ПОВЫШЕНИЕ КАЧЕСТВА УПРАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕМ ПОСТОЯННОГО ТОКА НА ОСНОВЕ ЕГО ЛИНЕАРИЗАЦИИ И КОМПЕНСАЦИИ НЕИЗВЕСТНОЙ ДИНАМИКИ

Глущенко А. И.[1], Петров В. А.[2], Ласточкин К.А. [3]
(*Старооскольский технологический институт им. А.А. Угарова (филиал) ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»*, Старый Оскол)

В работе решается задача разработки подхода к управлению двигателем постоянного тока, который мог бы рассматриваться как альтернатива стандартной схеме подчиненного регулирования. В частности, продемонстрированы недостатки упомянутого классического подхода, в том числе, невозможность эффективной компенсации влияния неизвестной динамики (изменение параметров якорной цепи и момента инерции) и возмущений (нагрузка на валу двигателя). Решением данных проблем может являться совместное использование: 1) методики линеаризации обратной связью для выделения неизвестной динамики из описания объекта и 2) второго метода Ляпунова для ее компенсации. В исследовании предложен ряд вариантов линеаризации электродвигателя постоянного тока на основе решения обратной задачи динамики. Среди них выбран тот, который позволяет учитывать ограничения на физические сигналы тока и напряжения якорной цепи. Для компенсации выделенной неизвестной динамики электропривода предложен линейный адаптер с параметрами, настраиваемыми в реальном времени на базе формул, полученных с помощью второго метода Ляпунова. Их отличительной особенностью является то, что при их использовании нет необходимости знать коэффициент усиления объекта, а достаточно иметь его знак. Устойчивость системы с адаптером достигнута путем введения в формулы настройки сигма модификации, что подтверждается анализом на базе Uniform Ultimate Boundedness. Экспериментальная проверка предложенного подхода проведена на базе модели электропривода постоянного тока. Показана способность адаптивной системы компенсировать изменение параметров якорной цепи в 1.5 раза от номинала, колебания момента инерции в два раза от номинала, а также момент нагрузки, равный половине момента, соответствующего току отсечки двигателя. В завершении приводится обсуждение результатов с выявлением направлений дальнейшей работы.

---

[1] *Антон Игоревич Глущенко, к.т.н., доцент* (a.glushchenko@sf-misis.ru).
[2] *Владислав Анатольевич Петров, к.т.н.* (petrov.va@misis.ru).
[3] *Константин Андреевич Ласточкин, студент* (lastconst@yandex.ru).

Ключевые слова: электродвигатель постоянного тока, линеаризация обратной связью, второй метод Ляпунова, нестационарность, компенсация неизвестной динамики, качество управления, ограниченность сигнала управления.

1. Введение

Электродвигатели постоянного тока (ДПТ) независимого возбуждения благодаря простоте своей конструкции, низкой стоимости изготовления и легкости в управлении и обслуживании получили достаточно широкое распространение в различных областях промышленности и робототехники [3, 27, 28, 30]. На производствах ДПТ наиболее часто используются как тяговые агрегаты электровозов [7], приводы подъемно-крановых механизмов [1], прокатных станов [18, 41], буровых станков [8] и других технологических объектов [3, 27, 28]. В робототехнике ДПТ используются в качестве сервоприводов манипуляторов, исполнительных двигателей квадрокоптеров и колесных роботов различной конструкции [30]. В части из рассмотренных агрегатов ДПТ независимого возбуждения являются не регулируемыми и работают на постоянном напряжении питания как цепи якоря, так и цепи возбуждения [29]. Однако в наиболее ответственных механизмах они управляются по системе управляемый преобразователь – двигатель (УП-Д) [17, 29] с помощью тиристорных преобразователей различных фирм, таких как ABB, Siemens и других.

В настоящее время наиболее часто управление напряжением питания ДПТ производится с помощью тиристорных преобразователей, реализующих ШИМ. Сигнал управления при этом формируется в соответствии с принципом подчиненного регулирования координат [17, 26, 29, 38]. Данный принцип регулирования для управления электродвигателями был разработан и внедрен достаточно давно и до сегодняшнего времени не претерпел значительных изменений и доработок.

Согласно ему, для регулирования скорости вращения электродвигателя в первой зоне строится два контура управления. Внутренний – контур регулирования тока электрической машины и внешний – контур регулирования скорости. В этих контурах используются регуляторы П и ПИ типа, обеспечивающие качество управления, соответствующее настройкам контура на технический или симметричный оптимум [17, 26, 29, 50, 47]. Контур управления током чаще всего настраивается на технический оптимум [50], а контур управления скорости – на симметричный [47]. Коэффициенты регуляторов при таких настройках рассчитываются на основе информации о номинальных параметрах двигателя. Однако электропривод постоянного тока является нестационарным объектом ввиду флуктуаций его характеристик, которые обусловлены изменениями физических величин – омического сопротивления обмотки якоря, момента инерции, приведенного к валу двигателя [13]. Такая нестационарность характеристик приводит к ухудшению качества переходных процессов электропривода вследствие несоответствия коэффициентов регуляторов и параметров реального двигателя.

Вычислительных мощностей современных промышленных программируемых логических контроллеров (ПЛК) и микроконтроллерных устройств оказывается достаточно для практической реализации более сложных, но и более эффективных систем управления по сравнению с подчиненной схемой управления [2]. Это означает, что с точки зрения программно технической реализации барьеры для замены подчиненной системы управления на более эффективную практически отсутствуют. Именно поэтому в этой работе предлагается выполнить разработку системы управления электродвигателем постоянного тока, которая позволила бы улучшить его динамические характеристики путем компенсации влияния возникающих нестационарностей на качество управления.

На сегодняшний день существует достаточно большое количество научных исследований, посвященных повышению качества управления электродвигателем постоянного тока в условиях параметрической неопределенности. В целом, все эти работы можно разделить на две группы: 1) работы, в которых выполняется параметрическая настройка ПИД регуляторов в подчиненной системе управления; 2) работы, в которых предлагается использовать новые подходы к структурному или параметрическому синтезу закона управления электродвигателем постоянного тока. К первой группе работ относятся исследования, посвященные построению настройщиков регуляторов контура скорости и контура тока на базе искусственных нейронных сетей [4, 5, 10, 14, 23, 35], нечеткой логики [9, 12, 46, 49], второго метода Ляпунова [31, 37] и др. В работах второй группы производится применение к задаче управления электродвигателем постоянного тока результатов, полученных в теории скользящих режимов [21, 22, 25], теории синергетического управления [2, 4, 14], модального управления [33], бэкстеппинга [15, 34], преобразования с помощью обратной связи [6, 32] и др.

В данной работе предлагается выполнить построение системы управления электродвигателем постоянного тока с адаптивной компенсацией влияния нестационарностей с использованием метода преобразования с помощью обратной связи. При таком подходе объект управления охватывается линеаризующей обратной связью, которая выполняет его преобразование в каноническую форму Бруновского [16]. Закон управления для объекта в форме Бруновского строится с использованием метода решения обратной задачи динамики [42]. В этом случае он представляет собой сумму старшей степени эталонной модели и некоторого линейного регулятора, минимизирующего отклонение объекта от эталонной модели [42, 48]. Достоинством структурного синтеза закона управления на основе преобразования обратной связью является прямой учет номинальных параметров объекта при формировании закона управления им, что дает возможность ввести в математическое описание объекта регулирования неизвестную динамику, которая вызывается отклонением параметров объекта управления от номинальных [39]. Компенсация такой динамики и является главной целью синтеза системы управления в данном исследовании.

Сложность преобразования обратной связью двигателя постоянного тока заключается в необходимости учета при формировании управляющего воздействия физических ограничений на амплитудные значения тока и напряжения якоря электродвигателя. В работах [6, 32], посвященных такому преобразованию для ДПТ, оно строилось без учета этих ограничений. В данном же исследовании предлагается найти преобразующую обратную связь, позволяющую при управлении электродвигателем учитывать данные ограничения.

Далее влияние введенной неизвестной динамики предполагается скомпенсировать. Для этого в работе предлагается использовать адаптер, построенный по второму методу Ляпунова и выполняющий аппроксимацию функции неизвестной динамики [36, 42]. Компенсация влияния неизвестной динамики производится параметрически – вычитанием из реальной неизвестной динамики, аппроксимированной с помощью адаптера.

Сложность построения адаптера, аппроксимирующего неизвестную динамику, для двигателя постоянного тока заключается в действии на двигатель неизвестного возмущения – статического момента нагрузки. Воздействие такого рода возмущений негативно сказывается на устойчивости адаптера и приводит к дрейфу значений на его выходах [36, 45]. Для компенсации этого явления и придания свойств грубости адаптера в данной работе также исследован вопрос модификации формул настройки адаптера с помощью σ модификации [36, 40] и модификации мертвой зоной [36, 43].

Ранее подход, связанный с преобразованием объекта управления с помощью обратной связи, авторами данной работы был успешно применен для синтеза нелинейной системы управления двухколесным балансирующим роботом [11], а подход построения адаптивной системы управления по второму методу Ляпунова – для синтеза адаптера LQ оптимального регулятора состояний для уже упомянутого робота [44].

Структура работы устроена следующим образом. Сначала иллюстрируются недостатки подчиненной системы управления, и формулируется цель функционирования адаптивной системы управления. Далее описывается метод, предлагаемый для повышения качества управления ДПТ. Затем описывается процесс применения и модификации используемого метода для управления ДПТ.

2. Постановка задачи

2.1. МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРОПРИВОДА ПОСТОЯННОГО ТОКА С ПОСТОЯННЫМИ МАГНИТАМИ

В работе в качестве объекта управления рассматривается двигатель постоянного тока с независимым возбуждением при постоянном магнитном потоке и, следовательно, без учета переходных процессов цепи возбуждения (после их завершения). Математическая модель такого объекта описывается системой из трех дифференциальных уравнений [17, 26, 29]: 1) уравнения тиристорного преобразователя; 2) уравнения баланса напряжений якорной цепи; 3) основного уравнения механики электропривода.

$$(1)\qquad \begin{cases} T_\mu \dfrac{du_0}{dt} = -u_0 + K_{tr} u \\ \dfrac{dI}{dt} = -\dfrac{R}{L} I - \dfrac{k\Phi}{L}\omega + \dfrac{1}{L} u_0, \\ \dfrac{d\omega}{dt} = \dfrac{k\Phi}{J_\Sigma} I - \dfrac{1}{J_\Sigma} M_c; \end{cases}$$

$$u \in \left[-a;\ a\right];\ I \in \left[-b;\ b\right].$$

Здесь T_μ – постоянная времени тиристорного преобразователя, K_{tr} – коэффициент усиления тиристорного преобразователя, R – сопротивление якорной обмотки; L – индуктивность якорной обмотки; $k\Phi$ – конструкционный коэффициент двигателя; J_Σ – момент инерции, приведенный к валу двигателя; I – ток якорной цепи; ω – скорость вращения вала двигателя; u – напряжение, сформированное системой управления, u_0 – напряжение якорной цепи; M_c – момент нагрузки; a – номинальное напряжение двигателя; b – максимальный ток двигателя. Постоянная времени тиристорного преобразователя T_μ в системе дифференциальных уравнений (1) является наименьшей, поэтому на практике её принимают за некомпенсируемую постоянную времени системы, а для синтеза системы управления представляют систему уравнений (1) в виде (2).

$$u_0 = K_{tr}u$$

(2) $$\begin{cases} \dfrac{dI}{dt} = -\dfrac{R}{L}I - \dfrac{k\Phi}{L}\omega + \dfrac{K_{tr}}{L}u, \\ \dfrac{d\omega}{dt} = \dfrac{k\Phi}{J_\Sigma}I - \dfrac{1}{J_\Sigma}M_c \end{cases}$$

Наблюдаемыми координатами электропривода постоянного тока является ток якорной цепи I и скорость вращения ω.

2.2. ЦЕЛЬ РЕГУЛИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОПРИВОДА ПОСТОЯННОГО ТОКА

Задача регулирования не позиционного привода постоянного тока заключается в слежении за уставкой по скорости вращения вала двигателя в условиях действия статического момента нагрузки, влияния обратной ЭДС и присутствия ограничений на амплитудные значения тока якорной цепи и управляющего напряжения [17]. Управляемыми, как и наблюдаемыми, координатами электропривода при этом является ток якоря I и скорость ω. Соответственно цель регулирования этих координат можно сформулировать в виде (3).

(3) $$\lim_{t\to\infty}\left[I_{эм}(t) - I(t)\right] \to 0 \wedge \lim_{t\to\infty}\left[\omega_{эм}(t) - \omega(t)\right] \to 0$$

Здесь, $I_{эм}(t)$ и $\omega_{эм}(t)$ – требуемые значения тока и скорости. Чаще всего желаемое качество управления по данным координатам задается с помощью классических настроек на технический или симметричный оптимумы [26, 29]. В качестве эталонной модели, задающей требуемые значения тока и скорости, в этой работе, исходя из требований к быстродействию электропривода [17, 26, 29], предлагается использовать подчиненную систему регулирования скорости, рассчитанную для модели двигателя постоянного тока с номинальными параметрами (которые могут быть получены по паспортным данным конкретного ДПТ), с настроенным регулятором тока на технический оптимум, а регулятора скорости – на симметричный. При этом старшие степени эталонной модели по току и скорости можно найти путем дифференцирования вычисленных с их помощью эталонных значений скорости $\omega_{эм}(t)$ и тока $I_{эм}(t)$.

Соответственно, до тех пор, пока параметры реального ДПТ будут близки к номинальным, его выход будет максимально близок к выходу эталонной модели.

Структурная схема эталонной модели в виде подчиненной системы регулирования скорости с выполненной настройкой регуляторов представлена на рис.1. Выход регулятора скорости эталонной модели ограничен в соответствии с максимальным значением тока двигателя, выход регулятора тока ограничен значением номинального напряжения питания двигателя.

