

О задаче Гермейера - Вателя

Бухарин С.Н. (ИПУ РАН, г. Москва)

e-mail: buharinsn@yandex.ru

Предлагается решение задачи Гермейера-Вателя для современных условий сложившихся в мире после распада СССР. Ключевые слова: распределение ресурсов, сильные слабые партнеры, оптимизация.

Советские математики Ю.Б. Гермейер и И.А. Ватель рассмотрели систему, в которой имеется N субъектов, целевыми функциями которых являются $f_i(x_i)$ $i=1, \dots, N$, где ресурс x_i находится в распоряжении субъекта номер i . Но кроме этих целевых функций имеется еще некоторая общая цель, которая описывается функцией $F(y_1, \dots, y_N)[1]$. Ее значения будут зависеть уже от деятельности всех партнеров: y_i - ресурс, который выделяет субъект номера i для достижения общей цели.

Таким образом, цели каждого из субъектов описываются векторным критерием:

$$(1) f_i(x_i) \rightarrow \max, F(y_1, \dots, y_N) \rightarrow \max,$$

причем $x_i + y_i = a_i$, где a_i - некоторый суммарный ресурс, который находится в распоряжении субъекта номер i . Значит, каждый из субъектов должен разделить свой ресурс, часть направить на достижение собственной цели, а часть - на достижение общей.

Векторный критерий здесь сводится к скалярному

$$(2) J_i = \psi(f_i(x_i), F(y_1, \dots, y_N)),$$

где ψ - некоторый оператор свертки критериев f_i и F_i , например:

$$(3) J_i = \min \{ \lambda_i f_i(x_i); F(y_1, \dots, y_N) \}, \text{ или}$$

$$(4) J_i = f_i(x_i) + \mu F(y_1, \dots, y_N),$$

где λ_i и μ - весовые коэффициенты, характеризующие степень заинтересованности субъектов в достижении общей цели.

Ю. Гермейер и И. Ватель, предложили эффективный способ определения ситуации равновесия в результате оказалось, что слабые партнеры могут быть освобождены от выплат и использовать свои ресурсы для собственного развития.

При этом остальные величины y_i (размеры выплат) будут определяться из системы уравнений

$$(5) \lambda_i f_i(y_i) = F(y_1, \dots, y_p), 0, \dots, 0, i = \overline{1, p}$$

За прошедшие годы ситуация в мире радикально изменилась. В настоящее время природные ресурсы принадлежат крупным транснациональным корпорациям развитых стран или полностью контролируются ими. Поэтому почти вся прибыль от использованных ресурсов уходит за границу.

В России, несмотря на то, что природные ресурсы находятся в распоряжении национальных частных компаний, большая часть прибыли от их уходит за границу, а не инвестируется в отечественную экономику.

Отечественный сырьевой бизнес предпочитает уходить от налогов и инвестировать страны Европейского Союза, США и Японии. Оставшиеся от продажи ресурсов налоговые поступления аккумулируются в Резервном фонде, активы которого, как и золотой запас России находятся за рубежом и, таким образом, работают на процветание процветающих стран.

Вообще для всех экономически отсталых стран характерен отток капитала и интеллекта. Физические и юридические лица предпочитают переводить свои вклады или инвестировать сбережения в развитые страны.

Основная часть займов, представляемых развитыми странами бедным странам, в конце концов, сосредотачивается в руках тех, кто в последствии инвестирует эти средства в индустриально развитые страны. В результате импорт капитала в слабо развитые страны не ведет к ускорению процесса капиталообразования, способствующего повышению производительности труда в этих странах.

Миграция населения из экономически отсталых стран лишает эти страны наиболее ценных и высокопроизводительных специалистов. Вследствие высокой разницы в оплате труда в развитых и бедных странах и глобализации мирового информационного пространства наиболее квалифицированные профессионалы выезжают из экономически отсталых стран.

В процессе капиталообразования не менее серьезную роль играют препятствия, которые мешают накоплению капитала даже в том случае, если имеются достаточные средства для финансирования проектов. Среди таких препятствий можно, в частности, назвать: отсутствие некоррумпированных руководителей, обладающих необходимой квалификацией; недостаток стимулов к инвестированию из-за нестабильности политической обстановки; высокий уровень инфляции, неразвитость инфраструктуры и т.п.

Таким образом, экономика высокоразвитых стран - это система с положительной обратной связью и темпы их обогащения останутся стабильно высокими. В то время как экономика отсталых, бедных стран – так же система с положительной обратной связью. Бедные становятся беднее. Ресурсы данных стран - сырьевые, финансовые, интеллектуальные и пр. будут в дальнейшем истощаться в пользу развитых процветающих стран. Эти государства образуют так называемый порочный круг бедности, тогда как богатые страны находятся в порочном кругу неограниченного роста потребления. Для остальных стран характерны и внутренние порочные круги бедности и неограниченного потребления.

