

МЕТОД ВСТРЕЧНЫХ ПЛАНОВ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЦЕЛЕВОГО ЗНАЧЕНИЯ КРІ В ДВУХУРОВНЕВОЙ ОРГАНИЗАЦИОННОЙ СИСТЕМЕ

Давыдов В. А.¹

(Северо-Западный Банк ПАО Сбербанк, Санкт-Петербург)

В статье рассматривается трехпараметрическая модель стимулирования агента Организационной Системы (ОС), использующая модификацию метода встречных планов. Для предложенной модели вводятся ограничения на параметры, при которых выбор агента равный его собственному прогнозу является Доминантной Стратегией (ДС) агента. Доказывается, что такой выбор для всех агентов ОС является Равновесием в ДС. Приводится пример применения модели для стимулирования Подразделений по Работе с Проблемными Активами (ПРПА) в Северо-Западном Банке Сбербанк РФ. Отмечается более точное установление планов ПРПА по предложенной модели по сравнению с традиционным методом планирования «Сверху-вниз».

Ключевые слова: метод встречных планов, стимулирование, КРІ, проблемные активы банков

¹ Вячеслав Анатольевич Давыдов, Директор Управления по работе с проблемными активами юридических лиц (novdav@rambler.ru, yadavydov@sberbank.ru)

1. Введение.

В последние годы показатели КРІ (англ. *Key Performance Indicators*) стали неотъемлемой частью систем планирования и мотивации современного предприятия [8], [6]. Правильным переводом термина КРІ будет «ключевой показатель результата деятельности», так как результат деятельности содержит в себе и степень достижения, и затраты на получение результата [11]. Кроме задач правильного выбора КРІ, увязки их со стратегией предприятия, систем контроля исполнения КРІ и т.п. одной из важнейших нерешенных задач является задача определения целевого значения КРІ, рассмотренная в работе [1].

Одним из возможных вариантов решения задачи по определению целевого показателя КРІ могут быть подходы аналогичные подходам к составлению бюджетов. Это подходы "снизу вверх", "сверху вниз", а также итеративный подход.

При использовании подхода "снизу вверх" КРІ вышестоящего подразделения составляется исходя из КРІ подразделений и проектов, которые передаются наверх для определения по ним агрегированных результирующих показателей. При подходе "сверху вниз" – КРІ нижестоящих подразделений составляются исходя из целевых показателей, поставленных руководством компании. Целевые показатели определяются на основе экономических прогнозов, а также стратегии компании. При итеративном подходе процедура установления КРІ включает ряд условных этапов. Информация сначала распространяется от высшего руководства к нижестоящим звеньям управления, а затем обобщается снизу вверх по иерархической структуре управления несколько раз в зависимости от ситуации.

Необходимо отметить, что между Руководством и нижестоящими подразделениями при определении целевых значений КРІ возникает конфликт интересов.

Руководство стремится установить подразделениям целевое значения КРІ на максимально напряженном уровне. Такой подход позволяет руководству максимизировать прогноз в целом по системе. При этом руководство вводит мотивирующие факторы для подразделений, которые штрафуют подразделения при не достижении целевых значений КРІ и дополнительно премирует те подразделения, которые перевыполнили свои целевые значения.

Подразделения при планировании целевого значения КРІ стремятся гарантировать в будущем исполнение (а еще лучше – перевыполнение) своих плановых значений. Для решения данной задачи подразделения неохотно включают в целевое значение КРІ проекты, вероятность которых, по мнению подразделения, недостаточно высока. Могут возникать и более негативные ситуации, когда подразделения (обладая наиболее полной информацией о высокой вероятности реализации того или иного проекта, которой нет у руководства) не включают в прогноз исполнения КРІ такие проекты, тем самым заведомо занижая целевое значение КРІ.

2. Обзор литературы.

Теория управления Организационными Системами (ОС) исследует проблемы синтеза механизмов управления в социальных и экономических системах с учетом специфики человека, как объекта управления, в т.ч. с учетом его активности. Механизмы принятия управленческих решений в ОС руководством (центром) на основании информации, поступающей от подчиненных

(синонимы – агенты, игроки, эксперты) называются механизмами планирования.

При разработке механизмов планирования для обеспечения эффективности принимаемых решений необходимо, в том числе, учитывать возможность манипулирования – целенаправленного искажения агентами сообщаемой информации с целью обеспечения принятия более благоприятных для них решений. Механизмы планирования, устойчивые к подобному поведению со стороны агентов (то есть, механизмы, в которых агентам выгодно сообщать достоверную информацию), называются неманипулируемыми.

В работе [3] рассматриваются механизмы функционирования двухуровневых активных ОС, которые обеспечивают сообщение элементами нижнего уровня в центр достоверной информации о своих предпочтениях и возможностях. Получены необходимые и достаточные условия сообщения достоверных данных и доказана оптимальность принципа открытого управления, описанного в работах [2],[4].

В работе [5] для модели активной системы, состоящей из центра и активного элемента, в условиях неполной информированности центра о функции затрат активного элемента разработан оптимальный механизм функционирования. Оптимальный механизм включает в себя процедуру планирования и систему стимулирования, включающую две составляющие: поощрение за выполнение плана и поощрение за «напряженность» плана.

В общем виде задача создания центром неманипулируемого механизма для активного элемента, решаемая методом встречных планов описана в [7]. В работах [12], [13], [14] представлены результаты зарубежных исследований по проблеме встречных планов. В работе [9] приводится практическое применение метода

встречных планов для решения задачи стимулирования планов работы исправительных учреждений уголовно - исполнительной системы, обеспечивающих требуемое значение комплексной оценки деятельности при заданной надежности (риске невыполнения).

3. Описание Задачи.

Опишем модель определения плановых значений одного КРІ для нескольких подразделений образующих ОС. Для этого будем использовать систему обозначений из [7]. В данной работе указанная задача называется «Задача Стимулирования»

Пусть есть n подразделений – агентов с номерами $i \in N = \{1, 2, \dots, n\}$, объединение которых с центром образуют двухуровневую ОС. Первый уровень ОС образуют указанные агенты. Второй уровень – центр, который делает в игре первый ход, определяя для агентов их мотивационные факторы.

Каждое подразделение-агент i знает собственный реальный прогноз КРІ, который равен R_i и неизвестен другим подразделениям, а также неизвестен центру ОС. При этом у каждого агента i есть множество различных потенциальных вариантов прогноза A_i . В нашей постановке задачи, когда все агенты устанавливают прогноз по одному и тому же КРІ, можно считать, что множества вариантов прогноза совпадают для различных агентов. Другими словами $A_i = A_j = A, \forall (i, j) \in (N \times N)$.

