция готовности на n-ом шаге рефлексии равна функции готовности на (n+3)-ем ((n+2)-м) шаге рефлексии.

Рассмотрим **пример**. Двум кандидатам на выборах выгодно провести некоторую PR-кампанию не выгодную третьему кандидату, но третий кандидат может предпринять антикампанию, которая сведет на нет действия кампании (т.е. принимаем истинность гипотез по правилам первого порядка). Но при этом первый кандидат считает, что антикампанию выгодно провести обоим конкурентам. Каждый кандидат считает свою структуру информированности общим знанием. Т.е. получаем:

$(+(-\ldots)(-\ldots))_{x(y\ldots)(z\ldots)}$,

$(+(+\ldots)(-\ldots))_{y(x\ldots)(z\ldots)}$,

$(-(+\ldots)(+\ldots))_{z(x\ldots)(y\ldots)}$,

и далее отображение структуры на саму себя.

Вопрос: какова вероятность того, что PR-кампания будет успешной, если учесть что кандидаты не располагают какими-либо предпочтениями в выборе ранга рефлексии.

Если считать выбор любых рангов рефлексии кандидатами равновероятными, то по теоремам 3, 4 и 5 получаем: *x* совершает действие с вероятностью 2/3, *y* совершает действие с вероятностью 1/3 и *z* совершает действие с вероятностью 1/3. Таким образом, PR-кампания будет успешно проведена с вероятностью:

$$P = \left(1 - \left(1 - \frac{2}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right)\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{14}{27}$$

Как можно снизить вероятность успешного проведения кампании?

Во-первых, можно прояснить агенту *x* то, что *y* не сопротивляется, а содействует переходу:

$$(+(+\ldots)(-\ldots))_{x(y\ldots)(z\ldots)}$$

Тогда вероятность совершения действий агентом *x* снизится до 1/3, а конечная вероятность будет

$$P = \left(1-\left(1-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)\right)\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right) = \frac{10}{27}$$

Однако более эффективным будет прояснить для агента *z* реальную структуру информированности агента *x*:

$$(-(+(-\ldots)(-\ldots))(+(+\ldots)(-\ldots)))_{z(x(y\ldots)(z\ldots))(y(x\ldots)(z\ldots))}$$

Посчитаем значения готовности по такой сигнатуре:

$$f(-(+(-)(-))(+(+)(-))) = 0$$

$$f\left(-(+(-)(-))^2(+(+)(-))^2\right) = 1$$

$$f\left(-(+(-)(-))^3(+(+)(-))^3\right) = 1$$

$$f\left(-(+(-)(-))^4(+(+)(-))^4\right) = 0$$

...

$$\begin{cases} f\left(-(+(-)(-))^n(+(+)(-))^n\right) = 0, \text{ если (n - 1) кратно 3} \\ f\left(-(+(-)(-))^n(+(+)(-))^n\right) = 1, \text{ если (n - 1) не кратно 3} \end{cases}$$

Т.е. *z* совершает действия с вероятностью 2/3

В результате конечная вероятность

$$P = \left(1-\left(1-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)\right)\cdot\left(1-\frac{2}{3}\right) = \frac{7}{27}.$$

При принятии обеих мер (они независимы):

$$P = \left(1-\left(1-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)\right)\cdot\left(1-\frac{2}{3}\right) = \frac{5}{27}.$$

Правила k-го порядка

Переформулируем Правило 6 для n-го числа агентов.

Правило 6.1. Субъект с положительной интенцией наблюдающий несколько агентов с положительной и отрицательной интенцией совершает действия только в том случае если ни один из этих агентов не готов к активным действиям.

$$f(+(+l)\ldots(+h)(-g)\ldots(-d)) = \\ = \neg f(+l) \wedge \ldots \wedge \neg f(+h) \wedge \neg f(-g) \ldots \wedge \neg f(-d)$$

Теорема 7. $f(+(-)\ldots(-)(+)\ldots(+))^n = 1 \Leftrightarrow$ n кратно 3.

То есть агент с положительной интенцией, наблюдающий p $(p \geq 1)$ *агентов с отрицательной интенцией и* q $(q \geq 1)$ *агентов с положительной интенцией готов совершить действия тогда и только тогда, когда ранг его рефлексии кратен 3.*

Поскольку отображение структуры на саму себя предполагает, что каждый агент не ошибается в своих представлениях, то структура информированности каждого из агентов с положительной или отрицательной интенцией будет одинаковой. Соответственно одинаковым будет и функция готовности данных агентов. Вычисляя функцию готовности по Правилу 6.1, мы можем опустить конъюнкцию одинаковых элементов и оставить только одного агента с положительной интенцией и одного с отрицательной.

