

УДК 519.711.7  
ББК 22.1

## ЗАДАЧА ВЫБОРА И РАЗМЕЩЕНИЯ БАЗОВЫХ СТАНЦИЙ В БЕСПРОВОДНОЙ СЕТИ

Чиркова Ю. В.<sup>1</sup>

(ИПМИ КарНЦ РАН, Петрозаводск)

*В работе исследуется модель эгоистичного выбора базовой станции в беспроводной сети в игровой постановке, где каждый игрок стремится увеличить свою величину отношения “сигнал/шум”. Для модели  $n$  игроков, распределенных на отрезке с некоторой плотностью, построена система интегральных уравнений, решение которой дает равновесные стратегии выбора базовых станций. Также исследуется задача оптимального размещения базовых станций на отрезке, где владельцы базовых станций стремятся максимизировать число своих абонентов, ведущих себя согласно стратегиям в предыдущей модели. Построены системы интегральных уравнений, решение которых дает стратегии размещения базовых станций для двух сценариев: социально-оптимального и эгоистичного поведения владельцев станций. Разработано программное обеспечение для численного нахождения и визуализации решений для данных моделей.*

Ключевые слова: беспроводная сеть, эгоистичная маршрутизация, отношение “сигнал/шум”.

### **Введение**

Беспроводная сеть состоит из большого количества точек доступа – базовых станций, которые покрывают определенную географическую область, чтобы обеспечить беспроводное соединение для пользователей. Обычно эти точки доступа перекрывают-

---

<sup>1</sup>Юлия Васильевна Чиркова, кандидат физико-математических наук, (julia@krc.karelia.ru).

ся, то есть в зоне покрытия существуют области, в которых доступен сигнал с нескольких базовых станций. Перекрытие требуется для передачи соединения на другие базовые станции, чтобы обеспечить непрерывность связи. С другой стороны, некоторые беспроводные сети используют несколько базовых станций для предоставления услуги радиодоступа для определенной области, чтобы обслуживать большое количество мобильных пользователей. Мобильные пользователи делают выбор самостоятельно и пытаются максимизировать свое отношение сигнал / шум (SNR). Выбор ближайшей базовой станции не всегда является наилучшей возможной стратегией, поскольку другие игроки могут уже использовать ресурсы данной станции. В ряде работ представлены исследования в области решения подобных задач выбора базовой станции с целью достижения различных целей: повысить пропускную способность пользователей [1, 2, 3, 4, 5], минимизировать помехи среди пользователей [6, 7, 8], минимизировать стоимость выбора базовой станции [9], максимизировать отношение “сигнал/шум” как показатель качества связи [11]. Кроме того, наиболее популярный подход к повышению производительности системы – это предложение новых сценариев для управления решением задачи выбора станций и анализа производительности на основе теоретико-игровых моделей [1, 2, 10, 11]. Методы теории игр применимы в случае, когда требуется распределить ограниченное количество ресурсов среди большого числа эгоистичных пользователей.

В данной работе исследуется модель эгоистичного выбора базовой станции в беспроводной сети. Допустим, что на некоторой территории расположено несколько базовых станций беспроводной связи. Пользователь с устройством мобильной связи находится в некоторой точке, либо передвигается по территории и в каждой своей точке нахождения он решает, с какой из доступных базовых станций лучше соединиться его мобильному устройству, чтобы обеспечить себе наилучшее качество связи. В случае, когда пользователь один, оптимальным решением был бы выбор ближайшей станции, однако на данной территории могут нахо-

даться еще пользователи, решающие аналогичную задачу. Если несколько мобильных устройств соединяются с одной станцией, качество связи на данной станции ухудшается и может возникнуть ситуация, когда оптимально было выбрать более удаленную станцию, но менее загруженную соединениями.

Рассмотрим задачу как игру, в которой игроками являются устройства мобильной связи. В каждой точке нахождения игрок выбирает базовую станцию для соединения, пытаясь максимизировать для себя значение отношения “сигнал/шум”. В данной модели значение “сигнал” обратно пропорционально квадрату расстояния до выбранной базовой станции. “Шум” – это сумма сигналов всех игроков, выбравших данную базовую станцию, и некоторой постоянной величины – уровня шума на данной базовой станции. Здесь не учитывается влияние сигналов игроков, выбравших другую базовую станцию. Рассматривается 1-размерная модель, то есть предполагается, что базовые станции и игроки расположены на некотором отрезке. Такая модель может быть применима к тем случаям, когда рассматриваемая территория имеет сильно вытянутую форму, например, населенные пункты, расположенные вдоль дорог, рек, побережий озер, что является частой ситуацией в таежных областях. Также исследуется задача оптимального размещения базовых станций на отрезке, где владельцы базовых станций стремятся максимизировать число своих абонентов, ведущих себя согласно стратегиям в предыдущей модели.

## **1. Задача выбора базовых станций**

В рассматриваемой игре  $N + 1$  игрок с координатами, которые распределены на числовой прямой с некоторыми одинаковыми известными функциями плотности. Каждый из игроков знает свою координату  $x$ , а также функцию  $p(\cdot)$  плотности распределения координаты каждого из остальных  $N$  игроков. Положим, что игрокам нужна связь в некотором интервале  $[T_0, T]$  (например, это могут быть границы населенного пункта). На числовой прямой также расположено  $n$  базовых станций, для каждой  $i$ -й

из которых известны характеристики: координата  $b_i$ , высота  $h_i$ , уровень шума  $c_i$ . Считаем, что базовые станции упорядочены по возрастанию значений их координат.