Приведем пример множества A . Показатель КРІ ПРПА «доля сокращения просроченной задолженности NPL90+ за квартал» рассчитывается, как отношение суммы урегулированной просроченной задолженности ПРПА за квартал к объему просроченной задолженности на начало

квартала. Таким образом, для всех подразделений множество A данного КРІ будет одинаковым отрезком $A = [0\%;100\%]$.

Рассмотрим ситуацию, когда у каждого агента есть единственный вариант прогноза. Будем полагать, что фактическое значение КРІ, которое будет достигнуто агентом i , совпадает со значением прогноза R_i . Другими словами это означает, что каждый агент адекватно оценивает то значение КРІ, которое может быть им достигнуто и может осуществить все действия для его достижения.

Обозначим $y_i \in A$ - действие агента i по выбору прогноза КРІ, или проще: y_i - значение прогноза КРІ, которое заявляет центру агент i . Тогда $y = (y_1, y_2, \dots, y_n) \in \prod_{j \in N} A = A'$ - вектор действий агентов.

Будем называть $y_{-i} = (y_1, y_2, \dots, y_{i-1}, y_{i+1}, \dots, y_n) \in \prod_{\substack{j \in N \\ j \neq i}} A = A_{-i}$ -

обстановка игры для агента i .

Сделаем два предположения относительно рассматриваемой ОС.

Во-первых, будем считать, что затраты агентов не зависят от того, какой прогноз они заявят и какой будет получен фактический результат, т.е. какое значение КРІ получит агент в конце отчетного периода. Данное допущение в случае планирования КРІ обосновано, в том случае, когда все агенты-подразделения, имеют повременную оплату труда, фиксированный график работы и даже в том случае, когда возникает необходимость в привлечении какого-либо внешнего ресурса для более активной работы по выполнению КРІ, затраты на такое привлечение компенсируются центром

ОС в полном объеме. Тогда, по сравнению с общим случаем, описанным в работе [7], можно считать, что целевая функция $f_i(\sigma_i, y)$ агента i , зависящая от механизма стимулирования агента σ_i и вектора действий агентов, фактически состоит только из стимулирования $\sigma_i(y)$. Или $f_i(\sigma_i, y) = \sigma_i(y)$, $i \in N$.

Во-вторых, будем считать в рассматриваемой задаче, что единственная роль центра заключается в осуществлении управления. Т.е. у центра отсутствует собственный (не опосредованный агентом) результат деятельности. Такое предположение обосновано в том случае, когда затраты центра на стимулирование агента i пренебрежимо малы по сравнению с тем результатом, который агент приносит центру при достижении своего прогноза $R_i \in A$.

При стандартном механизме планирования «сверху-вниз» агенту выгодно получить от центра как можно менее напряженный план. Заведомо перевыполняя такой план, агент гарантирует себе дополнительное вознаграждение. Для получения менее напряженного плана агенту не выгодно раскрывать центру всю имеющуюся информацию относительно перспектив выполнения КРІ. Более того, агент может заведомо исказить (в свою пользу) имеющуюся у него информацию относительно перспектив значения КРІ, которые могут быть им достигнуты. Явление сообщения агентами недостоверной информации называется манипулированием информацией, а механизмы, в которых агентам выгодно сообщение достоверной информации, называются неманипулируемыми.

Задача центра ОС состоит в том, чтобы предложить такую конструкцию установки неманипулируемого механизма стимулирования

$\sigma(y) = (\sigma_1(y), \sigma_2(y), \dots, \sigma_n(y))$ целевых значений КРІ для всех агентов, чтобы в результате каждый агент при проведении планирования с подходом «снизу-вверх» установил себе значение $y_i = R_i$.

Примем порядок функционирования ОС, аналогичный порядку в [7]. Центру и агентам на момент принятия решения о выбираемых стратегиях (для центра – это функции стимулирования, для агентов – выбираемые прогнозы) известны целевые функции и допустимые множества всех участников ОС. Напомним, что каждый агент i также знает значение своего реального прогноза R_i , который неизвестен остальным участникам ОС. Центр, обладая правом первого хода, выбирает параметры функций стимулирования (в дальнейшем мы увидим, что таких параметров три) и сообщает их агентам. После этого агенты, при известных функциях стимулирования, выбирают прогнозы, максимизирующие их целевые функции.

Изложенная постановка задачи соответствует механизму стимулирования встречных планов [7]. Для конкретизации применения данного механизма в приведенном случае в следующем разделе будет приведены вариант построения функций стимулирования $\sigma(y) = (\sigma_1(y), \sigma_2(y), \dots, \sigma_n(y))$ агентов центром ОС. Будет показано, что предложенный вариант стимулирования дает для агента максимальный эффект только в том случае, если агент сообщит в качестве прогноза значение $y_i = R_i$.

4. Определение целевой функции для метода встречного плана.

Пусть задана некоторая обстановка игры $y_{-i} = (y_1, y_2, \dots, y_{i-1}, y_{i+1}, \dots, y_n) \in \prod_{\substack{j \in N \\ j \neq i}} A = A_{-i}$ для агента i ,

плановое значение КРП y_i устанавливаемое агентом, а также для всех агентов центром ОС задан коэффициент $\alpha > 0$. Определим коэффициент K_i напряженности плана для агента i в соответствии с формулой

$$K_i = \left(\frac{(n-1)y_i}{\sum_{j=1}^n y_j - y_i} \right)^\alpha \quad (1)$$

Фактически данный коэффициент возводит в степень $\alpha > 0$ отношение плана агента i к среднему плану, заявленному остальными агентами ОС.

Примеры зависимости коэффициента напряженности плана для степени $\alpha = 0.5$, $\alpha = 1$, $\alpha = 2$ от значений заявляемого плана агента i при среднем плане, заявленном остальными агентами ОС и равном 90,91, приведены на рисунке 1.

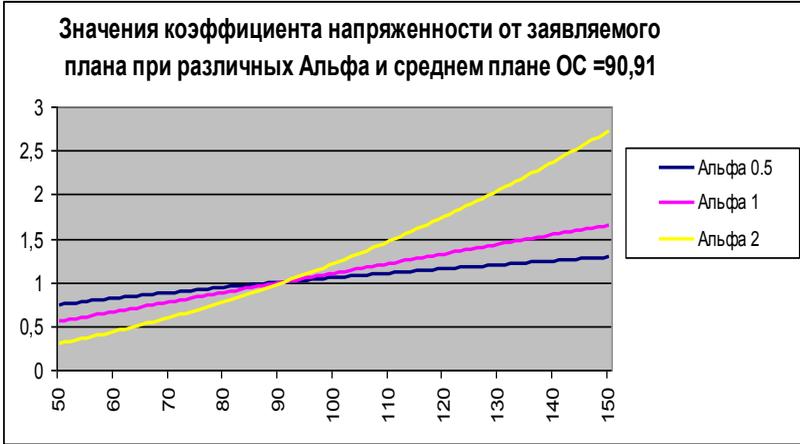


Рис 1.

