

УДК: 338.001.36

**Формирование устойчивых поставок древесного сырья из регионов РФ:
алгоритм и математическая модель**

Рогулин Родион Сергеевич – аспирант кафедры Математики и моделирования
Владивостокского Государственного Университета Экономики и Сервиса,

email: rafassiaofusa@mail.ru

Department assistant, Department of Informatics, Technical University of Munich

Аннотация: Данная работа посвящена разработке алгоритма и модели для нахождения эффективного решения для задач формирования устойчивых поставок сырья с учетом некоторых производственных неопределенностей. Целью задачи является найти эффективное решение задачи по формированию цепочек поставок сырья на склад из регионов РФ при работе с биржей на заданном горизонте планирования. Модель представляет собой систему из целевой функции, которая минимизирует количество принятых к поставке заявок, системы ограничений, которая состоит из стохастической функции прошедшего расстояния заявкой в каждый отдельный день, минимальный и максимальный объем сырья на складе и др. Алгоритм представляет из себя творческую переработку двух известных методов в один: метод ветвей и границ и генетический алгоритм. Для сравнения результатов работы авторского алгоритма были выбраны еще два: генетический алгоритм и метод ветвей и границ. В качестве предметной области апробации было выбрано одно из крупных предприятий Приморского края. Использовались четыре вида компьютерных процессоров для проведения исследования эффективности работы авторского алгоритма. Каждый процессор отработал каждый алгоритм из трех представленных, для каждого алгоритма процессор отработал все три горизонта планирования. В результате работе показано, что авторский алгоритм ведет себя устойчиво при поиске решений на больших выборках в отличие от его оригинальных аналогов. Также отмечены достоинства и недостатки алгоритма. Показано, что алгоритм получился достаточно универсальным для дальнейшей его модификации при решении более сложных задач этого же класса.

Ключевые слова: цепочки поставок, лесная биржа, регионы РФ, поставки сырья, лесопромышленное предприятие, математическая модель.

**The formation of sustainable supplies of wood raw materials from the regions
of the Russian Federation: algorithm and mathematical model**

Rogulin Rodion Sergeevich - Postgraduate Student, Department of Mathematics and Modeling, Vladivostok State University of Economics and Service,

email: rafassiaofusa@mail.ru

Department assistant, Department of Informatics, Technical University of Munich

Abstract: This work is devoted to the development of an algorithm and a model for finding an effective solution for the problems of forming sustainable supplies of raw materials, taking into account some production uncertainties. The goal of the task is to find an effective solution to the problem of forming supply chains of raw materials to the warehouse from the regions of the Russian Federation when working with the exchange on a given planning horizon. The model is a system of an objective function that minimizes the number of applications accepted for delivery, a constraint system that consists of a stochastic function of the distance traveled by an application on a single day, a minimum and maximum amount of raw materials in a warehouse, etc. The algorithm is a creative processing of two well-known methods in one: the branch and bound method and the genetic algorithm. To compare the results of the author's algorithm, two more were chosen: the genetic algorithm and the branch and bound method. One of the large enterprises of the Primorsky Territory was chosen as the subject area for testing. Four types of computer processors were used to conduct research on the efficiency of the author's algorithm. Each processor worked out each of the three presented algorithms; for each algorithm, the processor worked out all three planning horizons. As a result of the work, it is shown that the author's algorithm behaves stably when searching for solutions in large samples, in contrast to its original counterparts. The advantages and disadvantages of the algorithm are also noted. It is shown that the algorithm turned out to be quite universal for its further modification in solving more complex problems of the same class.

Key words: supply chains, forest exchange, regions of the Russian Federation, raw materials supply, timber enterprise, mathematical model.

Jel Classification: M4, C2.

Введение

Формирование устойчивых цепочек поставок сырья является базовой и серьезной проблемой любого предприятия. В лесопромышленной отрасли этот процесс усложнен тем, что сырье трудно взрастить самому – его нужно получить в аренду у государства. Однако, когда этот процесс затягивается, то предприятие начинает простаивать, а, следовательно, начинает нести экономические потери.

Как правило, любая модель из данной области моделирования носит характер нелинейной. Как известно, любая нелинейная задача – это всегда частный подход к решению. Обуславливается это сложностью строения допустимого множества решений задачи. Как правило, если задача является задачей выпуклого программирования, то можно найти некоторый алгоритм, который бы мог определить оптимальное решение. Однако, в случае с задачами класса формирования цепочек поставок сырья, это не всегда удастся свести задачу к классу выпуклых задач.

Процесс формирования цепочек поставок сырья усложняется еще и тем, что отсутствуют в отечественной и мировой литературе точные алгоритмы по поиску оптимального решения. Более того, в литературе утверждается невозможность наличия такого решения, т. к. функционирования предприятия имеет большое количество вероятностных процессов, которые трудно учесть.

Еще одна трудность, с которой сталкивается предприятие при выборе метода поиска решения, заключается, как правило, в том, что под каждую модель разрабатывается отдельный алгоритм. Если упрощается или модифицируется система ограничений, алгоритм может не сработать.

Еще один фактор, с которым сталкивается предприятие при работе на рынке – это значительный объем выборки для анализа перед совершением выбора в сторону стратегии закупок сырья на какой-либо горизонт планирования деятельности производства. Как известно, многие алгоритмы и модели имеют NP сложность, что означает, что время работы таких методов растет неполиномиально.

Обзор литературы

В работе [1] показано, что в большинстве рассмотренных работ разрабатываются модели смешано-целочисленного линейного программирования (mixed-integer linear programming, далее MILP) для проектирования и планирования цепочек поставок. Предложенные модели решаются с использованием коммерческих солверов. В наше время огромные линейные программы могут быть решены оптимально, но время выполнения быстро увеличивается при добавлении целочисленных переменных. Нелинейные модели еще более проблематичны, поскольку достигается только локальный оптимум, если только не сохраняются свойства выпуклости. К счастью, многие выражения, которые выглядят нелинейными (например, кусочно-линейные функции стоимости), могут быть линеаризованы, часто за счет дополнительных двоичных переменных.

Cundiff, Dias и Sherali [2] разработали для системы доставки сырья одну из редких чисто линейных моделей (linear programming, далее LP) в литературе. Переформулировав эту LP как двухэтапную проблему, основанную на сценариях, можно устранить неопределенность уровней производства и погодных условий. Общая стоимость, включая транспортировку, расширение хранилища, графики спроса и штрафы за нарушение пропускной способности, была сведена к минимуму.

MILP требуются, когда объекты должны быть распределены и измерены. Наиболее компактные модели учитывают однопериодный, но не периодический индекс. Например, в работе [3] подробно описывают MILP для размещения спутниковых хранилищ, промежуточных между небольшими внутрихозяйственными хранилищами и более крупными централизованными хранилищами. Целевая функция состоит из затрат на транспортировку биомассы с производственных площадок в централизованное хранилище и затрат на централизованное хранение. MILP в работе [4] имеет дело с цепочкой поставок, где пять видов лесного сырья питают установку пиролиза, продукция которой может использоваться на месте, для производства энергии или отправляется на конверсионную установку для получения бензина и биодизеля. Два завода расположены и рассчитаны для максимизации общей прибыли.