Стратегией каждого игрока является набор  $t = (t_1, \dots, t_{n-1})$  пороговых координат переключения между станциями. Положим, что самая левая и самая правая координаты соединения игрока с базовыми станциями совпадают с концами интервала  $[T_0, T]$  и связаны соответственно с первой и  $n$ -й базовыми станциями, то есть  $t_0 = T_0$  и  $t_n = T$ . Стратегический набор порогов  $t$  является допустимым, если  $t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_{n-1}$  и все  $t_i \in [T_0, T], i = 0, \dots, n$ . Для набора стратегий  $t$  будем считать, что при выборе базовой станции все игроки придерживаются следующего Правила Выбора Станции (ПВС).

**Определение 1.** *Правило Выбора Станции (ПВС). Игрок с координатой  $x$  выбирает базовую станцию  $i$ , если  $t_{i-1} < x < t_i$ . Если есть такой порог  $t_i$ , что  $x = t_i$ , то игрок может выбрать либо станцию  $i$ , либо станцию  $i + 1$ .*

Таким образом, допустимый стратегический набор порогов  $t = (t_1, \dots, t_{n-1})$  делит интервал  $[T_0, T]$  на  $n$  подынтервалов таких, что игроки, находящиеся на интервале  $[t_{i-1}, t_i]$  выбирают для соединения базовую станцию  $i$ . Все игроки одинаковы и одинаково действуют. Поэтому стратегию  $t$  можно считать общей для всех игроков.

Функцией выигрыша каждого из игроков является ожидаемое им значение своего отношения “сигнал/шум”. Для игрока, находящегося в точке  $x$ , если он выбрал для соединения базовую станцию  $i$ , его функция выигрыша определяется как

$$SNR_i(x, t) = \frac{1}{h_i^2 + (x - b_i)^2} \Big/ \left( \frac{1}{h_i^2 + (x - b_i)^2} + \int_{t_{i-1}}^{t_i} \frac{Np(y)dy}{h_i^2 + (y - b_i)^2} + c_i \right)$$

В качестве суммы сигналов остальных игроков используется ее математическое ожидание с учетом того, что игроки действуют одинаково, и координата каждого из  $N$  игроков распределена с плотностью  $p(\cdot)$ .

Упростим функцию выигрыша:

$$SNR_i(x, t) = \frac{1}{1 + (h_i^2 + (x - b_i)^2) \left( \int_{t_{i-1}}^{t_i} \frac{Np(y)dy}{h_i^2 + (y - b_i)^2} + c_i \right)}$$

и рассмотрим ее производную:

$$\frac{\partial SNR_i}{\partial x} = - \frac{2(x - b_i) \left( \int_{t_{i-1}}^{t_i} \frac{Np(y)dy}{h_i^2 + (y - b_i)^2} + c_i \right)}{\left( 1 + (h_i^2 + (x - b_i)^2) \left( \int_{t_{i-1}}^{t_i} \frac{Np(y)dy}{h_i^2 + (y - b_i)^2} + c_i \right) \right)^2},$$

которая меньше 0 при  $x < b_i$  и больше 0 при  $x > b_i$ . Это означает, что для любой базовой станции и любого игрока его функция выигрыша на этой станции строго увеличивается с приближением к ней и строго уменьшается с удалением от нее.

**Определение 2.** *Стратегический набор порогов  $t$  является равновесием по Нэшу, если все игроки выбирают базовые станции согласно Правилу Выбора Станции и ни один игрок не может увеличить значение своей функции выигрыша, выбрав другую станцию.*

Определим значение  $SNRmax(x, t) = \max_{i=1, \dots, n} SNR_i(x, t)$  – наилучшее значение выигрыша, которое игрок с координатой  $x$  может получить при данном расположении базовых станций  $b$  и стратегии  $t$ . В равновесии игроки получают это значение в качестве выигрыша. Следующий пример показывает, что в случае неравновесной стратегии и использования ПВС есть участки, где игроки получают в качестве выигрыша меньшие значения, чем  $SNRmax(x, t)$ . То есть в неравновесных ситуациях следование ПВС невыгодно для игроков.

**Пример 1.** На отрезке  $[0, 4]$  расположены 3 одинаковые базовые станции с координатами  $b_1 = 1, b_2 = 2.5, b_3 = 3$  и высотой и уровнем шума, равными 1. На этом отрезке равномерно распределены координаты  $N = 10$  игроков. Игрок  $N + 1$  знает

свою координату  $x$ . Произвольный стратегический набор порогов ( $t_1 = 1.5$ ,  $t_2 = 3.5$ ) не является равновесным. Это видно по рис. 1, где построены графики функций выигрыша игрока с координатой  $x$  на различных станциях. В частности, невыгодными являются точки переключения между станциями. Например, при переключении в точке  $x = 1.5$ , согласно ПВС, со станции 1 на станцию 2 игрок получает самый маленький выигрыш из трех возможных. Ему в этом случае было бы выгоднее остаться на станции 1. •

