

УДК 021.8 + 025.1  
ББК 78.34

## **МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АППАРАТ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ МОДЕЛИРУЮЩЕГО ПРОЦЕСС ОСТЫВАНИЯ СЛИТКА В УСТАНОВКЕ НЕПРЕРЫВНОЙ РАЗЛИВКИ СТАЛИ**

**Тырин Д.Ю.<sup>1</sup>, Сараев П.В.<sup>2</sup>, Галкин А.В.<sup>3</sup>,**  
*(Липецкий государственный технический университет,  
Липецк)*

**Пименов В.А.<sup>4</sup>**  
*(ПАО НЛМК, Липецк)*

*В данной работе производится исследование динамики изменения температуры сляба в установке непрерывной разливки стали путем моделирования на ЭВМ. Представлены математическая модель остывания слитка в УНРС и реализующее данную модель программное обеспечение с визуализацией температурного поля сляба.*

Ключевые слова: установка непрерывной разливки стали, метод конечных элементов, уравнение теплопроводности.

---

<sup>1</sup> Дмитрий Юрьевич Тырин, аспирант ([dimedrius@mail.ru](mailto:dimedrius@mail.ru)).

<sup>2</sup> Павел Викторович Сараев, доктор технических наук, профессор ([psaraev@yandex.ru](mailto:psaraev@yandex.ru)).

<sup>3</sup> Александр Васильевич Галкин, кандидат технических наук, доцент ([avgalkin82@mail.ru](mailto:avgalkin82@mail.ru)).

<sup>4</sup> Владимир Александрович Пименов, кандидат технических наук, старший научный сотрудник ([pimenov\\_va@nlmk.com](mailto:pimenov_va@nlmk.com)).

## **1. Введение**

Целью работы является определение оптимальных параметров работы УНРС, позволяющих получить максимальную производительность при минимизации вероятности возникновения дефектов поверхности и внутренней структуры выходного продукта. Данная работа представляет собой развитие более грубой реализации модели в сторону детализации системы охлаждения и лучшей проработки физики теплообмена.

Расчеты основываются на анализе распределения тепла, описываемом уравнениями математической физики, в частности уравнением теплопроводности, являющимся дифференциальным уравнением в частных производных параболического типа. В контексте решения поставленной задачи использовался универсальный абсолютно устойчивый численный метод – метод конечных элементов.

## **2. Объект исследования**

Непрерывная разливка стали прочно утвердилась в практике металлургического производства. Опыт использования нового способа разливки стали привел к кардинальному переустройству сталеплавильного и существенным изменениям прокатного производств по причине очевидных преимуществ, таких как снижение энергозатрат, ускорение затвердевания, сокращение расхода металла на обрезки головной и донной частей [1]. Охлаждение в установке непосредственно влияет на объемы продукции и ее качество и представляет собой процесс, состоящий из охлаждения в кристаллизаторе до образования твердой корочки и последующего проведения сляба через систему вторичного охлаждения, представленную форсунками. Принципиальная схема установки представлена на рисунке 1.

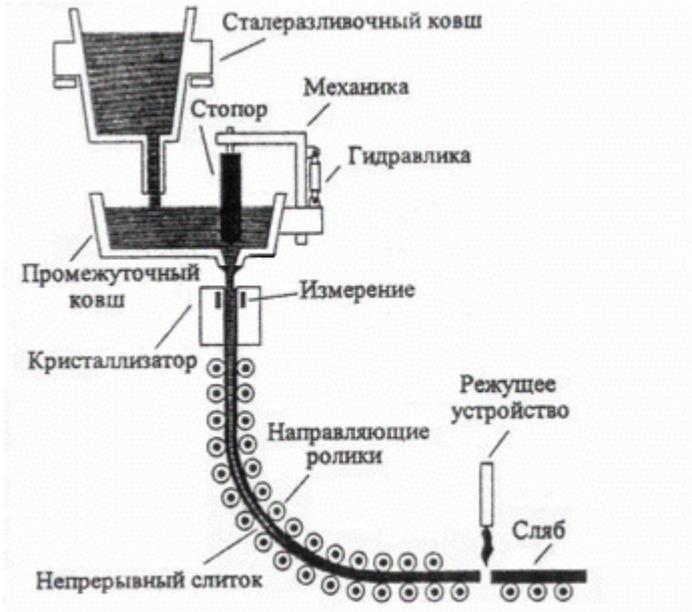


Рис. 1. Схема УНРС.

