

МУЛЬТИПЛИКАТИВНАЯ МОДЕЛЬ ВЫЯВЛЕНИЯ ТРЕНДА И СЕЗОННЫХ КОЛЕБАНИЙ: ПРИЛОЖЕНИЕ К ДИНАМИКЕ ЦЕН НА СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННУЮ ПРОДУКЦИЮ

Зоркальцев В.И.¹

(ФГБУН Лимнологический институт СО РАН, Иркутск)

Полковская М.Н.²

*(ФГБОУ ВО Иркутский государственный аграрный
университет имени А.А. Ежевского, Иркутск)*

*Работа выполнена при финансовой поддержке фонда
РФФИ № 19-07-00322 и в рамках проекта РАН № 0279-2019-
0003*

Рассматривается аксиоматический подход к проблеме выбора методов выделения составляющих временных рядов. Обсуждается проблема противоречивости двух требований к методам выделения составляющих – аддитивности и мультипликативности. Это приводит к необходимости развития и использования альтернативных классов методов декомпозиции временных рядов, у которых выделяемые составляющие взаимодействуют либо аддитивно, либо мультипликативно. Для задачи выделения тренда, сезонных и случайных колебаний помесечных экономических данных приводится описание аддитивной и мультипликативной моделей.

В качестве приложения рассматривается анализ рядов динамики цен на сельскохозяйственную продукцию. Обосновывается необходимость выделения из них тренда и сезонных составляющих в целях обеспечения более эффективного планирования сельскохозяйственного производства, уменьшения рисков, выбора оптимальных сроков хранения и реализации продукции с учетом действия случайных факторов при производстве и реализации продукции. Аргументируется целесообразность применения для анализа и прогнозирования цен мультипликативного варианта модели декомпозиции составляющих. Представлены результаты использования модели при анализе динамики цен на отдельные виды сельскохозяйственной продукции в Иркутской области.

В частности анализ сезонной компоненты показал, что цена на картофель имеет значительную сезонную вариацию, составляющую около 50%. Рост цены на картофель наблюдается в июне и июле, а снижение – в конце лета-осенью. Цены на курицу снижаются с января по май, а возрастают с июня по декабрь. Среди цен на различные виды сельскохозяйственной продукции

¹ Валерий Иванович Зоркальцев, д.т.н., профессор (zork@isem.irk.ru).

² Марина Николаевна Полковская, к.т.н., доцент (polk_mn@mail.ru)

выделяется цена на огурцы, сезонная составляющая которой изменяется в границах 0,57-1,88 от уровня тренда. В феврале цена на этот продукт повышается почти в 2 раза относительно среднегодовой. Снижение цены на яйца происходит с мая по июль, что можно связать с увеличением в теплый период яйценоскости кур, затем цена повышается. Анализ динамики цен на аграрную продукцию на основе мультипликативной модели позволяет сельскохозяйственному товаропроизводителю планировать сбыт продукции по более выгодной цене.

Ключевые слова: тренд, сезонные колебания, составляющие временно-го ряда, аксиоматический подход, динамика цен сельскохозяйственной продукции.

1. Введение

Во многих областях прикладных исследований возникает задача выделения и прогнозирования составляющих временного ряда наблюдений какого-либо показателя [3, 9, 12, 16 и др.]. Например, это может быть проблема выделения общей тенденции изменения показателя (тренда) или периодических колебаний (сезонных, с годовой периодичностью, недельных, суточных) [1, 2, 7, 11, 13, 14, 18, 20]. В алгоритмах выделения и прогнозирования составляющих временного ряда нередко применяются модели, базирующиеся на методе наименьших квадратов. При этом для обоснования использования этого метода обычно применяется вероятностный подход. Вместе с тем исходные предпосылки вероятностного пути обоснования методов во многих случаях очень спорны. Нередко дискуссионно само исходное предположение, что анализируемый временной ряд может рассматриваться, как случайная выборка из бесконечного числа возможных рядов. Особенно это касается экономических данных, обычно имеющих конкретный уникальный характер. Происходящие качественные изменения в экономике делают спорной даже возможность рассматривать как однородные одни и те же показатели за длительный период времени.

Представляется привлекательным использование другого пути выбора и обоснования метода выделения составляющих временных рядов – на базе аксиоматического подхода, путем введения математических строго формализуемых требований к

методу и, на основе математических доказательств, выявления методов, удовлетворяющих данным требованиям.

Такой подход к сравнительному анализу методов выделения тренда из временных рядов использовался, в частности, Ловеллом [17]. Излагаемый далее теоретический факт является уточнением одного из результатов исследований Ловелла.