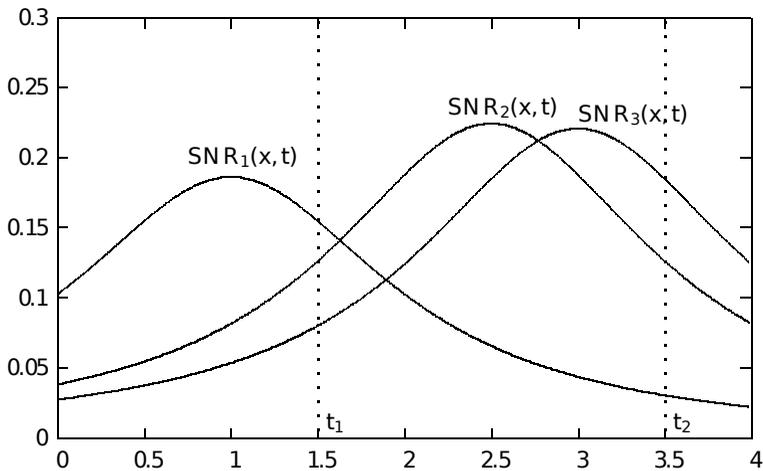


Рис. 1. Выигрыши игрока на станциях 1, 2, 3 при стратегиях  $t_1 = 1.5$ ,  $t_2 = 3.5$  для случая равномерно распределенных игроков.

**Лемма 1.** Если равновесный стратегический набор порогов  $t$  существует, то он является решением системы:  $SNR_i(x, t)|_{x=t_i} = SNR_{i+1}(x, t)|_{x=t_i}$  для всех  $i = 1, \dots, n - 1$ .

**Доказательство.** Пусть  $t$  – равновесный стратегический набор порогов и есть базовые станции  $i, i + 1$ , при переключении между которыми в точке  $x = t_i$  оказывается, что  $SNR_i(x, t)|_{x=t_i} > SNR_{i+1}(x, t)|_{x=t_i}$ . Тогда использование ПВС невыгодно для игрока  $i$ , следовательно,  $t$  не является равновес-

ным. Если же, наоборот,  $SNR_i(x, t)|_{x=t_i} < SNR_{i+1}(x, t)|_{x=t_i}$ , то при обратном движении в сторону уменьшения координаты  $x$  игроку невыгодно следовать ПВС.

Таким образом, если равновесие  $t$  существует, то оно может быть найдено из системы:

$$(1) \quad \begin{cases} (h_i^2 + (t_i - b_i)^2) \left( \int_{t_{i-1}}^{t_i} \frac{Np(y)dy}{h_i^2 + (y-b_i)^2} + c_i \right) = \\ = (h_{i+1}^2 + (t_i - b_{i+1})^2) \left( \int_{t_i}^{t_{i+1}} \frac{Np(y)dy}{h_{i+1}^2 + (y-b_{i+1})^2} + c_{i+1} \right) \\ \text{для } i = 1, \dots, n - 1. \end{cases}$$

Данная система решается численно. Даже в простом случае равномерного распределения координат игроков на отрезке  $[T_0, T]$  и двух базовых станций равновесный момент переключения  $t_1$  является решением уравнения

$$\frac{h_1^2 + (t_1 - b_1)^2}{h_1(T - T_0)} \left( \arctg \frac{t_1 - b_1}{h_1} - \arctg \frac{T_0 - b_1}{h_1} + c_1 h_1 (T - T_0) \right) = \frac{h_2^2 + (t_1 - b_2)^2}{h_2(T - T_0)} \left( \arctg \frac{T - b_2}{h_2} - \arctg \frac{t_1 - b_2}{h_2} + c_2 h_2 (T - T_0) \right),$$

из которого  $t_1$  не может быть выражено аналитически.

Пример 2. На отрезке  $[0, 4]$  расположены 3 одинаковые базовые станции с координатами  $b_1 = 1, b_2 = 2.5, b_3 = 3$  и высотой и уровнем шума, равными 1. На этом отрезке равномерно распределены координаты  $N = 10$  игроков. Игрок  $N + 1$  знает свою координату  $x$ . Равновесный набор порогов ( $t_1 \approx 1.628, t_2 \approx 2.771$ ). Выигрыш игрока с координатой  $x$  на выбираемых им согласно ПВС станциях изображен на рис. 2. •

Пример 3. На отрезке  $[0, 4]$  расположены 2 одинаковые базовые станции с координатами  $b_1 = 1, b_2 = 3$  и высотой и уровнем шума, равными 1. Координаты  $N = 10$  игроков нормально распределены с параметрами  $\sigma = 1, \mu = 1$  на числовой прямой. Равновесное  $t_1 \approx 1.721$ . Выигрыш игрока с координатой  $x$  на выбираемых им согласно ПВС станциях изображен на рис. 3. •

Равновесие по Нэшу в данной модели не всегда существует. Проблемы с существованием равновесия могут возникнуть в