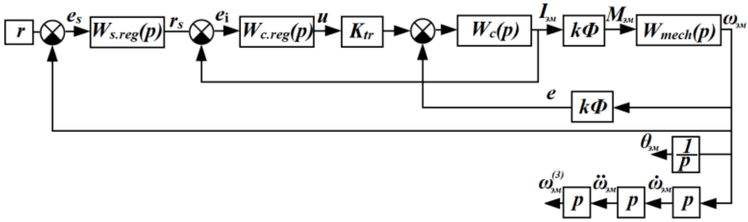

Рис.1. Структурная схема используемой эталонной модели

Здесь $W_{s.reg}(p)$ – передаточная функция ПИ-регулятора скорости ДПТ; $W_{c.reg}(p)$ – передаточная функция ПИ-регулятора тока ДПТ; r – задание по скорости вращения вала двигателя; e_s – рассогласование по скорости вращения; r_s – выход регулятора скорости и одновременно задание по току двигателя постоянного тока, e_i – рассогласование по току якоря, $I_{эм}$ – эталонное значение тока якоря, $M_{эм}$ – эталонное значение момента, $\theta_{эм}$ – эталонный угол положения вала, $\omega_{эм}$ – эталонная скорость вращения вала двигателя.

Таким образом, система управления двигателем постоянного тока должна обеспечивать выполнение целевого критерия (3) в условиях существования ограничений на ток и напряжение электродвигателя, при этом требуемое качество управления определяется приведенной на рис.1 схемой подчиненного регулирования.

2.3. ОПИСАНИЕ ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ

Для проведения анализа недостатков схемы подчиненного регулирования и дальнейших экспериментов в качестве объекта управления был выбран ДПТ MD25LHC. Параметры математической модели (2) двигателя были получены из каталожных данных ДПТ и путем идентификации: R= 8,35 Ом; L= 0,0416 Гн; K = 2,5; kФ = 0,08; J_{Σ} = 0,167 мккг·м^2; a = 10 В; b = 1 А.

2.4. АНАЛИЗ НЕДОСТАТКОВ СХЕМЫ ПОДЧИНЕННОГО УПРАВЛЕНИЯ КООРДИНАТАМИ ЭЛЕКТРОПРИВОДА

На сегодняшний день регулирование координат электропривода в управляемых преобразователях реализуется в виде схемы подчиненного управления (см. рис.1) с последовательной коррекцией контуров управления тока и скорости. Данная схема управления, бесспорно, обладает большим количеством достоинств, благодаря которым она и получила широкое распространение на практике: 1) возможность учета при формировании управления физических ограничений на максимальные значения тока и напряжения якоря двигателя; 2) возможность обеспечения астатизма первого порядка по скорости при настройке регулятора скорости на симметричный оптимум; 3) отсутствие необходимости использования производных от координат электропривода при формировании управляющего воздействия, что соответствует требованиям «помехозащищенности» реальных систем управления. Регулятор тока в данной схеме обычно настраивается на технический оптимум и структурно он представляет собой ПИ-регулятор (4).

$$(4)\quad W_{c.reg}\left(p\right)=\frac{L}{a_I T_{\mu} K_{tr}}+\frac{R}{a_I T_{\mu} K_{tr}\, p}=K_{PI}+\frac{K_{II}}{p}$$

Здесь a_I = 2 – стандартный коэффициент настройки на технический оптимум. Для электродвигателя с параметрами, приведенными в разделе 2.3, значения коэффициентов регулятора тока имеют следующие значения: K_{PI} = 8,33; K_{II} = 1670.

Регулятор скорости в такой схеме настраивается на технический или симметричный оптимум и записывается в виде передаточной функции П или ПИ регулятора соответственно.

Обычно системы автоматизированного электропривода требуют астатизма по скорости, поэтому чаще используют настройку на симметричный оптимум. В этом случае ПИ регулятор скорости описывается передаточной функцией (5).

$$(5)\quad W_{s.reg}\left(p\right)=\frac{J_{\Sigma}}{a_I^2 T_{\mu}^2 k\Phi}+\frac{J_{\Sigma}}{a_{\omega} a_I^2 T_{\mu}^2 k\Phi}=K_{P\omega}+\frac{K_{I\omega}}{p}$$

Здесь a_{ω} = 4 – стандартный коэффициент настройки на симметричный оптимум. Для электродвигателя с параметрами, приведенными в разделе 2.3, значения коэффициентов регулятора следующие: $K_{P\omega}$ = 0,052; K_{II} = 6,5.

Из уравнений (4-5) следует, что коэффициенты регуляторов координат электропривода зависят от значений его электрических и механических параметров. При этом коэффициенты ПИ-регулятора тока зависят от параметров электрической части двигателя и малой некомпенсируемой постоянной времени T_{μ}, а коэффициенты ПИ регулятора скорости – от параметров механической части, а также от малой некомпенсируемой постоянной времени T_{μ}. В реальных электроприводах, по экспертным оценкам [13], изменение параметров электрической части двигателя (в частности, сопротивления якоря R) в нормальном режиме работы может достигать 50% от номинальных значений. В то же время изменение параметров механической части электродвигателя (момента инерции приведенного к валу двигателя) может производиться как ступенчато, так и функционально от времени, и определяется типом механических передач конкретного механизма. Наиболее существенные изменения момента инерции возникают в таких механизмах, как намоточные машины в металлургических и целлюлозно-бумажных производствах, экскаваторы в горнодобывающей промышленности, а также в транспортных механизмах и манипуляторах. При таких нестационарностях механической и электрической части электропривода качество регулирования координат может существенно отличаться от требуемого.

На рис.2. приведено сравнение переходных процессов по скорости эталонной модели и электродвигателя с подчиненной системой регулирования. Эксперименты были проведены на математической модели описанного ранее электродвигателя. При этом приводится два графика переходных процессов (п/п), при получении первого момент инерции был увеличен в 2 раза, а при получении второго – уменьшен в 2 раза относительно номинального. В этом эксперименте сопротивление и индуктивность якоря также были увеличены на 50% от их номинальных значений.

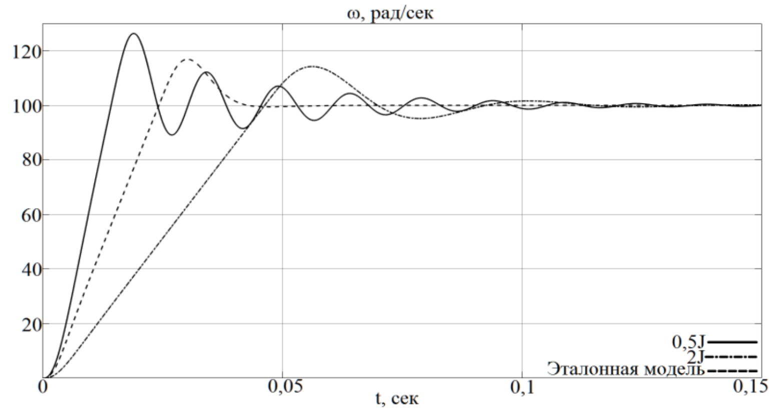

Рис.2. Сравнение п/п подчиненной системы управления с эталонными п/п при нестационарностях параметров электропривода

Рис.2 демонстрирует, что с увеличением момента инерции время переходного процесса электропривода по скорости увеличивается по сравнению с эталонным. Это объясняется учетом подчиненной системой управления ограничения на ток электродвигателя, из-за которого двигатель разгоняется с постоянным и максимальным ускорением, которое в режиме холостого хода (отсутствия момента нагрузки) может быть найдено из основного уравнения электродвигателя по формуле (6).

(6) $$\frac{d\omega}{dt} = \frac{k\Phi}{2J_{\Sigma}} b$$

Таким образом, при увеличении момента инерции от номинального значения или в любой другой ситуации, когда двигатель разгоняется с постоянным ускорением, с точки зрения целевого критерия (3) наилучшим можно считать переходный процесс с постоянным ускорением разгона (максимально возможным быстродействием), но с нулевой коллебательностью и отсутствием перерегулирования.

Также эксперимент, приведенный на рис.2, показывает, что с уменьшением момента инерции относительно номинального время переходного процесса уменьшается, увеличивается перерегулирование и возникают затухающие колебания. В этом случае, с точки зрения целевого критерия (3), наилучшим считается переходный процесс, совпадающий с эталонным.

Подчиненной системой регулирования при описанных нестационарностях электрических и механических параметров электропривода не обеспечивается желаемое с точки зрения целевого критерия (3) качество управления. Таким образом, в данной работе ставится задача разработки системы управления, позволяющей вести эффективное управление электроприводом с точки зрения выбранной цели в условиях наличия нестационарностей параметров электропривода.

3. Описание основного результата

Для решения поставленной задачи был использован метод построения адаптивной системы управления на основе комбинации решения обратной задачи динамики [36, 42, 48] и прямой компенсации нестационарностей с помощью адаптера, построенного по второму методу Ляпунова [36]. Построение такой системы управления состоит из двух основных этапов: 1) вычисление линеаризующей обратной связи и выделение с её помощью действия нестационарностей в отдельный класс неизвестной динамики; 2) параметрическая компенсация такого возмущения с помощью адаптера, построенного по второму методу Ляпунова.

3.1. РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ

Рассматривается задача управления одноканальными объектами n-ого порядка, которые описываются линейными дифференциальными уравнениями вида (7). Все n-1 производных от выхода объекта управления y считаются доступными для непосредственного измерения. Задача управления такими объектами заключается в обеспечении желаемого качества управления по выходу y.

$$\frac{d^n y}{dt^n} = -\hat{a}_1 \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} - \hat{a}_2 \frac{d^{n-2} y}{dt^{n-2}} - \ldots - \hat{a}_n y + \hat{b}_0 u \tag{7}$$

Здесь параметры, записанные с «^», являются известными номинальными параметрами рассматриваемого объекта управления и могут быть получены путем идентификации или из каталожных данных. Обратная связь, преобразующая объект управления (7) в каноническую форму Бруновского (8), задается уравнением (9).

$$\frac{d^n y}{dt^n} = v \tag{8}$$

$$u = \frac{1}{\hat{b}_0}\left[v + \hat{a}_1 \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \hat{a}_2 \frac{d^{n-2} y}{dt^{n-2}} + \ldots + \hat{a}_n y \right] \tag{9}$$

Здесь v – псевдоуправление, выбирая которое и осуществляется решение обратной задачи динамики для объекта (7). Определение выражения для вычисления псевдоуправления в данной работе выполняется путем решения задачи слежения за эталонной моделью [42]. На этом этапе часто производится повышение порядка астатизма исходного объекта управления (7). В этом случае он представляется в виде (10), а эталонная модель описывается дифференциальным уравнением порядка $n+1$, которое записывается в согласованном с объектом управления (10) виде (11).

$$\frac{d^n y}{dt^n} = -\hat{a}_1 \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} - \hat{a}_2 \frac{d^{n-2} y}{dt^{n-2}} - \ldots - \hat{a}_n y - 0 \cdot \int y \; dt + \hat{b}_0 u \tag{10}$$

$$\begin{gathered} \frac{d^n y_{эм}}{dt^n} = -a_1^{эм} \frac{d^{n-1} y_{эм}}{dt^{n-1}} - a_2^{эм} \frac{d^{n-2} y_{эм}}{dt^{n-2}} - \ldots - a_n^{эм} y - \\ -a_{n+1}^{эм} \int y_{эм} dt + a_{n+1}^{эм} r \end{gathered} \tag{11}$$

Ошибки слежения объекта (10) за эталонной моделью (11) описываются системой дифференциальных уравнений (12).

$$(12)\quad \begin{cases} \int e\ dt = \int y\ dt - \int y_{эм} dt \\ e = y - y_{эм} \\ \vdots \\ \dfrac{d^n e}{dt^n} = \dfrac{d^n y}{dt^n} - \dfrac{d^n y_{эм}}{dt^n} \end{cases}$$

Желаемое поведение ошибок слежения (12) задается устойчивым по Гурвицу дифференциальным уравнением (13).

$$(13)\quad \frac{d^n e}{dt^n} = -K_{D^{n-1}} \frac{d^{n-1} e}{dt^{n-1}} - K_{D^{n-2}} \frac{d^{n-2} e}{dt^{n-2}} - \ldots - K_P e - K_I \int e\ dt$$

При подстановке описания объекта управления в преобразованной форме (10) с учетом (9), а также выражения, описывающего желаемое поведение ошибок слежения (13), в последнее уравнение системы (12) имеем выражение (14) для вычисления псевдоуправления v.

$$v = \frac{d^n y_{эм}}{dt^n} + \frac{d^n e}{dt^n} =$$

$$(14)\quad = \frac{d^n y_{эм}}{dt^n} - K_{D^{n-1}} \frac{d^{n-1} e}{dt^{n-1}} - K_{D^{n-2}} \frac{d^{n-2} e}{dt^{n-2}} - \ldots - K_P e -$$

$$-K_I \int e\ dt$$

Введем описание реального объекта управления (15), считая, что его порядок постоянен и равен n. Параметры, записанные с «*», являются неизвестными текущими реальными параметрами объекта управления. Они связаны с номинальными параметрами объекта выражением (16).

$$(15)\quad \frac{d^n y}{dt^n} = -a_1^* \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} - a_2^* \frac{d^{n-2} y}{dt^{n-2}} - \ldots - a_n^* y - 0 \cdot \int y\ dt + b_0^* u$$

$$(16)\quad a_1^* = \hat{a}_1 - \Delta_1;\ a_2^* = \hat{a}_2 - \Delta_2;\ a_n^* = \hat{a}_n - \Delta_n;\ b_0^* = \hat{b}_0 - \Delta_0$$