### 3. Формализация задачи

#### 3.1. УРАВНЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Температурное поле сечения слитка является статическим для конкретного времени измерения и зависит лишь от эффективности теплоотвода на границе и температуры сечения в предыдущий момент времени. Потому уравнение теплопроводности, которое описывает процесс остывания слитка в УНРС, представляет собой ДУЧП параболического типа и имеет вид [4]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a^2 \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + f(x, y, t) \quad (1)$$

или

$$c(x)\rho(x)\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial T}{\partial x}k(x)\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial y}k(y)\frac{\partial T}{\partial y} + f(x, y, t), (2)$$

где

$x, y$  – координаты в пространстве,

$T$  – вектор распределения температуры (неизвестен),

$t$  – время,

$k$  – коэффициент теплопроводности (Вт/м·°С),

$c$  – коэффициент теплоемкости (Дж/°С),

$\rho$  – поверхностная плотность (кг/м<sup>3</sup>).

При этом теплопроводности и теплоемкости не являются постоянными величинами и варьируются в зависимости от температуры стали. Примеры зависимостей представлены на рисунках 2 и 3.

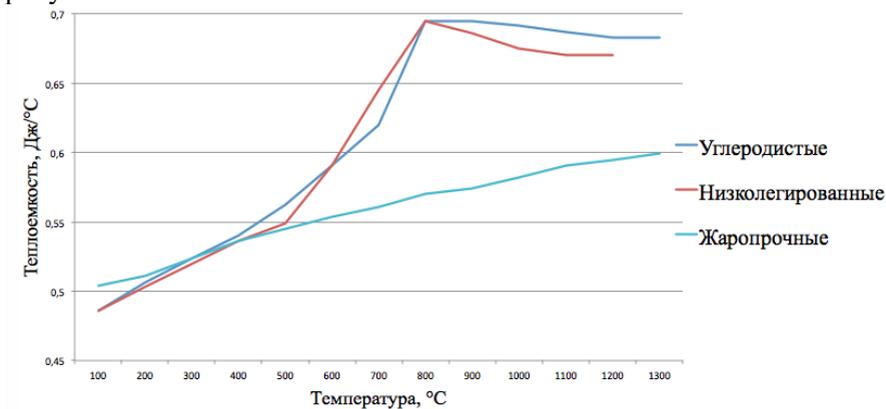


Рис. 2. Зависимость теплоемкости от температуры

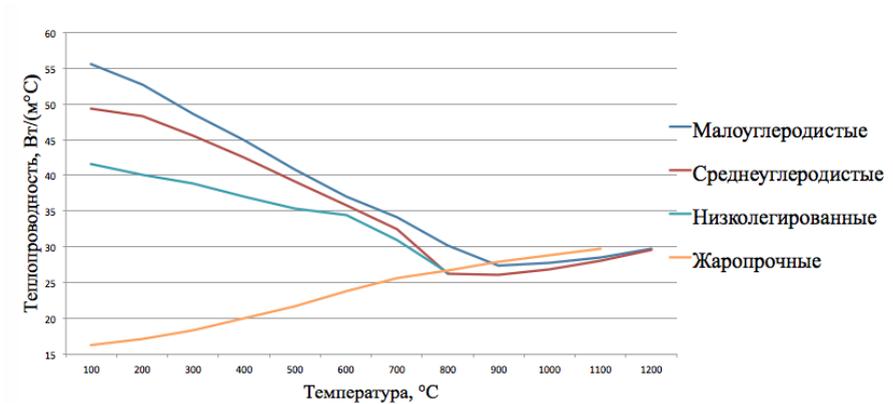


Рис. 3. Зависимость теплопроводности от температуры.

Так как уравнение содержит только первую производную по времени, то начальные условия задаются только для искомой функции:

$$T(x, y, t_0) = \varphi(x, y) . \quad (3)$$

В первой краевой задаче на границе области определения задаётся температура или концентрация диффундирующего вещества:

$$T(0, y, t) = T_1(t) , \quad (4)$$

$$T(l, y, t) = T_2(t) .$$

(5)

Во второй краевой задаче на границе задается поток тепла

$$-k \left( \frac{\partial T}{\partial x} l_x + \frac{\partial T}{\partial y} l_y \right) = \alpha (T_f - T) ,$$

(6)

где  $l_x, l_y$  – длина граничащего участка (м).