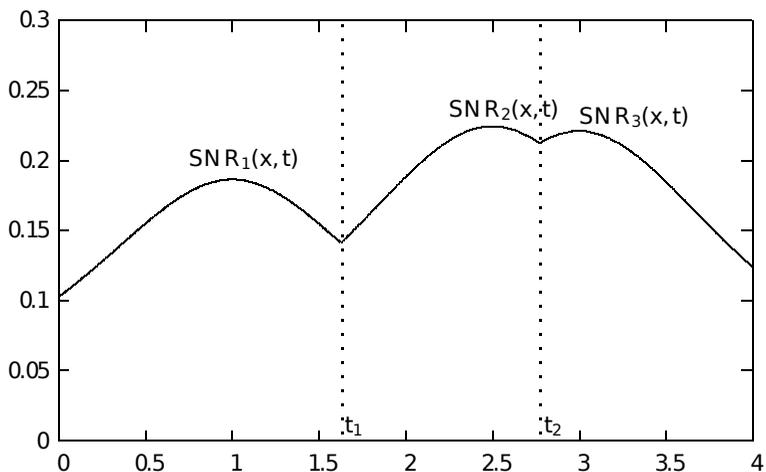


Рис. 2. Выигрыш игрока в равновесии для случая равномерно распределенных игроков.

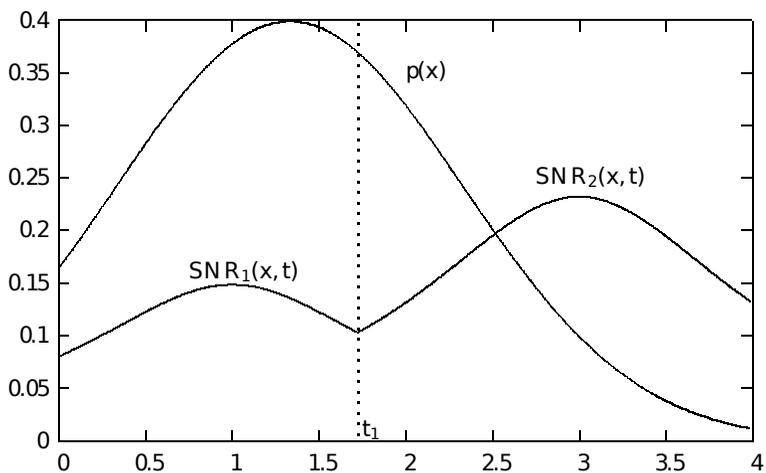


Рис. 3. Выигрыш игрока в равновесии для случая нормально распределенных игроков.

том случае, если среди базовых станций есть такие, что дают по сравнению с другими станциями слишком маленькие или слишком большие значения “сигнал/шум”. Такой, например, является система из примера 1, где у базовых станций уровни шума изменены соответственно на 100 и 1. В этом случае система 1 не имеет решения, являющегося допустимым стратегическим набором порогов. Возможный путь решения этой проблемы – исключение из модели слишком “слабых” базовых станций, так как их выбирать игрокам не выгодно, и рассмотрение модели с оставшимися станциями.

## 2. Задача одновременного размещения базовых станций

В предыдущей модели местоположение базовых станций было фиксировано и эгоистичными игроками были только мобильные устройства, выбирающие станции для соединения. Однако, владельцы базовых станций также могут иметь свои цели увеличения выигрыша. Например, если базовые станции принадлежат различным операторам связи, то они могут бороться за увеличение количества абонентов. Абонентами базовой станции будем считать тех игроков, которые выбрали данную станцию.

Пусть для каждого набора координат  $n$  станций  $b$ , упорядоченного по возрастанию, и стратегического набора порогов  $t$  выигрышем станции  $i$  является количество игроков, которые выбрали ее для соединения:

$$H_i^{BS}(b, t) = \int_{t_{i-1}}^{t_i} (N + 1)p(y)dy, \quad i = 1, \dots, n.$$

Рассмотрим набор координат станций  $b$  как переменные. Пороги  $t = t(b)$  определяются как равновесное решение, зависящее от  $b$ , такое, что  $t(b)$  является решением системы 1 для данного  $b$ . Функцией выигрыша станции  $i$  является количество выбравших ее игроков  $H_i(b) = H_i^{BS}(b, t(b))$  для всех  $i = 1, \dots, n$ . Тогда

возникает задача оптимального размещения базовых станций, которая рассматривается здесь в двух постановках. Если абоненты станций всегда ведут себя эгоистично, то владельцы станций могут либо сотрудничать, либо конкурировать между собой. В случае, когда станции принадлежат одному владельцу или владельцы сотрудничают между собой, они стремятся по возможности сравнять нагрузки на базовые станции. В условиях, когда владельцы конкурируют, каждый желает установить свою базовую станцию таким образом, чтобы получить наибольшее количество абонентов.

### 2.1. Социально-оптимальное поведение

Пусть базовые станции принадлежат одному владельцу или владельцы сотрудничают между собой. Тогда они стремятся сравнять нагрузки на базовые станции, по возможности равномерно распределив между ними абонентов, обеспечив таким образом покрытие территории связью с максимально равномерным значением отношения “сигнал/шум”.

**Определение 3.** Расположение базовых станций  $b = (b_1, \dots, b_n)$  называется социально-оптимальным, если все станции обслуживают одинаковое число абонентов:  $H_i(b) = H_j(b)$  для любых  $i, j = 1, \dots, n$ .