Здесь, Δ_0, Δ_1, Δ_2, …, Δ_n – неизвестные знакопеременные функции времени или мгновенные приращения параметров объекта управления, отличающие реальный объект управления (15) с неизвестными параметрами от его математической модели (10) с номинальными параметрами. С учетом выражения (16) подставим в уравнение реального объекта управления (15) закон управления (9). В итоге будет получено выражение (17).

$$\frac{d^n y}{dt^n} = v - \left(\frac{\Delta_0 \hat{a}_1}{\hat{b}_0} - \Delta_1 \right) \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} - \left(\frac{\Delta_0 \hat{a}_2}{\hat{b}_0} - \Delta_2 \right) \frac{d^{n-2} y}{dt^{n-2}} - \ldots - \left(\frac{\Delta_0 \hat{a}_n}{\hat{b}_0} - \Delta_n \right) y - \frac{\Delta_0}{\hat{b}_0} v \tag{17}$$

Полученное уравнение может быть представлено в пространстве координат состояний в виде (18).

$$\dot{x} = Ax + B\left[v - F^T \Theta \right]$$

$$x = \begin{bmatrix} \int y \; dt \\ y \\ \vdots \\ y^{n-2} \\ y^{n-1} \end{bmatrix}; \Theta = \begin{bmatrix} v \\ x \end{bmatrix}; A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \tag{18}$$

$$F = \left[\frac{\Delta_0}{\hat{b}_0}, 0, \frac{\Delta_0 \hat{a}_n}{\hat{b}_0} - \Delta_n, \cdots, \frac{\Delta_0 \hat{a}_2}{\hat{b}_0} - \Delta_2, \frac{\Delta_0 \hat{a}_1}{\hat{b}_0} - \Delta_1 \right]^T;$$

Таким образом, неизвестная динамика по координатам состояния и псевдоуправлению $F^T\Theta$ препятствует «приравниванию» старшей степени производной от выхода объекта управления к желаемому значению, задаваемому псевдоуправлением v (т.е качественному решению обратной задачи динамики). При этом нестационарности влияют и на корни характеристического полинома объекта, и на его коэффициент усиления. Для борьбы с этим предлагается выполнить параметрическую компенсацию неизвестной динамики с помощью настраиваемой с помощью адаптера компенсационной добавки.

3.2. ПОСТРОЕНИЕ АДАПТЕРА ДЛЯ ПРЕОБРАЗОВАННОГО ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ ОБЪЕКТА

Для построения адаптера, компенсирующего влияние нестационарностей, представим эталонную модель (11) в пространстве координат состояний (19).

(19)
$$\dot{x}_{эм} = A_{эм} x_{эм} + B_{эм} r$$
$$x_{эм} = \left[\int y_{эм}\, dt \quad y_{эм} \quad \cdots \quad y_{эм}^{n-2} \quad y_{эм}^{n-1} \right]^T;$$
$$A_{эм} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_{n+1}^{эм} & -a_n^{эм} & -a_{n-1}^{эм} & \cdots & -a_1^{эм} \end{bmatrix}; B_{эм} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ a_{n+1}^{эм} \end{bmatrix};$$

Для компенсации действия неизвестной динамики $F^T\Theta$ добавим в закон формирования преобразующей обратной связи (9) компенсирующую добавку – выражение (20).

(20) $$u = \frac{1}{\hat{b}_0} \left[v + \hat{a}_1 \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \hat{a}_2 \frac{d^{n-2} y}{dt^{n-2}} + \ldots + \hat{a}_n y \right] + \hat{F}^T \Theta$$

Тогда, с учетом выражения (20), объект управления может быть записан в виде (21). Здесь F с «^» – настраиваемые коэффициенты компенсирующей добавки, F – идеальные коэффициенты неизвестной динамики. F с волоной – их разница.

(21)
$$\dot{x} = Ax + B\left[v + b_0^* \tilde{F}^T \Theta \right]$$
$$\tilde{F} = \hat{F} - \frac{F}{b_0^*} = \hat{F} - K$$

Уравнение в отклонениях между объектом управления (21) и эталонной моделью (19) записывается в виде (22) с учетом закона формирования псевдоуправления v.

(22)
$$\dot{e} = \tilde{A} e + B b_0^* \tilde{F}^T \Theta$$
$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -K_I & -K_P & -K_D & \cdots & -K_{D^{n-1}} \end{bmatrix}$$

Законы выбора компенсирующих добавок должны обеспечивать устойчивость замкнутой системы (22). Для этого выбрана кандидат в функции Ляпунова в виде (23).

(23) $V\left(e,\tilde{F}\right)=e^T Pe+\left|b_0^*\right|\tilde{F}^T\Gamma_1\tilde{F}$

Здесь P – матрица, полученная решением уравнения Ляпунова (24), Γ_1 – диагональная матрица.

(24) $\tilde{A}^T P+P\tilde{A}=-Q$

Здесь Q – симметричная положительно определенная матрица. Производная кандидата в фукнции Ляпунова (23) записывается в виде (25).

(25)
$$\begin{aligned}\dot{V}\left(e,\tilde{F}\right)&=e^T\left(\tilde{A}^T P+P\tilde{A}\right)e+2e^T PBb_0^*\,\tilde{F}^T\Theta+2\left|b_0^*\right|\tilde{F}^T\Gamma_1\dot{\tilde{F}}=\\&=-e^T Qe+\tilde{F}\left(2\Theta e^T PBb_0^*+2\left|b_0^*\right|\Gamma_1\dot{\tilde{F}}\right)\end{aligned}$$

Условие асимптотической устойчивости системы (22) будет обеспечено, если выполняется равенство, задаваемое выражением (26).

(26) $2\Theta e^T PBb_0^*+2\left|b_0^*\right|\Gamma_1\dot{\tilde{F}}=0$

Данное равенство будет выполнено, если производить корректировку компенсирующей добавки по формуле (27). При этом подразумевается, что матрица нестационарностей F не изменяется или ее изменение происходит медленнее, чем длительность переходных процессов в объекте управления.

(27) $\dot{\tilde{F}}=\dot{\hat{F}}-\dot{K}=-\Gamma_1^{-1}\mathrm{sgn}\left(b_0^*\right)\Theta e^T PB\Rightarrow\dot{\hat{F}}=-\Gamma_1^{-1}\mathrm{sgn}\left(b_0^*\right)\Theta e^T PB$

Формулой (27) в общем виде, в условиях отсутствия постоянного возбуждения, не гарантируется сходимость компенсирующих добавок к истинным значениям неизвестной динамики. Однако с их помощью обеспечивается устойчивость системы управления (22) в условиях наличия неизвестной динамики, а, следовательно, по лемме Барбалата [42] – асимптотическая сходимость ошибки e к нулю, а переходных процессов объекта управления – к желаемым, что и требовалось согласно поставленной цели.

При этом достаточно знать лишь знак коэффициента усиления объекта управления.

4. Применение основных результатов для управления электродвигателем постоянного тока

Для синтеза по представленной в разделе 3 методике системы управления электродвигателем постоянного тока необходимо: 1) выполнить его преобразование с помощью обратной связи; 2) ввести неизвестную динамику; 3) по второму методу Ляпунова построить адаптер, выполняющий её компенсацию; 4) проверить устойчивость полученной системы управления.

4.1. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ ЭЛЕКТРОПРИВОДА ПОСТОЯННОГО ТОКА

Сложность преобразования обратной связью двигателя постоянного тока заключается в необходимости учета при формировании управления на двигатель ограничений на максимальные значения тока якоря и напряжения питания. В этом разделе статьи будет выполняться поиск такого преобразования.

Как было сказано ранее, наблюдаемыми координатами электропривода постоянного тока является ток якорной цепи I и скорость вращения вала ω. Соответственно преобразование обратной связью электропривода постоянного тока возможно тремя путями – по координатам тока якоря, по координатам скорости вращения вала двигателя или путем сочетания обоих подходов. Далее преобразование двигателя постоянного тока к форме Бруновского будет осуществлено всеми тремя методами, а также будет проведен анализ недостатков полученных схем.

4.1.1. РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ ПО МЕХАНИЧЕСКИМ КООРДИНАТАМ ДПТ

Сначала выполним преобразование обратной связью двигателя постоянного тока по механической координате – скорости вращения вала. Как видно из математического описания ДПТ (2), координата скорости напрямую не зависит от управляющего воздействия, но зависит от тока якоря, который, в свою очередь, зависит от прикладываемого к якорю напряжения. Для преобразования обратной связью необходима прямая связь между управляющим воздействием и регулируемой координатой.

Чтобы получить такую связь (28) продифференцируем второе уравнение системы (2).

$$(28)\quad \frac{d^2\omega}{dt^2}=\frac{k\Phi}{J_\Sigma}\frac{dI}{dt}-\frac{1}{J_\Sigma}\dot{M}_c$$

Подставив в него первое уравнение системы (2), получим дифференциальное уравнение (29), описывающее одновременно и механическую и электромеханическую части двигателя постоянного тока.

$$(29)\quad \frac{d^2\omega}{dt^2}=-\frac{Rk\Phi}{LJ_\Sigma}I-\frac{k\Phi^2}{LJ_\Sigma}\omega+\frac{K_{tr}k\Phi}{J_\Sigma L}u-\frac{1}{J_\Sigma}\dot{M}_c$$

Из второго уравнения системы (2) выразим выражение (30) для вычисления тока через скорость вращения вала двигателя.

$$(30)\quad I=\frac{J_\Sigma}{k\Phi}\frac{d\omega}{dt}+\frac{1}{k\Phi}M_c$$

Подставим полученное уравнение (30) в (29). Таким образом, имеем дифференциальное уравнение (31), описывающее связь координат скорости двигателя и напряжения его питания.

$$(31)\quad \frac{d^2\omega}{dt^2}=-\frac{R}{L}\frac{d\omega}{dt}-\frac{k\Phi^2}{LJ_\Sigma}\omega+\frac{K_{tr}k\Phi}{J_\Sigma L}u-\frac{1}{J_\Sigma}\dot{M}_c-\frac{R}{LJ_\Sigma}M_c$$

Уравнение (31) может быть преобразовано с помощью обратной связи (32). В ней не учитывается M_c ввиду невозможности его измерения, а, следовательно, и прямой параметрической компенсации с помощью обратной связи.

$$(32)\quad u=\frac{J_\Sigma L}{K_{tr}k\Phi}\left(v+\frac{R}{L}\frac{d\omega}{dt}+\frac{k\Phi^2}{LJ_\Sigma}\omega\right)$$

Здесь, v – псевдоуправление (33). Его синтез осуществляется по описанной в разделе 3.1 методике. При этом рассматривается случай, когда в уравнении (31) отсутствует нагрузка (M_c и его первая производная равны нулю).

$$(33)\quad v=\ddot{\omega}_{эм.\omega}-K_D\left(\dot{\omega}-\dot{\omega}_{эм.\omega}\right)-K_P\left(\omega-\omega_{эм.\omega}\right)-K_I\left(\theta-\theta_{эм.\omega}\right)$$

Здесь, θ – угол поворота вала двигателя, K_P, K_I и K_D – коэффициенты ПИД регулятора, с помощью которого в данной схеме обеспечивается инвариантность качества управления к наличию параметрически не скомпенсированного обратной связью (32) статического момента нагрузки M_c. Коэффициенты выбираются из условия устойчивости по Гурвицу дифференциального уравнения (34).

(34) $\ddot{\omega}-\ddot{\omega}_{эм.\omega}=-K_D\left(\dot{\omega}-\dot{\omega}_{эм.\omega}\right)-K_P\left(\omega-\omega_{эм.\omega}\right)-K_I\left(\theta-\theta_{эм.\omega}\right)$

Эксперименты по применению преобразующего управления (32) с законом формирования псевдоуправления (33) были проведены на математической модели описанного ранее электродвигателя (см. пп.2.3). Суть экспериментов заключалась в разгоне двигателя до некоторой постоянной скорости вращения и приложении в установившемся режиме работы момента нагрузки (*0,08 Н*), соответствующему току отсечки двигателя с последующим его снятием через 0,1 секунды. При этом управляющее воздействие, формируемое разработанной системой по закону (32) ограничивалось в допустимом диапазоне. Под моментом, соответствующим току отсечки двигателя, здесь и далее понимается момент, для компенсации которого требуется ток, равный максимальному току двигателя (для MD25LHC – 1 А). На Рис.3 представлены переходные процессы двигателя постоянного тока по скорости вращения вала двигателя, полученные в таком эксперименте.

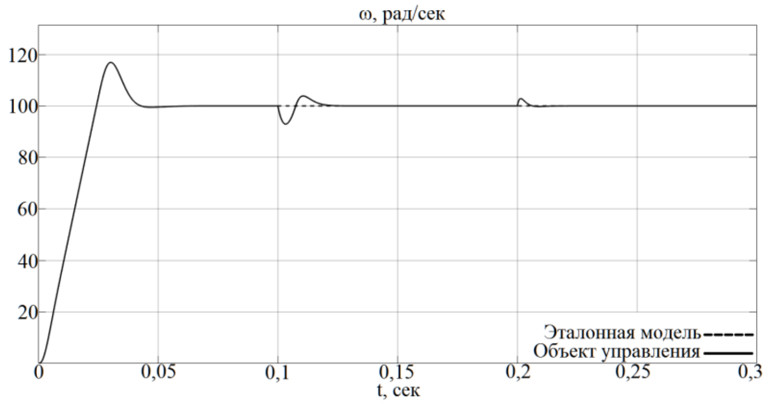

Рис.3 Переходные процессы по скорости двигателя постоянного тока

На Рис.4 представлены переходные процессы ДПТ по току якоря в данном эксперименте.