Определим коэффициент отклонения O_i фактического исполнения показателя агентом i от плановых показателей, заявленных агентом i . Обозначим r_i фактическое значение показателя KPI, полученное агентом i в конце отчетного периода. Пусть для всех агентов центром ОС заданы коэффициенты β и γ . Тогда

$$O_i = \begin{cases} \gamma \left(\frac{r_i}{y_i} - 1 \right) + 1, & \text{Если } \frac{r_i}{y_i} \geq 1 \\ \beta \left(\frac{r_i}{y_i} - 1 \right) + 1, & \text{Если } \frac{r_i}{y_i} \leq 1 \end{cases} \quad (2)$$

С точки зрения центра ОС, перевыполнение агентом заявленного плана должно поощряться, однако не так сильно, как наказываться невыполнение плана. Другими словами, если агент i подстраховался и не заявил свой реальный прогноз R_i , то перевыполнение такого заниженного прогноза не должно давать агенту

существенного выигрыша в значении коэффициента O_i . Для достижения такой логики стимулирования агента центр должен выбирать $\beta > 1$ и $0 < \gamma < 1$. В общем случае коэффициенты β и γ могут выбираться центром независимо друг от друга. Одним из возможных вариантов их взаимозависимости является случай, когда $\beta > 1$ и $\gamma = 1/\beta$. Примеры зависимости коэффициента отклонения для значений $\beta = 2, \gamma = 1/2$, $\beta = 3, \gamma = 1/3$ и $\beta = 5, \gamma = 1/5$ от отношения факта исполнения $50 \leq r_i \leq 150$ агентом i к заявленному агентом плану $y_i = 100$, приведены на рисунке 2.



Рис. 2

Определим для агента i $\sigma_i(y)$, $i \in N$, как произведение коэффициента напряженности плана и коэффициента отклонения. $\sigma_i(y) = K_i O_i$.

Из определения коэффициента напряженности плана следует, что выбор агентом i прогнозного значения

y_i не влияет на значение среднего прогноза по остальным

$n-1$ агентам. Обозначим $\hat{y}_{-i} = \frac{\sum_{j=1, j \neq i}^n y_j - y_i}{n-1}$

Пусть для вычисления K_i задано $\alpha = 2$. Предположим, что известны три варианта отношения $\frac{y_i}{\hat{y}_{-i}} = 1$, $\frac{y_i}{\hat{y}_{-i}} = 0,9$ и $\frac{y_i}{\hat{y}_{-i}} = 1,1$. Тогда получим три варианта значений $K_i = 1$, $K_i = 0,81$ и $K_i = 1,21$. Влияние коэффициента напряженности плана для трех перечисленных вариантов значения $K_i = 1$, $K_i = 0,81$ и $K_i = 1,21$ на целевую функцию $\sigma_i(y) = K_i O_i$ с коэффициентом отклонения O_i для значений $\beta = 3$, $\gamma = 1/3$ показано на Рисунке 3.



Рис. 3

Отметим, что в данном случае, как и на Рисунке 2, рассматривается зависимость $\sigma_i(y) = K_i O_i$ от

фактического исполнения $50 \leq r_i \leq 150$ агентом i рассматриваемого КРІ при заявленном агентом плане $y_i = 100$.

Сделаем еще одно замечание относительно функции $\sigma_i(y)$. В описанном примере построения $\sigma_i(y)$ одним из параметров, который отличает функцию $\sigma_i(y)$ от функции $\sigma_j(y)$ для агентов $i \neq j$, является значение реального прогноза R_i и R_j , которые известны только самим агентам и неизвестны остальным участникам ОС. При этом на значение $\sigma_j(y)$ также оказывает влияние \hat{y}_{-i} - средней величины прогноза, заявленного остальными $n-1$ агентами ОС.

Таким образом, мы получили функцию, зависящую от трех скалярных величин: R_i - реального прогноза КРІ, известного агенту i , y_i - заявляемого агентом i прогноза КРІ, и \hat{y}_{-i} - средней величины прогноза, заявленного остальными $n-1$ агентами ОС. Для того, чтобы подчеркнуть данные зависимости будем в дальнейшем использовать обозначение $\sigma_i(y) \equiv \sigma(R_i, y_i, \hat{y}_{-i})$.

В момент осуществления процедуры планирования агенту i не известно фактическое значение показателя КРІ r_i , которое он получит в конце отчетного периода. Агент i обладает только значением реального прогноза R_i и решает задачу, какое значение плана y_i заявить центру. Однако, поскольку мы исходим из предположения, что агент i реализует свой прогноз, то в конце отчетного периода будет выполнено равенство $r_i = R_i$.

С ростом значения y_i величина O_i убывает. При значениях $y_i \leq R_i$ коэффициент $O_i \geq 1$. При значениях $y_i \geq R_i$ коэффициент $O_i \leq 1$ и при достаточно больших значениях y_i коэффициент O_i становится отрицательным. Примеры зависимости коэффициента отклонения O_i для значений $\beta = 2, \gamma = 1/2$, $\beta = 3, \gamma = 1/3$ и $\beta = 5, \gamma = 1/5$ при условии $R_i = 100$ и диапазоне изменения $50 \leq y_i \leq 150$ приведены на рисунке 4.

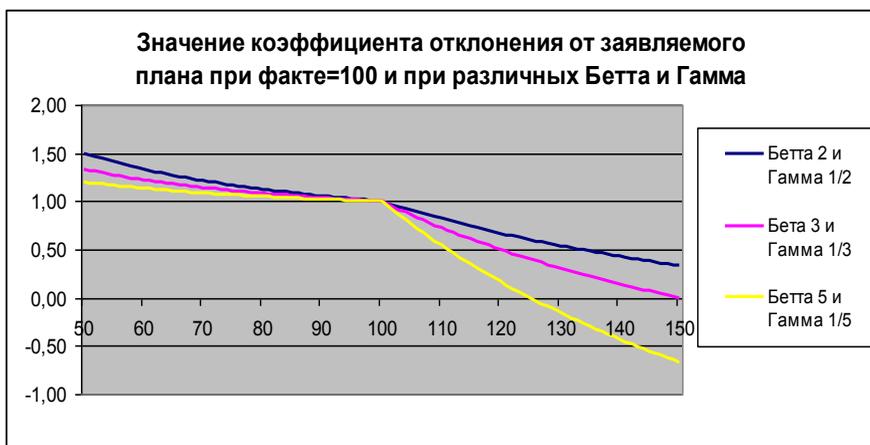


Рис. 4.