Для расчета теплообмена между поверхностью металла и охлаждающей жидкостью (водой) необходимо учесть разницу

температур тел, между которыми осуществляется теплообмен и актуальный расход воды [6]:

$$\alpha = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{V_s} e^{-t^2} dt \left( 245V_s \left( 1 - \frac{V_s \Delta T}{58223} \right) + 4,3\Delta T^2 \left( 1 - \operatorname{tgh} \left( \frac{\Delta T}{115} \right) \right) \right) \quad (7)$$

или [5]

$$\alpha = 190 + \operatorname{tgh} \left( \frac{V_s}{8} \right) \left( 140V_s \left( 1 - \frac{V_s \Delta T}{72000} \right) + 3,26\Delta T^2 \left( 1 - \operatorname{tgh} \left( \frac{\Delta T}{128} \right) \right) \right) \quad (8)$$

где  $V_s$  – поверхностный расход воды (м/с),

$\Delta T$  – разница температур (°C),

$\alpha$  – коэффициент теплообмена (Вт/(м<sup>2</sup>·°C)).

Предполагается реализовать обе модели теплообмена – (7) или (8) – чтобы в процессе моделирования определить, какая из них наиболее точно описывает физику явления теплообмена для конкретной постановки.

### 3.2. МЕТОД КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Для дискретного решения уравнения теплопроводности в рамках поставленной задачи был применен метод конечных элементов ввиду его безусловной устойчивости и произвольной обрабатываемой области [3].

В ходе решения фиксируется сечение для конкретного времени, область разбивается на примитивы (в данном случае использовались треугольники), каждой точке которых ставится в соответствие числовое значение. Такая формация называется двумерным симплекс-элементом. Затем формируется и решается СЛАУ с последующим итерированием во времени [2].

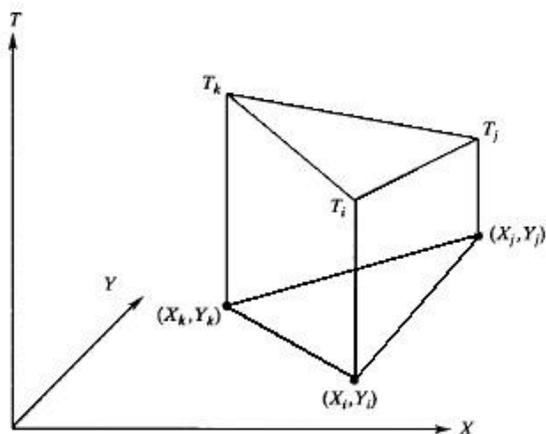


Рис. 4. Двумерный симплекс-элемент

Узловые значения скалярной величины  $T$  обозначаются через  $T_i$ ,  $T_j$  и  $T_k$ , а координатные пары трех узлов – через  $(X_i, Y_i)$ ,  $(X_j, Y_j)$ ,  $(X_k, Y_k)$ .

Дискретная форма исходного уравнения в контексте МКЭ приобретает вид:

$$[C] \left\{ \frac{\partial T}{\partial t} \right\} + [K] \{T\} - \{Q\} = 0, \quad (9)$$

где  $[C]$ ,  $[K]$ ,  $\{Q\}$  – матрица теплоемкости, матрица теплопроводности и вектор тепловой нагрузки соответственно.

#### 4. ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ

Концепция работы состоит в дискретизации одномерного времени движения и двумерного пространства среза слитка. Значения температурного поля на выходе УНРС последовательно меняются по мере перемещения среза слитка от условно равномерной температуры до расплава металла в центре и твердой корочки на границе.

Указанное программное обеспечение учитывает взаимодействие слитка с такими элементами конструкции как

кристаллизатор и ролики, а также учитывает интенсивность теплообмена с водой, распыляемой форсунками вторичного охлаждения.

Ввиду неоднородного контакта с водой, распыляемой форсунками, требуется также учитывать дифференциацию теплообмена в зависимости от удаления точки, для которой производится расчет температуры, от нормали из сопла форсунки к поверхности слэба. Схема расположения форсунок представлена на рисунке 5.