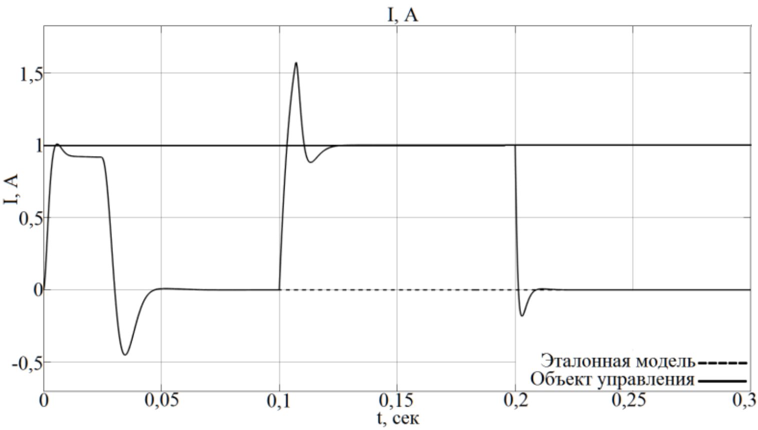

Рис.4 Переходные процессы по току якоря

По переходной характеристике по скорости Рис.3 можно сделать вывод о том, что разработанная система управления обеспечивает заданное эталонной моделью качество регулирования при разгоне электродвигателя, а при набросе и снятии момента нагрузки обеспечивается его компенсация без статической ошибки. Однако, ток якоря, как видно из Рис.4, превышает допустимое по модулю значение 1 А. В системах управления электроприводами даже кратковременное превышение током допустимого значения может приводить к срабатыванию аппаратов электрической защиты, поэтому в реальных системах управления электроприводом необходимо выполнять его контроль и ограничение. Полученный закон управления (32) с алгоритмом вычисления псевдоуправления (33) формирует управляющее воздействие с учетом только координат механики электропривода, следовательно, в полученной системе управления выполнить ограничение тока якоря невозможно. Для решения этой проблемы рассмотрим возможность преобразования двигателя постоянного тока обратной связью по его электрическим координатам.

4.1.2. РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ ПО ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ КООРДИНАТАМ ДПТ

Из второго уравнения математического описания (2) двигателя следует, что электрические координаты двигателя зависят от прикладываемого напряжения, однако в этом уравнении присутствуют и координата механики – скорость вращения вала. Для преобразования обратной связью перепишем данное уравнение в виде, содержащем только электрические координаты. Для этого проинтегрируем второе уравнение системы (2), получив (35), и подставим его в первое уравнение системы (2), получив (36).

$$(35)\quad \omega = \frac{k\Phi}{J_\Sigma}\int I dt - \frac{1}{J_\Sigma}\int M_c dt$$

$$(36)\quad \frac{dI}{dt} = -\frac{R}{L}I - \frac{k\Phi^2}{J_\Sigma L}\int I\ dt - \frac{k\Phi}{LJ_\Sigma}\int M_c\ dt + \frac{K_{tr}}{L}u,$$

Полученное уравнение без учета действия момента нагрузки (M_c рассматривается равным нулю) может быть преобразовано с помощью обратной связи (37).

$$(37)\quad u = \frac{L}{K_{tr}}\left(v + \frac{R}{L}I + \frac{k\Phi^2}{J_\Sigma L}\int I\ dt\right)$$

Здесь v – псевдоуправление (38). Его синтез осуществляется по описанной в разделе 3.1 методике. При этом рассматривается случай, когда в уравнении (36) отсутствует нагрузка (M_c равен нулю).

$$(38)\quad \begin{aligned} v = \dot{I}_{эм} - K_D\left(I - I_{эм}\right) - K_P\left(\int I\ dt - \int I_{эм}\ dt\right) - \\ -K_I\left(\int\int I\ dt - \int\int I_{эм}\ dt\right) \end{aligned}$$

Здесь, K_P, K_I и K_D – коэффициенты ПИД регулятора, с помощью которого в данной схеме обеспечивается инвариантность качества управления к наличию параметрически не компенсированного обратной связью (37) статического момента нагрузки M_c. Коэффициенты выбираются из условия устойчивости по Гурвицу дифференциального уравнения (39).

$$\dot{I} - \dot{I}_{эм} = -K_D\left(I - I_{эм}\right) - K_P\left(\int I\ dt - \int I_{эм}\ dt\right) - \tag{39}$$
$$-K_I\left(\int\int I\ dt - \int\int I_{эм}\ dt\right)$$

Эксперименты по применению разработанной системы управления были проведены на математической модели описанного ранее электродвигателя (см. пп.2.3). Суть экспериментов совпадает с опытами, приведенными в пп.4.1.1. При этом управляющее воздействие, формируемое разработанной системой по закону (37) с вычислением псевдоуправления по формуле (38), ограничивалось в допустимом диапазоне. На Рис.5 представлены переходные процессы двигателя постоянного тока по скорости вращения вала двигателя, полученные в таком эксперименте.

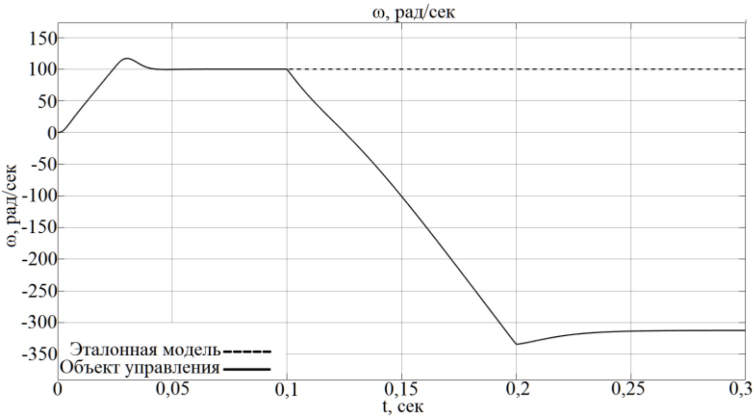

Рис.5 Переходные процессы по скорости ДПТ

На Рис.6 представлены переходные процессы двигателя постоянного тока по току якоря в данном эксперименте.

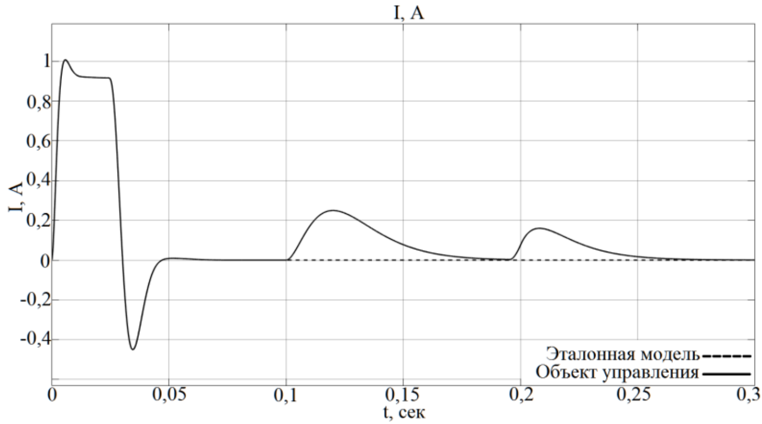

Рис.6 Переходные процессы по току якоря

Из переходной характеристики по скорости двигателя Рис.5 следует, что разработанная система управления обеспечивает требуемое качество управления при разгоне с отсутствующим моментом нагрузки, но при его приложении не обеспечивает его компенсацию. Эта ситуация возникает ввиду того, что полученный закон управления (37) с алгоритмом вычисления псевдоуправления (38) формирует управляющее воздействие с учетом только электрических координат электропривода, а, следовательно, в полученной системе управления инвариантность к возмущениям (моменту нагрузки), действующим на механические координаты двигателя, является недостижимой.

Переходная характеристика по току якоря (Рис.6) демонстрирует способность разработанной системы управления отслеживать требуемое качество управления по току во время переходного процесса разгона двигателя. При этом при приложении момента нагрузки, как видно, производится компенсация его влияния на качество регулирования на электрические координаты двигателя.

4.1.3. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ ДПТ С ВЫПОЛНЕННОЙ НАСТРОЙКОЙ КОНТУРА ТОКА НА ТЕХНИЧЕСКИЙ ОПТИМУМ

Обе схемы управления, построенные на основе преобразования ДПТ обратной связью либо только по механическим, либо только по электрическим координатам двигателя, обладают существенными недостатками. В схеме с преобразованием по механическим координатам не выполняется ограничение амплитудного значения тока двигателя, а в схеме с преобразованием по электрическим координатам двигателя не выполняется компенсация влияния момента нагрузки на качество регулирования скорости. Поэтому для устранения этих недостатков далее предлагается построить систему управления, учитывающую ограничения на максимальный ток двигателя, но при этом способную компенсировать влияние момента нагрузки на скорость вращения вала двигателя. Для достижения данной цели рассмотрим приведенную на Рис.7 систему регулирования двигателя постоянного тока с выполненной настройкой контура тока на технический оптимум по формуле (4) [26, 47, 50].

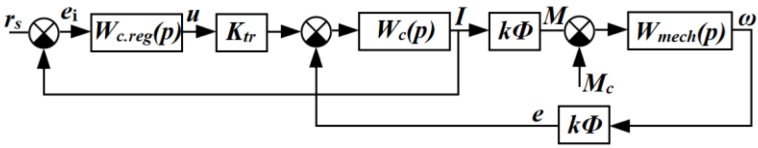

Рис.7 Структурная схема двигателя постоянного тока с коррекцией контура тока

Здесь $W_{mech}(p)$ – передаточная функция, описывающая механическую часть электропривода в соответствии со вторым уравнением системы (2), $W_c(p)$ – передаточная функция, описывающая якорную цепь электропривода, M – момент, развиваемый двигателем, e_i – рассогласование по току якорной цепи. Регулятор тока, задаваемый передаточной функцией $W_{c.reg}(p)$ (ПИ-регулятор) выполняет регулирование тока в соответствии с заданием r_s, формируемым контуром управления скоростью (не показан на рисунке, и именно его предлагается разработать с помощью преобразования схемы обратной связью). Выход регулятора тока *u* ограничивается значением максимального напряжения, задание по току r_s, также ограничивается значением максимального тока двигателя. Данную схему от рассмотренных ранее отличает наличие отрицательной обратной связи по току, а значит – и его ограничение в соответствии с заданием r_s. Задающее значение тока в такой схеме обычно формируется внешним контуром управления скоростью электродвигателя. Таким образом достигается компенсация влияния момента нагрузки на механические координаты электродвигателя. Далее рассмотрим возможные варианты построения контура управления скоростью электродвигателя с помощью преобразования обратной связью данной схемы.

4.1.3.1. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕОРИИ РАЗДЕЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЙ

Суммарная постоянная времени внутреннего замкнутого контура регулирования тока всегда меньше постоянной времени передаточной функции $W_{mech}(p)$, описывающей механику электродвигателя и определяемой исключительно значением момента инерции, приведенным к валу двигателя. Фактически это означает, что переходные процессы по электрическим координатам двигателя завершаются существенно быстрее, чем по механическим. А это позволяет при разработке системы управления координатами механики электродвигателя не учитывать замкнутый контур регулирования тока. В таком случае механика электродвигателя может быть описана уравнением (40).

$$(40)\quad \frac{d\omega}{dt} = \frac{k\Phi}{J_\Sigma} r_s - \frac{1}{J_\Sigma} M_c$$

Полученное уравнение без учета действия момента нагрузки (M_c равен нулю) может быть преобразовано с помощью обратной связи (41).

$$(41)\quad r_s = \frac{J_\Sigma}{k\Phi} v$$

Здесь v – псевдоуправление (42), его синтез осуществляется по описанной в разделе 3.1 методике. При этом рассматривается случай, когда в уравнении (40) отсутствует нагрузка (M_c равен нулю).

(42) $$v = \dot{\omega}_{\omega.эм} - K_P\left(\omega_{\omega.эм} - \omega\right) - K_I\left(\theta_{\omega.эм} - \theta\right)$$

Здесь K_P, K_I – коэффициенты ПИ-регулятора, с помощью которого в данной схеме обеспечивается инвариантность качества управления к наличию параметрически не компенсированного обратной связью (41) статического момента нагрузки M_c. Коэффициенты регулятора выбираются из условия устойчивости по Гурвицу дифференциального уравнения (43).

(43) $$\dot{\omega} - \dot{\omega}_{\omega.эм} = -K_P\left(\omega_{\omega.эм} - \omega\right) - K_I\left(\theta_{\omega.эм} - \theta\right)$$

Эксперименты по применению разработанной системы управления были проведены на математической модели описанного ранее электродвигателя (см. пп.2.3). Суть экспериментов совпадает с приведенной в пп.4.1.1. При этом управляющее воздействие, формируемое разработанной системой по закону (41) с вычислением псевдоуправления по формуле (42), ограничивалось в допустимом диапазоне. На Рис.8 представлены переходные процессы двигателя постоянного тока по скорости вращения вала двигателя, полученные в таком эксперименте.

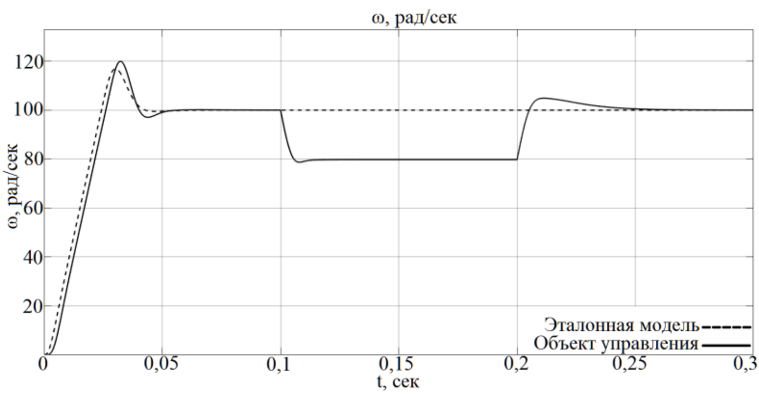

Рис.8 Переходные процессы по скорости ДПТ

На Рис.9 представлены переходные процессы двигателя постоянного тока по току якоря в данном эксперименте.