Большие модели рассчитаны на несколько периодов. Huang, Chen и Fan [5] разработали стратегическую многоступенчатую MILP, включающую

десять периодов в 1 год, для развертывания и настройки мощностей биоперерабатывающих заводов и определения их источников биомассы для минимизации общей стоимости системы. Цель другого MILP, разработанного коллективом авторов [6], состоит в том, чтобы перерабатывать древесные отходы в производственном районе стула, чтобы максимизировать общую прибыль за 52 периода одной недели. Существующие или новые котлы могут быть соединены между собой, и их мощность регулируется каждую неделю, чтобы удовлетворить кривые спроса на тепло и электроэнергию. Совсем недавно De Meyer, Cattrysse и Jos [7] предложили стратегическую и тактическую MILP, включающую пять периодов в одногодичном горизонте, с учетом временной доступности и регенерации биомассы для определения оптимальных моментов сбора урожая. Модель направлена на оптимизацию чистой энергетической прибыли, глобальной эмиссии (greenhouse gas, далее GHG) GHG или комбинации этих двух критериев. Это исследование обеспечивает анализ чувствительности с учетом неопределенности в отношении погоды и / или наличия сырья, которое интегрировано в сценарии.

MILP, используемые для моделирования цепочки поставок сырья, могут быть очень большими по количеству, как переменных, так и ограничений. Например, одну из таких моделей сформулировал коллектив авторов в работе [8] для определения местоположения и поставки конверсионных единиц для 99 округов, разделенных на месяцы за 30 лет. Требуется 145 000 переменных (в том числе 400 двоичных) и 219 000 ограничений. Рассматриваемая цель состоит в том, чтобы минимизировать общие годовые затраты, включая транспортировку биомассы, конверсию биотоплива, транспортировку биотоплива, стоимость объекта и штраф за нехватку биотоплива.

Нелинейные модели не редки в производстве и в проектировании сетей. Bruglieri и Liberti [9] изучили сложные цепочки поставок биомассы, в которых должны быть определены местоположения энергетических установок, производственные мощности и мощности дуг в сети для минимизации общих затрат. В модели учитываются транспортные расходы, производственные затраты и затраты на поставку товаров. Задача сформулирована как смешанно-целочисленное нелинейное программирование (MINLP), небольшие экземпляры которого могут быть решены с помощью специальной процедуры ветвления и ограничения с гарантиями сходимости. MINLP также приводится в [10], где работа посвящена оптимальному проектированию цепочки поставок сырья для оптимизации общих ежегодных затрат цепочки поставок и общих годовых выбросов GHG. Shabani переформулировал модель многопериодного нелинейного программирования (НЛП) для оптимизации цепочки поставок электростанции на лесной биомассе в модель линейного программирования для максимизации общей прибыли. Разработанная модель затем расширяется до двухэтапной стохастической модели линейного программирования для включения неопределенности в доступной биомассе от разных поставщиков [11].

Эвристика требуется, когда прямое разрешение математической модели коммерческим солвером¹ занимает слишком много времени [12]. Солверы разработаны, чтобы быть быстрее, чем точные алгоритмы, но не дают гарантии оптимальности [13]. Несколько исследователей в цепочках поставок сырья разработали метаэвристику, семейство эвристик, в которых различные механизмы избегают попадания в локальный оптимум [14]. В отличие от математических моделей, которые могут быть быстро реализованы с использованием специальных языков, близких к математическому синтаксису, метаэвристика должна быть адаптирована к рассматриваемой проблеме и реализована на обычном языке программирования [15].

Генетические алгоритмы (genetic algorithms, далее GA) работают параллельно над набором решений, закодированных как хромосомы, и генерируют новые решения с использованием операторов кроссовера и мутации. Venema и Calamai [16] применяют эту схему для оптимального расположения объектов биоэнергетики в сельском регионе. Цель состоит в том, чтобы минимизировать общие транспортные расходы, выраженные как произведение спроса и расстояния, что приводит к варианту р-медианной задачи. Одна из модификаций GA разработана Ayoub и Yuji [17]. В этой статье описывается гибкая структура для моделирования сложных цепочек поставок сырья - Строительная сеть (B-NET). B-NET определяется авторами как группа зависимых и взаимосвязанных процессов, использующих один или несколько ресурсов, что приводит к производству одного или нескольких продуктов. Оптимизация цепочки поставок может быть выполнена путем решения MILP, полученного из B-NET, большие² случаи решаются посредством GA в разумные сроки выполнения. Системы энергоснабжения с использованием нескольких видов сырья и трех аспектов (электричество, отопление и охлаждение) для жилых помещений рассматриваются сразу в двух работах [18, 19]. Их особенностью является игнорирование сегментов производства и транспортировки сырья: предполагается, что любое количество может быть приобретено по известной цене. Нелинейные модели предлагаются для удовлетворения потребностей потребителей в энергии при максимизации чистой приведенной стоимости. Поскольку эти NLP являются вычислительно сложными, генетический алгоритм разработан для вычисления хорошего начального решения, которое затем улучшается с использованием метода последовательного квадратичного программирования (SQP).

Метаэвристика, основанная на рое, также управляет набором решений, но подчиняется другим принципам. Вдохновленные поведением стай рыб и птиц, они основаны на поисковых агентах, которые перемещаются в пространстве решений и «сотрудничают», чтобы найти лучшие решения. В работе [20] выбрана «Оптимизация роя бинарных частиц» (BPSO), чтобы найти и подключить электростанции, работающие на лесной биомассе, в сельской местности. BPSO используется для максимизации индекса

¹ Образовано от иностранного Solver – аппарат для решения задач.

² Большие данные.

прибыльности при нелинейных ограничениях, таких как профили напряжения. По сравнению с генетическим алгоритмом он показывает более быструю конвергенцию и дает лучшие решения. Тот же метод применяется к более мелкому тематическому исследованию [21] и по сравнению с имитацией процедуры отжига и алгоритмом поиска табу. Другой алгоритм на основе роя, Binary Honey Bee Foraging (BHBF), представлен в работе [22] и применяется к аналогичной проблеме, когда биомасса состоит из остатков обрезков оливковых деревьев. Этот BHBF превосходит BPSO и GA (две предыдущие работы) в некоторых случаях.

В недавнем исследовании [23], эвристический подход, основанный на структуре адаптивного поиска большого соседства (ALNS), применяется для решения проблемы выбора поставщика и планирования закупок для биоэлектростанции с учетом временных окон и ограничений уровня запасов.