Методы выделения составляющих временных рядов, в самом общем виде, можно представлять как некоторые отображения вектора исходных данных (рассматриваемый временной ряд) в вектор выделяемой составляющей (тренд, сезонные колебания и др.). Каждое вводимое требование сужает множество допустимых отображений. Анализ требований состоит в выяснении вопросов, которые обычно ставятся при аксиоматическом подходе. Являются ли требования противоречивыми? Если они не противоречивы, то какие отображения им всем удовлетворяют? Если требования противоречивы, то в результате исключения каких из них можно добиться непротиворечивости оставшихся? При этом также может проводиться анализ требований на избыточность – некоторые из них могут оказаться следствием других. При использовании аксиоматического подхода проблема выбора переходит из сферы обсуждения каждого конкретного метода в другую сферу – обсуждения правильности введения тех либо иных требований.

В данной статье предметом исследования являются методы выделения тренда и сезонных (годовых) колебаний. Потребность в таких методах возникает часто в экономических исследованиях. В качестве примера приложения в данной статье рассматривается задача выделения тренда и сезонных колебаний цен на сельскохозяйственную продукцию. Полученные при краткосрочном (на год вперед) прогнозе цен по месяцам года важны в качестве осведомляющей информации для планирования структуры производства и выбора времени реализации продукции.

2. Противоречивость требований аддитивности и мультипликативности

Задан временной ряд x_t наблюдений какого-то параметра в моменты или периоды времени $t=1, \dots, n$. Значения временного ряда в отдельные периоды времени являются компонентами вектора $x \in R^n$, где R^n – множество n мерных векторов. Метод выделения какой-либо составляющей из исходного ряда предлагается рассматривать как некоторую вектор-функцию, отображающий вектор x в вектор $\phi(x)$ из R^n . Эту вектор-функцию будем также называть оператором. Отдельную компоненту этого оператора будем обозначать $\phi_t(x)$, $t=1, \dots, n$. Естественно предполагать, что малые изменения исходных данных (например, из-за погрешности сбора и обработки исходной информации) будут давать малые изменения результатов расчета. Это означает, что должно выполняться следующее требование.

Непрерывность. *Оператор ϕ должен быть непрерывным.*

Нередко имеет место ситуация, когда сумма какой-то составляющей нескольких временных рядов должна дать такую же составляющую суммарного ряда. Например, тренды объемов производства какой-либо сельскохозяйственной продукции нескольких областей, краев и республик, входящих в один федеральный округ должен при суммировании давать тренд изменения объемов производства этой продукции в данном федеральном округе. Такого типа пожелания выражает следующее требование.

Аддитивность.

$$\phi(x^1 + x^2) = \phi(x^1) + \phi(x^2)$$

где x^1 и x^2 – два временных ряда из R^n .

Из требований непрерывности и аддитивности вытекает один важный известный факт, существенно сужающий множество допустимых методов выделения составляющих временного ряда. Справедливо утверждение [8].

Теорема 1. *Если оператор ϕ удовлетворяет требованиям непрерывности и аддитивности, то он линейный: при любом $x \in R^n$*

$$\phi(x) = Ax, \quad (1)$$

где A – некоторая матрица размера $n \times n$.

Обозначим $\otimes$ операцию покомпонентного перемножения векторов. Для векторов x и y из R^n , вектор $z = x \otimes y$ находится в R^n и имеет компоненты $z_j = x_j y_j$, $j=1, \dots, n$. Для многих областей приложения целесообразно выполнение следующего требования к методу выделения составляющих.

Мультипликативность: для временных рядов x^1 и x^2 из R^n

$$\phi(x^1 \otimes x^2) = \phi(x^1) \otimes \phi(x^2).$$

Пусть данные ряда x^1 содержат объемы использования какого-либо ресурса в производстве, например, количество трудовых ресурсов, либо объемы используемых основных или оборотных фондов, либо количество вовлеченных конкретных видов мощностей – тракторов, машин, комбайнов, ряд x^2 содержит данные об эффективности использования этого ресурса (количество выпускаемой продукции на единицу ресурса – производительность труда, фондоотдача, количество продукции на единицу используемых мощностей). Тогда покомпонентное произведение x^1 и x^2 является динамикой объемов производства этого вида продукции. Вполне естественно ожидать, что тренд динамического ряда производства продукции представляется в виде покомпонентного произведения тренда динамики объемов анализируемого ресурса и покомпонентного произведения тренда динамика эффективности его использования.

