

УДК 519.2/.6+368.5

ББК 2.22

ЭКОНОМИКО – МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СТРАХОВАНИЯ ДОХОДА В РАСТЕНИЕВОДЧЕСКОЙ ОТРАСЛИ СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА

Киселев В.Г. ¹

(ФИЦ ИУ РАН, Вычислительный центр
им. А.А.Дородницына, Москва)

В работе приводятся особенности страхования дохода в сельском хозяйстве. Приводятся математические модели экономики страховой компании при страховании дохода. Приводится описание экономики агрофирмы при таком страховании. Обсуждаются важные информационные проблемы, связанные с прогнозной ценой на производимую продукцию. Предлагается некоторый способ обработки необходимой информации. Намечаются пути дальнейших исследований.

Ключевые слова: агрострахование, критерии, информационная база, вероятностные характеристики, имитационное моделирование.

1. Введение

Практически для всех видов страхования разработаны приемлемые методики, основанные на имеющихся в достаточной мере статистических данных и использующие современные достижения актуарной математики (последние достижения в актуарной математике приведены в [2]). Исключение составляет страхование в сельском хозяйстве и особенно в его растение-

¹ Валерий Георгиевич Киселев, кандидат физико-математических наук, доцент (vgkiselev@yandex.ru).

водческой отрасли. В работах [13-14] отмечались основные особенности страхования сельскохозяйственного производства.

Главная особенность заключается в том, что для обоснования различных программ агрострахования не хватает основного – достаточной информационной базы. Не исключены даже такие случаи, когда нет даже минимальной информации об урожайности страхуемой культуры, особенно когда речь идет о страховании вновь созданных агрофирм или об использовании инновационных методов производства или о страховании интродуцируемых культур.

В растениеводческой отрасли существует два вида программ страхования – программы страхования урожая, в которых страхуются риски, связанные с погодными явлениями, и программы страхования дохода, которые гарантируют компенсацию потерь производителя сельскохозяйственной продукции не только от недобора урожая, но и от падения цен на производимую продукцию.

Первый вид страховых программ рассмотрен, в частности, в работах автора [10-15]. В данной работе рассматривается другой вид агрострахования – программы страхования дохода в растениеводческой отрасли. Если при страховании урожая цена на производимую продукцию считается известной, то при страховании дохода эта цена является еще одним неконтролируемым фактором. Это, пожалуй, основное отличие от страхования урожая.

Страхование дохода было впервые опробовано в США в 1995 г. В настоящее время программы страхования дохода действуют во многих странах. Спрос на такое страхование очевиден, поскольку обеспечивает более прямую защиту производителя по сравнению со страхованием урожайности.

Специалисты по страхованию отмечают, что колебание цен на глобальных рынках сельскохозяйственной продукции достигло такого уровня, что производители часто рассматривают колебания цен настолько же серьезным источником риска, как и колебания урожайности.

Специалисты также отмечают ([6, 8, 22]), что у фермеров наиболее популярны программы страхования доходов по произ-

водству отдельных культур и страхования доходов от производимой продукции. В частности, структура всех собранных страховых премий в США распределяется следующим образом: по программам страхования доходов собирается 60% всех премий, по программам страхования урожая – 20%. Остальные 20% страховых сборов составляют страховые премии от некоторых специальных программ страхования дохода и страхования урожая а также от специальных программ с федеральным субсидированием по отдельным видам культур, фруктов, овощей.

В России страхование дохода в растениеводческой отрасли пока отсутствует и разработка методов обоснования этого вида страхования весьма актуальна.

2 . Цель и задачи исследования

Инициативы по созданию программ страхования дохода, движимые высоким спросом на рынке, должны быть подкреплены системными исследованиями и, естественно, надежным математическим обоснованием.

Целью данного исследования является создание системы математических моделей, с помощью которых можно будет обоснованно выбирать параметры возможных программ страхования дохода агрофирм.

Соответственно, и решаемые задачи – это разработка моделей функционирования страховой компании, моделей оценки страхования дохода для агрофирм. При разработке таких моделей необходимо учитывать тот важный факт, что вся доступная информация представляет собой только статистические ряды урожайностей и цен на продукцию растениеводства за ряд лет.

Кроме того, при разработке моделей страхования дохода следует учитывать результаты сходных работ [10-15] по моделированию программ страхования урожая, учитывая при описании программ страхования дохода только присущие им особенности. В частности, при страховании дохода страховые премии и выплаты в страховом случае определяются по другому и, следовательно, для вычисления всех характеристик программ

страхования дохода требуется разработать свои вычислительные алгоритмы. Этим данная работа должна отличаться от цитированных выше. В тех случаях, когда вычисления при страховании дохода практически ничем не отличаются от соответствующих вычислений страхования урожая, они будут приводиться лишь схематически.

Все эти перечисленные задачи будут рассмотрены на примере одной, самой распространенной, программы агрострахования дохода и ее некоторого варианта.

Все результаты, излагаемые здесь, касающиеся агрострахования, получены автором. В тех же немногих случаях, когда рассматриваются общие вопросы актуарной математики, сделаны соответствующие ссылки.

3. Обзор литературы по страхованию дохода в растениеводстве

Сначала несколько слов об отечественных публикациях на тему агрострахования. Что касается экономико – математических моделей агрострахования, то публикации на эту тему вообще отсутствуют, а в доступных отечественных публикациях (например, [8,18,20,22]) приводятся лишь словесные описания некоторых программ и даются некоторые рекомендации относительно значений традиционных параметров программ страхования, таких как величина страхового тарифа, степень участия государства в данной страховой программе и так далее. Все это относится к программам страхования урожая, а публикации, касающиеся страхования дохода, вообще отсутствуют, поскольку в реальной жизни таких программ в России еще нет.

Несколько другая ситуация с зарубежными публикациями на тему агрострахования. Если классические виды страхования актуарной математикой изучены достаточно глубоко (основной книгой по этой тематике является книга [25], переведенная на русский язык [2]), то с агрострахованием не все так благополучно. Это связано с недостаточностью необходимой информации, о чем было сказано выше. Что касается исследования страхования дохода, чему посвящена данная статья, то в данном вопросе имеется еще одна дополнительная неопреде-

ленность, связанная с прогнозной информацией на цену производимой продукции.