При принятии решения о выборе значения y_i , агент i будет рассматривать не только значения коэффициента отклонения O_i , но и значение коэффициента напряженности плана K_i , а точнее их произведения $\sigma(R_i, y_i, \hat{y}_{-i}) = O_i K_i$. Будем считать, что при расчете коэффициента амбициозности использован параметр $\alpha = 2$.

Зависимость $\sigma(R_i, y_i, \hat{y}_{-i})$ от величины заявляемого прогноза $50 \leq y_i \leq 150$ для реального прогноза $R_i = 100$ и $\hat{y}_{-i} = 90,91$ (т.е. $100/90,91=110\%$), $\hat{y}_{-i} = 100$ (т.е. $100/100=100\%$) и $\hat{y}_{-i} = 111,11$ (т.е. $100/111,11=90\%$) приведена на Рисунке 5.

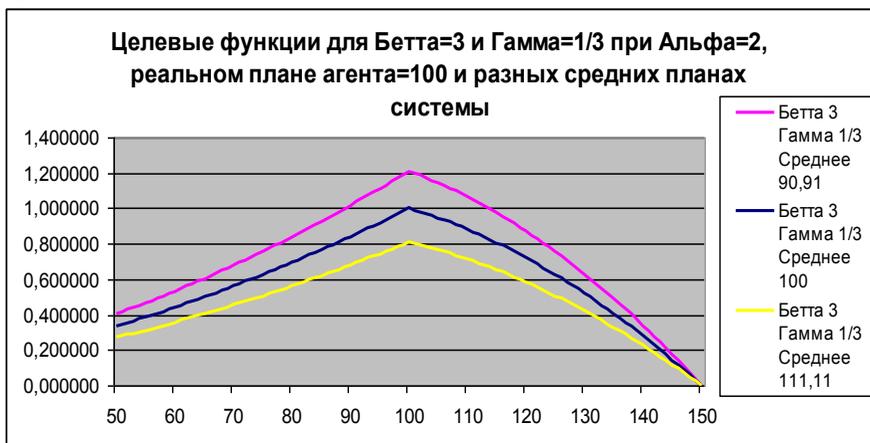


Рис. 5.

Как видно из графиков, максимум целевой функции $\sigma(R_i, y_i, \hat{y}_{-i})$ достигается при выполнении условия $y_i = R_i = 100$. Другими словами, агент i для максимизации целевой функции должен заявить план y_i , совпадающий с реальным прогнозом $R_i = 100$. Докажем данный вывод в общем случае.

Лемма.

Пусть для одноуровневой ОС с n агентами заданы параметры $\beta > \alpha > \gamma > 0$ и вектор значений реальных

прогнозов (R_1, R_2, \dots, R_n) . Тогда для целевой функции агента $1 \leq i \leq n$ $\sigma(R_i, y_i, \hat{y}_{-i}) = O_i K_i$, где

$$O_i = \begin{cases} \gamma \left(\frac{R_i}{y_i} - 1 \right) + 1, & \text{Если } \frac{R_i}{y_i} \geq 1 \\ \beta \left(\frac{R_i}{y_i} - 1 \right) + 1, & \text{Если } \frac{R_i}{y_i} \leq 1 \end{cases}, K_i = \left(\frac{(n-1)y_i}{\sum_{j=1}^n y_j - y_i} \right)^\alpha,$$

$$\hat{y}_{-i} = \frac{\sum_{j=1, j \neq i}^n y_j - y_i}{n-1}$$

существует Равновесие в Доминантных Стратегиях (РДС) равное $y_i^* = R_i, 1 \leq i \leq n$.

Доказательство.

В работе [7] доказано следующее утверждение:

Если в игре n лиц $y_i \in [a_i, b_i]$, функции выигрыша непрерывны по совокупности стратегий для каждого игрока, частная производная $\frac{\partial \sigma(R_i, y_i, \hat{y}_{-i})}{\partial y_i}$ существует и

знакопостоянна, то существует РДС. При этом доминантной стратегией y_i^* игрока i будет стратегия

$$y_i^* = \begin{cases} a_i, & \frac{\partial \sigma(R_i, y_i, \hat{y}_{-i})}{\partial y_i} < 0 \\ b_i, & \frac{\partial \sigma(R_i, y_i, \hat{y}_{-i})}{\partial y_i} > 0 \end{cases}, 1 \leq i \leq n \quad (3)$$

Используем данное утверждение для доказательства Леммы. Рассмотрим два интервала для функции

$\sigma(R_i, y_i, \hat{y}_{-i}) = O_i K_i$. Интервал $y_i \in [0, R_i]$ и интервал $y_i \in [R_i, \infty)$.

Вариант 1.

Пусть $y_i \in [0, R_i]$. В этом случае получаем $\frac{R_i}{y_i} \geq 1$. Тогда,

согласно (2) получаем

$$\sigma(R_i, y_i, \hat{y}_{-i}) = O_i K_i = \left(\gamma \left(\frac{R_i}{y_i} - 1 \right) + 1 \right) \left(\frac{y_i}{\hat{y}_{-i}} \right)^\alpha = y_i^{\alpha-1} \frac{\gamma R_i}{\hat{y}_{-i}^\alpha} - y_i^\alpha \left(\frac{\gamma-1}{\hat{y}_{-i}^\alpha} \right)$$

Тогда

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma(R_i, y_i, \hat{y}_{-i})}{\partial y_i} &= y_i^{\alpha-2} \frac{\gamma R_i (\alpha-1)}{\hat{y}_{-i}^\alpha} - y_i^{\alpha-1} \alpha \left(\frac{\gamma-1}{\hat{y}_{-i}^\alpha} \right) = \\ &= \frac{y_i^{\alpha-2}}{\hat{y}_{-i}^\alpha} (\gamma R_i (\alpha-1) - y_i (\alpha\gamma - \alpha)) \end{aligned}$$

Докажем, что $\frac{\partial \sigma(R_i, y_i, \hat{y}_{-i})}{\partial y_i} > 0$ т.е. будем доказывать, что

функция $\sigma(R_i, y_i, \hat{y}_{-i})$ возрастает на интервале $y_i \in [0, R_i]$.