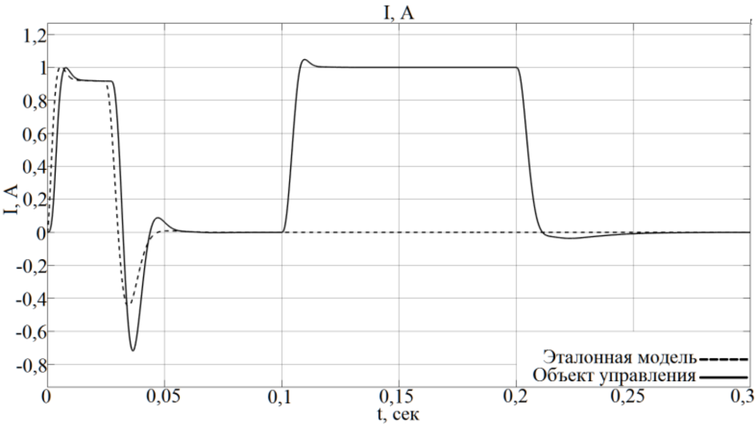

Рис.9 Переходные процессы по току якоря

Из представленных переходных процессов по току и скорости вращения вала двигателя видно, что с помощью разработанной системы управления удалось выполнить как ограничение тока якоря, так и компенсацию действия статического момента. Компенсация действия статического момента выполняется со статической ошибкой, так как прикладывается момент, соответствующий току отсечки двигателя, при действии которого статическую ошибку компенсировать невозможно ввиду наличия ограничения на максимальный ток двигателя, реализованного с помощью регулятора тока. Также из приведенных графиков видно, что во время переходного процесса наблюдается отставание переходной характеристики объекта от переходной характеристики эталонной модели, которое вызывается инерционностью контура регулирования тока (запаздывания сигнала управления r_s при прохождении через контур тока). Для компенсации этого явления далее произведем преобразование обратной связью двигателя постоянного тока с выполненной настройкой контура тока на технический оптимум и учетом инерционности контура тока.

4.1.3.2. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ С УЧЕТОМ ИНЕРЦИОННОСТИ КОНТУРА ТОКА

Для учета инерционности контура тока выполним преобразование обратной связью всей системы, изображенной на Рис.7. Для этого сначала запишем её передаточную функцию (44), которая описывает связь между выходом регулятора скорости r_s и самой скоростью ω. При этом, для проведения синтеза, обратную связь по противо-ЭДС разорвем и не будем учитывать влияние момента нагрузки.

(44)
$$W_{cl}(p) = W_{mech}(p)k\Phi\,\frac{W_c(p)K_{tr}W_{c.reg}(p)}{1+W_c(p)K_{tr}W_{c.reg}(p)} = \\ = \frac{J_\Sigma^{-1}k\Phi K_{tr}T_{el}^{-1}R^{-1}\left(K_{PI}p+K_{II}\right)}{p^3+T_{el}^{-1}\left(1+K_{tr}K_{PI}R^{-1}\right)p^2+T_{el}^{-1}R^{-1}K_{tr}K_{II}\,p}$$

Здесь $W_{cl}(p)$ – передаточная функция замкнутой системы, T_{el} – постоянная времени якорной цепи, K_{PI} и K_{II} – коэффициенты ПИ-регулятора тока (4). Выполнив обратное преобразование Лапласа $p \to d/dt$, перейдем в дифференциальное описание (45).

(45)
$$\frac{d^3\Omega}{dt^3} = -\frac{1}{T_{el}}\left(1+\frac{K_{tr}K_{PI}}{R}\right)\frac{d^2\Omega}{dt^2} - \frac{K_{tr}K_{II}}{T_{el}R}\frac{d\Omega}{dt} + A(r_s)$$

Здесь Ω – скорость вращения вала двигателя без учета момента нагрузки, $A(r_s)$ – полином (46), описывающий динамику управляющего воздействия r_s.

(46)
$$A(r_s) = \left[J_\Sigma^{-1}k\Phi K_{tr}T_{el}^{-1}R^{-1}\left(K_{PI}p+K_{II}\right)\right]r_s = \frac{k\Phi K_{tr}}{J_\Sigma T_{el}R}A(p)r_s$$

Влияние момента нагрузки на третью производную скорости (45) получим путем переноса сумматора (см. рис.7) через передаточную функцию механической части электродвигателя $W_{mech}(p)$ и дифференцирования полученной суммы до прямой связи с третьей производной скорости – (47).

(47)
$$\dddot{\omega} = \dddot{\Omega} - \frac{1}{J_\Sigma}\ddot{M}_c$$

Здесь ω – скорость вращения вала двигателя с учетом момента нагрузки. Таким образом, модель двигателя постоянного тока с выполненной коррекцией контура тока и с учетом действия момента нагрузки может быть описана дифференциальным уравнением (48).

(48) $$\frac{d^3\omega}{dt^3} = -\frac{1}{T_{el}}\left(1 + \frac{K_{tr}K_{PI}}{R}\right)\frac{d^2\omega}{dt^2} - \frac{K_{tr}K_{II}}{T_{el}R}\frac{d\omega}{dt} - \frac{1}{J_\Sigma}\ddot{M}_c + A(r_s)$$

Дифференциальное уравнение (48) без учета действия момента нагрузки (вторая производная M_c равна нулю) и описание динамики управления (46) позволяют записать преобразующее управление в виде (49).

(49) $$r_s = W_g(p)\left[\frac{J_\Sigma T_{el}R}{k\Phi K_{tr}}\left(v + \frac{1}{T_{el}}\left(1 + \frac{K_{tr}K_{PI}}{R}\right)\frac{d^2\omega}{dt^2} + \frac{K_{tr}K_{II}}{T_{el}R}\frac{d\omega}{dt}\right)\right]$$

Здесь v – псевдоуправление (50), его синтез осуществляется по описанной в разделе 3.1 методике. При этом, рассматривается случай, когда в уравнении (48) отсутствует нагрузка. $W_g(p)$ – передаточная функция, обратная полиному $A(p)$, позволяющая скомпенсировать инерционность передаточной функции (44) по управлению r_s.

(50) $$\begin{aligned} v = \dddot{\omega}_{\omega.эм} - K_{DD}\left(\ddot{\omega} - \ddot{\omega}_{\omega.эм}\right) - K_D\left(\dot{\omega} - \dot{\omega}_{\omega.эм}\right) - \\ - K_P\left(\omega - \omega_{\omega.эм}\right) - K_I\left(\theta - \theta_{\omega.эм}\right) \end{aligned}$$

Здесь K_P, K_I, K_D, K_{DD} – коэффициенты ПИДД регулятора, с помощью которого в данной схеме обеспечивается инвариантность качества управления к наличию параметрически не скомпенсированного обратной связью (49) статического момента нагрузки M_c. Коэффициенты регулятора выбираются из условия устойчивости по Гурвицу дифференциального уравнения (51).

(51) $$\begin{aligned} \dddot{\omega} - \dddot{\omega}_{\omega.эм} = -K_{DD}\left(\ddot{\omega} - \ddot{\omega}_{\omega.эм}\right) - K_D\left(\dot{\omega} - \dot{\omega}_{\omega.эм}\right) - \\ - K_P\left(\omega - \omega_{\omega.эм}\right) - K_I\left(\theta - \theta_{\omega.эм}\right) \end{aligned}$$

Эксперименты по применению разработанной системы управления были проведены на математической модели описанного ранее электродвигателя (см. пп.2.3). Суть экспериментов совпадает с опытами, приведенными в пп.4.1.1. При этом управляющее воздействие, формируемое разработанной системой по закону (49) с вычислением псевдоуправления по формуле (50), ограничивалось в допустимом диапазоне. На Рис.10 представлены переходные процессы двигателя постоянного тока по скорости вращения вала двигателя, полученные в таком эксперименте.

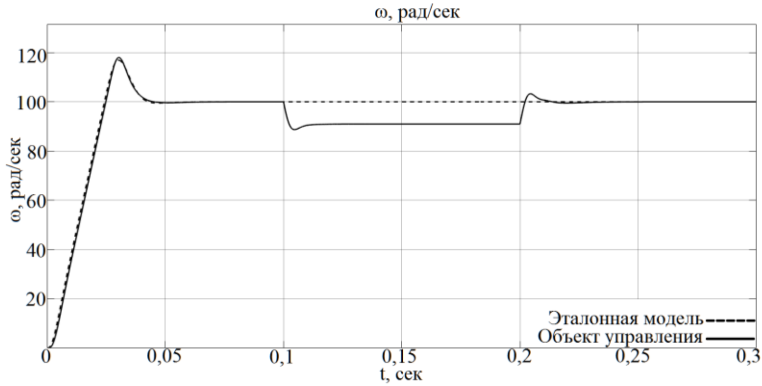

Рис.10 Переходные процессы по скорости ДПТ

На Рис.11 представлены переходные процессы двигателя постоянного тока по току якоря в данном эксперименте.

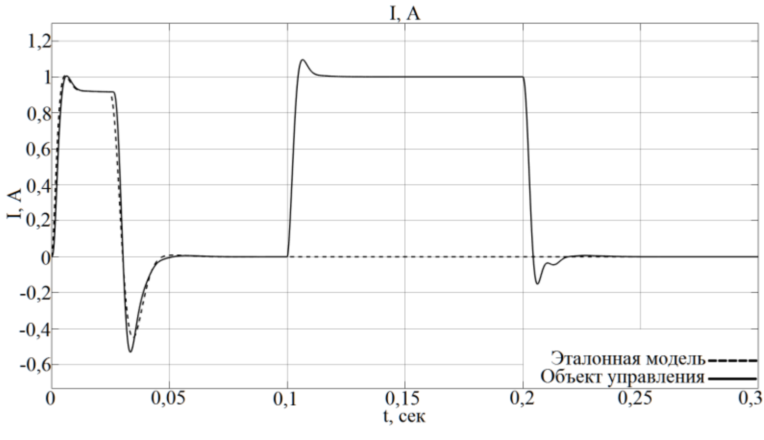

Рис.11 Переходные процессы по току якоря

Из приведенных на Рис.11 и Рис.12 переходных процессов следует, что разработанная схема на основе преобразования обратной связью двигателя постоянного тока с выполненной настройкой контура тока на технический оптимум и учетом инерционности контура тока не имеет недостатков рассмотренных ранее схем. Данной системой управления учитывается ограничение на максимальный ток якоря электродвигателя и при этом выполняется компенсация действия момента нагрузки, а также производится компенсация влияния инерционности контура тока электродвигателя. Видно, что в переходном процессе скорость и ток электродвигателя с высокой точностью повторяют кривые тока и скорости эталонной модели. Это соответствует выполнению поставленной цели управления (3). Именно на основе такой схемы далее будет выполнено построение системы компенсации влияния нестационарностей на качество управления ДПТ.

4.2. ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ НЕИЗВЕСТНОЙ ДИНАМИКИ ДПТ

Чтобы построить адаптивную систему компенсации неизвестной динамики для двигателя постоянного тока, прежде всего, необходимо выполнить её параметризацию по методике, описанной в разделе 3.1. Для двигателя постоянного тока неизвестная динамика вызывается нестационарностью параметров электродвигателя, в частности, момента инерции J_Σ в механической части и сопротивления R обмотки якоря в электрической части двигателя. Параметризация выполнена на основе описания реального двигателя (52).

$$\frac{d^3\omega}{dt^3} = -k_1^*\frac{d^2\omega}{dt^2} - k_2^*\frac{d\omega}{dt} - k_3^*\ddot{M}_c + k_4^* A(p) r_s$$

$$k_1^* = \frac{1}{T_{el}}\left(1 + \frac{K_{tr}K_{PI}}{R^*}\right); k_2^* = \frac{K_{tr}K_{II}}{T_{el}^* R^*}; \tag{52}$$

$$k_3^* = \frac{1}{J_\Sigma^*}; k_4^* = \frac{k\Phi K_{tr}}{R^* T_{el}^* J_\Sigma^*}.$$

Преобразующее управление (53) вычисляется с использованием номинальных параметров двигателя, связь которых с реальными задается выражением (54).

$$\hat{r}_s = W_g\left(p\right)\left[\frac{1}{\hat{k}_4}\left(v + \hat{k}_1\frac{d^2\omega}{dt^2} + \hat{k}_2\frac{d\omega}{dt}\right)\right]$$
(53)
$$\hat{k}_1 = \frac{1}{\hat{T}_{el}}\left(1 + \frac{K_{tr}K_{PI}}{\hat{R}}\right); \hat{k}_2 = \frac{K_{tr}K_{II}}{\hat{T}_{el}\hat{R}}; \hat{k}_4 = \frac{k\Phi K_{tr}}{\hat{J}_{\Sigma}\hat{T}_{el}\hat{R}}.$$

(54) $k_1^* = \hat{k}_1 - \Delta_1; k_2^* = \hat{k}_2 - \Delta_2; k_3^* = \hat{k}_3 - \Delta_3; k_4^* = \hat{k}_4 - \Delta_4$

Здесь, Δ_1, Δ_2, Δ_3, Δ_4 – неизвестные знакопеременные функции времени. С учетом выражения (54), подставим преобразующее управление (53) в дифференциальное уравнение реального двигателя (52), получив (55).