Из-за низкого дохода на душу населения семьи практически не имеют ни возможности, ни стимулов

откладывать сбережения. Более того, низкие доходы означают низкий спрос, В результате скудные ресурсы препятствуют инвестированию в физический и в человеческий капитал. Это означает, что производительность труда остается низкой. А поскольку удельная выработка определяет доход каждого работника, то и личный доход низок. Все экономически слабые страны характеризуются высоким уровнем коррупции, что усугубляет и без того бедственное положение населения. Олигархи- монополисты лоббируют такие решения парламентов и правительства, при которых их экономические проблемы ложатся на плечи населения. Так нефтяные магнаты, имеющие сегодня сверхприбыль, постоянно требуют выделения средств из бюджета на проведение разведочных работ на нефть и газ, стальным и алюминиевым монополистам нужны деньги налогоплательщиков для модернизации своих производственных фондов, также как и естественному монополисту РАО ЕЭС. Учитывая имеющиеся неограниченные финансовые и административные ресурсы лоббистов данных предложений не приходится сомневаться, что перечисленные проблемы будут решены за счет малоимущих

Таким образом, задачу Гемейера - Вателя в современных условиях можно сформулировать следующим образом [2].

Рассмотрим систему, в которой имеется N субъектов из них p - экономически слабые, а $(N - p)$ - экономически сильные; x_i - ресурс, который находится в распоряжении субъекта номер i ; a_{ij} - часть ресурса, отнятого у субъекта номер i субъектом номер j , т.о. a_{ij} - матрица размерностью $(N - p) \times p$ будет выглядеть следующим образом (Таблица 1):

Таблица 1. Матрица платежей

	f_1	f_2	...	...	f_p
F_{p+1}	$a_{(p+1)1}$	$a_{(p+1)2}$	...	...	$a_{(p+1)p}$
F_{p+2}	$a_{(p+2)1}$	$a_{(p+2)2}$	...	...	$a_{(p+2)p}$

...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...
F_N	a_{N1}	a_{N2}	...	...	a_{NP}

Здесь f_i и F_j целевые функции соответственно i -ого слабого субъекта и j -ого - сильного субъекта. Все субъекты стремятся максимизировать значения своих целевых функций. Отсюда имеем такую систему векторных критериев, описывающих цели субъектов:

$$(6) f_i(x_i - \sum_{j=p+1}^N a_{ij}) \rightarrow \max$$

$$(7) F_j(x_j + \sum_{i=1}^p a_{ij}) \rightarrow \max$$

То есть каждый из «слабых» должен поделиться с каждым из «сильных», а каждый «сильный» собрать дань с каждого «слабого».

Ресурс $x_i(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik})$ - величина векторная, поскольку ресурсы бывают финансовыми интеллектуальными, сырьевыми и т.д. Очевидно, что ресурсы конечны. Путем оператора свертки критериев, сводим полученный векторный критерий к скалярному, в частности:

$$(8) Q = \mu \sum_{i=1}^p f_i(x_i - \lambda_i \sum_{j=p+1}^N a_{ij}) + (1 - \mu) \sum_{j=p+1}^N F_j(x_j + \lambda \sum_{i=1}^p a_{ij}),$$

где λ и μ - весовые коэффициенты, характеризующие степень заинтересованности субъектов в достижении общей цели. Таким образом, проблема свелась к исследованию задачи условной оптимизации. Данная задача была исследована для двух субъектов - сильного (метрополия) и слабого (колония), при этом в качестве целевых функций f и F принимался прирост ВВП в зависимости от имеющихся ресурсов. Поскольку целевыми функциями оказались скорости роста ВВП от ресурсов (производная от ресурсов), их значения могут быть положительным, что означает рост экономики, нулевыми - стагнация и отрицательным - падение экономического роста.

В качестве весовых коэффициентов были выбраны $\lambda_i = \lambda$, где $0 < \lambda < 1$ - решение понятное, поскольку колония стремится сделать $\lambda = 0$, а метрополия $\lambda = 1$, на что выделяются определенные ресурсы: раньше на содержание колониальных войск и администрации, ныне на информационное воздействие (продвижение «идеалов свободы»), «цветные революции» и на прямую агрессию с целью навязывания тех же «идеалов свободы». Коэффициент μ также изменяется от 0 до 1. Смысл данного весового коэффициента заключается в том, что экономически развитые страны стремятся минимизировать влияние слабых стран на мировой арене. Исследования проводились с помощью методов множителей Лагранжа и штрафных функций.

В данной модели имеется решение в точке перехода экономики колонии из стадии роста в стадию стагнации. Но это решение неустойчиво, поскольку рост экономики метрополии продолжается, и ради благополучия колониальных владений

этот рост приостанавливаться не будет. Последнее ведет к деградации колонии, а через некоторое время к стагнации и падению экономического роста метрополии. Падение великих колониальных держав Испании, Португалии, Голландии, Великобритании тому подтверждение. Исчерпанные ресурсы колоний, деградация экономики и как следствие рост сопротивления притязаниям метрополии ($\lambda \rightarrow 0$) наряду с потерей конкурентоспособности экономики метрополии, сидящей на игле ресурсов, поступающих из колоний, являются причинами данных падений.

Полученное решение в дальнейшем использовалось в процессе моделирования системы «паразит-паразитоноситель»[3] и при решении задачи распределения ресурсов между федеральным центром и субъектами Федерации.

Литература

1. Моисеев Н.Н. *Математические задачи системного анализа*. - М.: Наука, 1981. - 487 с.
2. Бухарин С.Н., Кулемин А.А. *Об одной задаче устойчивого выбора из множества эффективных компромиссов*. Проблемы управления безопасностью сложных систем. Труды XIII Международной конференции. М.: 2005. С. 431-432.
3. Бухарин С. Н., Бадтиев Ю.С., Усов Г.П. *Биомониторинг экологического состояния территорий. Учебно-методическое пособие*. М.: Академический Проект, 2008 (в издательстве). – 188 с.