Для примера с равномерно распределенными игроками одно из очевидных решений: каждая станция  $b_i$  находится в центре отрезка  $[t_{i-1}, t_i]$ , где  $t_i = T_0 + \frac{(T-T_0)*i}{n}$ .

Определение социально-оптимального решения дает систему  $n - 1$  уравнений на  $n$  неизвестных, то есть система имеет множество решений. В случае, когда координата одной из станций фиксирована, система может дать однозначное решение.

**Пример 4.** В случае двух одинаковых базовых станций (все  $c_i = 1, h_i = 1$ ) и  $N + 1 = 11$  равномерно распределенных игроков на интервале  $[0, 4]$  оптимальным решением будет любое расположение станций симметрично относительно центра интервала (в том числе  $b_1 = 1, b_2 = 3$ ) с равновесным стратегическим порогом для абонентов  $t_1 = 2$ . •

*Пример 5.* Рассмотрим случай двух одинаковых базовых станций (все  $c_i = 1, h_i = 1$ ), в котором вторая станция расположена в точке  $b_2 = 2.5$ . На числовой прямой  $N+1 = 11$  нормально распределенных игроков с параметрами  $\sigma = 1, \mu = 1$  и интервалом  $[0, 4]$ , где устанавливается соединение. Оптимальным решением будет расположение первой станции в точке  $b_1 \approx 0.437$  с равновесным стратегическим порогом для абонентов  $t_1 \approx 1.445$ .

•

*Пример 6.* В случае трех одинаковых базовых станций (все  $c_i = 1, h_i = 1$ ), когда местоположение третьей  $b_3 = 3$ , и  $N+1 = 11$  равномерно распределенных игроков на интервале  $[0, 4]$  оптимальным решением будет расположение станций в точках  $b_1 = 1/3$  и  $b_2 = 7/3$  с равновесными стратегическими порогами для абонентов  $t_1 = 4/3$  и  $t_2 = 8/3$ .

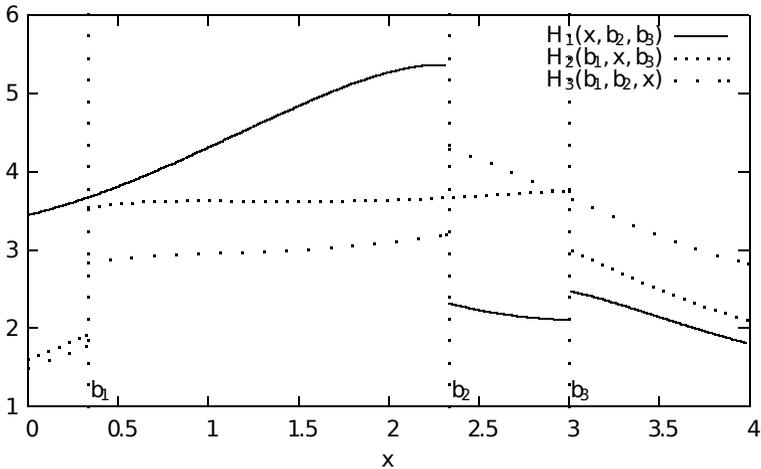


Рис. 4. Социально-оптимальный выигрыш владельцев станций.

Здесь на рис. 4 видно, что владельцы станций получают одинаковый выигрыш в точках  $b_1, b_2, b_3$  соответственно. При желании каждый владелец базовой станции мог бы увеличить значение своего выигрыша путем единоличного перемещения базовой станции. Также можно заметить, что функция выигрыша каждой базовой станции имеет разрывы в точках расположения других

станций. Это происходит потому, что в этих точках меняется порядковый номер станции и она получает следующий по порядку интервал расположения абонентов. •

## 2.2. Конкуренция

Пусть базовые станции принадлежат различным операторам, которые конкурируют между собой. Цель каждого – получить по возможности наибольшее количество абонентов:  $H_i(b) \rightarrow \max_{b_i}$ .

Оптимальным решением будем считать равновесное по Нэшу  $b$  такое, что ни одному из владельцев не выгодно менять местоположение своей базовой станции.

**Определение 4.** Расположение базовых станций  $b = (b_1, \dots, b_n)$  называется равновесием по Нэшу, если для каждой  $i$ -й станции  $H_i(b) \geq H_i(b_1, \dots, b_{i-1}, b'_i, b_{i+1}, \dots, b_n)$  для любого ее местоположения  $b'_i$ .

**Пример 7.** Рассмотрим случай двух одинаковых базовых станций (все  $c_i = 1, h_i = 1$ ) и  $N + 1 = 11$  равномерно распределенных игроков на интервале  $[0, 4]$ . На рис. 5 видно, что владелец каждой из двух станций может улучшить свой выигрыш путем единоличного сдвига своей станции в сторону центра интервала  $[0, 4]$ .

Равновесным расположением базовых станций является расположение станций в одной центральной точке отрезка  $[T_0, T]$ , то есть  $b_1 = b_2 = t_1 = (T - T_0)/2$  (рис. 6). •

В приведенном примере задача решается путем численного построения и анализа графиков выигрышей. Аналогичным образом можно найти равновесное расположение двух базовых станций для других распределений игроков. Однако, из-за невыпуклости и разрывности функций выигрыша не удастся найти метод решения для общего случая, а также сказать, существует ли, и в каком случае, равновесное расположение в случае трех или более базовых станций.