Слово «математика» используется для гибридных методов, сочетающих процедуры точного решения с эвристикой или метаэвристикой. В этой категории подходов можно сослаться на работу Marufuzzaman, Eksioglu и Huang [24], в которых сочетаются методы лагранжевой релаксации и L-образного решения для решения двухэтапной стохастической смешанно-целочисленной модели линейного программирования для проектирования и управление цепями поставок биосырья. В том же году коллектив авторов работы [25] разработали модель проектирования цепочки поставок биомассы для совместного сжигания на угольных электростанциях с использованием эвристики разложения на основе изгибов. Целевая функция сводит к минимуму общие расходы на транспортировку, расположение узлов и штрафные расходы, необходимые для удовлетворения спроса в этой последней работе.

Цели задачи работы

Исходя из проведенного обзора литературы вытекает, что данная проблема актуальная и в достаточной мере проработана. Однако, в литературе недостаточно проработаны алгоритмы, которые бы в малой окрестности допустимого времени работы определяли бы эффективное решение задач формирования цепочек поставок сырья на большой выборке входных данных и могли бы в себя включать различные вероятностные аспекты доставки сырья на склад производства.

Цель исследования заключается в разработке алгоритма, который бы осуществлял поиск эффективного решения задачи по формированию устойчивых поставок сырья за относительно небольшое время работы и имел бы широкий диапазон модификаций.

Задачи исследования:

- Построение алгоритма по поиску эффективного решения.
- Сравнение алгоритма с известными по поиску решения задач формирования устойчивых цепочек поставок сырья на основе одной из известных моделей.

Математическая модель

Перед тем, как перейти непосредственно к разработке алгоритма поиска эффективного решения, рассмотрим математическую модель формирования устойчивых цепочек поставок на склад. Эта модель изложена в работе [26]. Целью работы является поиск оптимального или эффективного решения задачи формирования устойчивых поставок сырья из регионов по средствам работы с лесной биржей России и задачи формирования объемов производства исходя из цен и спроса, сложившихся на рынке. Особенность работы данного сектора биржи заключается в том, что лот можно купить только целиком³. Отсюда следует относительно низкая конкуренция на этом секторе биржи. Однако, мы же сосредоточимся исключительно на процессе формирования устойчивых цепочек поставок одного типа сырья исходя из ежедневной нормы потребления предприятием сырья.

Положим следующие обозначения:

c_{irm} – цена покупки i -й заявки в r -м регионе в m -й день (руб), включая стоимость доставки;

v_{irm} – объем сырья в заявке i из региона r в день m (м³);

u_m – запас на складе сырья в день m (м³);

u^{max} – максимальная вместимость склада (м³);

u^{min} – неприкосновенный запас сырья на складе (м³);

$\dot{v}_{irm}$ – объемы сырья типа i , купленные в предыдущем периоде, про которые известно, что они поступят на склад в день m (м³);

I – количество заявок, которые были куплены в предыдущий период (до $m = 0$) и дата их прихода на склад заранее известна;

R – количество регионов откуда поступают заявки I ;

L_r – расстояние от склада до региона r по ж/д (км);

M – рассматриваемый горизонт планирования (дни), называемый текущий период;

$\dot{M}$ – количество дней из текущего периода, для которых закупленные заявки поступят на склад в следующий период.

Математическая модель задачи F примет вид:

$$\sum_{i,r,m} c_{irm} \lambda_{irm} \rightarrow \min \quad (1)$$

$$u_{m+1} = u_m - \tilde{u} + \sum_{i,r} (\dot{\lambda}_{imr1} - \dot{\lambda}_{i(m-1)r1}) \dot{v}_{irm} + \sum_{i,r} (\lambda_{imr1} - \lambda_{i(m-1)r1}) v_{irm} \geq 0 \quad (2)$$

$$u_m \leq u^{max}, m = 1: M + \dot{M} \quad (3)$$

$$u_m \geq u^{min}, m = 1: M + \dot{M} \quad (4)$$

$$y_{irm} = \begin{cases} 1, \text{ если куплена заявка } i \text{ в регионе } r \text{ в день } m \text{ в текущем периоде} \\ 0, \text{ иначе} \end{cases} \quad (5)$$

$$\dot{y}_{irm} = \begin{cases} 1, \text{ если куплена заявка } i \text{ в регионе } r \text{ в день } m \text{ в предыдущий период} \\ 0, \text{ иначе} \end{cases} \quad (6)$$

$$u_0 = const \quad (7)$$

$$\lambda_{irm1} = \begin{cases} 1, \text{ если купленная в текущем периоде заявка } i \text{ в регионе } r \text{ доставлена ко дню } m \\ 0, \text{ иначе} \end{cases} \quad (8)$$

³ В стоимость лота включается доставка до склада покупателя.

$$\lambda_{irm1} = \begin{cases} 1, & \text{если купленная в прошедшем периоде заявка } i \text{ в регионе } r \text{ доставлена ко дню } m \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad (9)$$

$$S_{i(m-1)r} + y_{irm} * (\xi - \tau_{imr}) = \lambda_{imr1} L_r + \lambda_{imr2} S_{imr} \quad (10)$$

$$\dot{S}_{i(m-1)r} + \dot{y}_{irm} * (\xi - \dot{\tau}_{imr}) = \dot{\lambda}_{imr1} L_r + \dot{\lambda}_{imr2} \dot{S}_{imr} \quad (11)$$

$$\lambda_{imr1} + \lambda_{imr2} = 1 \quad (12)$$

$$\dot{\lambda}_{imr1} + \dot{\lambda}_{imr2} = 1 \quad (13)$$

$$\tau_{imr} = \lambda_{imr1}((S_{imr} + \xi) - L_r) \geq 0 \quad (14)$$

$$\dot{\tau}_{imr} = \dot{\lambda}_{imr1}((\dot{S}_{imr} + \xi) - L_r) \geq 0 \quad (15)$$

$$S_{imr} \leq L_r - 10^{-17} \quad (16)$$

$$\dot{S}_{imr} \leq L_r - 10^{-17} \quad (17)$$

$$0 \leq S_{imr} \leq N y_{irm} \quad (18)$$

$$0 \leq \dot{S}_{imr} \leq N \dot{y}_{irm} \quad (19)$$

$$y_{irm} \geq \lambda_{imr1} \quad (20)$$

$$\dot{y}_{irm} \geq \dot{\lambda}_{imr1} \quad (21)$$

$$\lambda_{imr2}, \dot{\lambda}_{imr2} \in \{0,1\} \quad (22)$$

$$\lambda_{imr1} \geq \lambda_{i(m-1)r1} \quad (23)$$

$$\dot{\lambda}_{imr1} \geq \dot{\lambda}_{i(m-1)r1} \quad (24)$$

$$y_{irm} \geq y_{ir(m-1)} \quad (25)$$

$$\dot{y}_{irm} \geq \dot{y}_{ir(m-1)} \quad (26)$$

$$S_{i0r}, P_{i0r} = 0 \quad (27)$$

$$\dot{S}_{i0r} = const \quad (28)$$

(1) призвано для минимизации дошедшего объема сырья до склада. Ограничение (2) отражает суммарный запас сырья на складе в каждый день. (3) и (4) ограничивают сверху и снизу соответственно объемы запасов сырья на складе. (5) и (6) отражают какие значения принимают переменные в текущем периоде в зависимости от принятых решений в текущем и прошлом периоде планирования соответственно. (7) отражает начальные запасы сырья на складе. (8) и (9) отражают факт пришедших заявок на склад в зависимости от периода, когда те были куплены. (10) и (11) отражают пройденное расстояние груза, если тот был куплен. (12) и (13) утверждают, что товар может быть одновременно либо в пути, либо на складе. (14) и (15) отражают значение экономически фиктивной переменной, если товар пришел на склад.