Величина $\frac{y_i^{\alpha-2}}{\hat{y}_{-i}^\alpha} > 0$ при условии $y_i \in [0, R_i]$. Тогда для

положительности производной должно выполняться условие $\gamma R_i (\alpha-1) - y_i (\alpha\gamma - \alpha) > 0$

Это эквивалентно

$$\gamma R_i (\alpha-1) > y_i \alpha (\gamma-1)$$

$$\frac{R_i}{y_i} > \frac{\alpha (\gamma-1)}{\gamma (\alpha-1)}$$

С учетом условия $\frac{R_i}{y_i} \geq 1$ выберем минимальное значение

$$\frac{R_i}{y_i} = 1. \text{ В результате получаем}$$

$$1 > \frac{(\gamma-1)\alpha}{\gamma(\alpha-1)} \quad (4)$$

Определим соотношение между положительными величинами α и γ , при котором неравенство (4) будет исполняться.

$$\frac{(\alpha-1)}{\alpha} > \frac{(\gamma-1)}{\gamma} \Rightarrow 1 - \alpha^{-1} > 1 - \gamma^{-1} \Rightarrow \alpha^{-1} < \gamma^{-1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\gamma}{\alpha\gamma} < \frac{\alpha}{\alpha\gamma} \Rightarrow \gamma < \alpha$$

Вариант 2.

Пусть $y_i \in [R_i, \infty]$. В этом случае получаем $\frac{R_i}{y_i} \leq 1$. Тогда,

согласно (2) получаем

$$\sigma(R_i, y_i, \hat{y}_{-i}) = O_i K_i =$$

$$\left(\beta \left(\frac{R_i}{y_i} - 1 \right) + 1 \right) \left(\frac{y_i}{\hat{y}_{-i}} \right)^\alpha = y_i^{\alpha-1} \frac{\beta R_i}{\hat{y}_{-i}^\alpha} - y_i^\alpha \left(\frac{\beta-1}{\hat{y}_{-i}^\alpha} \right)$$

Тогда

$$\frac{\partial \sigma(R_i, y_i, \hat{y}_{-i})}{\partial y_i} = y_i^{\alpha-2} \frac{\beta R_i (\alpha-1)}{\hat{y}_{-i}^\alpha} - y_i^{\alpha-1} \alpha \left(\frac{\beta-1}{\hat{y}_{-i}^\alpha} \right)$$

$$= \frac{y_i^{\alpha-2}}{\hat{y}_{-i}^\alpha} (\beta R_i (\alpha-1) - y_i (\alpha\beta - \alpha))$$

Докажем, что $\frac{\partial \sigma(R_i, y_i, \hat{y}_{-i})}{\partial y_i} < 0$ т.е. будем доказывать, что

функция $\sigma(R_i, y_i, \hat{y}_{-i})$ убывает на интервале $y_i \in [R_i, \infty]$.

Величина $\frac{y_i^{\alpha-2}}{\hat{y}_{-i}^\alpha} > 0$ при условии $y_i \in [R_i, \infty]$. Тогда для

отрицательности производной должно выполняться условие $\beta R_i(\alpha-1) - y_i(\alpha\beta - \alpha) < 0$

Это эквивалентно

$$\beta R_i(\alpha-1) < y_i \alpha(\beta-1)$$

$$\frac{R_i}{y_i} < \frac{\alpha(\beta-1)}{\beta(\alpha-1)}$$

С учетом условия $\frac{R_i}{y_i} \leq 1$ выберем максимальное значение

$$\frac{R_i}{y_i} = 1. \text{ В результате получаем}$$

$$1 < \frac{(\beta-1)\alpha}{\beta(\alpha-1)} \quad (5)$$

Определим соотношение между положительными величинами α и β , при котором неравенство (5) будет исполняться.

$$\frac{(\alpha-1)}{\alpha} < \frac{(\beta-1)}{\beta} \Rightarrow 1 - \alpha^{-1} < 1 - \beta^{-1} \Rightarrow \alpha^{-1} > \beta^{-1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\beta}{\alpha\beta} > \frac{\alpha}{\alpha\beta} \Rightarrow \beta > \alpha$$

Таким образом, при выполнении условий $\beta > \alpha > \gamma > 0$ получаем, что на интервале $y_i \in [0, R_i]$ функция $\sigma(R_i, y_i, \hat{y}_{-i})$ монотонно возрастает и, согласно

утверждению (3), для точки РДС выполняется условие $y_i^* = R_i$. Соответственно, на интервале $y_i \in [R_i, \infty]$ функция $\sigma(R_i, y_i, \hat{y}_{-i})$ монотонно убывает и, согласно утверждению (3), для точки РДС выполняется условие $y_i^* = R_i$.

Следовательно, на интервале $y_i \in [0, \infty]$ существует единственная точка $y_i^* = R_i$, которая является выбором агента, являющимся РДС.

Ч.Т.Д.

Рассмотрим пример игры агента с центром, в котором будут фигурировать приведенные выше графики.

Исходное состояние.

Всем агентам, а также центру перед началом процедуры планирования известны формулы расчета K_i и O_i . Центр устанавливает параметры α, β, γ исходя из своей стратегии мотивации. Каждый агент знает свой реальный прогноз, который неизвестен остальным участникам ОС. Пусть для агента с номером i такой прогноз $R_i = 100$.

Шаг 1.

Центр, исходя из своих предпочтений, выбирает значения параметров $\alpha = 2, \beta = 3, \gamma = \frac{1}{3}$ и сообщает их всем агентам, в том числе и агенту с номером i . Заметим, что для выбранных значений выполняется условие Леммы, а именно $3 > 2 > \frac{1}{3} > 0$. В результате все участники ОС понимают, как меняется коэффициент напряженности плана (желтый график на Рис. 1). Также всем участникам

ОС становится известно, как изменяется коэффициент отклонения (желтый график на Рис. 2).

Шаг 2.

Агент с номером i , исходя из своего предположения о том, что в конце отчетного периода он со 100% вероятностью получит фактическое значение КРІ $r_i = 100$, строит целевую функцию на Рис. 5. Анализируя данную функцию для любых значений \hat{y}_{-i} , агент с номером i приходит к выводу о том, что максимальное значение целевой функции он получит (при условии выполнения $r_i = R_i$), если заявит прогнозное значение $y_i = R_i$, причем независимо от того, каково будет значение \hat{y}_{-i} . В результате проведенного анализа агент с номером i заявляет центру свой прогноз $y_i = 100$.

Шаг 3.

Центр, получив прогнозы от всех агентов, вычисляет значение \hat{y}_{-i} и сообщает его агенту i . Предположим, $\hat{y}_{-i} = 90,91$. Это означает, что агент i дал более напряженный прогноз плана $y_i = 100$, чем в среднем все

остальные агенты ОС. Отношение $\frac{y_i}{\hat{y}_{-i}} = \frac{100}{90,91} = 1,1$.

На основании полученного отношения и известного параметра $\alpha = 2$ центр и агент i вычисляют значение $K_i = (1,1)^2 = 1,21$ и строят итоговую целевую функцию для агента i (желтый график на Рис. 3).

В итоге если агент i в конце отчетного периода реализует свои планы и получит значение KPI $r_i = 100$, то значение его целевой функции составит $O_i K_i = 1,21$.