Вообще говоря, этой проблеме посвящено очень большое количество публикаций (эту оценку дает Google Scholar), но в них практически во всех рассматриваются только экономические и социальные (без применения математики) вопросы эффективности различных программ страхования различных культур в различных регионах всего мира, часто с приведением таблиц и графиков, обсуждаются вопросы климата и влияние его на растениеводство, социальные вопросы, связанные со страхованием. Очень много публикаций такого рода посвящены социальным вопросам, т.е. оценке влияния агрострахования на изменение уровня жизни населения.

Приведем несколько примеров таких работ. В работе [36] обсуждается вопрос использования страхования как способ минимизации риска в сельском хозяйстве. В работе [27] исследуется важный вопрос о влиянии различных факторов на решение фермеров в конкретном штате США о страховании своего производства растениеводческой продукции, а в работе [34] на основании детального анализа различной информации в течение 11 сезонов в ряде районов Индии предлагаются некоторые изменения в существующей страховой политике с целью повышения ее эффективности. В работе [35] наряду с рассмотрением теоретических вопросов влияния неопределенностей на страхование урожая фермеров проводится анализ применения страхования в Бангладеш. Основным результатом этого анализа заключается в том, что существующее агрострахование не смогло привлечь фермеров, которые не увидели преимуществ предложенной программы страхования – страховые тарифы завышены и не соответствуют рискам при производстве различных культур.

В качестве примера немногочисленных доступных зарубежных опубликованных работ, использующих математические методы исследования, приведем несколько характерных работ. В работе [29] рассматриваются варианты хеджирования доходов при неопределенности в величине урожая и цене на эту продукцию. Этими вариантами являются опционы, фьючерсы и

страхование урожая и дохода. С помощью численного моделирования показана целесообразность использования опционов (в дополнение к фьючерсам) а также использование фьючерсов в сочетании со страхованием урожая. В следующей работе [30] развиваются исследования на эту тему.

Высказываются и другие соображения на эту тему. В частности, в работе [23], переведенной на русский язык, обосновывается целесообразность использования страхования дохода хозяйства в чистом виде.

Во всех этих работах можно отметить одно общее – все они посвящены исследованию влияния агрострахования на финансовое положения только страхователя – фермера. Для этого разрабатываются стохастические математические модели для вычисления среднего дохода и характеристик риска фермера при страховании своей продукции. При этом авторы пытаются некоторыми способами учитывать несовершенство имеющейся статистической информации. В работе [24] отмечается важность этого фактора, вплоть до того, что делается вывод о том, что при малом объеме информации даже невозможно будет реализовывать программы страхования. В работе [33] предлагается два метода обработки статистической информации и, как утверждается, они были успешно опробованы на реальных данных.

Во всех этих работах (см., например, [26], [28], [32], [33]) критериями являются ожидаемый доход, получаемый фермерами при агростраховании, и дисперсия этого дохода. Различаются работы способом представления исходной вероятностной информации. Так, в работе [28] предполагается, что известна совместная функция распределения вероятности для случайных переменных, влияющих на урожайность, и цены на производимую продукцию. Это, конечно, нереальное предположение, о чем будет сказано ниже. В основном, в этих моделях рассматривается вопрос об эффективности агрострахования для фермеров. Например, в работах [32], [33] вычисляется «справедливая» плата за страхование.

Для полного, комплексного исследования проблемы агрострахования этого недостаточно, поскольку в агрострахова-

нии задействованы три участника: агрофирма, страховая компания и государство и при анализе этой проблемы необходимо учитывать все их интересы, которые определяются не одним критерием и выбор решения поэтому неоднозначен.

Так, например, в работе [31] отмечается, что даже для каждого страхователя (фермера) выбор решения о страховании индивидуален. Еще надо отметить, что при разработке программ страхования необходимо учитывать согласование интересов всех трех участников страхования и поэтому при разработке моделей агрострахования необходимо это учитывать в комплексе. Это невозможно сделать без экономической модели страховой фирмы, чему не уделяется внимания в зарубежных публикациях. В частности, нигде не рассматривается одна из важных характеристик функционирования страховой фирмы – вероятности ее неразорения.

4. Некоторые программы страхования дохода агрофирм в растениеводческой отрасли.

Поскольку опыт страхования дохода в аграрном секторе существует только в ряде зарубежных стран, будем ссылаться на их опыт и, в частности, на опыт наиболее продвинутой в этом вопросе страны – США. Далее вся использованная информация получена из интернета.

Существует несколько видов программ страхования дохода. В качестве примера мы сейчас схематично опишем самую распространенную за рубежом программу страхования дохода (и ее одну разновидность). Эта программа базируется на имеющейся информации об урожайности каждого индивидуального сельскохозяйственного производителя и защищает его от снижения дохода в результате падения урожайности и / или падения цен на производимую продукцию. Эту программу можно назвать мультирисковой программой страхования дохода по аналогии с программой страхования урожая, исследованию которой были в основном посвящены вышеупомянутые работы автора. Данная страховая программа гарантирует определенный уровень дохода, который называется полной гарантией. Для расчета полной гарантии используется цена, которая является

максимальной из двух цен – прогнозной весенней цены на урожай (базовой цены) и осенней цены в момент уборки урожая. Страховая же премия рассчитывается исходя из базовой (весенней) цены. Возмещение выплачивается тогда, когда полученный доход (вычисляется исходя из осенней цены в период уборки урожая) меньше полной гарантии на всей застрахованной площади.

Одно замечание относительно терминологии

Для дальнейшего описания программы страхования доходов необходимо уточнить некоторые экономические понятия, которые будут использоваться. Приведенные ниже формулировки представляются методически правильными и соответствуют принятым для описания математических моделей производства, например в книге [9].

Выручка представляет сумму реализации товара по проданной цене. Как правило, выручка от реализации товара фиксируется в момент отгрузки товара. В агростраховании выручка фиксируется в момент уборки урожая.

Доход – это выручка за вычетом материальных затрат и косвенных налогов (налог на добавленную стоимость, акцизный сбор, если такой существует, и другие налоги).

Таким образом, из описания этой программы и введенных определений следует, что в данном случае «страхование дохода» означает страхование валовой выручки производителя от продажи ожидаемого урожая по существующей цене в момент уборки урожая. Страховые выплаты производятся в случае, если в момент уборки урожая реальная выручка, определяемая как ожидаемый объем урожая, умноженный на существующую на тот момент цену продукции, оказывается меньше некоторой заранее оговоренной гарантированной выручки из-за воздействия факторов, предусмотренных страховой защитой – погодные риски и изменения цены). В данном случае для страховщика не имеет значения, погодные условия или рыночные факторы обусловили снижение дохода производителя ниже гарантируемого уровня. Страховое возмещение выплачивается в любом случае.