(16) и (17) исключают следующую ситуацию: Исходя из значения ξ следует, что может выпасть такое ξ , что выполнится следующее: $S_{i(m-1)r} +$

$y_{irm} * (\xi - \tau_{imr}) = \lambda_{imr1} L_r + \lambda_{imr2} S_{imr}$, при $\tau_{imr} = 0, \lambda_{imr1} = 0, \lambda_{imr2} = 1, y_{irm} = 1$. Такая ситуация означает, что груз прошел расстояние ξ и $S_{i(m-1)r} + \xi = S_{imr} = L_r$. В этом случае в соответствии с (12) и (13) только на следующий день $(m + 1)$ придет груз, но на самом деле он пришел в день m . Ввиду этого крайне маловероятного, но возможного события, с целью исключения его, в ограничении (16) и (17) вычитается малое значение 10^{-17} .

Ограничения (18) и (19) не дают возможность расти переменной, отражающей пройденное расстояние заявки, если последняя не была куплена. Пара ограничений (20) и (21) утверждают, что, если товар не был куплен, то он не может быть доставлен. (22) ограничивает значения переменных $\lambda_{imr2}, \dot{\lambda}_{imr2}$. (23) и (24) утверждают, что, если заявка не прибыла на склад в текущих момент, то она и не пришла в прошлый, но, если она пришла в текущий момент, то в следующий момент она тоже будет числиться на складе. Аналогичная логика присутствует, касательно переменных $y_{irm}, \dot{y}_{irm}$ в ограничениях (25) и (26). (27) отражает стартовое значение пройденного расстояния заявкой, купленной в текущем периоде M . (28) пересчитывается к концу текущего периода, как суммарное пройденное расстояние в «прошедшем» текущем периоде, когда алгоритм переходит к работе над следующим периодом.

Таким образом получаем модель стохастического нелинейного целочисленного программирования F .

Входные данные были получены с официального сайта биржи⁴. В качестве предприятия была выбрана одна из крупных компаний Приморского края.

Разработка алгоритма

Для поиска оптимального решения будем строить дерево решений. На момент начала поиска оптимального решения у предприятия будет находиться некоторый начальный объем сырья. Сначала алгоритм сгенерирует начальное решение⁵ – последовательность закупа из регионов сырья по дням. Начальное решение построим самое простое – каждый день предприятие не будет ничего покупать. Затем будем улучшать решение посредством изменения предыдущего. Когда будет получено новое решение, предстоит провести его тест на вышеупомянутой математической модели. Ключевым фактором будем считать фактор простоя предприятия. Если предприятие встало на каком-либо временном промежутке, тогда из строящегося дерева предстоит извлечь часть решения, отвечающую за некоторый промежуток времени, и заменить ее минимальной по стоимости сгенерированной новой частью. Затем полученное решение прогнать через математическую модель. Получаем цикл. Критерием останова будем считать выполнение следующего условия: либо получится так, что предприятие работает без перебоя и в течение некоторого числа изменений

⁴ Официальный сайт «Санкт-Петербургской Международной Товарно-сырьевой Биржи» (АО «СПБМТСБ»), [Электронный адрес]: <https://spimex.com/markets/wood/trades/results/>

⁵ Скорее всего недопустимое.

решения не получается найти лучше, либо получится так, что нет такого решения, чтобы предприятие могло работать стабильно, либо решений нет. Положим ϑ – значение доверительного интервала (в %).

Алгоритм А по поиску допустимого решения модели F :

Шаг 1А: Положим начальные данные (включая прогнозные):

$m = 1, TC = [\infty]$. Перейти к шагу 2А.

Шаг 2А: Строим дерево решений для m -го дня. Строим все возможные деревья для этого дня. Перейти к шагу 3А.

Шаг 3А: Ранжируем деревья решений по стоимости. Перейти к шагу 4А.

Шаг 4А:

Если множество решений для m -го дня равно 0 и $m = 1$, то выйти из алгоритма.

Если множество решений для m -го дня равно 0, тогда $m = m - 1$ и текущее решение из $(m - 1)$ -го дня тоже вычеркиваем и перейти к шагу 3А.

Если множество решений для m -го дня не равно 0, тогда выбираем самый дешевый из имеющихся. Перейти к шагу 5А.

Шаг 5А: Проверяем на модели F данное решение.

Если производство встало (не выполнены (4)), вычеркиваем это решение из дерева решений из шага 4А и переходим к шагу 4А без этого решения для дальнейшего ветвления.

Если производство не встало и текущий рассмотренный m – не последний день, перейти к следующему дню $m = m + 1$ и перейти к шагу 2А.

Если производство не встало и текущий рассмотренный m последний день, сохранить данное решение в векторе X , записать показатель TC , вычеркнуть данное решение в текущем дне из дерева решений. Выход из алгоритма.

Конец алгоритма.

Рассмотрим *Алгоритм В* по поиску решения модели F с применением методики параллельного программирования:

Шаг 1В: Положим начальные данные (включая прогнозные $m = 1, TC = [\infty], \hat{U}, k = 0,8, s = 1, \{\hat{L}_j\} = \emptyset, \vartheta = \vartheta\%$). Перейти к шагу 2В.

Шаг 2В: Получить первое допустимое решение (алгоритм А). Перейти к шагу 3В.

Шаг 3В: Прогнать полученное решение 100 раз и замерить количество раз, когда предприятие не встало (4).

Если отношение количества раз, когда предприятие не встало, и 100 не превосходит 5% добавить решение в таблицу на шаге 5В. Перейти к шагу 4В с текущим решением.

Если отношение количества раз, когда предприятие не встало, и 100 превосходит 5%, то продолжаем искать допустимое решение (шаг 2В) - ветвить.

Шаг 4В: Полученное решение размножить на $5 + 10 * |\hat{L}_j|$ структурно одинаковых решений. Случайно изменить каждое из $5 + 10 * |\hat{L}_j|$ решений следующим образом: изменить в любой день ребро (взять в этот день большую

по стоимости заявки). Удалить остатки, идущие после этого дня, от прошлого решения. Ветвить до допустимого решения или пройти 1024 комбинации решений. Перейти к шагу 5В.

Шаг 5В: Дождаться выполнения всех остальных операций. Сформировать матрицу $(N, \sum_m TC_m, \sum_{irm} v_{irm}, P_N(\text{устойчивости}), \{y_{irm}\}_N)$, где N – номер решения, $\sum_m TC_m$ – суммарные издержки понесенные в ходе покупки и транспортировки, $\sum_{irm} v_{irm}$ – суммарный привезенный объем сырья, $P_N(\text{устойчивости})$ – вероятность устойчивости решения. Добавить в качестве строк решения из множества $\{\tilde{L}\}$, $\{y_{irm}\}_N$ – набор заявок для каждого элемента из множества $\{\tilde{L}\}$. Перейти к шагу 6В.