Сделаем ряд заключительных замечаний по предложенному механизму определения оптимального значения KPI.

Замечание 1.

На основании реальных прогнозов R_i и R_j агенты должны (если система мотивации работает правильно) выбрать значения плановых показателей $y_i = R_i$ и $y_j = R_j$. При таком выборе коэффициенты напряженности планов K_i и K_j будут адекватно отражать напряженность планов агентов только в том случае, если агенты работают в одинаковых условиях.

Приведем пример. Предположим, что у первого агента портфель проблемных активов недостаточно обеспечен залогами, а у второго агента портфель переобеспечен. В данном случае первому агенту будет сложно соревноваться со вторым по такому показателю KPI, как процент возврата денежными средствами на объем проблемного портфеля. При прочих равных самый напряженный прогноз первого агента будет ниже консервативного прогноза второго агента. Для того чтобы сделать значения коэффициента напряженности плана адекватными в данной ситуации необходимо дополнительно учитывать показатель обеспеченности портфеля, с которым работают агенты. Такой учет возможен, например, при использовании дополнительного поправочного коэффициента, отражающего обеспеченность портфеля агента по LGD-модели, на который будет умножаться целевая функция $\sigma(R_i, y_i, \hat{y}_{-i})$.

Замечание 2.

Центр может модифицировать метод установления значения \hat{y}_{-i} . Это необходимо в том случае, например, если агенты ОС могут договориться между собой и в результате совместно дать заниженные прогнозы. В таких случаях значение \hat{y}_{-i} может определяться по формуле

$$\hat{y}_{-i} = \text{Max} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\sum_{j=i}^n y_j - y_i}{n-1}, \\ y_{-i}^{\min} \end{array} \right.,$$

где y_{-i}^{\min} - некоторое минимальное значение КРІ, устанавливаемое центром для агента i . В качестве ориентира для величины y_{-i}^{\min} могут рассматриваться данные LGD-модели, которые рассчитываются центром отдельно для каждого агента. Центр их сообщает агентам на шаге 1 вместе с параметрами α, β, γ . В этом случае агенты будут продолжать соревноваться друг с другом, устанавливая максимально напряженные планы, но центр дает им ориентир, который является минимальным планом. Для того, чтобы агент мог получить результирующее значение функции $\sigma(R_i, y_i, \hat{y}_{-i})$ не ниже единицы (при условии исполнения агентом заявленного плана), агент должен заявить план не ниже y_{-i}^{\min} .

Рассмотрим отличия предложенной целевой функции $\sigma(R_i, y_i, \hat{y}_{-i})$ от целевой функции для механизма встречных планов в работе [9].

Во-первых, в работе [9] итоговая функция стимулирования определяется в виде суммы коэффициента отклонения и коэффициента напряженности плана. В

предложенной конструкции рассматривается произведение указанных коэффициентов.

Во-вторых, в работе [9] не определено в явном виде какой план, заявляемый агентом, дает коэффициент напряженности плана, являющийся для центра ОС некой базовой величиной. В предложенном варианте такая базовая величина определяется, как среднее значение плана по остальным агентам ОС, но не ниже, чем y_{-i}^{\min} - некоторое минимальное значение KPI, устанавливаемое центром для агента. В результате система мотивации с одной стороны стимулирует соревнование между агентами по установлению максимально напряженного плана, а с другой – не позволяет агентам вступить в сговор и заявить центру ОС минимально возможные планы.

5. Реализация метода встречных планов на примере Управления по работе с проблемной задолженностью Северо-Западного банка Сбербанка РФ.

Метод встречных планов, изложенный в предыдущем разделе, реализован в качестве пилота по новой модели бизнес - планирования при процедуре планирования показателей KPI для ПРПА Северо-Западного Банка (СЗБ) Сбербанка РФ во втором квартале 2016 года. Пилот осуществлялся без выплаты фактического вознаграждения по его результатам при одновременной процедуре мотивации по традиционной модели. В рамках пилота сотрудники каждого ПРПА имели возможность дать свои прогнозы по каждому KPI, которые отличались от плановых заданий, установленных для них исходя из данных LGD-модели. Такие прогнозные значения сравнивались с фактически полученными значениями в конце квартала.

Процедура планирования для ПРПА проходит ежеквартально и состоит в определении аппаратом СЗБ (который в данном случае является центром ОС) девяти установленных Центральным Аппаратом (ЦА) показателей для каждого из семи Головных Отделений Сберегательного Банка (ГОСБ), входящих в состав СЗБ. В данном случае ГОСБ могут рассматриваться в качестве агентов ОС. Перечень показателей, методика их расчетов не могут быть изменены аппаратом СЗБ, поскольку определяются ЦА, но плановые значения данных показателей аппарат СЗБ может устанавливать самостоятельно.

В состав СЗБ входят семь отдельных ГОСБ (ГОСБ по Санкт - Петербургу, ГОСБ по Лен. области, ГОСБ по Калининграду, ГОСБ по Мурманску, ГОСБ по Пскову, ГОСБ по Карелии, ГОСБ по Мурманску).

Дадим комментарии по девяти КРІ, плановые показатели по которым устанавливаются аппаратом СЗБ для каждого из семи ГОСБ. Портфель проблемной ссудной задолженности СЗБ в целом и каждого ГОСБ в частности состоит из Проблемных Активов (ПА) черной зоны (как правило, это кредиты со сроками просрочки более 90 дней) и остальных ПА относящихся к красной зоне. Каждому ПА соответствует резерв, также относящийся к черной или красной зонам.

Показатель Сокращения ПА (по красной, черной или в целом по портфелю ПА) рассчитывается как отношение объема сокращения величины ПА за квартал (по красной, черной или в целом по портфелю ПА) к объему ПА (по красной, черной или в целом по портфелю ПА) на начало квартала. Аналогично рассчитывается показатель восстановления РВПС в разрезе резерва красной зоны, черной зоны и резерва по всему портфелю ПА.

NPL90+ «После» означает отношение объема сокращения задолженности за квартал по ПА, которые имеют просроченную задолженность свыше 90 дней к объему такой задолженности на начало квартала. Аналогично NPL1095+ означает отношение объема сокращения задолженности за квартал по ПА, которые имеют просроченную задолженность свыше 1095 дней (т.е. более трех лет) к объему такой задолженности на начало квартала.