(55) $$\frac{d^3\omega}{dt^3} = v - \frac{\Delta_4}{\hat{k}_4}v - \left(\frac{\hat{k}_1\Delta_4}{\hat{k}_4} - \Delta_1\right)\frac{d^2\omega}{dt^2} - \left(\frac{\hat{k}_2\Delta_4}{\hat{k}_4} - \Delta_2\right)\frac{d\omega}{dt} -$$
$$-k_3^*\ddot{M}_c$$

Запишем уравнение (55) в пространстве координат состояний по аналогии с уравнением (17), получив (56).

$$\dot{x} = Ax + B\left[v - F^T\Theta\right] + E\ddot{M}_c$$
$$x = \left[\theta \quad \omega \quad \dot{\omega} \quad \ddot{\omega}\right]^T;$$
(56) $$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \Theta = \begin{bmatrix} v \\ x \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; E = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -k_3^* \end{bmatrix};$$
$$F = \left[\frac{\Delta_4}{\hat{k}_3}, 0, 0, \frac{\hat{k}_2\Delta_4}{\hat{k}_4} - \Delta_2, \frac{\hat{k}_1\Delta_4}{\hat{k}_4} - \Delta_1\right]^T$$

Имея модель двигателя постоянного тока в форме (56), возможно выполнить компенсацию влияния неизвестной динамики по псевдоуправлению v и по координатам скорости вращения ω.

4.3. КОМПЕНСАЦИЯ ВЛИЯНИЯ НЕИЗВЕСТНОЙ ДИНАМИКИ

По аналогии с формулой (20), преобразующая обратная связь для двигателя постоянного тока записывается в форме (57).

(57) $\hat{r}_s = W_g\left(p\right)\left[\frac{1}{\hat{k}_4}\left(v + \hat{k}_1\frac{d^2\omega}{dt^2} + \hat{k}_2\frac{d\omega}{dt}\right) + \hat{F}^T\Theta\right]$

При этом алгоритм корректировки матрицы $\hat{F}$ соответствует ранее полученной формуле (27), где $b_0^* = k_4^*$. При использовании для вычисления управления формулы (57) модель электродвигателя записывается в форме (58).

(58) $\dot{x} = Ax + B\left[v + k_4^*\tilde{F}^T\Theta\right] + E\ddot{M}_c$

4.4. ОБЕСПЕЧЕНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ПОЛУЧЕННОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Как следует из уравнения (58), на электродвигатель действует возмущение, которое вызвано приложением момента нагрузки *M_c*. Соответственно необходимо обеспечить устойчивость системы управления двигателем в условиях действия такого возмущения. Для этого запишем уравнение в отклонениях (59) между двигателем постоянного тока и его эталонной моделью.

(59)
$$\dot{e} = \tilde{A}e + B\tilde{F}^T\Theta + E\ddot{M}_c$$
$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -K_I & -K_P & -K_D & -K_{DD} \end{bmatrix}$$

Кандидат в функции Ляпунова выбран в виде (60).

(60) $V\left(e,\tilde{F}\right) = e^T Pe + \left|k_4^*\right|\tilde{F}^T\Gamma_1\tilde{F}$

Здесь P – матрица, полученная решением уравнения Ляпунова (24).

Производная кандидата в фукнции Ляпунова (60) записывается в виде (61) в силу уравнений (59), (24) и (27).

(61)
$$\dot{V}\left(e,\tilde{F}\right) = e^T\left(\tilde{A}^T P + P\tilde{A}\right)e + 2e^T PBk_4^*\tilde{F}^T\Theta + 2e^T PE\ddot{M}_c +$$
$$+2\left|k_4^*\right|\tilde{F}^T\Gamma_1\left(-\Gamma_1^{-1}\mathrm{sgn}\left(k_4^*\right)\Theta e^T PB\right) = -e^T Qe + 2e^T PE\ddot{M}_c$$

Предполагая, что вторая производная статического момента является конечной величиной, получаем выражение (62) для вычисления правой границы производной функции Ляпунова.

(62) $$\dot{V}\left(e,\tilde{F}\right) \le -\|e\|\left[\sigma_{\min}\left(Q\right)\|e\| - 2\sigma_{\max}\left(P\right)\cdot\|E\|\varepsilon\right]$$

Здесь, $\sigma_{\min}(Q)$ – наименьшее сингулярное число матрицы Q; $\sigma_{\max}(P)$ – наибольшее сингулярное число матрицы P; ε – максимальное значение второй производной статического момента нагрузки. Из анализа правой границы производной функции Ляпунова видно, что производная функции Ляпунова отрицательна вне подпространства α (63).

(63) $$\alpha = \left\{\left(e,\tilde{F}\right) : \|e\| \le \frac{2\sigma_{\max}\left(P\right)\cdot\|E\|\varepsilon}{\sigma_{\min}\left(Q\right)}\right\}$$

Таким образом, траектории замкнутой системы (59) за конечное время входят в $\alpha_0 \supset \alpha$, так как за пределами подпространства α производная функции Ляпунова отрицательна, а внутри неотрицательна [48]. Подпространство α_0 из его определения не является компактным и ограниченным в пространстве всех ошибок системы (59). Это означает, что, когда траектории замкнутой системы развиваются внутри подпространства α_0, ошибка $\tilde{F}$ может принимать неограниченные значения. Для устойчивости системы (59) с точки зрения концепции Uniform Ultimate Boundedness (UUB) [31, 36, 48] необходима отрицательность производной функции Ляпунова вне пространства α и ограниченность всех сигналов системы внутри α. Второе требование, как было показано, при использовании алгоритма адаптации (27) не выполняется. Таким образом, для обеспечения ограниченности ошибки $\tilde{F}$ внутри пространства α_0 необходима дополнительная модификация исходных формул адаптации.

4.5. МОДИФИКАЦИЯ АЛГОРИТМОВ АДАПТАЦИИ

Обеспечение устойчивости системы управления (59) достижимо путем использования модификации алгоритмов адаптации (28) с помощью мертвой зоны (64) [40].

$$(64)\quad \begin{cases} if \quad \|e\| \le \dfrac{2\sigma_{\max}(P)\cdot\|E\|\varepsilon}{\sigma_{\min}(Q)} \Rightarrow \dot{\hat{F}} = 0; \\ if \quad \|e\| > \dfrac{2\sigma_{\max}(P)\cdot\|E\|\varepsilon}{\sigma_{\min}(Q)} \Rightarrow \dot{\hat{F}} = -\Gamma_1^{-1}\mathrm{sgn}\left(k_4^*\right)\Theta e^T PB \end{cases}$$

Тогда внутри пространства α адаптация не будет проводиться, а, следовательно, ошибка $\tilde{F}$ будет оставаться ограниченной. Однако вектор E является неизвестным, а величина, определяющая границу мертвой зоны ε, на практике также часто является неизвестной (хотя для некоторых конкретных механизмов может быть вычислена). Поэтому воспользуемся другим подходом – σ модификацией [43]. В этом случае алгоритм адаптации (27) переписывается в виде (65).

$$(65)\quad \dot{\hat{F}} = -\Gamma_1^{-1}\mathrm{sgn}\left(k_4^*\right)\left(\Theta e^T PB + \sigma_1\hat{F}\right)$$

Здесь σ_1 – коэффициент σ модификации. Производная функции Ляпунова (61) в силу уравнений (59) и (65) может быть найдена в виде (66).

$$(66)\quad \begin{aligned} \dot{V}\left(e,\tilde{F}\right) &= e^T\left(\tilde{A}^T P + P\tilde{A}\right)e + 2e^T PBk_4^*\tilde{F}^T\Theta + 2e^T PE\ddot{M}_c + \\ &+2\left|k_4^*\right|\tilde{F}^T\Gamma_1\left(-\Gamma_1^{-1}\mathrm{sgn}\left(k_4^*\right)\left(\Theta e^T PB + \sigma_1\hat{F}\right)\right) = \\ &= -e^T Qe + 2e^T PE\ddot{M}_c - 2k_4^*\sigma_1\tilde{F}^T\hat{F} = \\ &= -e^T Qe + 2e^T PE\ddot{M}_c - 2k_4^*\sigma_1\tilde{F}^T\left(\tilde{F} + F\right) = \\ &= -e^T Qe + 2e^T PE\ddot{M}_c - 2k_4^*\sigma_1\tilde{F}^T F - 2k_4^*\sigma_1\tilde{F}^T\tilde{F} \end{aligned}$$

Учитывая определение нормы Фробениуса над матрицей, а также общий вид матрицы F, запись (67) является справедливой.

$$(67)\quad k_4^*\sigma_1\tilde{F}^T\tilde{F} \ge \left|k_4^*\right|\sigma_{1\min}\left\|\tilde{F}\right\|^2;$$

Здесь, $\sigma_{1\min}$ – наименьший элемент вектора σ_1. Воспользуемся также неравенством Коши-Буняковского (68).

$$(68)\quad \left\|k_4^*\sigma_1\tilde{F}^T F\right\| \le \left|k_4^*\right|\cdot\left\|\sigma_1\right\|\cdot\left\|\tilde{F}\right\|\cdot\left\|F\right\|$$

Пользуясь выражениями (67-68), найдем правую границу (69) производной функции Ляпунова (66).

$$\dot V\left(e,\tilde F\right) \le -\sigma_{\min}\left(Q\right)\left\|e\right\|^2 + 2\left\|e\right\|\sigma_{\max}\left(P\right)\left\|E\right\|\varepsilon + \tag{69}$$
$$+2\left|k_4^*\right|\cdot\left\|\sigma_1\right\|\cdot\left\|\tilde F\right\|\cdot\left\|F\right\| - 2\left|k_4^*\right|\sigma_{1\min}\left\|\tilde F\right\|^2$$

Так как $2cd \le c^2+d^2$ для любых c и d, то правую границу производной функции Ляпунова (66) можно переписать в виде (70).

$$\dot V\left(e,\tilde F,\tilde G\right) \le -\sigma_{\min}\left(Q\right)\left\|e\right\|^2 + 2\left\|e\right\|\sigma_{\max}\left(P\right)\left\|E\right\|\varepsilon +$$
$$+\left|k_4^*\right|\cdot\left\|\sigma_1\right\|\cdot\left(\left\|\tilde F\right\|^2 + \left\|F\right\|^2\right) - 2\left|k_4^*\right|\sigma_{1\min}\left\|\tilde F\right\|^2 =$$
$$= -\sigma_{\min}\left(Q\right)\left\|e\right\|^2 + 2\left\|e\right\|\sigma_{\max}\left(P\right)\left\|E\right\|\varepsilon - \tag{70}$$
$$-\left\|\tilde F\right\|^2\left|k_4^*\right|\left(2\sigma_{1\min} - \left\|\sigma_1\right\|\right) + \left|k_4^*\right|\cdot\left\|\sigma_1\right\|\cdot\left\|F\right\|^2 =$$
$$= -\begin{bmatrix} \sigma_{\min}\left(Q\right)\left\|e\right\|^2 - 2\left\|e\right\|\sigma_{\max}\left(P\right)\left\|E\right\|\varepsilon + \\ +\left\|\tilde F\right\|^2\left|k_4^*\right|\left(2\sigma_{1\min} - \left\|\sigma_1\right\|\right) - \left\|\sigma_1\right\|\cdot\left|k_4^*\right|\cdot\left\|F\right\|^2 \end{bmatrix}$$

Таким, образом, из анализа правой границы производной функции Ляпунова видно, что производная функции Ляпунова отрицательна вне подпространства β (71).

$$\beta = \left\{\left(e,\tilde F\right) : \begin{bmatrix} \left\|e\right\| \le \dfrac{2\sigma_{\max}\left(P\right)\cdot\left\|E\right\|\varepsilon}{\sigma_{\min}\left(Q\right)}; \\ \left\|\tilde F\right\| \le \sqrt{\dfrac{\left\|\sigma_1\right\|\cdot\left\|F\right\|^2}{2\sigma_{1\min} - \left\|\sigma_1\right\|}}; \end{bmatrix}\right\} \tag{71}$$

Траектории замкнутой системы (59) с модифицированным алгоритмом адаптации (65) за конечное время входят в $\beta_0 \supset \beta$, так как за пределами подпространства β производная функции Ляпунова отрицательна, а внутри – неотрицательна [48]. Множество β_0 из определения множества β является компактным и ограниченным в пространстве всех ошибок системы (59). Это означает, что, когда траектории замкнутой системы развиваются внутри множества β_0 все ошибки системы (59) являются ограниченными величинами. Этот факт доказывает устойчивость системы (59) с точки зрения второго метода Ляпунова и концепции Uniform Ultimate Boundedness [31, 36, 48].

5. Экспериментальная часть

Динамические характеристики электропривода с разработанной адаптивной системой управления были получены на модели двигателя, параметры которой приведены в пп.2.3. В ходе экспериментов проверялась способность системы компенсировать влияние неизвестной динамики, вызванной нестационарностями параметров электродвигателя на качество управления, а также оставаться устойчивой в условиях наличия возмущения, вызванного действием момента нагрузки.

Коэффициенты K_P, K_I, K_D, K_{DD} закона формирования псевдоуправления были выбраны в соответствии с полиномом (72), определяющим время сходимости ошибок слежения к нулю.

$$(72)\quad \left(p+275\right)^4=0$$

Матрица P (73), необходимая для реализации закона адаптации (27), была рассчитана путем решения уравнения Ляпунова (24), в котором матрица Q была принята единичной.

$$(73)\quad P=\begin{pmatrix} 0{,}011 & -0{,}5 & -43 & 0{,}5 \\ -0{,}5 & 43 & -0{,}5 & -650082 \\ -43 & -0{,}5 & 650082 & -0{,}5 \\ 0{,}5 & -650082 & -0{,}5 & 4{,}916\cdot 10^{10} \end{pmatrix}$$

Знак идеального коэффициента усиления электродвигателя $\mathrm{sgn}\left(k_4^*\right)$, необходимый для реализации закона адаптации (27), является известным и положительным ввиду строгой положительности всех величин, через которые вычисляется коэффициент усиления объекта (74).

$$(74)\quad k_4^*=\frac{k\Phi K_{tr}}{R^* T_{el}^* J_\Sigma^*}>0$$

В первом наборе экспериментов параметры двигателя были изменены относительно их номинальных значений (при этом момент нагрузки отсутствовал). В частности, для всех экспериментов из данного набора индуктивность и сопротивление электродвигателя были увеличены на 50%. Также момент инерции электродвигателя в данном эксперименте и увеличивался, и уменьшался в 2 раза относительно номинального.