Шаг 6В: Сортировка матрицы по значению в столбце $\sum_i TC_i$ по возрастанию.

В случае, если попадутся одинаковые значения сортировать эти элементы по столбцу $P_N(\text{устойчивости})$ по убыванию. Перейти к шагу 7В.

Шаг 7В: Формируем вектор относительных встреч: Записываем в матрицу M , строки с допустимыми решениями из шага 6В. Сравнить TC и $\sum_m TC_m$ первого решения из таблицы.

Если выполняется следующее на всем диапазоне $TC \pm \vartheta < \sum_m TC_m$, перейти к шагу 8В.

Если выполняется следующее на всем диапазоне $TC \pm \vartheta > \sum_m TC_m$, положить $TC = \sum_m TC_m$ и обновить $\{\tilde{L}\}$ текущим решением, отправить решение на шаг 4В.

Если значение $\sum_i TC_i$ попадает в диапазон $TC \pm \vartheta$, дополнить $\{\tilde{L}\}$ текущим решением, перейти к шагу 8В.

Шаг 8В: Дождаться выполнения всех остальных операций. Рассчитаем значение элементов матрицы $\tilde{M}$. $\tilde{M}_j = \left\{ \frac{\sum_i \{y_{ji}\}}{N_{max}} \right\}$. Рассчитаем значение элементов ядра $\{\hat{L}_j\} = \{\tilde{M}_j | \tilde{M}_j \geq 1\}$. Рассчитаем значение элементов псевдоядра $\{\dot{L}_j\} = \{1 | \tilde{M}_j \geq k\}$.

Если $k + s/1000 > 1$, перейти к шагу 11В.

Если $\sum_j \{\dot{L}_j\} = 0 \Rightarrow k = k/2$, перейти заново к шагу 8В.

Если $\sum_j \{\dot{L}_j\} \neq 0 \Rightarrow k = 0,8$, перейти к шагу 9В.

Шаг 9В: $s = s + 1$. Прогнать $\{\dot{L}_j\}$ 100 раз. Производство встало более 5% раз?

Если да, перейти к шагу 2В.

Если нет, то сравнить значения TC и $\sum_m TC_m$:

если выполняется следующее условие $TC \pm \vartheta < \sum_m TC_m$, то отправить решение к шагу 3В.

Если выполняется следующее условие $TC \pm \vartheta > \sum_m TC_m$, то перезаписать $TC = \sum_m TC_m$ и обновить $\{\tilde{L}\}$ текущим решением, перейти к шагу 10В.

Если значение попадает в интервал $TC \pm \vartheta$, то дописать текущее решение в $\{\tilde{L}\}$, если оно структурно не совпадает с другими решениями этого множества. Перейти к шагу 10В.

Шаг 10В:

Если значение TC , после попадания на этот шаг не менялось 3 раза подряд, тогда выйти из алгоритма и $\{\tilde{L}\}$ – решение (решения) с издержками в интервале $TC \pm \vartheta$.

Если менялось, то перейти к шагу 5В.

Шаг 11В: выйти из алгоритма и $\{\tilde{L}\}$ – решение (решения) с издержками в интервале $TC \pm \vartheta$.

Конец алгоритма.

Калибровка

Для решения этой задачи положим некоторые входные значения, отраженные в таблице 1. Алгоритму предстоит работать над известными данными, опубликованные данными биржи. Всего возьмем три разных периода M : с 01 февраля по 31 июня 2017 года (150 дней), с 01 февраля 2017 года по 01 февраля 2018 года (365 дней), с 01 февраля 2017 года по 15 мая (≈ 800 дней). За данный период в торговле участвовали Иркутская область (1), Республика Удмуртия (далее, Удмуртия) (2), Московская область (3) и Пермский край (4). За это время было 312, 659, 1862 заявок соответственно. В качестве скользящего периода планирования $|M|$ был положен временной интервал в 1 месяц. Производство расположено в г. Спасск-Дальний, Приморский край, ДФО, Россия.

Таблица 1 – входные данные для решения задачи.

№	Параметры	Значение
1	u^{max} , м ³	7500
2	u^{min} , м ³	100
3	$\tilde{u}$, м ³	183
4	L_r , км	[3242, 7232, 8200, 7892]
5	$ M $, дни	$ M $
6	ξ	$\sim N(1050, 500)^6$

Источники: предприятие (1-4), составлено автором(ами) (5-6).

Для определенности укажем, что на начало работы алгоритма поток $\dot{v}_{irm}$ представляет из себя 2 заявки суммарной в объеме 143 м³, следующие из Иркутской области. Кроме того, стоит отметить, что бюджет предприятия не ограничен.

Поясним 5 пункт таблицы 1. Алгоритм будет работать из расчета на два месяца планирования, но каждый месяц алгоритм будет запускаться заново для учета следующих двух месяцев. Так планируется учитывать тенденцию изменения наличия сырья на бирже в каждый отдельный месяц.

Максимальное время поиска решения составляет 3 часа. Рассмотрим, как будет распределено время получения решения между месяцами. На каждый месяц будет приходиться доля от общего задаваемого времени в том же соотношении, что и у количества заявок по месяцам между собой.

Обсуждение

⁶ 1050 км – математическое ожидание, 500 км – дисперсия.

Для оценки эффективности авторского алгоритма (далее, АА) для сравнения были выбраны еще два известных: метод ветвей и границ (далее, МВиГ) [1-3], генетический алгоритм (далее, ГА) [4, 5, 15]. А также были выбраны 4 разных процессора таблица 2. Оперативная память компьютера 16 Гб. Для реализации процесса распараллеливания использовался аппарат MPI⁷, встроенный в Matlab. Параллельно запускать предполагается сами алгоритмы, что потом вычислить среднее значение целевой функции. В таблице 1 отражены значения лучшего решения для каждого алгоритма.

Таблица 2 – Сравнение результатов работы алгоритмов (средние значения⁸).