Сформулированные три требования к методу выделения составляющих временного ряда находятся, можно сказать, в противоречии. Им всем может удовлетворять только такой оператор ϕ , который не представляет интереса для экономических рядов.

Теорема 2. *Если ϕ непрерывный оператор, удовлетворяющий требованиям аддитивности и мультипликативности, то любая из компонент выделенной составляющей $\phi_t(x)$, $t=1, \dots, n$ либо тождественно равна нулю, либо всегда совпадает с одной из компонент вектора исходного ряда $x \in R^n$.*

Доказательство. Несложно установить, что если для какого-то $t \in \{1, \dots, n\}$ компонента $\phi_t(x)$ тождественно равна нулю, то для этой компоненты выполняются требования аддитивности и мультипликативности. Также непосредственной проверкой

можно убедиться, что если компонента $\varphi_i(x)$ тождественно равна компоненте x_τ при некотором $\tau \in \{1, \dots, n\}$, то данная составляющая вектор-функции ϕ будет также непрерывной, аддитивной и мультипликативной.

Осталось доказать справедливость обратного утверждения: если оператор удовлетворяет трем рассматриваемым требованиям, то его компонента $\varphi_i(x)$ при любом $t \in \{1, \dots, n\}$ либо тождественный ноль, либо тождественно равна значению компоненты x_τ при некотором фиксированном для данной компоненты номере $\tau \in \{1, \dots, n\}$.

Согласно теореме 1 из непрерывности и аддитивности следует, что существует квадратная матрица A , при которой выполняется (1). Пусть e^τ орт в пространстве R^n —вектор, у которого все компоненты нулевые, кроме компоненты с номером τ . При этом $e^\tau_\tau = 1$ при любом $\tau \in \{1, \dots, n\}$. Следовательно

$$\varphi_i(e^\tau) = a_{i\tau}.$$

Используя равенство

$$e^\tau \otimes e^\tau = e^\tau,$$

из требования мультипликативности получаем

$$a_{i\tau} = \varphi_i(e^\tau) = \varphi_i(e^\tau \otimes e^\tau) = \varphi_i(e^\tau) \cdot \varphi_i(e^\tau) = a_{i\tau} \cdot a_{i\tau}.$$

Поэтому для любых $t \in \{1, \dots, n\}$, $\tau \in \{1, \dots, n\}$ либо $a_{i\tau} = 0$, либо $a_{i\tau} = 1$.

Так как при $t \neq \tau$ вектор $e^t \otimes e^\tau$ состоит из нулей, то для любого $j \in \{1, \dots, n\}$, $0 = \varphi_j(e^t \otimes e^\tau) = a_{jt} a_{j\tau}$.

Следовательно в каждой строке матрицы A может быть не больше одного отличного от нуля элемента. Теорема доказана.

Замечание. Аналогичный теореме 2 результат был приведен Ловеллом [17] не точно и содержал ошибку в доказательстве. В его теореме 2 [17, стр. 944] утверждается, что если процедура выделения из временного ряда тренда непрерывна, аддитивна и сохраняет продуктивность (так им было названо введенное выше требование мультипликативности), то для $t \in \{1, \dots, n\}$ при любом $x \in R^n$ справедливо только одно из двух: либо $\phi_i(x) = 0$, либо $\phi_i(x) = x_t$. В доказанной нами теореме во втором

случае $\phi_t(x) = x_\tau$ при некотором необязательном равном t номере τ из набора $\{1, \dots, n\}$.

3. Аддитивная модель выделения тренда и сезонных колебаний

Теорема 2 полезна для понимания необходимости выбора из двух взаимоисключающих типов моделей выделения составляющих временных рядов. Это модели, использующие аддитивную связь составляющих с моделью и мультипликативную связь этих составляющих. В данном разделе рассмотрим модель первого типа. Аддитивная модель использовалась в работах [4, 5, 6] для целей анализа динамики производства и потребления топлива. Модель предназначена для анализа и прогнозирования помесечных или поквартальных данных.

Исходный временной ряд x_t представляется как сумма трех составляющих

$$x_t = y_t + s_t + \varepsilon_t, \quad (2)$$

где y_t – компонента, описывающая тренд, s_t – компонента, описывающая регулярные, с периодом равным году, сезонные колебания, ε_t – остаточный член, который иногда интерпретируется как случайная составляющая. Тренд выражается в виде полинома некоторой степени m .

$$y_t = \sum_{i=0}^m \lambda_i t^i. \quad (3)$$

Здесь λ_i – искомые коэффициенты.