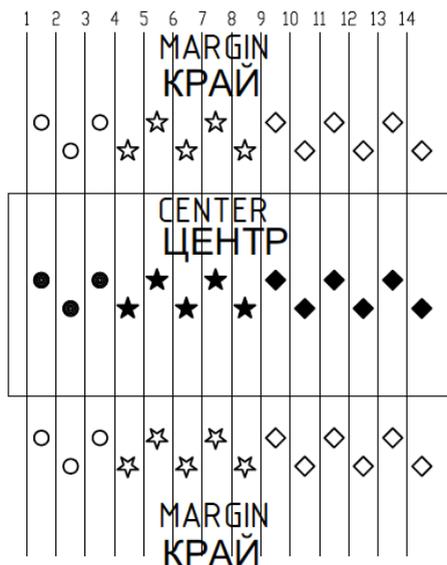


Рис. 5. Схема расположения форсунок.

Назначение программного продукта состоит в проведении тестирования новых режимов работы оборудования без задействования производственных мощностей. Такой подход позволяет свести к минимуму вероятность появления дефектов продуктов разливки при проведении анализа изменения параметров УНРС, приводящих к повышению производственных мощностей с сохранением качества.

Отображение температурного поля на выходе из установки изображается во вкладке «результаты». Пример представления решения показан на рисунке 3.

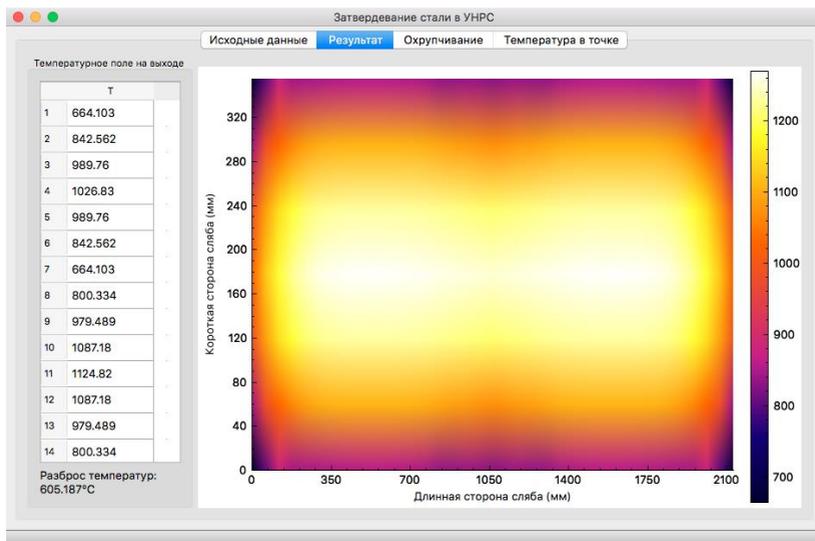
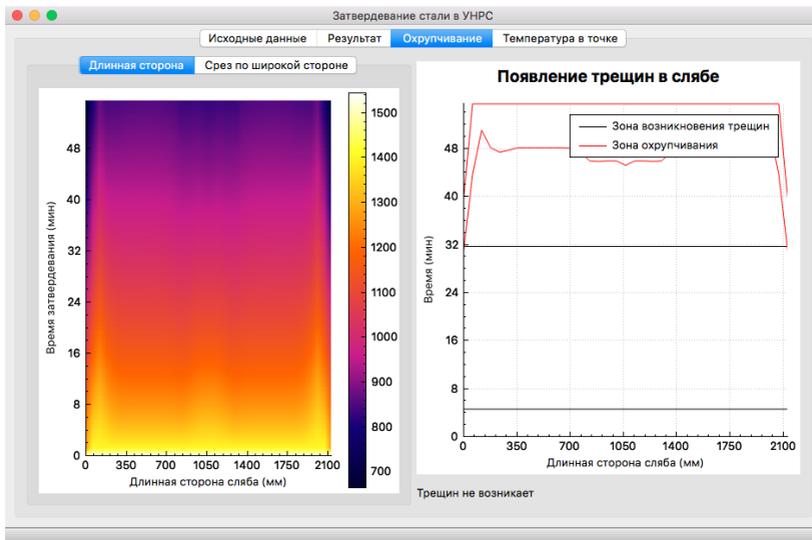


Рис. 6. Температура сляба на выходе из установки для дифференцированного охлаждения

Для оценки динамики изменения температуры по длинной стороне сляба, которая наиболее подвержена трещинам, а также определения зоны возникновения трещин, добавлена вкладка «охрупчивание», представленная на рисунке 4. Пересечение зоны возникновения трещин и зоны охрупчивания будет указывать на возникновение трещин при выбранном режиме.