Как следует из сказанного выше, описанные «программы страхования дохода» по существу являются программами страхования выручки, поскольку доход – это выручка за вычетом затрат на производство продукции, но мы в дальнейшем будем пользоваться принятыми определениями, чтобы не вносить путаницу, т.е. рассматриваемые программы будем называть программами страхования дохода.

5. Математическая формализация программы страхования дохода

Будем считать, что в общем случае в программах страхования дохода может участвовать государство. Это предположение оправдано тем, что практический опыт применения как программ страхования дохода, так и программ страхования урожая, показывает, что государство является активным участником этой операции (см.[8, 18, 20, 22]). Таким образом, в этом виде страхования, как и при страховании урожая, также имеется три участника: страхователь – фермер, страховая компания и государство. Чтобы быть жизнеспособной, программа страхования должна быть приемлемой для всех участников акции страхования. Для этого необходимо провести соответствующие исследования, привлекая, в частности, методы математического моделирования. Такие модели для мультирисковой программы страхования производства сельскохозяйственных культур были изложены в работах автора [10-15]. В данной работе будут проведены аналогичные исследования для мультирисковой программы страхования дохода от производства сельскохозяйственных культур.

Рассмотрим сначала случай страхования урожая одной культуры одной фирмой на площади S .

Введем необходимые обозначения. Пусть

u – урожайность культуры в хозяйстве в момент уборки (случайная величина),

Eu – ее среднее значение.

r – величина страхового возмещения,

c_n – прогнозируемая весной на период уборки (так называемая базовая) цена,

c – реальная цена продукции в момент уборки урожая,

c_z – так называемая «гарантированная» цена.

Если гарантированная цена равна прогнозной, т.е.

$$c_z = c_n,$$

то это – программа страхования дохода хозяйства (назовем ее программой А), а если гарантированная цена реагирует на повышение продажной цены и

$$c_z = \max c_n, c,$$

то это так называемая программа страхования дохода от выращивания культуры. Это самая распространенная программа страхования дохода. Назовем ее программой Б.

Поскольку $c_n \leq c_z$, то гарантированная выручка в программе А меньше, чем в программе Б, но и сама программа для страхователя будет менее затратной. Поэтому данную программу страхования дохода можно рассматривать в качестве альтернативной.

С помощью гарантированной цены вводится понятие полной гарантии дохода с единичной и со всей площади. Обозначим их соответственно, v_z и B_z , причем $B_z = v_z \times S$.

По аналогии с программой страхования урожая (страховой стоимостью) введем страховой коэффициент α , $0 \leq \alpha \leq 1$ и полную гарантию выручки определим как

$$v_z = \alpha c_z E y.$$

Как и в программе страхования урожая, можно ввести понятие страховой урожайности $y_\alpha = \alpha E y$. Тогда полная гарантия выручки

$$v_z = c_z y_\alpha,$$

страховая премия равна

$$\pi = \delta c_n y_\alpha = (1 + \theta) E r.$$

Последнее равенство выражает принятое в актуарной математике выражение для страховой премии (см. [1]), где θ – страховая надбавка страховой компании.

Отсюда страховой тариф равен

$$\delta = (1 + \theta) \frac{Er}{c_n y_\alpha}.$$

Страховое возмещение выплачивается тогда, когда выручка оказывается меньше полной гарантии. Таким образом, программа страхования компенсирует падение выручки как в результате падения цен, так и в результате снижения урожайности. В общем случае страховое возмещение равно

$$r = (e_z - cy)_+$$

или

$$r = (c_z y_\alpha - cy)_+,$$

где знак (+) означает функцию Хевисайда.

Перечислим теперь минимальный набор критериев для оценки данной программы агрострахования дохода. Он практически такой же, как и в программе страхования урожая:

Φ_0 – доля участия государства в данной программе страхования дохода от выращивания культуры;

Φ_1 – вероятность недополучения запланированного дохода (выручки);

Φ_2 – величина этого запланированного дохода;

Φ_3 – средний доход агрофирмы;

Φ_4 – средний доход страховой компании;

Φ_5 – вероятность разорения страховой компании, которая, в частности, определяется ее начальным капиталом.

Выше было сказано, что при страховании дохода будет учтена возможность участия государства. Величину господдержки будем задавать некоторым коэффициентом $0 \leq \gamma \leq 1$, определяющим часть платежа, который производится за счет федерального и местного бюджетов. Естественно, что чем больше господдержка γ , тем выгоднее агрофирме, заключающей договор. На доходы страховой компании величина господдержки напрямую не влияет, поскольку страховщику безразлич-

но, от кого он получает договорную сумму. Но сам факт заключения договора страхования существенно зависит от величины господдержки, поскольку для агрария это является определяющей величиной.

Сейчас рассмотрим влияние страхования на экономические показатели агрофирмы. Первый показатель, ради чего и производится страхование дохода – это надежность его получения. Под этой надежностью будем понимать величину гарантированной выручки e_z и вероятность получения этой гарантированной выручки. Эта вероятность с учетом введенных ранее обозначений равна

$$P(e \geq e_z) = 1 - P(y < y_\alpha \frac{c_z}{c}) .$$

В этих соотношениях y_α и c_n – детерминированные величины, а остальные четыре – y , c , и c_z – случайные. Прогнозная цена на урожай c_n является детерминированной величиной, поскольку это – просто согласованная между страхователем и страховщиком конкретная величина, выбор которой естественно опирается на предыдущий опыт, а гарантированная цена $c_z = \max c_n, c$ (в программе Б – страхования дохода от выращиваемой культуры) – случайная, как функция случайной величины c).

После этих замечаний нужные нам выражения для соответствующих вероятностей мы можем записать в общем виде как

$$P(y < y_\alpha \frac{c_z}{c}) = \int_{y < y_\alpha \frac{c_z}{c}} dF(y, c) .$$

Здесь F – совместная функция распределения соответствующих случайных аргументов, о которой будет идти речь ниже, а знак интеграла – символическая запись, аналогичная одномерному интегралу Стильтьеса,

Рассмотрим теперь другой показатель агрофирмы – ее средний доход при страховании дохода. Этот средний доход агрофирмы (с единичной площади) равен

$$Ed_f = Ecy + Er - E\pi - \nu Ey - \beta ,$$

где β – удельные постоянные затраты на единицу возделываемой площади, не зависящие от урожайности, ν – удельные текущие затраты на единицу площади и на единицу урожая.