Сезонные колебания задаются в виде взвешенной по степеням времени суммы строго периодических функций

$$s_t = \sum_{i=0}^r S_i(t) \cdot t^i. \quad (4)$$

Здесь $S_i(t)$ – строго периодические функции с периодом равным году

$$S_i(t) = \sum_{j=1}^{K/2} \alpha_{ij} \cos \frac{2\pi j t}{K} + \sum_{j=1}^{K/2-1} \beta_{ij} \sin \frac{2\pi j t}{K}, \quad (5)$$

где K – количество наблюдений ряда x_t в году ($K=4$ при квартальной статистике, $K=12$ – при месячной). Коэффициенты α_{ij} , β_{ij} – искомые величины. Составляющие $S_i(t)$ t^i при $i \geq 1$ представляют возможные изменения формы и амплитуды сезонных колебаний во времени. Если $r=0$, то рассматриваются низменные по годам сезонные отклонения.

Для определения коэффициентов λ_i , α_{ij} , β_{ij} и значений ε_t используется метод наименьших квадратов. При условиях (2)-(5) решается задача

$$\sum_{t=1}^n h_t (\varepsilon_t^2) \rightarrow \min. \quad (6)$$

Здесь h_t – некоторые заданные положительные веса информативности наблюдений.

В изложенной модели все три составляющие (тренд, сезонные колебания и остаточный член) имеют ту же размерность, что и исходный ряд x_t . Веса информативности h_t являются заданными положительными числами. Они, в частном случае, могут быть одинаковыми. Возможно применение, например, экспоненциальных весов информативности, что резонно при использовании рассмотренной модели для целей краткосрочного прогнозирования. Отметим, что близкая к изложенной является модель выделения тренда и сезонных колебаний Геншоу [15].

4. Мультипликативная модель

Во многих случаях для экономических рядов более уместна модель, в которой составляющие временного ряда взаимодействуют в мультипликативной форме. В этом случае вместо (2) используется следующее выражение

$$x_t = y_t \cdot s_t \cdot \varepsilon_t, \quad t=1, \dots, n, \quad (7)$$

где y_t – тренд, имеющий ту же размерность, что и исходный ряд x_t , s_t – сезонные отклонения от тренда, ε_t – случайные отклонения. Оба вида отклонений рассматриваются здесь как безразмерные величины.

Предположим, что в выражении (7) исходный ряд x_t состоит из положительных чисел. Такое предположение обычно выполняется для экономических данных, в частности, для рядов цен на отдельные виды товаров. Положительными числами являются также тренд, сезонные и случайные отклонения. Тренд можно задать как экспоненту от полинома времени

$$y_t = \exp\left(\sum_{i=0}^n \lambda_i t^i\right),$$

а сезонные отклонения в виде экспоненты от взвешенной суммы периодических функций

$$s_t = \exp\left(\sum_{i=0}^r S_i(t) \cdot t^i\right).$$

Здесь, также как и в модели предыдущего раздела, периодические функции имеют вид

$$S_i(t) = \sum_{j=1}^{K/2} \alpha_{ij} \cos \frac{2\pi j t}{K} + \sum_{j=1}^{K/2-1} \beta_{ij} \sin \frac{2\pi j t}{K}.$$

Коэффициенты λ_i в выражении тренда и коэффициенты α_{ij} , β_{ij} – в выражениях сезонных колебаний определяются в результате решения задачи минимизации функции от логарифма случайных отклонений:

$$\sum_{t=1}^n h_t (\ln \varepsilon_t^2) \rightarrow \min,$$

где h_t – заданные положительные весовые коэффициенты.

Отметим, что в результате использования операции логарифмирования приведенная мультипликативная модель переходит в аддитивную модель, изложенную в предыдущем разделе.

$$\tilde{x}_t = \tilde{y}_t + \tilde{s}_t + \tilde{\varepsilon}_t, \quad t=1, \dots, n,$$

где $\tilde{x}_t = \ln x_t$, $\tilde{y}_t = \ln y_t$, $\tilde{s}_t = \ln s_t$, $\tilde{\varepsilon}_t = \ln \varepsilon_t$, $t=1, \dots, n$.

Таким образом, для реализации мультипликативной модели можно воспользоваться имеющейся реализацией аддитивной модели. Вычислив значения $\tilde{y}_t$, $\tilde{s}_t$, $\tilde{\varepsilon}_t$, можем путем экспоненцирования перейти к требуемым значениям

$$y_t = \exp(\tilde{y}_t), \quad s_t = \exp(\tilde{s}_t), \quad \varepsilon_t = \exp(\tilde{\varepsilon}_t), \quad t=1, \dots, n.$$

Ниже приводятся примеры использования описанной здесь мультипликативной модели с одинаковыми весами информа-

тивности для выявления и анализа тренда и сезонных колебаний цен на сельскохозяйственную продукцию.

