

РАКЕТОДИНАМИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА ВЫВЕДЕНИЯ НА ОРБИТУ В НЕШТАТНЫХ СИТУАЦИЯХ

Чадаев А. И.

*(Учреждение Российской академии наук Институт
проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)*

vladguc@ipu.ru

Применительно к условиям гарантированного выведения РН в нештатных ситуациях, связанных с единичными отказами двигателей, решается задача оптимизации управления ракетодинамическим выведением РН на низкую орбиту при большой протяжённости траектории выведения.

Ракета-носитель, орбита ожидания, задача выведения, закон управления.

В [1] были сформулированы положения, касающиеся облика перспективных средств гарантированного выведения на орбиту и изложены основные требования к РН гарантированного выведения. Из этих требований, в частности, вытекает необходимость в формировании некоторого избытка в энерго- и тяговооружённости РН, а также в количестве двигателей - с тем, чтобы гарантировать выведение в нештатных ситуациях, связанных с единичными отказами двигателей¹.

В результате возникновения такого типа нештатной ситуации на верхних ступенях РН (обеспечивающих довыведение на требуемую орбиту или орбиту ожидания) существенно возрастает протяжённость ракетодинамического участка выведения, которая становится соизмеримой с радиусом Земли. И здесь уже становится неприемлемым использование в качестве оптимальной программы изменения угла тангажа при выведении класси-

¹ Под отказом двигателя понимается его останов системой аварийной защиты без его разрушения

ческих дробно-линейной или линейной функций времени¹. Таким образом возникает новая для РКТ задача оптимизации управления ракетодинамическим выведением РН на относительно низкую орбиту при большой протяжённости траектории выведения. Эта задача и решается в данной статье - с использованием линейного разложения гравитационного поля Земли в окрестности транспортирующей точки, движущейся по орбите ожидания на которую выводится РН.

Здесь необходимо отметить, что данная задача выведения является лишь частью общей задачи по формированию целевой орбиты. Поэтому, кроме того, что орбита ожидания должна быть компланарна целевой орбите, её перигей должен быть расположен по возможности ближе к конечной точке ракетодинамического участка - тогда обеспечиваются наиболее благоприятные условия для совершения экономичного манёвра по завершению формирования целевой орбиты. Таким образом возникает задача управления непрерывным выведением при ограниченном количестве топлива в перицентр орбиты заданной высоты с максимально возможной конечной скоростью РН.

При решении задачи, следуя работе [2], используем отрезок разложения в ряд гравитационного поля. Однако, в отличие от [2], это разложение производится не в окрестности некоторой фиксированной точки (начала координат), а относительно точки, движущейся по транспортирующей орбите, в качестве которой целесообразно принять орбиту ожидания заданной высоты. Погрешность такого представления гравитационного поля не превышает ошибки плоско-параллельной модели поля Земли для традиционных объектов РКТ.

Уравнения движения здесь удобнее записывать в орбитальной системе координат, начало O которой перемещается по транспортирующей орбите, ось Or направлена по вертикали вверх, ось On перпендикулярна оси Or в плоскости транспортирующей орбиты и направлена в сторону движения.

Эти уравнения можно представить в виде:

¹ В данной статье рассматривается случай, когда траектория выведения РН и орбита ожидания лежат в одной плоскости, т.е. управление в боковой плоскости не производится.

$$(1) \quad \begin{cases} \ddot{n} - 2\omega \dot{r} = -P \cos \varphi , \\ \ddot{r} + 2\omega \dot{n} - 3\omega^2 r = -P \sin \varphi , \end{cases}$$

где P – тяга двигательной установки; φ – угол между вектором тяги и осью On (угол тангажа); ω – угловая скорость вращения объекта относительно центра Земли.