Перейдем теперь к критериям, характеризующим финансовую деятельность страховой фирмы при страховании дохода. Первый, и он же основной, показатель – это средний доход фирмы от этой деятельности.

Ежегодный доход страховой фирмы равен полученным платежам по данной страховой программе минус выплаты по рискам, т.е.

$$d_I = \pi - r ,$$

где страховая премия $\pi = (1 + \theta)Er$, а выплаты $r = (e_z - cy)_+$.

Еще одним важным показателем, связанным с устойчивой деятельностью страховой фирмы, является вероятность ее неразорения. (критерий Φ_5).

Функционирование страховой фирмы при страховании дохода практически ничем не отличается от ранее рассмотренного случая страхования урожая и может быть исследовано аналогичным образом. Для страхования урожая в работе [3] были получены разностные уравнения для вероятности неразорения в предположении, что известна только эмпирическая функция распределения урожайности. Для страхования дохода по той же методике можно получить соответствующие уравнения и тогда, решая задачу Коши (в начальный момент вероятность неразорения равна единице), можно будет вычислить искомую вероятность в любой момент времени.

Таким образом, для вычисления критериев, характеризующих, программу страхования дохода, необходимо уметь вычислять следующие интегралы:

$$Ecy = \int cy dF(cy),$$

$$Er = \int (\theta - cy)_+ dF(y, c),$$

$$Ey = \int y dF(y).$$

Сами же критерии зависят от свободных параметров программы. Свободными параметрами в данной программе страхования дохода являются:

γ – доля участия государства в страховании – это в то же время является критерием оценки деятельности государства;

θ – величина страховой надбавки (известный в страховании параметр, обеспечивающий финансовое существование страховой фирмы) или величина страхового тарифа δ ;

α – величина страхового коэффициента (эта величина определяет, какую часть выручки страхует производитель и определяет величину полной гарантии).

Будем считать, что все эти параметры зафиксированы и сейчас поставлена задача, как вычислить значения вышеперечисленных критериев. Для этого необходимо знать функции распределения

$$F(y), F(c), F(y, c).$$

Исследование этой проблемы начнем с рассмотрения функций распределения одной переменной.

6. Построение эмпирической функции распределения

6.1 . Анализ имеющейся информации об урожайности культур и ценах на производимую продукцию

Для построения эмпирической функции распределения необходимо иметь достаточно длинные статистические ряды. Для урожайности культур такая информация имеется как для всей России в целом, так и для отдельных административных единиц в ежегодных статистических справочниках. На рис.1 приведены ряды урожайностей двух культур – картофеля и зерновых в России за 1970-2008 г.г. Верхний график соответст-

вует зерновым, и для получения соответствующей урожайности надо значение на графике разделить на 10.

Проведем анализ этих данных.

Известно, что урожайность в данном районе зависит от трех основных факторов:

- климатических условий, которые со временем имеют тенденцию к изменению;
- научно-технического прогресса – использования новых перспективных сортов, современных технологий и современной техники;
- человеческого фактора – качества выполняемых работ.

Последний, социальный, фактор очень важен. Известно, что на опытных участках при использовании одних и тех же технологий урожайности культур могут быть в несколько раз

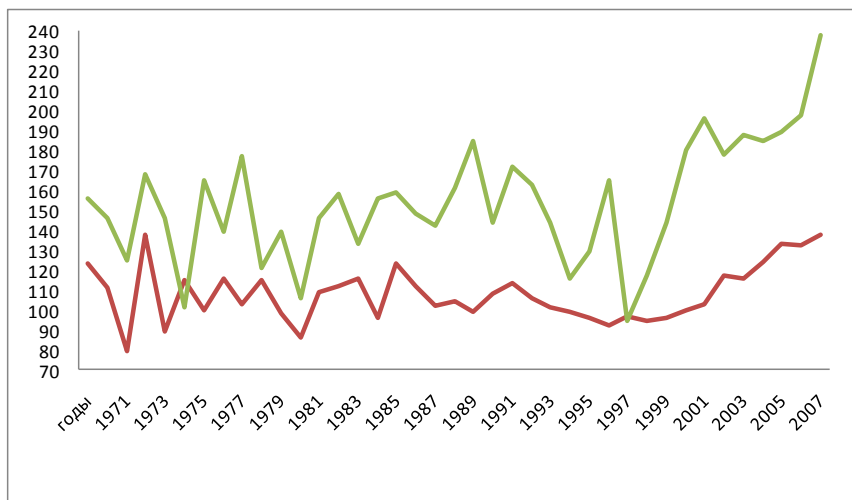


Рис.1

выше, чем в соседних хозяйствах. Например, далеко не предельная урожайность картофеля 500 центнеров с гектара превышает среднюю урожайность по России примерно в пять раз.

Таким образом, прогнозировать на перспективу урожайности, опираясь только на имеющиеся статистические данные нужно весьма осторожно. Если первый, климатический фактор, определяет в основном разброс получаемых урожаев, то второй и третий факторы в значительной степени определяют тренды средних значений. Так, падение урожайностей на 10-летнем интервале примерно с 1988 по 1998 год, совпадающем с периодом не очень понятных преобразований в стране, можно объяснить всеобщей неразберихой, а после этого в связи со стабилизацией обстановки в целом по стране, наблюдается рост урожайности. Таким же образом можно объяснить медленный положительный тренд до 1988 года, когда сельскому хозяйству стали уделять большое внимание. Однако это всего лишь один из возможных способов объяснения подобных явлений. Повидимому найдутся и другие правдоподобные объяснения, в частности, возможно, что эти тренды объясняются климатическими изменениями. В общем, здесь ситуация абсолютно идентична той, которая наблюдается с объяснениями изменения климата, когда одни специалисты считают, что наблюдается всеобщее потепление и объясняют причины этого явления, а другие с не меньшей убежденностью объясняют наблюдаемый факт повышения температуры временным явлением, за которым последует похолодание.

Таким образом, мы отметили влияние антропогенного фактора на урожайность сельскохозяйственных культур и это влияние может существенно изменить характеристики случайной величины – урожайности.

Мы также будем считать, что подобная информация имеется и для цен на производимую продукцию, хотя для России такая информация может быть не ранее 2000-х лет.

Сделаем теперь важное замечание о коррелированности урожайностей сельскохозяйственных культур в зоне агрострахования региона.