Следует подчеркнуть, что представленные здесь две альтернативные модели могут служить как целям выделения составляющих (тренда, сезонных отклонений, случайных колебаний) динамики исследуемого ряда за прошлые периоды, так и задачи прогнозирования отдельных составляющих (тренда, сезонных колебаний). В первом случае анализ базируется на выявленных составляющих за прошедшие периоды времени $t \in \{1, \dots, n\}$. Во втором случае рассматриваются рассчитываемые на базе модели значения тренда и сезонных колебаний в последующие периоды времени $t > n$.

Выбор из представленных двух моделей выделения и прогнозирования составляющих временных рядов зависит от области, предмета исследований. Для анализа динамики производства, транспорта, запасов, потребления отдельных продуктов в различных районах вполне уместна аддитивная модель. При ее использовании можно формировать для каждого периода и каждой составляющей (тренд, сезонные отклонения, случайные отклонения) балансовые таблицы по некоторым видам продукции в рассматриваемых районах и производить агрегирование для регионов, охватывающих несколько районов.

При анализе динамики изменения цен более уместным представляется использование мультипликативной модели выделения и прогнозирования составляющих временных рядов. В анализе изменения цен обычно используются относительные, безразмерные величины. Например, могут сопоставляться темпы роста цен на разные виды товаров. Интерес представляет вычисление среднего геометрического темпа роста цен на данную группу товаров за некоторый длительный период. В сезонных отклонениях большую устойчивость имеют показатели, измеряемые в относительных, а не в балансовых величинах цен. Также при выявлении и анализе случайных отклонений следует рассматривать их величины, соизмеренные с изменениями масштаба уровня цен, в том числе с учетом происходящей инфляции.

5. Оценка динамики цен на сельскохозяйственную продукцию

В данном разделе приведены результаты использования мультипликативной модели выделения составляющих на временных рядах среднемесячных цен за период 2003-2018 гг. для отдельных видов сельскохозяйственных товаров.

Рассмотрены цены на следующие четыре вида товаров: картофель, куры охлажденные и мороженые, огурцы, яйца куриные. В качестве исходных данных взята статистическая информация, предоставляемая Территориальным органом государственной статистики по Иркутской области [10].

Представленные экспериментальные расчёты осуществлены в рамках активно проанализированной авторами идеи о необходимости министерству сельского хозяйства Иркутской области (как и аналогичными организациями других регионов Российской Федерации) осуществлять и периодически публиковать результаты исследований динамики цен на отдельные виды сельскохозяйственной продукции. Также исследования будут давать важную осведомляющую информацию для сельскохозяйственных товаропроизводителей в регионе, для поставщиков продукции из других регионов. Эти исследования могут способствовать повышению доходности сельскохозяйственного производства, уменьшению рисков, ценовой стабилизации на региональных рынках сельскохозяйственных товаров.

Оценка сезонных колебаний цен на разные виды товаров может быть полезна для оптимального распределения по периодам года объемов реализации продукции, определения требований к хранилищам сезонных запасов [19].

Ограничимся рассмотрением результатов по выделению тренда и сезонных отклонений по мультипликативной модели при неизменных во времени весах информативности, то есть при $h_t=1$, $t=1, \dots, n$.

Тренды изменения цен. В использованной модели рассматривается тренд в виде экспоненты от полинома первой степени во времени

$$y_t = \exp(\lambda_0 + \lambda_1 t).$$

Этому тренду соответствует индекс среднемесячного темпа прироста цены равный экспоненте от коэффициента λ_1

$$p = \frac{\exp(\lambda_0 + \lambda_1(t+1))}{\exp(\lambda_0 + \lambda_1 t)}.$$

Среднегодовой темп роста соответствует среднемесячному, возведенному в двенадцатую степень

$$\bar{p} = (p)^{12}.$$

В таблице представлены результаты расчетов среднемесячных и среднегодовых темпов роста цен на рассматриваемые товары.

Среднемесячные и среднегодовые темпы роста цен на сельскохозяйственную продукцию по данным за 2003-2018 гг.