№			1	2	3	4
Название процессора			AMD Ryzen 9 3950X BOX	AMD Ryzen 7 3700X BOX	AMD Ryzen 5 3600 BOX	AMD Athlon 240GE OEM
Критерий; алгоритм; $M \setminus$ Ядра (поток) (шт), частота (ГГц)			16 (32), 3.5	8 (16), 3.2	6 (12), 3.2	2 (4), 2.7
Значение целевой функции, млн. р.	МВиГ	150	1.45	1.61	2.22	3.01
		365	NaN ⁹	NaN	NaN	NaN
		800	NaN	NaN	NaN	NaN
	АА	150	1.62	2.11	2.32	3.53
		365	4.62	4.89	5.29	9.82
		800	9.81	11.21	15.72	18.49
	ГА	150	2.1	2.31	2.56	3.67
		365	4.98	6.21	7.32	10.19
		800	11.02	12.31	18.99	21.39
Количество изменений эффективного решения, раз	МВиГ	150	12	8	7	2
		365	NaN	NaN	NaN	NaN
		800	NaN	NaN	NaN	NaN
	АА	150	13	12	10	2
		365	15	13	13	2
		800	17	18	17	2
	ГА	150	6	19	2	1
		365	18	12	19	2
		800	27	11	20	3
Время работы алгоритма до срабатывания критерия останова, мин	МВиГ	150	180	180	180	180
		365	180	180	180	180
		800	180	180	180	180
	АА	150	128.21	151.98	179.12	180
		365	178.32	180	180	180
		800	180	180	180	180

⁷ mpiSettings. Documentation. MathWorks. [Электронный ресурс]: <https://www.mathworks.com/help/parallel-computing/mpisettings.html>

⁸ Округление до второго знака после запятой.

⁹ Нет значения.

	ГА	150	180	180	180	180
		365	180	180	180	180
		800	180	180	180	180

Источники: AMD¹⁰, составлено авторами.

Для адекватности оценки эффективности работы АА и ГА, каждый был запущен по 25 раз для каждого значения горизонта планирования.

Рассмотрим таблицу 2. При реализации МВиГ было получено решение для горизонта планирования в 150 дней. Однако, на более долгий период этот алгоритм показал себя слабо эффективным. В то время, как АА и эвристический ГА показали себя лучше и в процессе их работы удалось отыскать эффективные решения.

Рассмотрим количества изменений структуры эффективного решения исходя из значений целевой функции. АА показал себя с лучшей стороны относительно МВиГ, потому что смог отыскать больше допустимых решений, а последнее означает, что на более сложных задачах в процессе его работы можно отыскивать больше эффективных и более эффективные решения. При рассмотрении пары алгоритмов ГА и АА в разрезе любого горизонта планирования стоит отметить, что ГА – это очень стохастически зависимый алгоритм. В таблице видно, что нет зависимости от мощности процессора числа решений, которые сменяли предыдущее. В то время, как АА показал себя более стабильным, чем ГА, алгоритмом.

Рассмотрим время работы алгоритмов. Из всех трех алгоритмов лишь АА выходил из цикла раньше. Более того, его результаты решения были лучше, чем у ГА, однако хуже, чем у МВиГ. Последнее объясняется тем, что МВиГ это алгоритм, который сходится к оптимальному решению [11, 26], в то время, как у ГА [1-3] и АА нет таких гарантий.

На рисунках 1-3 изображены поведения средних значений издержек в зависимости от горизонта планирования. Для определенности будем вести нумерацию подграфиков с верхнего левого угла, справа на лево последовательно.

Рассмотрим рисунок 1. На нем видно, что в краткосрочной перспективе (150 дней) планирования, как и было отмечено раньше в конечном значении целевой функции лидирует МВиГ. На подрисунке 1.4 показано, что есть промежуток, когда АА находит меньшее значение издержек. Но меньшее значение издержек может быть обосновано лишь для локальной ситуации, но в глобальном МВиГ показывает себя лучше.

Исходя из подрисунка 1.2 можно заметить, что ГА и АА ведут себя примерно одинаково. Это связано с тем, что эти два алгоритма плохо себя показывают на маленьких выборках, т. к. АА основан на скрещивании ГА и МВиГ, а ГА, как известно, не является эффективным на «коротких» выборках [1-3]. Не исключено, что при увеличении числа входных параметров и / или периода планирования ГА и АА себя покажут с более эффективной стороны.

¹⁰ AMD Ryzen. Processors. [Электронный ресурс]: <https://www.amd.com/ru/ryzen>

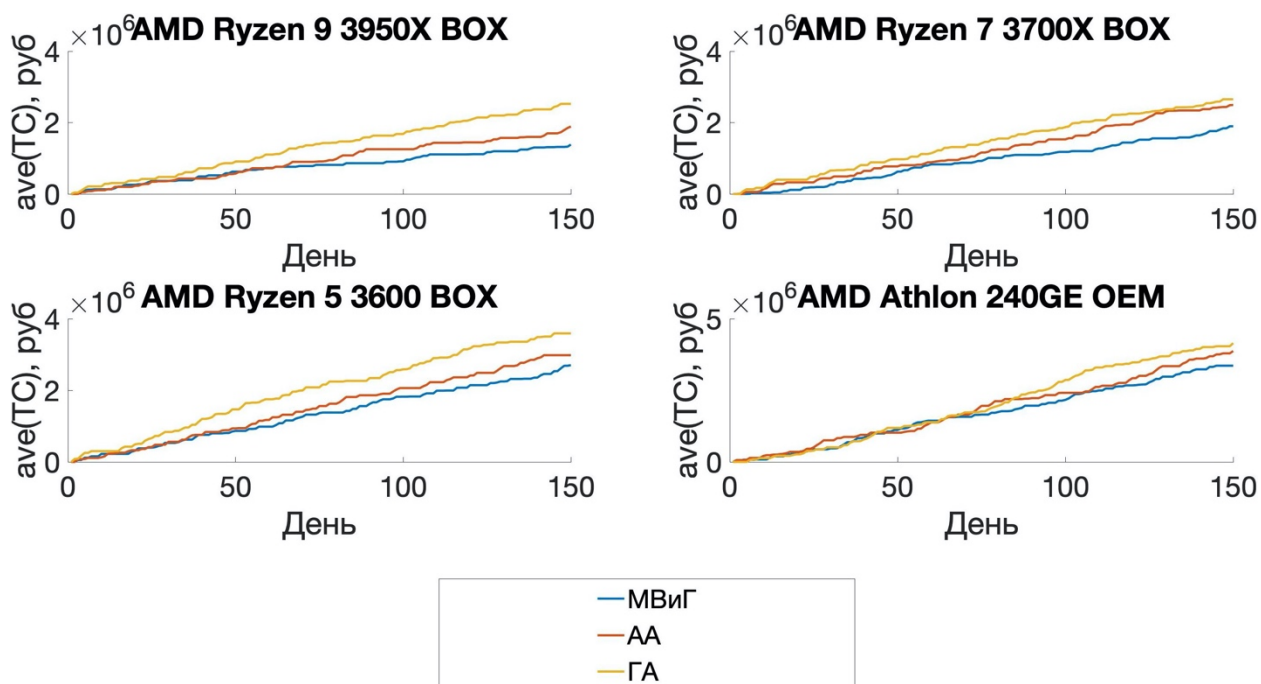


Рисунок 1 – Визуализация поведения накопленных издержек для горизонта планирования в 150 дней

Последнее утверждение очень хорошо можно заметить на рисунках 2 и 3. На этих двух рисунках видно, что МВиГ не показал видимых результатов в то время, как АА и ГА дали более уверенный ответ. Здесь также, как и на подрисунке 1.2, можно рассмотреть на подрисунке 2.2, что существует интервал, на котором ГА показывает себя лучше, однако, в конечном итоге АА выдает лучшее решение. Это также связано с локальностью, которая была описана выше. В среднем можно сказать, что АА показывает себя лучше, чем ГА на всех остальных подрисунках рисунков 2 и 3.