Действительно, все вторичные агенты принимают одинаковую готовность:

…

$$\underset{0\ 1}{(+(+\ldots)\ldots(+\ldots)}\underset{1\quad 0\quad 0}{(-\ldots)\ldots(-\ldots)}) = 0$$ (на 4-м ранге рефлексии)

$$\underset{0\ 0}{(+(+\ldots)\ldots(+\ldots)}\underset{0\quad 1\quad 1}{(-\ldots)\ldots(-\ldots)}) = 0$$ (на 5-м ранге рефлексии)

$$\underset{1\ 0}{(+(+\ldots)\ldots(+\ldots)}\underset{0\quad 0\quad 0}{(-\ldots)\ldots(-\ldots)}) = 1$$ (на 6-м ранге рефлексии)

Таким образом, получаем:

$$f(+(-)\ldots(-)(+)\ldots(+))^n = f(+(-)(+))^n$$

Дальнейшее доказательство соответствует доказательству Теоремы 2 ■

Следствие из Теоремы 7: увеличение количества агентов в сознании агента с положительной интенцией не снижают вероятность совершения им действий ниже 1/3.

Исследователь в системе

Рассматривая конфликтную ситуацию сразу по всем рангам рефлексии, мы можем упростить задачу исследования одних агентов другими.

Для начала немного расширим нашу модель и представим теперь, что игра разыгрывается множество раз. Наблюдая действия других участников, агенты могут совершать операции осознания и увеличивать свою сигнатуру слева (по аналогии с операторами осознания в теории рефлексивного анализа В.А. Лефевра [2] здесь оператором осознания будет сигнатура, добавляемая в начало последовательности)

Возьмем ситуацию конфликта *x* (положительная интенция) и *y* (отрицательная интенция). Будем считать для них истинными описанные выше правила первого порядка. Сигнатуры *x* и *y* на нулевом шаге

$$s_x^0 = (+) \qquad s_y^0 = (-)$$

На первом шаге

$$s_x^1 = (+-+) \qquad s_y^1 = (-+)$$

И так далее… Агенты не могут наблюдать сигнатуры друг друга, а лишь факт совершения ими действий (0 или 1), которое вычисляется функцией готовности.

Опишем теперь такую последовательность:

$$f(s_x^0) = f(+) = 1 \qquad f(s_y^0) = f(-) = 1$$
$$f(s_x^1) = f(+-+) = 0 \qquad f(s_y^1) = f(-) = 1$$
$$f(s_x^2) = f(+-+-+) = 1 \qquad f(s_y^2) = f(-+-) = 0$$
$$f(s_x^3) = f(+-+-+-+) = 0 \qquad f(s_y^3) = f(-+-+-) = 1$$
$$\ldots \qquad \ldots$$

Поставим агента *x* в позицию исследователя. В его интересах является возможность прогнозировать функцию готовности *y* на каждом следующем шаге, таким образом, его задача – понять принцип, по которому агент *y* совершает операцию осознания, т.е. найти функциональную зависимость

(1) $s_y^i = p_y\left(s_y^{i-1}, \mathbf{par}\right)$

par – это множество неизвестных параметров, относительно которых агент *y* получает новую сигнатуру s_y^i. Задача *x* теперь сводится к поиску функции p_y. Для этого он, перебирая гипотезы относительно множества **par**, исследует систему как черный ящик. Для описанной выше последовательности правильной гипотезой будет

(2) $s_y^i = p_y\left(s_y^{i-1}, f\left(s_x^{i-1}\right)\right)$

Здесь $f\left(s_x^{i-1}\right)$ принимает значение либо 0 либо 1. В соответствии с Теоремой 1 оператором осознания, меняющим знак функции готовности агента *x* в сознании агента *y*, является сигнатура $(-+)$ (или $(-+-+-+)$, $(-+-+-+-+-+)$ и т.д.).

Существенным состоянием будем называть множество сигнатур имеющих одну и ту же функцию готовности при применении одних и тех же операторов осознания.

Множество сигнатур s_y^{i-1} и s_y^i является бесконечным, но в соответствии с Теоремой 1, оно имеет только два существенных состояния относительно оператора $(-+)$. Таким образом, параметр s_y^{i-1} может принимать только два значения. В результате

для исследования системы как черный ящик агент x должен перебрать 4 варианта входной последовательности, в результате чего он определит функцию

$$(3)\quad p_y\left(s_y^{i-1}, f\left(s_x^{i-1}\right)\right)=\begin{cases}\left(s_x\right), \text{ если } f\left(s_x^{i-1}\right)= f\left(s_y^{i-1}\right)\\ \left(-+s_x\right), \text{ если } f\left(s_x^{i-1}\right)= f\left(s_y^{i-1}\right)\end{cases}$$

Агент x не может знать истинную сигнатуру y, а только лишь ее функцию готовности. Таким образом, решение (3) является только одним из множества решений удовлетворяющих заданным параметрам. Не трудно убедиться, что решением так же будет являться функция

$$(4)\quad p_y\left(s_y^{i-1}, f\left(s_x^{i-1}\right)\right)=\begin{cases}\left(s_x\right), \text{ если } f\left(s_x^{i-1}\right)= f\left(s_y^{i-1}\right)\\ \left(-+--+-+s_x\right), \text{ если } f\left(s_x^{i-1}\right)= f\left(s_y^{i-1}\right)\end{cases}$$

Но главная задача x решена – он может прогнозировать изменение сигнатуры y на каждом следующем шаге и принимать выгодные для себя решения.