Продукция	Темп роста	
	среднемесячный	среднегодовой
Картофель	1,0013	1,0157
Куры охлажденные и мороженные	1,0012	1,0145
Огурцы	1,0011	1,0133
Яйца куриные	1,0023	1,0280

Согласно данным таблицы, среднемесячный темп прироста цен на картофель составлял в среднем 0,13% в год, на кур – 0,12%, на огурцы – 0,11%, на яйца – 0,23%. При этом ежегодно цена на эти продукты в среднем увеличивался на 1,6; 1,5; 1,3 и 2,8% соответственно.

Сезонные колебания. Ограничимся рассмотрением только средних сезонных отклонений, то есть полагаем значение параметра r равным нулю.

В тех случаях, когда есть основание считать, что у рассматриваемого показателя происходят изменения формы и амплитуды сезонных колебаний есть смысл использовать значения $r > 0$.

Расчеты показали, что цены на картофель имеют большую амплитуду сезонных колебаний, около 50% уровня тренда

(рис. 1). Рост цены на картофель наблюдается в июне и июле, в этот период на рынке продают картофель преимущественно из Китая и Казахстана. Снижение цены происходит в период сбора урожая, в конце лета-осенью, затем стоимость постепенно повышается.

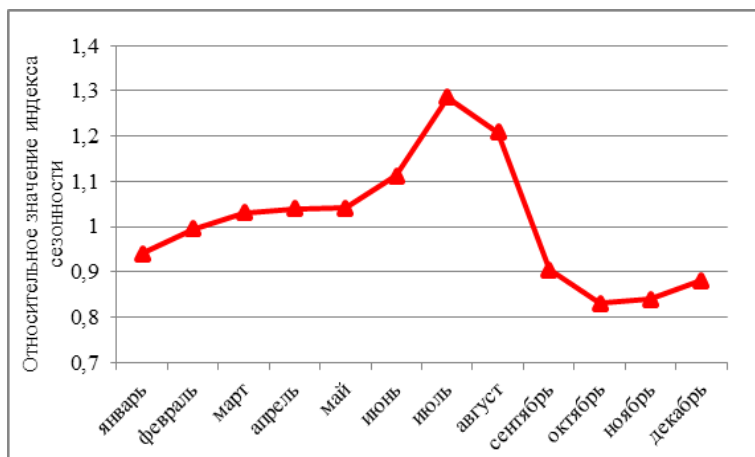


Рис. 1. Сезонное отклонение от тренда месячных цен на картофель за 2003-2018 гг.

Цены на курицу снижаются с января по май, а возрастают с июня по декабрь (рис. 2). Такое поведение связано с доступностью куриного мяса, которым покупатели могут заменить свинину и говядину, имеющую более высокую цену, до наступления периода массового забоя скота (ноябрь, декабрь), когда цены на эту продукцию снижаются. В целом цена на курицу является стабильной. Максимальное сезонное отклонение этой цены от тренда не превышает 2%.

Среди цен на различные виды сельскохозяйственной продукции выделяются цены на огурцы, сезонные отклонения которых изменяются в границах 0,57-1,88 (рис. 3).

В феврале цена на этот продукт повышается почти в 2 раза относительно средней цены за год.

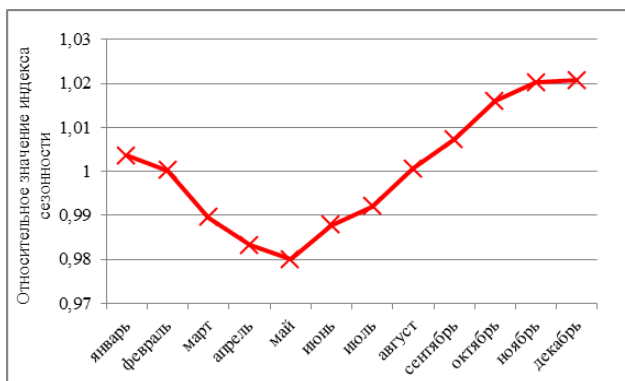


Рис. 2. Сезонное отклонение от тренда месячных цен на кур охлажденных и мороженых за 2003-2018 гг.

С марта по август цены снижаются, что связано, в большей степени, с началом продаж огурцов, выращенных в соседних регионах и в Иркутской области (в защищенном, а затем и в открытом грунте). Начиная с сентября, происходит сезонное повышение цены.