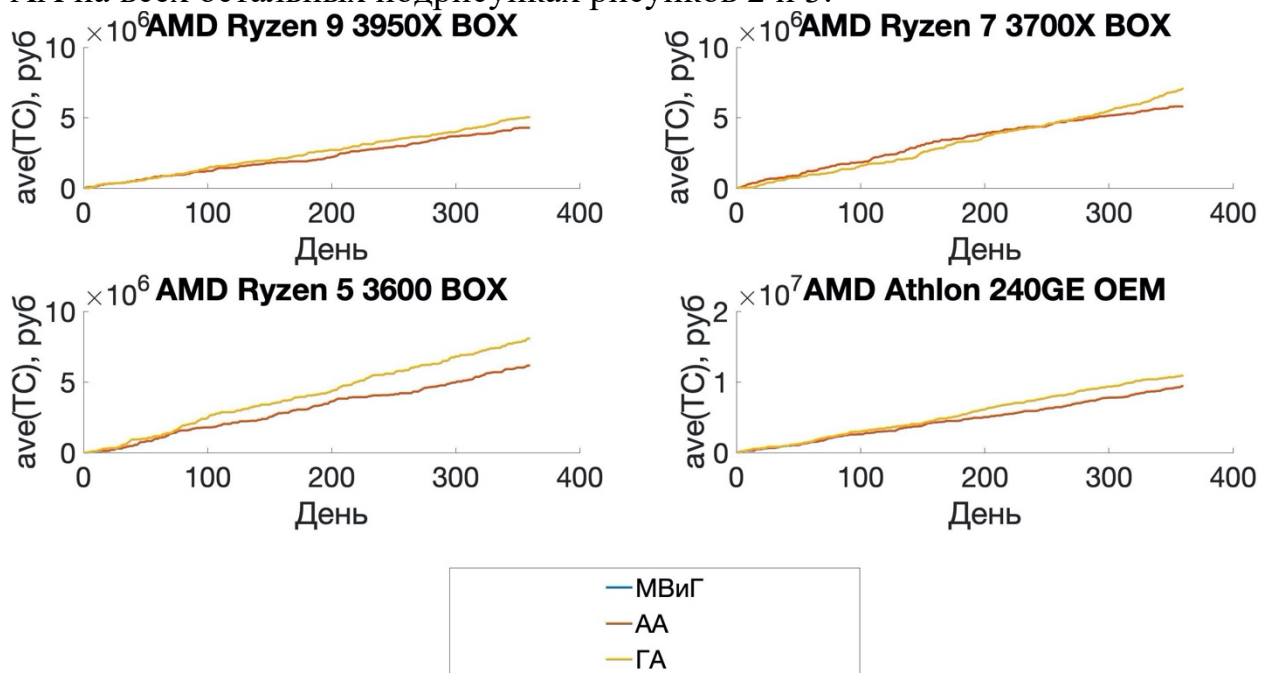


Рисунок 2 – Визуализация поведения накопленных издержек для горизонта планирования в 365 дней

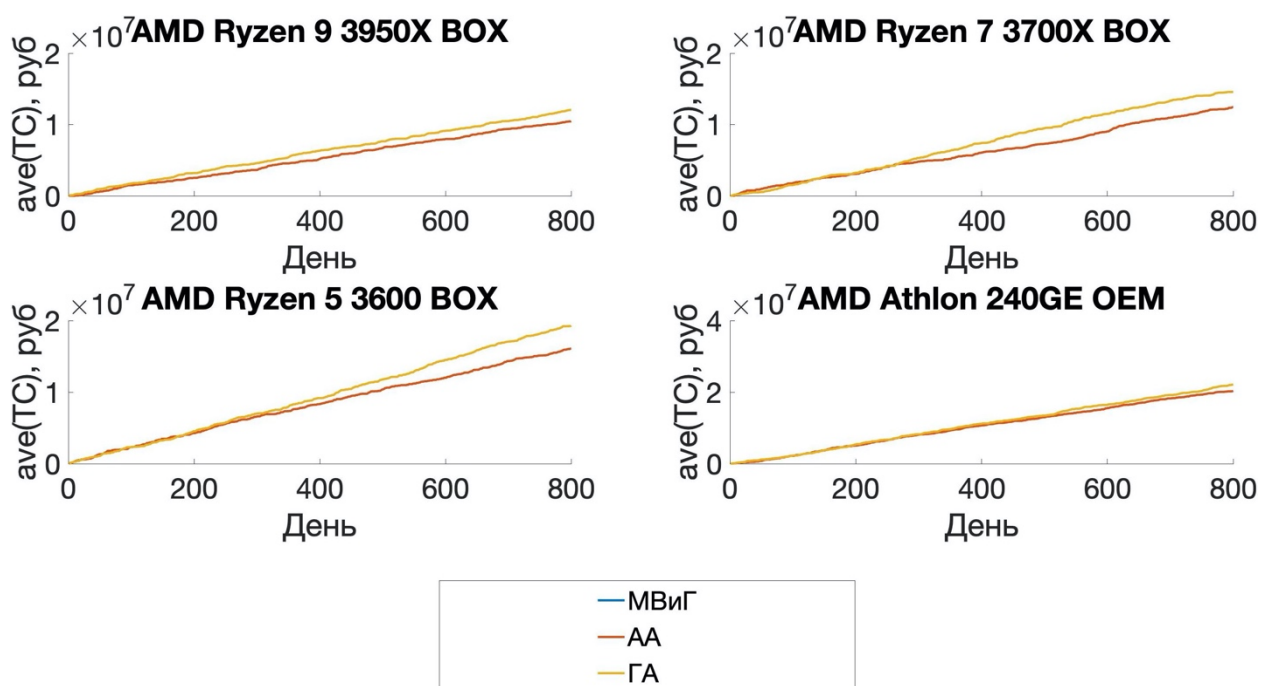


Рисунок 3 – Визуализация поведения накопленных издержек для горизонта планирования в 800 дней

Рассмотрим варианты по модернизации алгоритма.

В случае, если удастся, исходя из практики транспортировки сырья, заменить серию ограничений с пройденным расстоянием на общее время в пути, то поиск допустимого решения (Алгоритм А) можно заменить на задачу линейного программирования, что несомненно позволит уменьшить время поиска эффективного решения.

Имеет смысл доказать выпуклость модели задачи. Это даст возможность для поиска точного алгоритма по поиску оптимального решения в некоторой окрестности.

Отметим, что данный алгоритм имеет достаточно широкое применение, т. к. может решать различные стохастические и не стохастические модификации данной задачи.

Заключение

В результате работы отметим, что данная задача является актуальной и разработанной в современной литературе. Отсутствие единого подхода к решению такого рода задач открывает широкие возможности по построению алгоритмов и моделей.