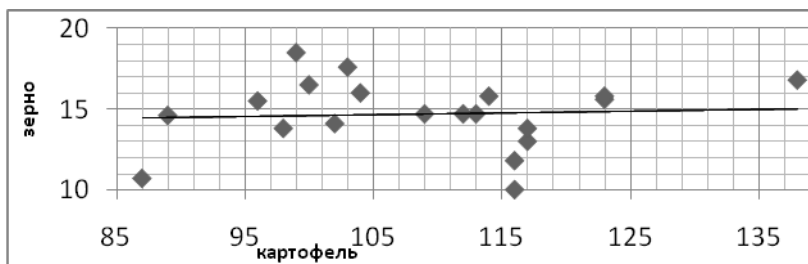


Рис.2

На рис.2 данные, изображенные на рис.1, представлены на плоскости, где по осям – урожайности двух культур, причем взята только информация с 1970 г. до 1990 г., когда сельское хозяйство функционировало более или менее в спокойном режиме (прямая линия – это линейная аппроксимация представленных точек по методу наименьших квадратов).

Из этой картинки видно, что урожайности этих культур не являются независимыми. Это и понятно, поскольку, как правило, погодные условия, благоприятные для одной культуры, являются благоприятными и для других культур, выращиваемых в данном конкретном районе, и наоборот, такие катаклизмы, как засуха, холодное лето и прочее неблагоприятно сказываются на урожайности всех культур. Однако это не всегда так. Например, на урожайность картофеля влияют, в основном, летние климатические условия, а для урожайности озимых зерновых важно также, какая была зима.

6.2 Выявление тренда. Сплайн – тренд.

Имея конкретный статистический материал, можно провести исследования на предмет существования и изменения тренда. Для этого можно воспользоваться существующими многочисленными методами математической статистики, которые, например, изложены в работах [1, 4, 7, 16, 21].

Если в результате предварительного анализа выявлены участки существования тренда или точки изменения его характера, далее следует проверить и уточнить эти предварительные

гипотезы. Для этого также разработаны соответствующие многочисленные методы. На приведенной на рисунке 1. информации участки трендов можно определить визуально и придать им экономическую интерпретацию.

Если в результате анализа временных рядов выявлено несколько участков с разными трендами, то для прогноза рассматриваемой характеристики следует использовать последний участок, характеризующий тенденции изменения последнего времени, т.е. часть имеющейся информации. С другой стороны, для построения эмпирических закономерностей по данным наблюдениям желательно использовать максимум имеющейся информации. Ниже приводится метод обработки статистической информации, использующий весь ее объем.

Будем считать, что общий тренд можно представить в виде линейного сплайна, т.е. на каждом интервале имеется свой тренд в виде линейной функции, а во внутренних граничных точках значения соседних линейных функций совпадают. (Сплайны более высокого порядка в данном случае рассматривать не имеет смысла).

Опишем данную структуру в общем виде. Пусть в последовательные времена $t_1, t_2, \dots, t_M$ имеются статистические данные об урожайности $y_1, y_2, \dots, y_M$. Разобьем временной ряд на небольшое число N интервалов ($N \ll M$)

$T_0 = t_1, T_1, T_2, \dots, T_{N-1}, T_N = t_M$ (точки T_n совпадают с некоторыми точками t_i) таким образом, что на каждом из этих интервалов будем считать тренд линейным, но со своими неизвестными параметрами.

Таким образом, на n -м интервале урожайность определяется уравнением

$$y^n(t) = a^n + b^n t + \varepsilon(t),$$

где $\varepsilon(t)$ – на всех интервалах случайные некоррелированные величины с $E\varepsilon = 0$ и постоянной дисперсией.

Неизвестные коэффициенты будем определять методом наименьших квадратов с дополнительными условиями равенств

ва значений трендов слева и справа в каждой внутренней точке T_i , т.е. решая задачу

$$\min \sum_{n=1}^N \sum_{t_j \in T_{n-1}, T_n} \left[a^n + b^n t_j - y(t_j) \right]^2$$

$$a^n + b^n T_n = a^{n+1} + b^{n+1} T_n, \quad n = \overline{1, N-1}.$$

Решая эту задачу, найдем нужные коэффициенты α^n, β^n , определяющие тренд на n -м интервале. Вычитая из имеющихся измерений величину тренда в каждой точке, получим последовательность M значений случайной величины.

$$\varepsilon_j = y_j - \alpha^n - \beta^n t_j, \quad n = \overline{1, N}, \quad j \in \bigcup_{n=1}^{n=N} B_n$$

Из них построим вариационный ряд $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_M$, а по нему построим $F(\varepsilon)$ – эмпирическую функцию распределения величины ε . Эмпирическая функция распределения урожайности y будет отличаться от $F(\varepsilon)$ только сдвигом, т.е.

$$F(y, t) = F(\varepsilon + \alpha^n + \beta^n t).$$

6.3. Экстраполяция статистических рядов

Будем предполагать, что при заключении договора страхования имеется информация об урожайности за несколько предыдущих лет, включая последний год t_M . Тогда при всех расчетах под расчетной урожайностью надо понимать будущую урожайность в году заключения договора, т.е. в году $t_M + 1$. Следовательно, надо уметь прогнозировать имеющуюся информацию по крайней мере на один год вперед. Методы такой экстраполяции зависят от того, как была обработана предыдущая информация. Мы рассмотрим несколько известных способов экстраполяции.

Экстраполяция на основе среднего значения.

В самом простом случае при предположении, что изменение среднего на прогнозируемом интервале незначительно, допустимо в качестве прогноза на l периодов принять

$$y(t_M + l) = \bar{y},$$

где $\bar{y}$ – среднее значение урожайности за последние несколько лет.

Это самый простой способ прогнозирования, но именно он используется в рекомендациях по страхованию и среднее значение урожайности в них предлагается вычислять за последние 5 лет. Величина этого интервала никак не обосновывается, да это и трудно сделать, поскольку нет уверенности в том, что будет в будущем на самом деле. Если предположить, что тренд мал, то увеличение интервала усреднения позволяет получить более надежную среднюю на перспективу, но при наличии заметного тренда увеличение интервала усреднения ведет к заметному искажению прогноза. В подобных случаях приходится выбирать некоторое компромиссное значение этого интервала. Возможно, выбору такого компромисса могут помочь доверительные границы оценки среднего.