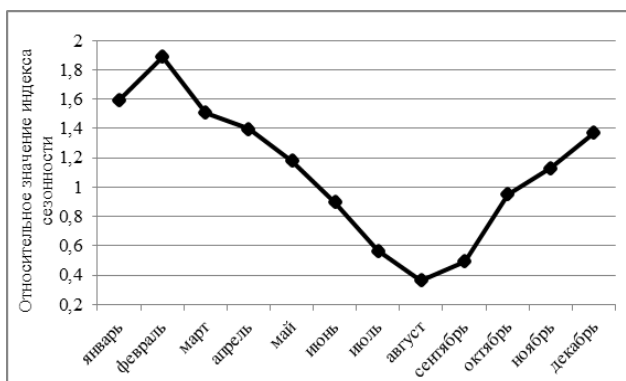


Рис. 3. Сезонное отклонение от тренда месячных цен на огурцы за 2003-2018 гг.

Снижение цены на яйца согласно индексам сезонности, приведенным на рисунке 4, происходит с мая по июль, что можно связать с увеличением в теплый период яйценоскости кур, затем цена повышается.

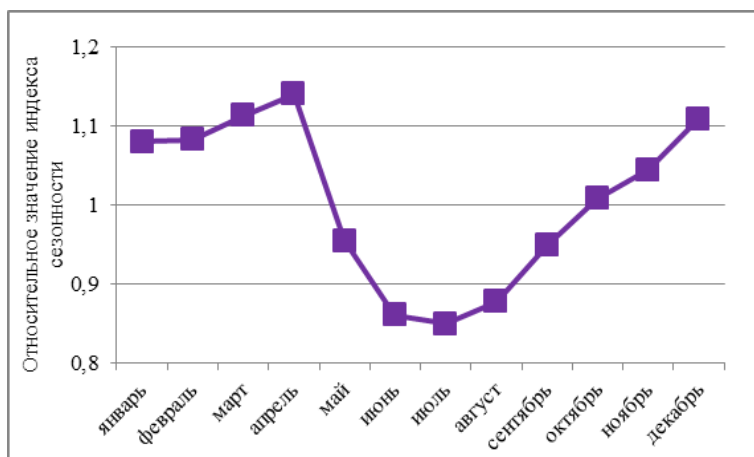


Рис. 4. Сезонное отклонение от тренда месячных цен на яйца куриное за 2003-2018 гг.

При этом самые высокие цены на данный продукт имеют место с декабря по апрель, что можно объяснить повышенным спросом в праздничные дни (календарные и православные) и снижением яйценоскости кур.

6. Заключение

В работе представлен аксиоматический подход к проблеме выбора методов выделения составляющих временных рядов. Установлена противоречивость требований аддитивности и мультипликативности, приводящая к необходимости развития и использования альтернативных классов методов. Приведены аддитивная и мультипликативная модели выделения тренда и сезонной составляющей временных рядов. На основании мультимодельного подхода предложены алгоритмы выделения тренда и сезонности для временных рядов.

типликативной модели проанализирована динамика цен на сельскохозяйственную продукцию и влияние на них сезонности в различные месяцы. Выявленные особенности представляют интерес для сельскохозяйственных товаропроизводителей при определении сроков реализации и хранения полученной продукции.

Литература

1. АНДЕРСОН Т. *Статистический анализ временных рядов.* – М.: Мир, 1976. – 756 с.
2. БОКС ДЖ., ДЖЕНКИНС Г. *Анализ временных рядов: прогноз и управление.* – М.: Мир, 1974. – 406 с.
3. ЗАКШЕВСКАЯ Е.В., ХВОСТОВА Е.С. *Овощной рынок: проблемы функционирования и их решение* // Вестник Воронежского государственного аграрного университета. – 2009. – № 1 (20). – С. 72-82.
4. ЗОРКАЛЫЦЕВ В.И. *Метод наименьших квадратов: геометрические свойства, альтернативные подходы, приложения.* – Новосибирск: Наука, 1995. – 220 с.
5. ЗОРКАЛЫЦЕВ В.И. *Методы прогнозирования и анализа эффективности функционирования системы топливоснабжения.* – М.: Наука, 1988. – 144 с.
6. ЗОРКАЛЫЦЕВ В.И. *Многолетние вариации температур и их влияние на экономику и энергетику.* – Новосибирск: Гео, 2017. – 179 с.
7. КЕНДЭЛ М. *Временные ряды.* – М.: Финансы и статистика, 1981. – 191 с.
8. ЛЮСТЕРНИК Л.А., СОБОЛЕВ В.Н. *Элементы функционального анализа.* – М.: Наука, 1965. – 513 с.
9. МАКСИМОВ А.А. *Сравнение моделей формирования стоимости куриных яиц на рынках субъектов ПФО* // В сборнике: Стратегия устойчивого развития регионов: новый взгляд сборник научных трудов по материалам I международной научно-практической конференции. – 2016. – С. 174-184.
10. Средние потребительские цены на товары и платные услуги по Иркутской области <https://irkutskstat.gks.ru/folder/47122>