NPL90+ «ДО» означает отношение объема сокращения задолженности за квартал по ПА, которые имеют просроченную задолженность свыше 90 дней без учета списаний и дисконта по цессиям к объему такой задолженности на начало квартала. В размере объема списанных кредитов и дисконта по заключенным цессиям заключается отличие между показателем NPL90+ «ДО» (в котором убытки банка по списанным кредитам и дисконтам по цессиям не учитываются) и NPL90+ «После» (в котором на снижение просроченной задолженности влияют дисконты и списания)

Все перечисленные девять КРІ являются относительными (т.е. показывают динамику изменения какого-либо показателя проблемного портфеля за квартал) и измеряются в процентах. Выгода аппарата СЗБ (как центра ОС) тем больше, чем больше фактическое значение любого из перечисленных КРІ (т.е. чем быстрее ГОСБ урегулирует тот или иной проблемный показатель) у каждого ГОСБ.

Существующая процедура планирования ПРПА состоит в установлении плановых показателей ГОСБ на основе LGD-модели, которые рассчитываются ЦА. В результате плановые показатели КРІ для ГОСБ назначаются директивно и не учитывают мнение самого ГОСБ. Расхождение в данных LGD-модели с мнением

ГОСБ, как правило, обусловлено тем, что LGD-модель качественно оценивает большой портфель, с большим числом активов. Объем портфеля ГОСБ относительно небольшой и может качественно отличаться от среднестатистических данных, что дает отклонения как в сторону увеличения возможности ГОСБ урегулировать тот или иной показатель, так и в сторону уменьшения такой возможности. План по урегулированию ПА для каждого из девяти КРІ, утвержденный на основании существующей модели премирования приведен в Приложении 1.

Альтернативным методом установления плановых значений КРІ для ГОСБ является метод встречных планов, рассмотренный в предыдущем разделе. Для получения встречных планов по каждому из девяти КРІ, до ГОСБ были доведены параметры функции $\alpha = 0.3; \beta = 1; \gamma = 0.2$, а также вид целевой функции $\sigma(R_i, y_i, \hat{y}_i) = O_i K_i$ в соответствии с Леммой. Для выбранных значений выполняется условие Леммы, а именно $1 > 0.3 > 0.2 > 0$.

На основании полученных данных, исходя из своего портфеля ПА, каждый ГОСБ сообщил Аппарату СЗБ свой встречный план по каждому из девяти КРІ. Данные планы по урегулированию ПА в рамках пилота по новой модели бизнес - планирования приведены в Приложении 2.

Фактический процент урегулирования по каждому из девяти КРІ за второй квартал 2016 года в разрезе каждого ГОСБ приведен в Приложении 3.

Сравним результаты планирования для ГОСБ по LGD-модели и результаты, полученные путем применения механизма встречных планов. В качестве критерия точности предлагаемого метода планирования для каждого КРІ будем использовать среднеквадратичное отклонение фактического значения данного КРІ от планового значения по семи ГОСБ. Таким образом, получим среднеквадратичные отклонения для планирования на

основе LGD-модели и планирования на основе встречных планов по каждому из девяти KPI. Итоговые данные по полученным среднеквадратическим отклонениям приведены в Приложении 4.

Сделаем выводы на основе полученных данных по результатам пилота.

Вывод 1.

Как видно из Приложения 4, среднеквадратичное отклонение плановых от фактических значений по методу встречных планов дает меньший разброс, чем среднеквадратичное отклонение при планировании на основе LGD-модели. Данный вывод подтверждается по каждому из девяти KPI, которые являются, по сути, девятью экспериментами сравнения двух методов планирования.

Вывод 2.

Суммарные плановые значения семи ГОСБ по методу встречных планов в рассмотренном эксперименте отличаются от суммарных плановых значений по LGD-модели как в меньшую сторону по шести KPI, так и в большую сторону (по сокращению ПА красной зоны, восстановлению резерва по черной зоне и NPL1095+). Это подтверждает, что при использовании предложенной модели установления планов, ГОСБ будут (если у них есть соответствующая информация) устанавливать более напряженные планы по ряду KPI, чем планы по LGD-модели.

6. Заключение.

Рассмотрен ряд известных систем KPI, в том числе для подразделений по работе с проблемными активами в Банке. Отмечается, что многими авторами [1],[8],[6]

рассматривалась задача, при которой KPI-система управления результатами бизнеса не только отслеживала, но и стимулировала достижение компанией (или Подразделением по Работе с Проблемными Активами) своих целей. Для решения такой задачи необходимо наладить собственно механизм установки этих целей.

Дается формулировка задачи определения целевых значений одного KPI для нескольких Подразделений образующих Систему.

Изложенная постановка задачи соответствует механизму стимулирования встречных планов [7]. Для случая единственного варианта реального прогноза R , доказывается Лемма, задающая ограничения на параметры целевой функции агента, позволяющие Центру решить поставленную задачу, причем такое решение будет иметь свойства Равновесия в Доминантной Стратегии (РДС).

Предложенная методика определения KPI по методу встречных планов была применена в пилотном проекте на базе Северо-Западного Банка Сбербанка РФ. В качестве параметра, показывающего качество планирования каждого из девяти KPI, предложена величина среднеквадратичного отклонения фактически полученных агентами значений KPI от устанавливаемых плановых значений. Все перечисленные девять KPI являются относительными (т.е. показывают динамику изменения какого-либо показателя проблемного портфеля за квартал) и измеряются в процентах.

На основе полученных данных по результатам Пилота были рассчитаны среднеквадратичные отклонения плановых значений KPI от фактических значений, получаемых Подразделениями-агентами по результатам квартала. По методу встречных планов данный параметр дает меньший разброс, чем при планировании на основе LGD-модели. Указанная зависимость отмечается по

каждому из девяти КРІ, назначаемых для ПРПА.

Необходимо отметить, что по трем из девяти КРІ заявляемый агентами прогноз стал более напряженным, чем прогноз, рассчитанный Центром на основании LGD-модели. Таким образом, прогноз значения КРІ по предложенному методу встречных планов дает не только более точные прогнозы, но и (в том случае, когда Подразделение-агент это может) устанавливает более напряженные плановые значения КРІ.

Литература.