На Рис. 12. представлено сравнение эталонных переходных процессов двигателя по скорости с переходными процессами подчиненной и адаптивной системы управления для случая, когда момент инерции был уменьшен в 2 раза относительно номинального значения. Матрица Γ_1^{-1} (75), определяющая быстродействие закона адаптации для этого случая, была выбрана экспериментальным путем.

$$(75)\ \Gamma_1^{-1}=\begin{pmatrix} 1{,}8\cdot 10^{-25} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 18{,}2\cdot 10^{-10} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1\cdot 10^{-36} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1\cdot 10^{-16} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4\cdot 10^{-22} \end{pmatrix}$$

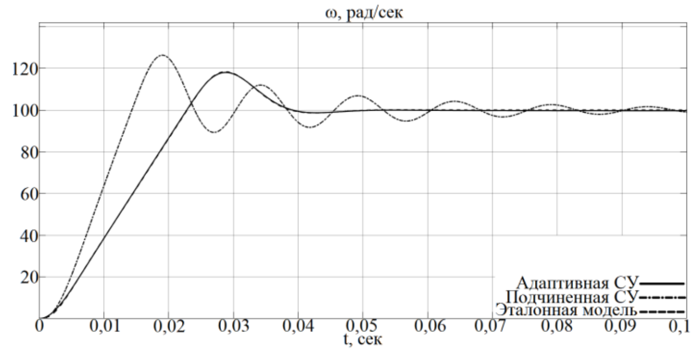

Рис.12. Переходные процессы по скорости с уменьшенным в 2 раза моментом инерции

Из представленных на рис.12 переходных характеристик по скорости двигателя видно, что за счет компенсации действия неизвестной динамики удалось уменьшить колебания в системе по сравнению со схемой подчиненного управления и обеспечить требуемое качество управления.

На рис. 13. представлено сравнение переходных процессов по напряжению *u* и току *I* якоря двигателя с адаптивной и подчиненной системами управления, полученных в данном эксперименте.

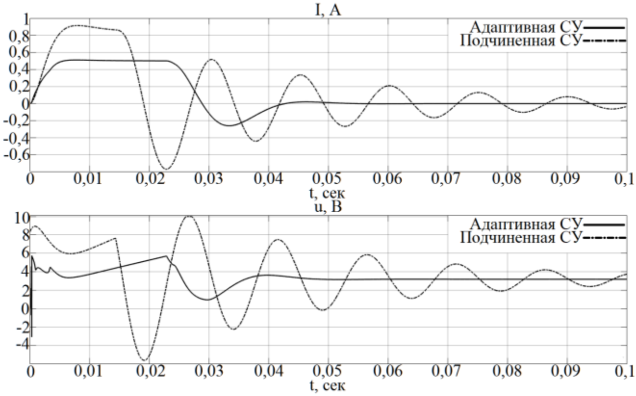

Рис.13. Переходные процессы по напряжению и току якоря с уменьшенным в 2 раза моментом инерции

Из рис.13 следует, что разработанная адаптивная система управления позволила снизить колебательность и по току якоря, и по напряжению питания двигателя постоянного тока по сравнению с классической схемой подчиненного управления.

На рис. 14 представлено сравнение эталонных переходных процессов двигателя по скорости с переходными процессами подчиненной и адаптивной системы управления для случая, когда момент инерции был увеличен в 2 раза относительно номинального значения.

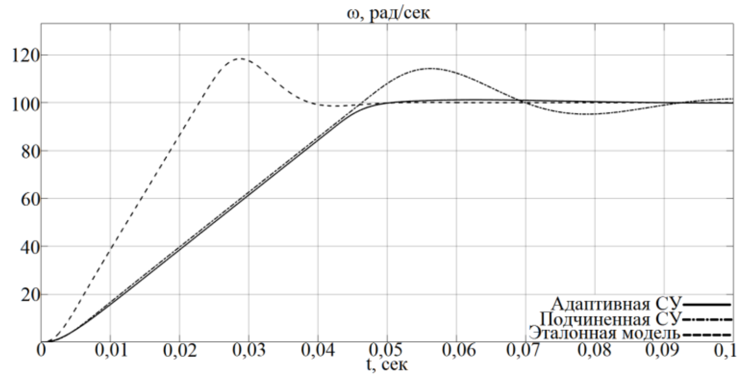

Рис.14 Переходные процессы по скорости с увеличенным в 2 раза моментом инерции

В этом эксперименте матрица Γ_1^{-1} (76) была также подобрана экспериментально.

$$(76)\ \Gamma_1^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1\cdot 10^{-15} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,6\cdot 10^{-15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Из представленных на рис.14 переходных характеристик следует, что разработанная система скомпенсировала действие неизвестной динамики и обеспечила желаемый апериодический характер переходного процесса по скорости электродвигателя в случае увеличения момента инерции двигателя и наличия ограничения на ток якоря электродвигателя.

На рис. 15 представлено сравнение переходных процессов по напряжению u и току I якоря двигателя с адаптивной и подчиненной системой управления.

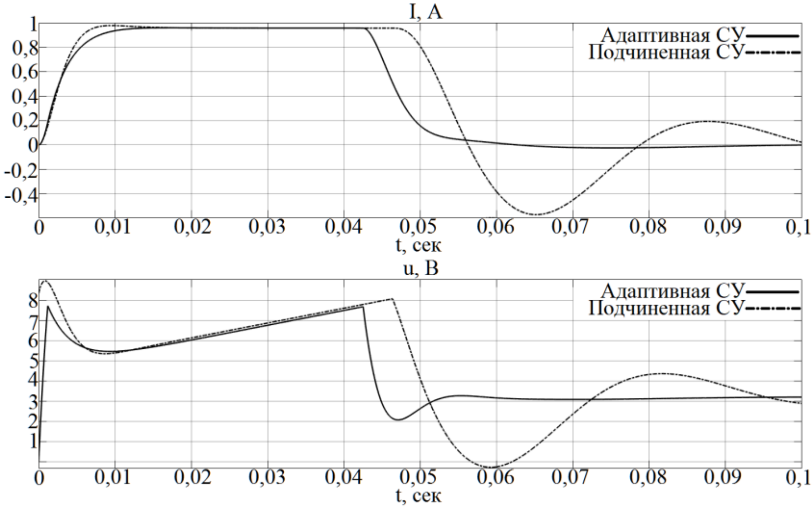

Рис.15 Переходные процессы по напряжению и току якоря с увеличенным в 2 раза моментом инерции

Из рис.15 следует, что разработанная адаптивная система управления позволила снизить колебательность и по току якоря, и по напряжению питания двигателя постоянного тока по сравнению с классической схемой подчиненного управления, а также повысить быстродействие электропривода. Из приведенных графиков также видно, что разработанная система остается работоспособной в условиях наличия ограничения на амплитудное значение тока якоря. Именно из-за этих ограничений невозможно сильнее приблизить графики выхода объекта под управлением адаптивной системы и эталонной модели.

Второй набор экспериментов предполагал проверку способности разработанной системы оставаться устойчивой в условиях наличия возмущения, вызванного действием момента нагрузки. Двигатель с номинальными параметрами разгонялся до постоянной скорости вращения, а в установившемся режиме работы к нему прикладывался момент нагрузки, равный половине момента, соответствующего току отсечки двигателя (0,04 Н) с последующим его снятием через 0,1 секунды. При этом коэффициент σ модификации был в первом случае принят равным нулю, а во втором $\sigma_1 = 10^{33}$. Матрица Γ_1^{-1} в данном эксперименте была принята равной (77).

$$(77)\quad \Gamma_1^{-1} = 10^{-10}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Сравнение переходных процессов электродвигателя по скорости с $\sigma_1=0$ и $\sigma_1=10^{33}$ приведены на рис.16.

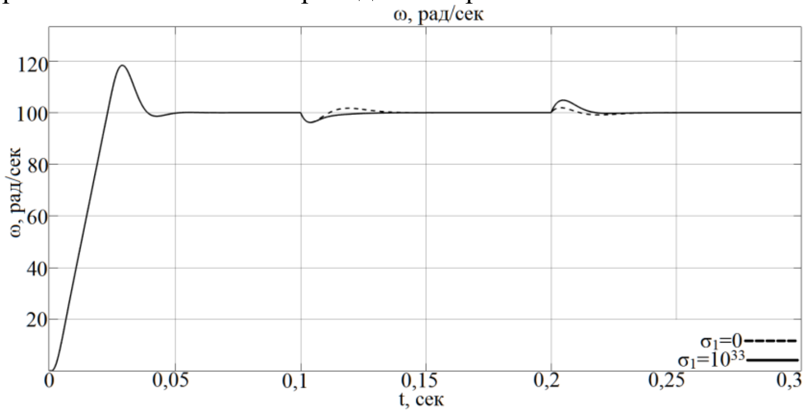

Рис.16 Переходные процессы по скорости двигателя с σ модификацией

На рис.17 приведено сравнение переходных процессов двигателя по коэффициентам неизвестной динамики $\hat{F}$ с отсутствием σ модификации и с $\sigma=10^{33}$, а также сравнение интеграла от нормы вектора ошибок слежения *e* в данном эксперименте.

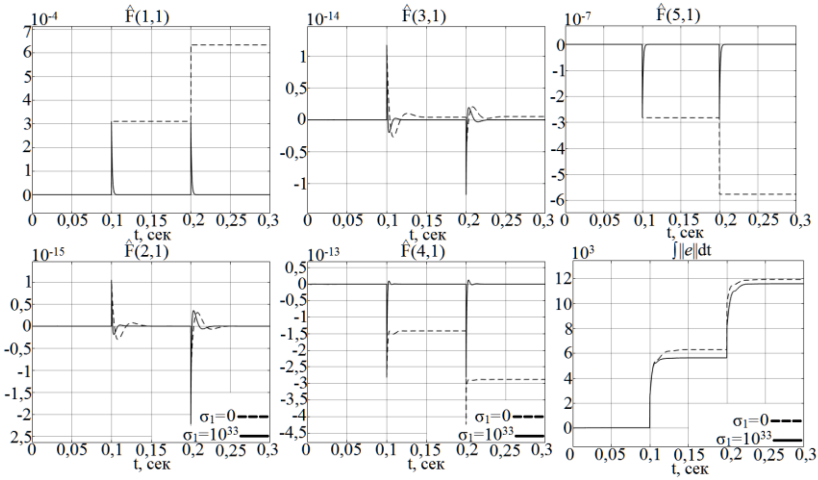

Рис.17 Переходные процессы по коэффициентам неизвестной динамики и интегралу нормы вектора ошибок

Из рис.16 и графика интеграла нормы вектора ошибок слежения *e* можно заключить, что система управления с $\sigma_1=10^{33}$ обеспечивает более плавную компенсацию действия возмущения с меньшим значением интеграла нормы вектора ошибок *e*.

По представленным переходным процессам по коэффициентам неизвестной динамики сделан вывод, что при отсутствии σ модификации коэффициенты неизвестной динамики $\hat{F}$ имеют тренд к неограниченному росту в моменты времени приложения и снятия момента нагрузки (при ненулевой $\ddot{M}_c$), что подтверждают результаты, полученные при проведенном анализе устойчивости по второму методу Ляпунова. Такой неограниченный рост коэффициентов недопустим с точки зрения робастной устойчивости системы управления и при наличии немоделируемой динамики (не учтенных малых постоянных времени, например, T_μ) рано или поздно приведет к неустойчивости всей замкнутой системы управления электродвигателем [31]. При наличии же σ модификации коэффициенты неизвестной динамики сходятся к нулевым тогда, когда отсутствует действие возмущения (при $\ddot{M}_c$ равном нулю), что соответствует проведенному анализу устойчивости системы с σ модификацией и гарантирует устойчивость замкнутой системы управления.

Таким образом, эксперименты, проведенные на модели ДПТ, демонстрируют способность разработанной системы управления компенсировать влияние неизвестной динамики на качество управления электродвигателем постоянного тока. При этом адаптер, а также вся замкнутая система управления остаются работоспособными в условиях действия статического момента нагрузки.

6. Обсуждение результатов

В работе на основе использования метода решения обратной задачи динамики, а также второго метода Ляпунова был выполнен синтез адаптивной системы управления для компенсации влияния неизвестной динамики и возмущений. Полученные результаты подтвердили ее работоспособность. Однако существует ряд проблем, которые могут возникнуть при ее практической реализации.

Первой проблемой является необходимость знать знак идеального коэффициента усиления объекта управления. Однако, в случае её практической реализации для целого класса объектов, в том числе и электродвигателя постоянного тока, этот недостаток является незначительным, так как знак коэффициента усиления объекта является в каждый момент времени известной постоянной величиной.

Второй проблемой является то, что алгоритм вычисления псевдоуправления использует n-1 производных от выхода n мерного объекта. Использование всех n-1 производных от выхода объекта в данной схеме продиктовано необходимостью обеспечения устойчивости замкнутой системы управления. На практике качественное вычисление всех производных является затруднительным. Поэтому разработанная система должна быть дополнена алгоритмом адаптивного наблюдения или дифференциальным фильтром.

Третьей проблемой является неспособность разработанного решения компенсировать влияние неизвестной динамики, вызванной нестационарностями, входящими в уравнения объекта нелинейно или вызванной неизвестными нелинейными функциями (так как используется линейный адаптер). Решением данной проблемы является использование нелинейного компенсатора неизвестной динамики, например, на базе нейронной сети.