В рамках данной работы была разработана экономико-математическая модель по формированию устойчивых поставок сырья с учетом вероятности прохождения расстояние по ЖД каждый день в пути. Математическая модель носит характер стохастической и нелинейной, что усложняет процесс поиска эффективного решения.

Предложен алгоритм по поиску эффективных решений для задач подобного класса. Проведено сравнение работ нескольких алгоритмов на основе решения ими текущей задачи. Показано, что алгоритм устойчив при работе с большой выборкой и имеет множество, как плюсов, так и минусов.

Рассмотрены возможности по модификации математической модели и разработанного алгоритма. Отмечена достаточно широкая применимость последнего в решении экономико-математических задач подобного класса.

Список литературы

1. Zandi Atashbar, N., Labadie, N., & Prins, C. (2018). Modelling and optimisation of biomass supply chains: a review. *International Journal of Production Research*, 56(10), 3482–3506. <https://doi.org/10.1080/00207543.2017.1343506>
2. Cundiff, J. S., N. Dias, and H. D. Sherali. 1997. “A Linear Programming Approach for Designing a Herbaceous Biomass Delivery System.” *Bioresource Technology* 59 (1): 47–55.
3. Judd, J., S. Sarin, J. S. Cundiff, and R. D. Grisso. 2010. “An Optimal Storage and Transportation System for a Background/Motivation.” In 2010 ASABE Annual International Meeting, 0300 (10), Pittsburgh, USA, 1–15.
4. Kim, J., M. J. Realff, J. H. Lee, C. Whittaker, and L. Furtner. 2011. “Design of Biomass Processing Network for Biofuel Production Using an MILP Model.” *Biomass and Bioenergy* 35 (2): 853–871.
5. Huang, Y., C. W. Chen, and Y. Fan. 2010. “Multistage Optimization of the Supply Chains of Biofuels.” *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review* 46 (6): 820–830.
6. Chinese, D., and A. Meneghetti. 2005. “Optimisation Models for Decision Support in the Development of Biomass-based Industrial District-heating Networks in Italy.” *Applied Energy* 82 (3): 228–254.
7. De Meyer, A., D. Cattrysse, and V. O. Jos. 2016. “Considering Biomass Growth and Regeneration in the Optimisation of Biomass Supply Chains.” *Renewable Energy* 87: 990–1002.
8. Zhang, L., and G. Hu. 2013. “Supply Chain Design and Operational Planning Models for Biomass to Drop-in Fuel Production.” *Biomass and Bioenergy* 58: 238–250.
9. Bruglieri, M., and L. Liberti. 2008. “Optimal running and Planning of a Biomass-based Energy Production Process.” *Energy Policy* 36: 2430–2438.
10. Akgul, O., N. Mac Dowell, L. G. Papageorgiou, and N. Shah. 2014. “A Mixed Integer Nonlinear Programming (MINLP) Supply Chain Optimisation Framework for Carbon Negative Electricity Generation Using Biomass to Energy with CCS (BECCS) in the UK.” *International Journal of Greenhouse Gas Control* 28: 189–202.
11. Shabani, N., T. Sowlati, M. Ouhimmou, and M. Rönnqvist. 2014. “Tactical Supply Chain Planning for a Forest Biomass Power Plant under Supply Uncertainty.” *Energy* 78: 346–355.
12. Flynn, B., Pagell, M. and Fugate, B. (2020), From the editors: Introduction to the emerging discourse incubator on the topic of emerging approaches for developing supply chain management theory. *J Supply Chain Manag.* Accepted Author Manuscript. doi:10.1111/jscm.12227
13. Touboulic, A., McCarthy, L. and Matthews, L. (2020), Re-Imagining supply chain challenges through critical engaged research. *J Supply Chain Manag.* Accepted Author Manuscript. doi:10.1111/jscm.12226

14. Bansal, T., Gualandris, J. and Kim, N. (2020), Theorizing supply chains with qualitative Big Data and Topic Modeling. *J Supply Chain Manag.* Accepted Author Manuscript. doi:10.1111/jscm.12224
15. Parast, M. (2019), "A learning perspective of supply chain quality management: empirical evidence from US supply chains", *Supply Chain Management*, Vol. 25 No. 1, pp. 17-34. <https://doi.org/10.1108/SCM-01-2019-0028>
16. Venema, H. D., and P. H. Calamai. 2003. "Bioenergy Systems Planning Using Location – Allocation." *Annals of Operations Research* 123: 241–264.
17. Ayoub, N., and N. Yuji. 2012. "Demand-driven Optimization Approach for Biomass Utilization Networks." *Computers and Chemical Engineering* 36 (1): 129–139.
18. Rentizelas, A. A., and I. P. Tatsiopoulos. 2010. "Locating a Bioenergy Facility using a Hybrid Optimization Method." *International Journal of Production Economics* 123 (1): 196–209.
19. Rentizelas, A. A., I. P. Tatsiopoulos, and A. Tolis. 2009. "An Optimization Model for Multi-biomass Tri-generation Energy Supply." *Biomass and Bioenergy* 33 (2): 223–233.
20. Reche López, P., F. Jurado, N. Ruiz Reyes, S. García Galán, and M. Gómez. 2008. "Particle Swarm Optimization for Biomass-fuelled Systems with Technical Constraints." *Engineering Applications of Artificial Intelligence* 21 (8): 1389–1396.
21. Reche López, P. R., S. G. Galán, N. R. Reyes, and F. Jurado. 2008. "A Method for Particle Swarm Optimization and its Application in Location of Biomass Power Plants." *International Journal of Green Energy* 5 (3): 199–211.
22. Vera, D., J. Carabias, F. Jurado, and N. Ruiz-Reyes. 2010. "A Honey Bee Foraging Approach for Optimal Location of a Biomass Power Plant." *Applied Energy* 87 (7): 2119–2127.
23. Kumar, K., C. Clavijo Lopez, O. T. Sanchez, A. Gupta, O. Péton, T. Yeung, and A. Vanuxem. 2016. "Integrated Strategic and Tactical Optimization of Animal-waste Sourced Biopower Supply Chains." In *Proceedings of 2015 International Conference on Industrial Engineering and Systems Management, IEEE IESM 2015, Seville, Spain*, 1367–1373.
24. Marufuzzaman, M., S. D. Eksioglu, and Y. (Eric) Huang. 2014. "Two-stage Stochastic Programming Supply Chain Model for Biodiesel Production via Wastewater Treatment." *Computers & Operations Research* 49: 1–17.
25. Roni, M. S., S. D. Eksioglu, E. Searcy, and K. Jha. 2014. "A Supply Chain Network Design Model for Biomass Co-firing in Coal-fired Power Plants." *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review* 61: 115–134.
26. Рогоулин Р. С. МОДЕЛЬ ОПТИМИЗАЦИИ ПЛАНА ЗАКУПОК СЫРЬЯ ИЗ РЕГИОНОВ РОССИИ ЛЕСОПЕРЕРАБАТЫВАЮЩИМ КОМПЛЕКСОМ, *Вестник УрФУ. Серия экономика и управление. №2, 2020. (В печати)*