Исследование исследователя

В реальных рефлексивных системах вряд ли один из агентов будет вести себя так примитивно как, рассмотренный в предыдущем примере, агент y. Здесь перед y стоит задача защиты своей функции p_y от исследования агентом x и получение функции p_x агента x для прогнозирования его функции готовности на каждом последующем шаге.

Первая задача решается добавлением в функцию p_y множества параметров, относительно которых будет очень сложно сформулировать гипотезу и проверить ее истинность [4]. Для описанной выше функции (3) агенту x необходимо было перебрать всего 4 входных последовательностей. Если теперь мы добавим в функцию еще один параметр $f\left(s_x^{i-2}\right)$ - значение функции готовности два шага назад, то для того чтобы проверить гипотезу

(5) $s_y^i = p_y\left(s_y^{i-1}, f\left(s_x^{i-1}\right), f\left(s_x^{i-2}\right)\right)$

понадобится перебрать уже 8 входных значений. Для случая трех агентов (три существенных состояния по Теореме 3, 4 и 5) – 12 значений. Для гипотезы с шестью параметрами и тремя агентами таких значений будет 192. Если каждая такая проверка стоит агенту *x* некоторого количества ресурсов, то для функции с неким достаточным количеством параметров исследование станет нецелесообразным.

Однако защита от исследования для *y* не является самоцелью, его задача – получить выигрыш, а для этого необходимо прогнозировать действия *x* – знать его функцию p_x, то есть здесь стоит задача *исследования исследователя*. Если два таких исследователя исследуют друг друга, то может ли в результате один из исследователей получить объективную информацию о контрагенте? Если они оба действуют по принципу исследователя *x* в предыдущем примере, то процесс будет бесконечным, поскольку любая гипотеза, положенная в основу исследования, будет неверной (т.к. у контрагента ее в принципе нет, он сам является исследователем). Такого рода исследователей назовем *исследователем первого рода***.** В.А. Лефевром был предложен особый способ получения информации в рефлексивных системах [2], который порождает *исследователя второго рода*. Он получает информацию о контрагенте, т.к. сам ее в него закладывает.

Рассмотрим теперь функцию p_y, параметром которой является шаг игры – *i*:

(6) $s_y^i = p_y\left(s_y^{i-1}, f\left(s_x^{i-1}\right), i\right) = \begin{cases} p\left(s_y^{i-1}, f\left(s_x^{i-1}\right)\right), \text{если } i < n \\ \left(-+p\left(s_y^{i-1}, f\left(s_x^{i-1}\right)\right)\right), \text{если } i > n \end{cases}$

Здесь *x*, являясь исследователем первого рода, очень быстро может убедиться в истинности гипотезы

(7) $s_y^i = p_y\left(s_y^{i-1}, f\left(s_x^{i-1}\right)\right)$.

Однако эта гипотеза является неверной, и *y* на *n*-ом шаге осуществляет осознание по оператору $(-+)$, результатом чего

является инверсия функции готовности. На этом шаге агент y имеет объективные представления о существенном состоянии сигнатуры агента x, т.к. сам в него заложил эту информацию.

Заключение

Метод анализа конфликтных ситуаций, рассмотренный в данной статье в некоторых случаях более удобен, т.к. позволяет рассмотреть решения сразу по всем возможным рангам рефлексии агентов, однако он значительно упрощает конфликт, что во многих случаях неприемлемо. Например, для k агентов мы наблюдаем явный изоморфизм с ситуацией трех агентов, который, скорее всего не будет наблюдаться в реальности, и получен в результате очень грубого описания типа агентов и правил принятия ими решений. Однако модель неплохо подходит для прогнозирования поведения небольшого количества агентов без введения функции полезности, которую иногда определить затруднительно.

Литература

1. СВЕТЛОВ В.А. *Конфликт: модели, решения, менеджмент.* – СПб.: Питер, 2005. – 540 с.
2. ЛЕФЕВР В.А. *Рефлексия*. – М., «Когито-Центр», 2003. – 496 с.
3. НОВИКОВ Д.А., ЧХАРТИШВИЛИ А.Г. *Рефлексивные игры*. – М.: СИНТЕГ, 2003. – 160 с.
4. СТЮГИН М.А. *Создание «хаоса» с целью защиты от исследования* // Проблемы управления безопасностью сложных систем. – М.: РГГУ, 2008. – С. 378-381.

THE ANALYSIS OF AGENT STRATEGY ACCORDING TO INFORMATION AWARENESS SIGNATURES

Styugin Michail Andreevich, Siberian State Aerospace University named after academician M.F. Reshetnev, Russia, Krasnoyarsk, a post-graduate student (styugin@rambler.ru).

Abstract: There is presented in this investigation analysis method of conflict situations when decision rules substitute for agent utility function. This method of attack simplifies in restrained terms consideration of conflict situations but impose severe constraints on conflict conditions. The conflict should be presented in the form of separate transitions and Boolean availability of agents to make this transitions. Constraints of this kind appear in the process of modeling.

Keywords: reflexive games, information awareness structure, reflexion.