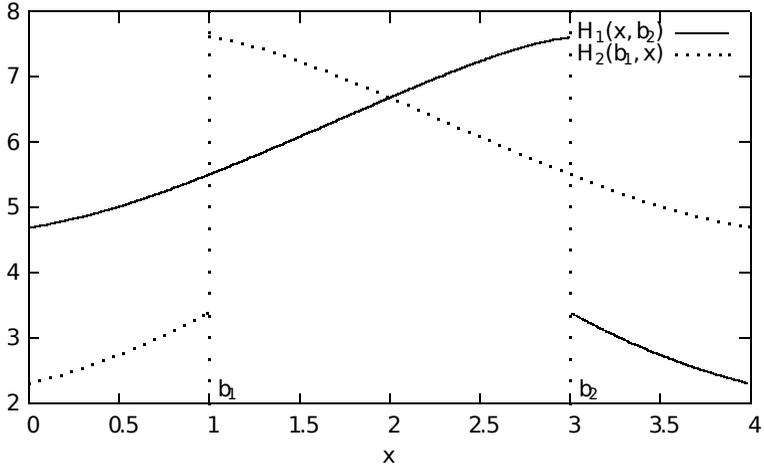


Рис. 5. Выигрыш владельцев станций для расположения  $b_1 = 1, b_2 = 3$ .

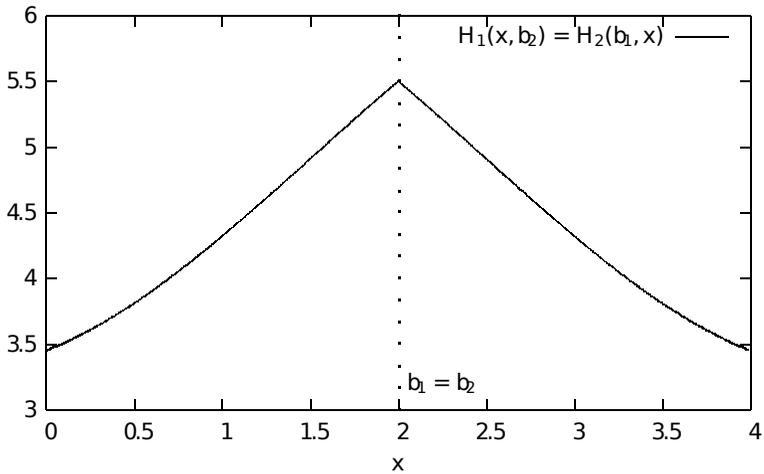


Рис. 6. Выигрыш владельцев станций для равновесного расположения  $b_1 = b_2 = 2$ .

### 3. Задача пошагового размещения базовых станций

Рассмотрим ситуацию, когда базовые станции размещаются не сразу, а по очереди. При этом очередная станция устанавливается с учетом уже существующих, а ее владелец не имеет информации о том, сколько и какие базовые станции будут установлены в будущем после установки его станции.

Пусть, как и в предыдущем случае, для каждого набора координат  $n$  станций  $b$ , упорядоченного по возрастанию, и стратегического набора порогов  $t$  выигрышем станции  $i$  является количество игроков, которые выбрали ее для соединения:

$$H_i^{BS}(b, t) = \int_{t_{i-1}}^{t_i} (N + 1)p(y)dy, \quad i = 1, \dots, n.$$

Пусть имеется  $n - 1$  уже установленных базовых станций и необходимо определить, куда должна быть установлена новая дополнительная станция. В наборе координат станций  $b$  координаты уже установленных  $n - 1$  станций будут фиксированными, а переменной будет координата новой станции. Причем порядковый номер  $i$  этой координаты будет зависеть от ее значения, так как при установке новой станции происходит перенумерация станций по порядку возрастания координат их размещения. Пороги  $t = t(b)$  определяются как равновесное решение, зависящее от  $b$ , как и в предыдущей модели. Функцией выигрыша станции  $i$  является количество выбравших ее игроков  $H_i(b) = H_i^{BS}(b, t(b))$ .

Здесь также возможны два варианта поведения. В случае конкурентного поведения владелец очередной базовой станции стремится установить ее так, чтобы получить максимально возможное число абонентов, возможно, в ущерб уже имеющимся станциям. В случае социально-оптимального поведения владелец очередной станции стремится установить ее таким образом, чтобы по-возможности сравнять нагрузки на станции и улучшить качество связи на территории  $[T_0, T]$ .

### 3.1. Конкурентное поведение

Допустим, что владельцы базовых станций устанавливают их по очереди, стараясь установить очередную станцию таким образом, чтобы получить наибольшее количество абонентов. В первый момент времени имеется одна установленная станция с некоторой координатой  $b_1$ , с которой соединяются все игроки. Владелец этой станции имеет выигрыш, равный  $N + 1$ , то есть всей численности населения рассматриваемой территории. Очередной оператор устанавливает новую станцию таким образом, чтобы максимизировать  $H_i(b')$  по  $b'_i$ , где  $b'$  – новый набор координат, а  $i = i(b)$  – порядковый номер, который получает его станция при установке.