11. СУСЛОВ В.И., ИБРАГИМОВ Н.М., ТАЛЫШЕВА Л.П., ЦЫПЛАКОВ А.А. Эконометрия. – Новосибирск: СО РАН, 2005. – 744 с.
12. ФЕТЮХИНА О.Н. *Структурно-функциональный анализ микромаркетинга производственных подсистем АПК* // Экономический анализ: теория и практика. – 2007. – № 4 (85). – С. 35-38.
13. ХЕННАН Э. *Многомерные временные ряды*. – М.: Мир, 1974. – 576 с.
14. FLOYD J. E. *Statistics for economists: a beginning*. – Toronto: University of Toronto, 2010. – 292 p.
15. HENSHAW R.C. *Application of the general linear model to seasonal adjustment of economic time series* // *Econometrica*, 1966. – vol. 34. – P. 381–395.
16. KINSEY J. *The big shift from a food supply to a food demand chain* // *Minnesota Agricultural Economist*. – 1999. – no. 698 – P. 1-7.
17. LOVELL M.C. *Seasonal adjustment of economic time series and multiple regression analysis* // *J. of Amer. Statist. Assoc.* – 1963. – vol. 58. – P. 993–1010.
18. MA Z., XU R., AND DONG X. *World oil prices and agricultural commodity prices: The evidence from China* // *Agric. Econ. Czech.* – 2015. – no. 61. – P. 564-576.
19. POLKOVSKAYA M.N. *Situation management of agricultural production based on the prediction of prices for agricultural products* // *Proceedings of the VIth International Workshop 'Critical Infrastructures: Contingency Management, Intelligent, Agent-Based, Cloud Computing and Cyber Security*. – 2019. – P. 83-89.
20. WANG Y. C. *The optimal capital structure in agricultural cooperatives under the revolving fund cycles* // *Agric. Econ. Czech.* – 2016. – no. 62. – P. 45-50.

MULTIPLICATIVE MODEL OF TREND DETECTION AND SEASONAL FLUCTUATIONS: APPLICATION TO THE DYNAMICS OF PRICES FOR AGRICULTURAL PRODUCTS

Valeriy Zorkaltsev, Institute of Energy Systems named after L. A. Melentyev of SB RAS, Irkutsk, Doctor of Science, professor (zork@isem.irk.ru).

Marina Polkovskaya, Irkutsk State Agrarian University named after A.A. Ezhevsky, Irkutsk, Cand. Sc., assistant professor (polk_mn@mail.ru).

Abstract: An axiomatic approach to the problem of selecting methods for selecting time series components is considered. The problem of inconsistency of two requirements to the methods of selecting components – additive and multiplicative is discussed. This leads to the need to develop and use alternative classes of time series decomposition methods, in which the selected components interact either additively or multiplicatively. The additive and multiplicative models are described for the task of identifying trends, seasonal and random fluctuations in monthly economic data. As an application, the analysis of price series for agricultural products is considered. The article substantiates the need to separate the trend and seasonal components from them in order to ensure more effective planning of agricultural production, reduce risks, and select the optimal storage and sale periods of products, taking into account the action of random factors in the production and sale of products. The expediency of using a multiplicative version of the component decomposition model for analyzing and forecasting prices is argued. The results of using the model in analyzing the dynamics of prices for certain types of agricultural products in the Irkutsk region are presented. In particular, the analysis of the seasonal component showed that the price of potatoes has a significant seasonal variation of about 50%. The price of potatoes increases in June and July, and decreases in late summer and autumn. Chicken prices fall from January to May, and increase from June to December. Among the prices for various types of agricultural products, the price of cucumbers stands out, the seasonal component of which varies between 0.57-1.88 from the trend level. In February, the price of this product increases by almost 2 times relative to the average annual rate. The decrease in the price of eggs occurs from May to July, which can be associated with an increase in the warm period of egg production of chickens, then the price increases. Analysis of the dynamics of prices for agricultural products based on a multiplicative model allows agricultural producers to plan the sale of products at a more favorable price.

Keywords: trend, seasonal fluctuations, components of the time series, axiomatic approach, dynamics of prices of agricultural products.

УДК 519.2: 338.5

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии ...заполняется редактором...*

*Поступила в редакцию ...заполняется редактором...
Опубликована ...заполняется редактором...*