В предположении о нормальном распределении доверительные границы оценки среднего значения при небольшом числе наблюдений определяются следующим образом:

$$y(t_M + l) = \bar{y} \pm t_\alpha s \sqrt{1 + \frac{1}{n}}$$

где t_α – табличное значение t - статистики Стьюдента с заданным уровнем вероятности и $(n - 1)$ степенями свободы (n –

величина интервала усреднения), $s = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n - 1}}$.

Экстраполяция по линейной регрессии

Выше был рассмотрен метод сглаживания статистических рядов линейными сплайнами. Для прогнозирования урожайности в целях страхования можно воспользоваться трендом на последнем сплайновом интервале.

На этом интервале сплайн задается уравнением $y(t) = \alpha^N + \beta^N t$, где α^N, β^N – выборочные оценки параметров

линейной регрессии. Пусть мы хотим экстраполировать значение урожайности на l лет вперед. С учетом доверительного интервала прогнозная оценка (см., например, [21]) выглядит следующим образом:

$$y(t_M + l) = \alpha^N + \beta^N(t_M + l) \pm t_\alpha s \sqrt{\frac{n+1}{n} + \frac{3(n+2l-1)^2}{n(n^2-1)}},$$

где n – число измерений на последнем сплайновом интервале,

$$s = \frac{\sum_i \varepsilon_i^2}{n-2} - \text{оценка дисперсии отклонений от регрессии, } t_\alpha -$$

статистика Стьюдента.

Представляет интерес вопрос о том, достаточно ли точность конкретного прогноза при данной длине статистического ряда и, наоборот, сколько должно быть наблюдений, чтобы получить прогноз достаточной точности. (Известно, что минимум дисперсии прогноза достигается при среднем значении независимой переменной – времени). Задавшись некоторым критерием оценки точности прогноза, можно решить такую задачу, используя уже известные нам соотношения.

Например, точность прогноза удобно оценивать относительно среднего значения прогнозируемой величины, т.е. величиной

$$\Delta^1 = \frac{2t_\alpha s K(l, n)}{\alpha^N + \beta^N(T + l)},$$

$$\text{где } K = \sqrt{\frac{n+1}{n} + \frac{3(n+2l-1)^2}{n(n^2-1)}}, \text{ а остальные переменные определены выше.}$$

Задавшись некоторым значением точности $\Delta^1 \leq \delta$, можно найти минимальное значение n (при заданном значении l), удовлетворяющее этому ограничению.

6.4 Замечание о цене на производимую продукцию

В данной программе страхования – программе страхования дохода появляются новые неконтролируемые величины совершенно другой природы – это цены на производимую продукцию.

Сразу возникает вопрос – что это за цены? Это могут быть местные цены, региональные или даже общегосударственные. Далее, очень важным аспектом для построения упомянутых выше функций распределения является установление связи между уровнем урожайности и цен. Например, насколько цена продукции на этапе сбора урожая отражает местный или региональный уровень урожайности данной культуры? Ответ на этот вопрос требует знаний не только о ситуации на местном рынке (ситуации местных производителей), но и знаний о ситуации на региональном, а иногда и национальном, рынке.

Поскольку в данном вопросе в нашей стране практически не проводились никакие исследования (так как мы находимся в начальной стадии рыночных отношений), то в дальнейшем будем ссылаться только на зарубежный опыт, как единственный в этом вопросе. Вся информация об этом зарубежном опыте получена из интернета и, в частности, из опубликованного анализа страховой германской компании Munich Re ([23]), который охватывает основные системы агрострахования в мире, в том числе существующие программы страхования дохода производителей.

Как уже было сказано, по сравнению с программой страхования урожая в программе страхования дохода добавляется новый ценовой риск, связанный с изменчивостью цен. Например, в США уровень колебаний цен на кукурузу является весьма значительным и достигает на национальном уровне 50%. Но ценовой риск определяется не только амплитудой колебания цен, поскольку создание глобальных рынков сельскохозяйственной продукции привело к ситуации, когда цены меняются на глобальном, а не местном уровне. Это означает, что падение цены на данную сельскохозяйственную продукцию на глобальном рынке может инициировать массовые выплаты застрахованным производителям данной продукции, хотя при этом

уровень урожайности данной культуры может оставаться прежним.

Идеальный рынок предполагает, что снижение уровня урожайности приводит к снижению объема предлагаемой продукции на рынке и, таким образом, способствует повышению цен и наоборот, уровень урожайности, превышающий средний, является причиной снижения цены. Таким образом, в условиях идеального рынка должна существовать отрицательная корреляция уровня урожайности и цены, но реальный рынок отличается от идеальной модели.

В обзоре компании Munich Re выделяется 4 основных отличия.

- Наблюдается большое количество случаев значительного снижения урожайности на местном уровне без всякого влияния на глобальный рынок, поскольку, например, в других регионах показатели урожайности превышают средний уровень и, следовательно, компенсируют снижение урожайности в данном регионе.

- Значительные запасы продукции могут компенсировать последствия снижения уровня урожайности на региональном или глобальном уровне.

- Мировой кризис может способствовать снижению спроса на определенные виды сельскохозяйственной продукции и удерживать цены от повышения.

- Реакция финансовых рынков на колебания цен или только ожидания колебаний часто является иррациональной (необъяснимой с точки зрения разума).

В результате стоимость страхования дохода для производителей (выплачивающих страховые премии) и для страховщиков (которым необходимо иметь соответствующие резервы) существенно выше, чем стоимость страхования урожая. В США ставка премии за риск в области страхования урожайности составляет 6,7%, в то время как стоимость страхования дохода предполагает 11%. Отмечается, что уровень колебания цен повышался в течение последних лет и поэтому ожидается и дальнейшее повышение стоимости страхования дохода.

Для того, чтобы системно исследовать любую программу страхования дохода, необходимо проанализировать и по возможности подготовить информационную базу. В идеале надо построить упомянутые выше совместные функции распределения урожайности и цены.

Будем считать, что за последние ряд лет имеется информация о цене выращиваемого продукта и об урожайности страхуемой культуры. Из приведенного выше описания программ страхования дохода следует, что для вычисления характеристик программы страхования дохода хозяйства (программа А) достаточно построить эмпирические функции распределения случайных величин y и $b = cy$.

Для вычисления характеристик программы страхования дохода от выращиваемой культуры (программа В) этой информации недостаточно. Выше мы обсуждали вопрос о корреляции урожайности и цены и отмечали неопределенность в определении цены на выращиваемую продукцию.

Возможны три случая.