### 3.2. Социально-оптимальное поведение

Допустим, что владельцы базовых станций устанавливают их по очереди, стараясь установить очередную станцию таким образом, чтобы сравнять нагрузки на станции и улучшить качество связи на территории  $[T_0, T]$ . Как и в предыдущем случае, в первый момент времени имеется одна установленная станция с некоторой координатой  $b_1$ , с которой соединяются все игроки. Владелец этой станции имеет выигрыш, равный  $N + 1$ , то есть всей численности населения рассматриваемой территории. Второй оператор устанавливает свою станцию таким образом, чтобы поделить всех абонентов поровну с уже имеющейся станцией, то есть  $H_1(b'_1, b'_2) = H_2(b'_1, b'_2)$ . Далее очередной оператор  $k$  устанавливает свою станцию в точку  $t_{min}$ , где доступное отношение “сигнал/шум” для игроков имеет наихудшее значение:  $t_{min} = \arg \min_{t_i, i=1, \dots, k-1} SNR_{max}(t_i, t)$ .

### 3.3. Сравнительные эксперименты

Рассмотрим примеры пошаговой установки станций по двум сценариям. В обоих случаях последовательно устанавливаются 3 одинаковые базовые станции единичной высоты и уровня шума, действующие на территории  $[0, 4]$ , на которой равномерно распределены координаты 11 игроков. Первая базовая станция установлена в точку  $b_1 = 4$ .

**Пример 8. Конкурентное поведение.**

Новая станция устанавливается в точку  $b'_1 \approx 3.652$ . Имевшаяся до этого станция становится второй по счету и находится в  $b'_2 = 4$ , порог переключения между станциями находится в точке  $t_1 \approx 3.288$ , выигрыши владельцев станций равны  $H_1(b') \approx 9.04$  и  $H_2(b') \approx 1.95$ .

Следующая станция устанавливается в  $b''_1 \approx 3.327$ . Пороги переключения равны  $t_1 \approx 2.895$ ,  $t_2 \approx 3.563$ , выигрыши владельцев станций равны  $H_1(b'') \approx 7.962$ ,  $H_2(b'') \approx 1.836$ ,  $H_3(b'') \approx 1.201$ .

Видно, что установка каждой новой станции значительно ухудшает выигрыш владельца станции, установленной на предыдущем шаге. Качество связи, выражаемое значением “сигнал/шум”, при установке новых станций по такому сценарию улучшается незначительно: остается по-прежнему низким в начале отрезка  $[0, 4]$  (рис. 7). •

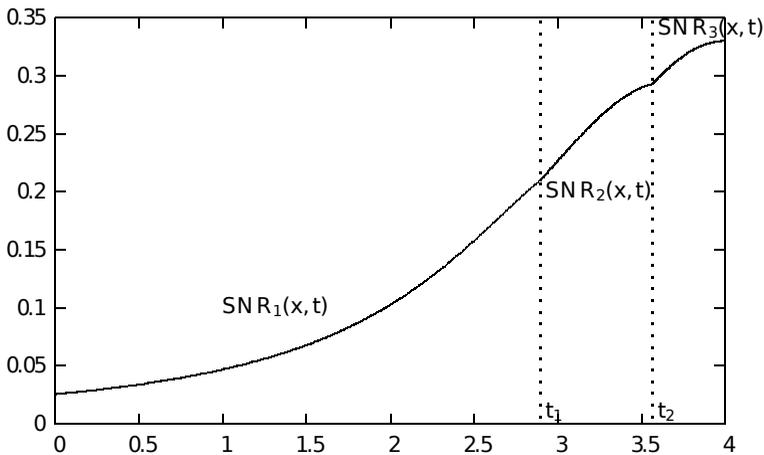


Рис. 7. Выигрыш абонентов для расположения станций  $b_1 = 3.327, b_2 = 3.563, b_3 = 4$ .

**Пример 9. Социально-оптимальное поведение.**

Новая станция устанавливается в точку  $b'_1 = 0$ . Имевшаяся до этого станция становится второй по счету и находится

в  $b'_2 = 4$ , порог переключения между станциями находится в центральной точке  $t_1 = 2$ , станции поровну делят абонентов  $H_1(b') = H_2(b') = 5.5$ .

Следующая станция ставится в точку  $b''_1 = 2$ . Пороги переключения равны  $t_1 \approx 1.172$ ,  $t_2 \approx 2.827$ , выигрыши владельцев станций равны  $H_1(b'') = H_3(b'') \approx 3.22$ ,  $H_2(b'') \approx 4.55$ .