Общей проблемой большинства систем адаптивного управления, ограничивающей их практическую применимость, является наличие в алгоритме адаптации матрицы скоростей Γ^{-1}. Влияние данной матрицы на устойчивость адаптивных систем управления было выявлено во многих работах путем практических экспериментов. В частности, установлено, что с увеличением значений матрицы качество управления, с точки зрения выбранной цели, сначала улучшается, но при достижении некоторого критического значения с дальнейшим увеличением значений в системе появляются критические колебания. Тем не менее, влияние этой матрицы на устойчивость всё еще не было строго математически описано с точки зрения второго метода Ляпунова. Адаптивная система управления, построенная в этой работе, также обладает недостатком, связанным с необходимостью практического подбора значений матрицы скоростей. Так в экспериментах при увеличении момента инерции двигателя использовалась матрица скоростей (75), а при уменьшении – (76). На практике невозможно переключение между разными матрицами скоростей, так как даже направление изменения параметров объекта управления (увеличение или уменьшение) является неизвестным. Поэтому необходимо использование некоторой оптимальной – универсальной матрицы скоростей в алгоритме адаптации, либо её оперативное вычисление в процессе работы адаптивной системы. Однако, формул или алгоритма для расчета такой матрицы найдено не было.

7. Заключение

Разработанная адаптивная система управления способна компенсировать влияние нестационарностей параметров объекта на качество управления им. Она была применена для управления моделью электродвигателя постоянного тока в условиях наличия нестационарностей по его параметрам и действия статического момента нагрузки. Для обеспечения робастности адаптивной системы к действию статического момента нагрузки была выполнена σ модификация исходного закона адаптации.

Эксперименты по применению разработанной системы управления продемонстрировали её способность выполнять компенсацию неизвестной динамики электродвигателя и обеспечивать желаемое качество управления. Также экспериментально была подтверждена математически доказанная в работе робастность полученной модифицированной адаптивной системы управления к статическому моменту нагрузки. По сравнению с классической подчиненной схемой управления, разработанная адаптивная система позволила обеспечить требуемое качество управления в условиях и увеличения, и уменьшения момента инерции электродвигателя. В первом случае была устранена нежелательная колебательность системы, а во втором был обеспечен желаемый характер переходного процесса. При этом в обоих случаях были выдержаны ограничения на ток и напряжение якоря электродвигателя.

Исследование проведено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 18-47-310003 р_а).

Литература

1. Абрамович И. И., Березин В. Н., Яуре А. Г. Грузоподъемные краны промышленных предприятий. – М.: Машиностроение. – 1989. – 360 с.
2. Александров А. Г., Паленов М. В. Состояние и перспективы развития адаптивных ПИД-регуляторов в технических системах // Автоматика и телемеханика. – 2014. – №. 2. – С. 16-30.
3. Белов М. П., Новиков А. Д. Автоматизированный электропривод типовых производственных механизмов и технологических комплексов / 3-е изд. - М.: Академия, 2007. - 576 с.

4. Бобиков А. И., Бозванов А. О. Нейросетевое управление угловым положением двигателя постоянного тока // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. – 2016. – №. 57. – С. 139-144.
5. Бобиков А. И., Сурков И. И. Нейросетевое управление скоростью двигателя постоянного тока // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. – 2015. – №. 52. – С. 105-112.
6. Бураков М. В., Шишлаков В. Ф. Адаптивное управление двигателем постоянного тока // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – 2016. – Т. 18. – №. 4-3. – С.542-574.
7. Власьевский С. В., Кучумов В. А., Щербаков В. Г. Сравнение энергетической эффективности тягового электропривода электровозов переменного тока на основе коллекторных и асинхронных двигателей // Электротехника. – 2017. – №. 9. – С. 72-78.
8. Гилев А. В. и др. Повышение эффективности эксплуатации буровой техники на горных предприятиях. Монография. – Красноярск: СФУ, 2013. – 370 с.
9. Глущенко А. И., Петров В. А. О сравнительной оценке эффективности нейросетевого и нечеткого настройщиков регулятора скорости при управлении электроприводом прокатной клети. Информатика, управление и системный анализ: Труды V Всероссийской научной конференции. – Ростов-на-Дону: Мини-Тайп, 2018. – С. 430-439.
10. Глущенко А. И., Петров В. А., Серов М.Ю. Нечеткий настройщик регулятора скорости привода постоянного тока. XIII Всероссийское совещание по проблемам управления ВСПУ-2019: ТРУДЫ [Электронный ресурс]. – М.: ИПУ РАН, 2019.
11. Глущенко А.И., Петров В.А., Ласточкин К.А. Разработка адаптивной системы управления балансирующим роботом на основе второго метода Ляпунова с переменным шагом настройки // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2020. – №5. Принята к публикации.

12. Демидова Г. Л., Кузин А. Ю., Лукичев Д. В. Особенности применения нечетких регуляторов на примере управления скоростью вращения электродвигателя постоянного тока // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2016. – Т. 16. – №. 5. – С.872-878.
13. Елисеев В. А., Шинянский А. В. (ред.). Справочник по автоматизированному электроприводу. – Энергоатомиздат, 1983. – 616 с.
14. Еременко Ю. И., Глущенко А. И., Петров В. А. О разработке нейросетевого настройщика контура скорости электропривода прокатной клети для снижения динамических нагрузок // Известия Южного федерального университета. Технические науки. – 2017. – №. 9 (194). – С.44-53.
15. Кабанов А. А. Композиционный синтез нелинейных сингулярно возмущенных систем на основе метода линеаризации обратной связью. Тр. X Междунар. конф. "Идентификация систем и задачи управления" SICPRO. – М.: ИПУ РАН, 2015. – Т. 15. – С. 548-556.
16. Ким Д. П. Теория автоматического управления. Том 2. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 464 с.
17. Ключев, В.И. Теория электропривода. - М.: Энергоатомиздат, 1998. – 704 с.
18. Кожевников А. В. Совершенствование систем управления приводами прокатных станов для повышения энергоэффективности их работы // Вестник Череповецкого государственного университета. – 2012. – Т. 4. – №. 1 (42). – С.11-16.
19. Кожевников А. В., Кочнева Т. Н., Кочнев Н. В. Модальное управление с автонастройкой регулятора в линеаризованных двухмассовых электромеханических системах // Проблемы управления. – 2015. – №. 6. – С. 2-9.
20. Колесников А. А., Маршаков Д. В., Айдинян А. Р. Комплексное применение синергетического подхода и нейросетевых структур к проблеме синтеза интеллектуальной системы управления электроприводом // Вестник Донского

государственного технического университета. – 2014. – Т. 14. – №. 4 (79). – С.60-71.

21. Кочетков С. А., Уткин В. А. Вихревые алгоритмы в задаче управления двигателем постоянного тока // Проблемы управления. – 2014. – №. 5. – С.20-27.
22. Нгуен К. Х., Уткин В. А. Задачи управления электродвигателем постоянного тока //Автоматика и телемеханика. – 2006. – №. 5. – С. 102-118.
23. Петров В. А., Глущенко А. И., Еременко Ю. И. О разработке нейросетевого настройщика параметров ПИ-регулятора контура тока при управлении электроприводом прокатной клети. Информатика, управление и системный анализ: Труды IV Всероссийской научной конференции. – Т. I. – Тверь: ТГТУ, 2016. – С. 61-71.
24. Попов А. Н. Синергетические законы управления электроприводом постоянного тока: стабилизация, позиционирование, слежение, энергосбережение // Известия Южного федерального университета. Технические науки. – 2006. – Т. 61. – №. 6.
25. Попов А. Н. Синергетический синтез законов энергосберегающего управления электромеханическими системами // Известия Южного федерального университета. Технические науки. – 2001. – Т. 23. – №. 5. – С.74-84.
26. Рапопорт, Э.Я. Системы подчиненного регулирования электроприводов постоянного тока: конспект лекций / Э.Я. Рапопорт. - Куйбышев: КПтИ, 1985. – 56 с.
27. Сафонов Ю. М. Электроприводы промышленных роботов. – Москва, 1990. – 176 с.
28. Терехов В. М., Ключев В. И. Электропривод и автоматизация общепромышленных механизмов. – 2002. – 360 с.
29. Чиликин, М.Г. Общий курс электропривода/ М.Г. Чиликин, А.С. Сандлер. – М.: Энергоиздат, 1981. – 576 с.
30. Юревич Е. И. Основы робототехники, 4 изд. – СПб.: БХВ-Петербург, 2018. – 368 с.
31. Amjad J. H., Hameed A. H., Hameed M. R. Robust adaptive speed control for DC motor using novel weighted E-modified MRAC. Proceedings of 2017 IEEE International Conference on

Power, Control, Signals and Instrumentation Engineering (ICPCSI), IEEE. – 2017. – P. 313-319.

32. Brunovsky P. A., Classification of linear controllable systems // Kybernetika. – 1970. – Vol. 6. – №. 3. – P. 173-188.
33. Chaouch S., Nait-Said M. S. Backstepping control design for position and speed tracking of DC motors // Asian Journal of Information Technology. – 2006. – Vol.5. – №12. – P. 1367-1372.
34. Dawson D. M., Carroll J. J., Schneider M. Integrator backstepping control of a brush DC motor turning a robotic load // IEEE Transactions on Control Systems Technology. – 1994. – Vol. 2. – №. 3. – P. 233-244.
35. Eremenko Y., Glushchenko A., Petrov V. Development of the method for joint operation of neural-network tuners for current and speed circuits // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2017. – Vol. 6. – No. 9. – P. 17-21.
36. Glushchenko A. I., Petrov, V.A., Lastochkin K. A. Development of Two-Wheeled Balancing Robot Optimal Control System based on Its Feedback Linearization. Proceedings of 2019 International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies (FarEastCon). – IEEE, 2019. – P. 1-6.
37. Hans B., Honderd G., Van Amerongen J. Model reference adaptive control of a direct-drive DC motor // IEEE Control Systems Magazine. – 1989. – Vol.9.– No.1. – P. 80-84.
38. Hughes A., Drury B. Electric Motors and Drives: Fundamentals, Types and Applications. 4th Edition. – Newnes, 2013. – 440 p.
39. Ioannou P. A., Sun J. Robust adaptive control. – Courier Corporation, 2012. – 821 p.
40. Ioannou P., Fidan B. Adaptive control tutorial. – Society for Industrial and Applied Mathematics, 2006. – 387 p.
41. Karandaev A. S. Improvement of automatic electric drives for rolling machinery // Russian internet journal of Industrial Engineering. – 2016. – №. 1. – P. 3-15.
42. Khalil H. K., Grizzle J. W. Nonlinear systems. – Upper Saddle River, NJ: Prentice hall, 1996. – 794 p.
43. Lavretsky E., Wise K. A. Robust and adaptive control. – Springer, London, 2013. – 449 p.

44. Ortega R., Tang Y. Robustness of adaptive controllers—a survey // Automatica. – 1989. – Vol. 25. – №. 5. – P. 651-677.
45. Peterson B., Narendra K. Bounded error adaptive control // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1982. – Vol. 27. – №. 6. – P. 1161-1168.
46. Pisano A., Davila A., Fridman L., Usai E. Cascade control of PM DC drives via second-order sliding-mode technique // IEEE Trans. on Industrial Electronics. – 2008. – Vol. 55, № 11. – P. 3846–3854.
47. Preitl S., Precup R. E. An extension of tuning relations after symmetrical optimum method for PI and PID controllers // Automatica. – 1999. – Vol. 35. – №. 10. – P. 1731-1736.
48. Sastry S. S., Isidori A. Adaptive control of linearizable systems // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1989. – Vol. 34. – №. 11. – P. 1123-1131.
49. Umesh K.B., Rakesh N. Speed Control of DC Motor Using Fuzzy PID Controller // Advance in Electronic and Electric Engineering. – 2013. – Vol. 3, No 9. – P. 1209-1220.
50. Umland J. W., Safiuddin M. Magnitude and symmetric optimum criterion for the design of linear control systems: what is it and how does it compare with the others? // IEEE Transactions on Industry Applications. – 1990. – Vol. 26. – №. 3. – P. 489-497.

CONTROL QUALITY IMPROVEMENT OF DC MOTOR ON BASIS OF ITS LINEARIZATION AND COMPENSATION OF UNKNOWN DYNAMICS

Anton Glushchenko, Stary Oskol technological institute n.a. A.A. Ugarov (branch) NUST “MISIS”, Stary Oskol, Cand.Sc., assistant professor (a.glushchenko@sf-misis.ru).

Vladislav Petrov, Stary Oskol technological institute n.a. A.A. Ugarov (branch) NUST “MISIS”, Stary Oskol, Cand.Sc., senior lecture (petrov.va@misis.ru).

Konstantin Lastochkin, Stary Oskol technological institute n.a. A.A. Ugarov (branch) NUST “MISIS”, Stary Oskol, Cand.Sc., student (lastconst@yandex.ru).

Abstract: *The aim of this research is to develop an approach to DC motor control as an alternative to the conventional cascade control. Disadvantages of the mentioned classical method are shown, including inability to compensate effectively the influence of unknown dynamics and disturbances (load torque). The solution to these problems lies in the joint use of: 1) the feedback linearization method to separate the unknown dynamics from the control object description and 2) the second Lyapunov method to compensate it. This study suggests a number of variants of DC motor linearization based on the solution of the inverse dynamics problem. Among them the one is chosen, which allows to consider limitations on physical signals of current and voltage of anchor circuit. A linear adapter with real-time adjusted parameters on the basis of formulas obtained with the help of the Lyapunov second method is proposed to compensate the unknown drive dynamics. The formulas distinctive feature is that when they are used, it is necessary to know the control object gain sign only. The stability of the system with an adapter is proved using Uniform Ultimate Boundedness. Experimental verification of the proposed approach is conducted using the DC drive model with non-stationary parameters. A discussion of the results and further research aims are shown at the end of the paper.*

Keywords: *DC motor, feedback linearization, Lyapunov second method, non-stationarity, compensation for unknown dynamics, control quality, limited control action signal.*

УДК 681.5.013
ББК 32.965.09

Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии ...заполняется редактором...

Поступила в редакцию ...заполняется редактором...
Опубликована ...заполняется редактором...