*Рис. 7. Изменение температуры длинной стороны для дифференцированного охлаждения*

С целью наиболее полного вывода полученной информации была добавлена возможность построения графика изменения температуры для конкретной исследуемой точки (рисунок 5).

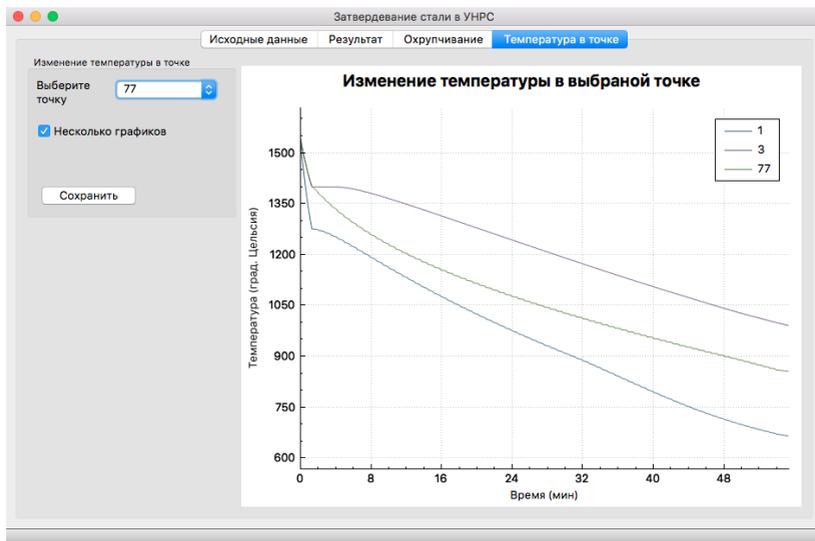


Рис. 8. Температура в точках

При сравнении результатов моделирования с реальными измерениями была установлена их непротиворечивость, а также работа в рамках допустимых предприятием погрешностей.

### Литература

1. БЕРЕСТЮКОВ Е. В. *Производство непрерывнолитых слэбов из конвертной стали.* – Липецк: ОАО «НЛМК», 2016. – 258 с.
2. ГАЛКИН А.В, КУЗИНА Н.Е., ПИМЕНОВ В.А. *Математическое моделирование теплового режима процесса остывания и затвердевания слитка в УНРС // Управление большими системами (УБС'2014).* – М.: ИПУ РАН, 2014. – С. 961–972.
3. РУМЯНЦЕВ А. В. *Метод конечных элементов в задаче теплопроводности: учебное пособие.* – Калининград: Калинингр. ун-т, 1995. – 170 с.

4. ТИХОНОВ А. Н., САМАРСКИЙ А.А. *Уравнения математической физики, 5-е изд.: учебное пособие.* – М.: Наука, 1977. – 742 с.
5. BELLET M, SALAZAR-BETANCOURT L., JAOUEN O., COSTES F. *Modeling of water spray cooling. Impact on Thermomechanics of solid shell and automatic monitoring to keep metallurgical length constant.* // European continuous casting conference (8<sup>th</sup> ECCC). – Graz, Austria: Austrian society for metallurgy and materials 2014. – pp1202–1210.
6. VISCOROVA R., SCHOLZ R., SPITZER K.-H., WENDELSTORF J. *Spray water cooling heat transfer under oxide scale formation condition* // WIT Transactions on Engineering Sciences, vol 53 – WIT Press, 2006.

## **MATH INSIDE SOFTWARE FOR SIMULATION THE COOLING PRECESS IN A CONTINUOUS THE STEEL CASTING PLANT**

**Dmitry Tyrin**, Lipetsk State Technical University, Lipetsk, student (dimedrius@mail.ru).

**Pavel Saraev**, Lipetsk State Technical University, Lipetsk, Doctor.Sc., professor (psaraev@yandex.ru)

**Alexander Galkin**, Lipetsk State Technical University, Lipetsk, Cand.Sc., assistant professor (avgalkin82@mail.ru).

**Vladimir Pimenov**, NLMK, Lipetsk, Cand. Sc., senior researcher (pimenov\_va@nlmk.com).

*Abstract: In that work analyzes temperature dynamics of a ingot inside a continuous steel casting machine by simulation in a computer. Presented mathematical model of ingot cooling in the steel continuous casting plant and realizing this software model with visualization of the ingot temperature field.*

**Keywords:** steel continuous casting plant, finite element technique, heat equation.