Видно, что установка каждой новой станции в меньшей степени, чем при агрессивном конкурентном поведении, ухудшает выигрыш владельца станции, установленной на предыдущем шаге. Кроме того, такой сценарий обеспечивает равномерное покрытие территории качественной связью (рис. 8). Здесь минимальное значение отношения “сигнал/шум” около 0.12 в двух точках переключения между станциями, в то время как в предыдущем случае более чем на половине территории отношение “сигнал/шум” меньше 0.12. •

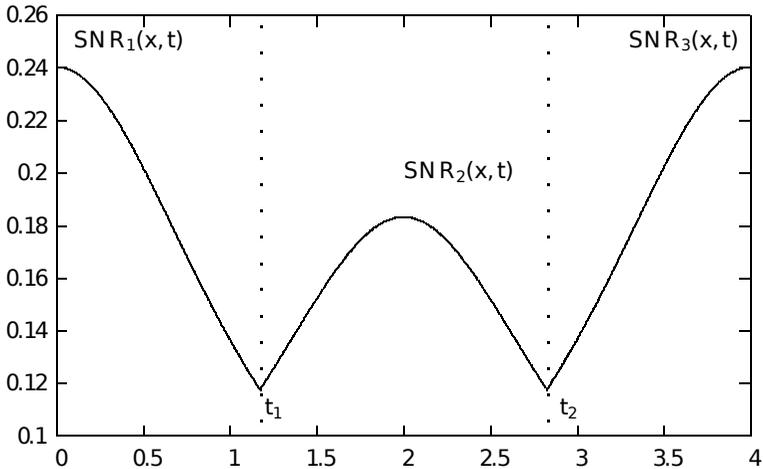


Рис. 8. Выигрыш абонентов для расположения станций  $b_1 = 0, b_2 = 2, b_3 = 4$ .

### **Литература**

1. M. Cesana, N. Gatti, and I. Malanchini, “Game Theoretic Analysis of Wireless Access Network Selection: Models, Inefficiency Bounds, and Algorithms,” in Proceedings of the 3rd International Conference on Performance Evaluation Methodologies and Tools. ICST, 2008.
2. L. Yen, J. Li, and C. Lin, “Stability and Fairness of AP Selection Games in IEEE 802.11 Access Networks,” IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol. 60, no. 3, pp. 1150–1160, 2011.
3. F. Xu, C. Tan, Q. Li, G. Yan, and J. Wu, “Designing a Practical AccessPoint Association Protocol,” in Proc. of IEEE International Conference on Computer Communications : INFOCOM. IEEE, 2010, pp. 1–9.
4. M. Hong, A. Garcia, and J. Alviar, “Joint Distributed Access Point Selection and Power Allocation in Cognitive Radio Networks,” in Proceedings of IEEE International Conference on Computer Communications: INFOCOM, 2011.IEEE, 2011, pp. 2516–2524.
5. M. Haddad, S. Elayoubi, E. Altman, and Z. Altman, “A Hybrid Approach for Radio Resource Management in Heterogeneous Cognitive Networks,” Journal on Selected Areas in Communications, vol. 29, no. 4, pp. 831–842, 2011.
6. R. Southwell and J. Huang, “Convergence Dynamics of Resource-Homogeneous Congestion Games,” in Game Theory for Networks. Springer, 2012, pp. 281–293.
7. M. Cesana, I. Malanchini, and A. Capone, “Modelling Network Selection and Resource Allocation in Wireless Access Networks with Non-Cooperative Games,” in Proc. of 5th IEEE International Conference on Mobile Ad Hoc and Sensor Systems. IEEE, 2008.
8. M. Abusubaih and A. Wolisz, “Interference-Aware Decentralized Access Point Selection Policy for Multi-rate IEEE 802.11 WirelessLANs,” in Proc. of IEEE 19th

- International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications : PIMRC. IEEE, 2008.
9. I. Malanchini, M. Cesana, and N. Gatti, “Network Selection and Resource Allocation Games for Wireless Access Networks,” *IEEE Transactions on Mobile Computing*, vol. 12, no. 12, pp. 2427–2440, 2013.
  10. R. Trestian, O. Ormond, and G. Muntean, “Game Theory-Based Network Selection: Solutions and Challenges,” *IEEE Communications Surveys Tutorials*, vol. 14, no. 4, pp. 1212–1231, 2012.
  11. M. Liyanage, J. V. Chirkova, A. Gurtov. Access Point Selection Game for Mobile Wireless Users // *A World of Wireless, Mobile and Multimedia Networks (WoWMoM)*, 2014 IEEE 15th International Symposium on Autonomic and Opportunistic Communications, Sydney, Australia; 06/2014. 2014. Pp. 1-6
  12. E. Koutsoupias and C. Papadimitriou, “Worst-Case Equilibria,” in *Proceedings of the 16th annual conference on Theoretical aspects of computer science*. Springer-Verlag, 1999, pp. 404–413.

## **BASE STATIONS SELECTION AND PLACEMENT IN WIRELESS NETWORK**

**Julia Chirkova**, IAMR KarRC RAS, Petrozavodsk, Cand.Sc.  
([julia@krc.karelia.ru](mailto:julia@krc.karelia.ru)).

*Abstract: The paper considers a game-theoretic model of selfish base station selection in a wireless network, where each player tries to increase his signal-to-noise ratio. A system of integral equations is constructed for a model of  $n$  players distributed over a segment with a certain density. The solution of the system gives equilibrium strategies for choosing base stations. We also investigate the problem of optimal placement of base stations on a segment where the owners of base stations maximize the number of their subscribers, who act according to the strategies in the previous model. Systems of integral equations are constructed, the solution of which gives strategies for the placement of base stations for two scenarios: socially optimal and selfish behavior of station owners. Software has been developed for numerical finding and visualization of solutions for these models.*

Keywords: wireless network, selfish routing, signal/noise ratio.

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии ...*

*Поступила в редакцию ...  
Дата опубликования ...*