Первый случай: c – детерминированная величина, не зависящая ни от чего. Как следует из приведенных выше рассуждений, такой случай тоже возможен. Тогда все сводится к одной случайной переменной.

Второй случай: c и y – случайные некоррелированные величины. Тогда $F(c, y) = F(c)F(y)$ и тогда все просто вычисляется.

Третий случай: c и y – коррелированные величины. Здесь мы для определенности будем считать, что цена и урожайность связаны линейной зависимостью

$$c = \lambda + \mu y + \eta ,$$

η – случайная величина, не зависящая от y .

Более сложные зависимости из-за неопределенности этого вопроса рассматривать не имеет смысла. В этом случае, пользуясь известной техникой теории вероятностей, можно

построить необходимые функции распределения и вычислить все необходимые характеристики.

В противном случае (когда нет уверенности в существовании определенной корреляционной связи) проблему возможно решить только методами имитационного моделирования, задаваясь некоторыми вариантами прогнозной цены.

7. Страховании дохода нескольких агрофирм и нескольких культур

Все приведенные выше исследования страхования одним хозяйством одной культуры носят модельный характер, но они позволяют понять основные закономерности рассматриваемой проблемы.

Обобщим теперь сказанное на более реальный случай, когда в страховании участвуют несколько агрофирм и страхуется несколько культур.

Пусть j означает номер хозяйства, J – множество всех хозяйств, участвующих в страховании своей продукции, k – номер культуры, K – множество всех культур ($k \in K$).

Пусть считается известным, что j -я фирма заключила со страховой компанией договор на страхование дохода по k -й культуре на площади S_{jk} .

В этом случае доход j -го хозяйства от всех выращенных культур равен

$$b_j = \sum_k S_{jk} (c_k y_{jk} + r_{jk} - \pi_{jk} - \nu_{jk} y_{jk} - \beta_{jk}),$$

где $r_{jk} = (e_{zjk} - c_k y_{jk})_+$ (смысл обозначений очевиден).

Ежегодный доход страховой компании равен

$$D = \sum_{j,k} S_{jk} (\pi_{jk} - r_{jk}).$$

Используя последние две формулы, можно вычислить и соответствующие средние доходы.

Сделаем здесь одно важное замечание. Вообще говоря, предприниматель решает вопрос о страховании по каждой

выращиваемой культуре и поэтому для него, возможно, для оценки полезности страхования важен не суммарный эффект по всем культурам, а по каждой культуре в отдельности.

Рассмотрим теперь вопрос о неразорении страховой компании. Динамика финансов страховой компании описывается соотношением

$$U(t) = u + \Pi(t) - \sum_{\tau=1}^t \sum_k \sum_j r_{jk}(\tau)$$

Первые два слагаемые в этом выражении – детерминированные величины, третье – случайная величина. Для вычисления вероятности неразорения необходимо знать функцию

распределения суммы
$$R(t) = \sum_{\tau=1}^t \sum_k \sum_j r_{jk}(\tau).$$

Обозначим сумму выплат по всем хозяйствам и всем культурам в год τ через $R(\tau)$. Тогда, с учетом изложенного

выше, переменные $R(\tau) = \sum_j \sum_k r_{jk}(y_{jk}(\tau), c_k(\tau))$ – независи-

мы, одинаково распределены и по центральной предельной

теореме [5] закон распределения их суммы $R(t) = \sum_{\tau=1}^t R(\tau)$

стремится к нормальному. Зная этот закон и вычислив его параметры, можно оценить вероятность неразорения.

Для вычисления этих параметров воспользуемся некоторыми ранее полученными результатами, упрощающими задачу.

Как следует из работы [13] о зональном агростраховании, урожайности хозяйств любой культуры в информационной зоне страхования можно связать линейным соотношением $y_{jk} = \delta_{jk} \bar{y}_k$, где $\bar{y}_k$ – средняя урожайность какой-либо культуры в зоне страхования.

Далее, выше была выявлена линейная связь урожайностей культур, которую можно записать в виде

$$\bar{y}_k = \alpha_k + \beta_k \bar{y}_0 + \xi_k,$$

где $\bar{y}_0$ – средняя урожайность некоторой выбранной культуры в зоне страхования.

Наконец, будем считать, что связь цены и урожайности – линейная и имеет вид

$$c_k = \lambda_k + \mu_k y_k + \eta_k.$$

Используя эти соотношения, можно свести задачу вычисления необходимых параметров к задаче с меньшим числом независимых переменных $\bar{y}_0(\tau), \eta_{k_0}(\tau), \xi_k(\tau)$.

8. Заключение

Целью данной работы была разработка экономико – математических моделей всех участников программы страхования дохода при выращивании растениеводческой продукции. Были получены общие формулы, описывающие экономику как страховой компании, так и страхователя – производителя сельскохозяйственной продукции, учитывающие особенности страхования дохода. Основной особенностью страхования дохода является информационная неопределенность, касающаяся новой случайной величины – цены на производимую продукцию и связь ее с полученной урожайностью. Был приведен анализ данного вопроса зарубежных страховых компаний, касающийся корреляции урожайности и цены на продукцию.

В тех случаях, когда описание страхования дохода ничем существенным не отличалось от описания страхования урожая, которое было подробно изложено в предыдущих работах, приводилось лишь схематичное описание соответствующих разделов.

В результате проведенных исследований можно сделать следующие выводы. По-видимому, все, несколько идеализированные аналитические исследования, могут только помочь понять некоторые закономерности финансового состояния как страховой компании, так и агрофирмы, а реальные выводы необходимо делать, проводя эксперименты с помощью имитационного моделирования (см., например, [17, 3, 19]) на некоторых искусственно спрогнозированных рядах урожайности. Эти случайные ряды урожайности должны учитывать скорректиро-

ванную предыдущую статистику, возможные тренды, связанные с привлечением новых технологий, новых сортов и так далее.

На этих данных необходимо уточнять конкретные параметры программ страхования. Эти параметры должны быть конкретизированы для каждой культуры и для каждого региона и не должны быть фиксированными для всей страны, как это принято сейчас считать в соответствии с существующим законодательством. Этот подход, связанный с моделированием прогнозных значений урожайностей просто необходим для производителей сельскохозяйственной продукции, переходящих на инновационные технологии производства, что должно привести к значительному росту урожайности, который нужно уметь прогнозировать.