Краевые условия

$$(2) \quad \begin{cases} n(t_0) = n_0 , r(t_0) = r_0 , \dot{n}_0(t_0) = \dot{n}_0 , \dot{r}(t_0) = \dot{r}_0 , \\ n(t_k) = n_k , r(t_k) = r_k , \dot{r}(t_k) = \dot{r}_k , m(t_k) = m_k . \end{cases}$$

Максимизируемый функционал имеет вид:

$$(3) \quad I = \int_{t_0}^{t_k} F dt ,$$

где $F = \ddot{n}$.

Приводим систему дифференциальных уравнений (1) к нормальному виду, полагая

$$y_1 = n , y_2 = r , y_3 = \dot{n} , y_4 = \dot{r} .$$

В результате получим:

$$(4) \quad \begin{cases} \dot{y}_3 - 2\omega y_4 + P \cos \varphi = 0 , \\ \dot{y}_4 + 2\omega y_3 - 3\omega^2 y_2 + P \sin \varphi = 0 , \\ \dot{y}_1 = y_3 , \\ \dot{y}_2 = y_4 . \end{cases}$$

Используя метод множителей Лагранжа, запишем

$$F^* = F + \sum_{i=1}^4 \phi_i \lambda_i = \dot{y}_3 + \lambda_3 (\dot{y}_3 - 2\omega y_4 + P \cos \varphi) + \\ \lambda_4 (\dot{y}_4 + 2\omega y_3 - 3\omega^2 y_2 + P \sin \varphi) + \lambda_1 (\dot{y}_1 - y_3) + \lambda_2 (\dot{y}_2 - y_4)$$

В соответствии с уравнением Эйлера [3] получим :

$$(5) \quad \left\{ \begin{array}{l} -\dot{\lambda}_1 = 0 \quad , \\ -3\omega^2 \lambda_4 - \dot{\lambda}_2 = 0 \quad , \\ 2\omega \lambda_4 - \lambda_1 - \dot{\lambda}_3 = 0 \quad , \\ -2\omega \lambda_3 - \lambda_2 - \dot{\lambda}_4 = 0 \quad , \\ -\lambda_3 P \sin \varphi + \lambda_4 P \cos \varphi = 0 \quad . \end{array} \right.$$

Из (5) имеем $\lambda_1 = C = \text{const}$.

$$\varphi = \arctg \frac{\lambda_4}{\lambda_3} \quad .$$

Решая систему уравнений (5) относительно λ_3, λ_4 получим :

$$\lambda_3 = 2C_1 \sin \omega t - 2C_2 \cos \omega t + 3Ct + C_3 \quad , \\ \lambda_4 = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t + \frac{2}{\omega} C \quad ,$$

Таким образом, закон управления изменением угла тангажа имеет вид :

$$(6) \quad \varphi = \arctg \frac{C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t + \frac{2}{\omega} C}{2C_1 \cos \omega t - 2C_2 \sin \omega t + 3Ct + C_3}$$

где ω - угловая скорость вращения объекта вокруг Земли при движении по транспортирующей орбите; $C \div C_3$ - постоянные коэффициенты, определяемые при выполнении заданных граничных условий.

В частном случае, когда протяжённость участка выведения достаточно мала ($\omega t \approx 0$), закон (1) вырождается в дробно-линейную функцию времени, полученную Охочимским Д. Е. и Энеевым Т. М. [2] :

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{A_1 + A_2 t}{A_3 + A_4 t} ,$$

где $A_1 \div A_4$ - некоторые константы.

Литература

1. АНДРИЕНКО А.Я., ПОРТНОВ-СОКОЛОВ Ю.П., ЧАДАЕВ А.И. *Критерии выбора облика перспективных средств гарантированного выведения на орбиту*. «Актуальные проблемы авиационных и аэрокосмических систем». 2003г., т. 8, С. 1-14.
2. ОХОЦИМСКИЙ Д.Е., ЭНЕЕВ Т.М. *Некоторые вариационные задачи, связанные с запуском искусственного спутника Земли*. «Успехи физических наук». 1957г., т. 63, вып. 1а, С.5-32.
3. ФЕЛЬДБАУМ А.А. *Основы теории оптимальных автоматических систем*. М.: Наука, 1966г.