1. Бугров Д., Метрика эффективности. , Вестник McKinsey. N1, 2003.
2. Бурков В.Н. Основы математической теории активных систем. М.: Наука, 1977.
3. Бурков В.Н., Еналеев А. К. Оптимальность принципа открытого управления. Необходимые и достаточные условия достоверности информации в активных системах // Автоматика и телемеханика. – 1985. – №3. – С. 73–80.
4. Бурков В.Н., Лернер А.Я. Принцип открытого управления. М.: ИАТ, 1974.
5. Еналеев А.К., Оптимальный механизм функционирования в активной системе с обменом информацией, УБС, 2010, выпуск 29, 108–127
6. Каплан Р.С., Нортон Д. П. «Организация, ориентированная на стратегию» / Пер. с англ. — М.: ЗАО «Олимп-Бизнес», 2003. — 416 с.: ил.
7. МЕХАНИЗМЫ УПРАВЛЕНИЯ: Учебное пособие. Под ред. Д. А. Новикова. – М.: УРСС (Editorial URSS), 2011. (Умное управление).
8. Ольве Н. Г., Рой Ж., Веттер М. «Оценка эффективности деятельности компании». Практическое руководство по использованию

- сбалансированной системы показателей / Пер. с англ. — М.: «Вильямс», 2003. — 304 с.: ил.
9. Россихина Л.В., С.М. Агафонов, С.А. Баркалов, Задача стимулирования оптимальных планов работы исправительных учреждений. Воронежский институт ФСИН России, Воронежский ГАСУ, Моделирование, оптимизация и информационные технологии. Научный журнал №4(7) 2014.
 10. Теория игр в управлении организационными системами. М.В. Губко, Д.А. Новиков. РАН, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова. Москва 2005.
 11. Панов М. М. Оценка деятельности и система управления компанией на основе KPI. — М.: Инфра-М, 2013. — 255 с. — (Просто, Кратко, Быстро). — 500 экз. — ISBN 978-5-16-005781-1.
 12. *Dowd J., McGonigle W., Djatej A.* The optimal level of budgetary goal difficulty: an experimental study. *International Journal of Managerial and Financial Accounting*. 2010. Vol. 2(2), P. 153 – 160.
 13. *Harris M., Raviv A.* Optimal incentive contracts with imperfect information // *Journal of Economic Theory*. 1979. Vol. 20. No 2. P. 231 – 259.
 14. *Lewis T.R., Sappington D.E.M.* Information Management in Incentive Problems // *Journal of Political Economy*. 1997. Vol. 105(4). P. 796 – 821.

Приложение 1

| ГОСБ | Сокращение ПА | | | Восстановление РВПС | | | NPL1095+ | Остаток NPL90+ | |
|-------------|---------------|---------|--------|---------------------|---------|--------|----------|-----------------------|--------------------------|
| | Общее | Красная | Черная | Общее | Красная | Черная | | NPL90+ "ДО" | NPL90+ "После" |
| ГО ЛО | 4,8% | 1,8% | 13,9% | 8,7% | 2,5% | 14,4% | 35,0% | 60,7% | 70,4% |
| ГО СПб | 8,6% | 12,6% | 3,7% | 7,8% | 45,7% | 4,2% | 35,0% | 0,0% | 0,0% |
| Калининград | 10,7% | 71,7% | 7,2% | 8,9% | 562,0% | 6,6% | 35,0% | 10,5% | 70,8% |
| Карелия | 3,4% | 4,2% | 2,6% | 3,8% | 27,2% | 1,9% | | 1,4% | 5,0% |
| Мурманск | 57,5% | 62,7% | 5,7% | 10,0% | 22,9% | 5,7% | 35,0% | 0,0% | 0,0% |
| Новгород | 5,8% | 9,4% | 1,9% | 6,3% | 12,7% | 2,7% | 35,0% | 0,2% | 0,0% |
| Псков | 2,9% | 3,5% | 1,3% | 5,1% | 9,6% | 1,0% | | 3,1% | 0,0% |

Приложение 2

| ГОСБ | Сокращение ПА | | | Восстановление РВПС | | | NPL1095+ | Остаток NPL90+ | |
|-------------|---------------|---------|--------|---------------------|---------|--------|----------|----------------|-------------------|
| | Общее | Красная | Черная | Общее | Красная | Черная | | NPL90+ "ДО" | NPL90+ "После" |
| ГО ЛО | 7,1% | 4,7% | 14,3% | 20,7% | 2,3% | 37,3% | 70,6% | 61,4% | 73,6% |
| ГО СПб | 8,0% | 13,1% | 1,7% | 3,0% | 13,9% | 1,9% | 40,2% | 1,6% | 7,8% |
| Калининград | 14,2% | 5,6% | 14,6% | 13,3% | 1,5% | 13,4% | 54,3% | 15,9% | 76,2% |
| Карелия | 13,3% | 14,8% | 11,6% | 13,6% | 19,2% | 13,1% | | 21,5% | 30,7% |
| Мурманск | 57,7% | 62,8% | 7,1% | 14,0% | 18,9% | 12,3% | 93,3% | 30,3% | 44,0% |
| Новгород | 7,8% | 9,9% | 5,6% | 2,6% | 1,5% | 3,2% | 43,1% | 42,4% | 45,9% |
| Псков | 2,9% | 3,1% | 2,2% | 2,4% | 2,7% | 2,2% | | 6,8% | 3,4% |

Приложение 3

| ГОСБ | Сокращение ПА | | | Восстановление РВПС | | | NPL1095+ | Остаток NPL90+ | |
|-------------|---------------|---------|--------|---------------------|---------|--------|----------|----------------|-------------------|
| | Общее | Красная | Черная | Общее | Красная | Черная | | NPL90+ "ДО" | NPL90+ "После" |
| ГО ЛО | 4,8% | 2,7% | 11,1% | 40,3% | 46,8% | 34,4% | 72,6% | 60,8% | 70,6% |
| ГО СПб | 7,8% | 11,9% | 2,7% | 4,9% | 23,6% | 3,1% | 26,1% | 5,1% | 22,6% |
| Калининград | 9,4% | 19,6% | 8,8% | 8,3% | 44,3% | 8,2% | 2,2% | 13,1% | 70,6% |
| Карелия | 13,1% | 14,4% | 11,5% | 13,9% | 26,7% | 12,8% | | 22,5% | 32,7% |
| Мурманск | 0,1% | 0,0% | 1,4% | 5,1% | 9,3% | 3,7% | 90,8% | 26,0% | 40,0% |
| Новгород | 7,7% | 9,9% | 5,3% | 2,8% | 2,4% | 3,1% | 0,0% | 42,9% | 45,8% |
| Псков | 2,4% | 3,1% | 0,3% | 16,0% | 33,4% | 0,4% | | 6,1% | 3,3% |

Приложение 4

| | Сокращение ПА | | | Восстановление РВПС | | | NPL 1095+ | Остаток NPL90+ | |
|--|---------------|--------------|-------------|---------------------|---------------|--------------|--------------|----------------|-------------------|
| | Общее | Красная | Черная | Общее | Красная | Черная | | NPL90+ "ДО" | NPL90+ "После" |
| Планирование на основе LGD-модели | 58,2% | 82,1% | 11,1% | 35,5% | 520,9% | 22,9% | 83,1% | 54,6% | 70,6% |
| Планирование с использованием встречных планов | 57,8% | 64,4% | 9,0% | 26,0% | 70,7% | 10,7% | 69,1% | 6,4% | 16,7% |
| Отклонение | 0,4% | 17,7% | 2,1% | 9,5% | 450,2% | 12,2% | 14,0% | 48,2% | 53,9% |