Здесь по существу была рассмотрена одна программа страхования дохода, в которой в агрофирме страхуются культуры по отдельности и риск оценивается вероятностью недополучения некоторого уровня дохода. Возможны и другие постановки, например, когда риск оценивается разбросом дохода или когда страхуется общий доход от ряда культур, выращиваемых в хозяйстве.

Таким образом, мы здесь отметили особенности программы страхования дохода, разработали общие модели страхования дохода и наметили дальнейшее направление исследований по данной теме.

Литература

1. Андерсен Т. Статистический анализ временных рядов, М.: Мир, 1971
2. Бауэрс Н., Гербер Х., Джонс Д., Несбит С., Хикман Дж. Актуарная математика, М.: Янус-К, 2001. 655 с.
3. Бусленко Н.П. Метод статистического моделирования, М.: Статистика, 1970. 112с.
4. Гамбаров Г.М. и др. Статистическое моделирование и прогнозирование, М.: Финансы и статистика, 1990. 383с.
5. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей, М.: Физ.-мат. издат., 1961. 406 с.

6. Гриценко Н.Б., Зими́на А.П. Организация сельскохозяйственного страхования за рубежом // Финансы и кредит, М.: №29, 2006. С. 71– 75.
7. Грешилилов А.А., Стакун А.А., Стакун В.А. Математические методы построения прогнозов, М.: Радио и связь, 1997. 112с.
8. Довбий И.П. *Страхование агрорисков за рубежом.* // Банки. Лизинг. Страхование, 2008. №6
9. Иванов Ю.Н., Теоретическая экономика: Теория оптимального предприятия. М.: Ленанд, 2013. 224 с.
10. Киселев В.Г., Системный анализ основных систем агрострахования, М.: ВЦ РАН, 2012 28 с.
11. Киселев В.Г. Актuarная математика в агростраховании. М.: ВЦ РАН, 2011. 29 с.
12. Киселев В.Г. Обоснование региональной мультирисковой программы страхования сельскохозяйственных культур. / Управление большими системами/ Сборник трудов. Выпуск 61. М.: ИПУ РАН. 2016.С.168–190.
13. Киселев В.Г. Информационная база региональной системы агрострахования. //Труды 5-й Международной конференции «Управление большими системами» М.: ИПУ РАН, 2011.
14. Киселев В.Г. *Особенности информационного обеспечения системы страхования сельскохозяйственного производства.*// Материалы международной научно-практической конференции «Математика и ее приложения. Экономическое прогнозирование: модели и методы».г.Орел, 2011, С.236-240.
15. Киселев В.Г. О процедуре согласования программ страхования сельскохозяйственных культур. М. ВЦ РАН, 2114. 28 с.
16. Льюис Х.Д. Методы прогнозирования экономических показателей, М.: Финансы и статистика, 1986. 133с.
17. Павловский Ю.Н. Имитационные модели и системы. М.: Фазис, 2000. 166 с.
18. *Страхование урожая сельскохозяйственных культур с государственной поддержкой.*//Практическое пособие по организации страхования сельхозкультур. М.: МСХ РФ, ФГУФАГПССАП (Федеральное государственное учреждение «Федеральное агентство по государственной поддержке

страхования в сфере агропромышленного производства» Министерства сельского хозяйства РФ).

19. Соболев И.М. Численные методы Монте – Карло, М.: Наука, 1973. 307с.
20. *Современная практика сельскохозяйственного страхования.* // Агροстрахование в России, 2004, октябрь. С. 29-42.
21. Четыркин Е.М. Статистические методы прогнозирования, М.: Статистика, 1977. 200с.
22. Шинкаренко Р. Международный опыт страхования сельскохозяйственных рисков // agroinsurance.com/ru/practice.
23. Мур Ламбер. Страхование дохода – основные требования с точки зрения страхования (перевод аналитического обзора издания перестраховочной компании Munich Re) // agroinsurance.com
24. Ahsan S.M., Ali A.G., Kuran N.G. Toward a theory of Agricultural Insurance // *American Journal of Agricultural Economics*, 1982 v.64 №3.
25. Bowers N.L., Gerber H.U., Hickman J.C., Jones D.A., Nesbitt C. J. *Actuarial Mathematics* 1977., The society of Actuaries, Second Editional
26. Fraser R. W. An Analysis of willingness to pay for crop insurance // *The Australian Journal of Agricultural and Resource Economics*, 2012
27. Ginder M., Spaulding A., Fudor K. Factors affecting crop insurance purchases decisions by farmers in Northern Illinois // *Agricultural Finance Review*, 2009, v.69, №1.
28. Kaylen M.S., Lochman E.T., Preckel P.V. Farm – level analysis of agricultural insurance: A mathematical programming approach // *Agricultural Systems*, 1989, vol.30.
29. Mahul O. Hedging price risk in the presence of crop yield and revenue insurance // *European Review of Agricultural Economics*, 2003 v.30 №2.
30. Mahul O., Wright B. Designing optimal crop revenue insurance // *American journal of Agricultural Economics* – 2003, vol.85 №3

31. Nelson C.H. Loehman E.T. Further toward Theory of Agricultural Insurance // American Journal of Agricultural Economics, 1987, vol.69. №3
32. Ozaki A. Pricing farm – level Agricultural Insurance: a Bayesian approach // Empirical Economics. 2009, v.36
33. Ozaki V.A., Goodwin B.K. Parametric and nonparametric statistical modeling of crop yield: implications for pricing crop insurance contracts // Journal Applied Economics, 2008.vol.40
34. Vyas V.S., Singh S. Crop insurance in India: Scope for improvement// Economics and political weekly, 2006
35. Rahman M.L. Crop insurance as a risk reducing measure: issues and problem //Bangladesh journal of public administration 1990, Vol. 4. №1
36. Shashi Kiran A.S., K.B. Umesh. Crop Insurance – Strategy to minimize risk in Agricultural // International Association of Agricultural Economics , Brasil, 2012.

ECONOMIC – MATHEMATICAL MODELS OF INCOME INSURANCE IN AGRICULTURE

Valeriy Kiselev, A. A. Dorodnicyn Computing Center of RAS, Moscow, Cand.Sc., assistant professor (vgkiselev@yandex.ru).

The paper presents the features of insurance income in agriculture. Mathematical models of the economy of the insurance company in case of insurance income. Models describes the economics of the agricultural firm in such insurance. The article discusses the information issues associated with the predicted price for the products. The ways of further research necessary for an objective study parameters of insurance programs.

Key words: insurance, criteria, information base, probabilistic characteristics, simulation.