

УДК 342.8
ББК 67.400.5

КООПЕРАЦИЯ И ЛИБЕРАЛИЗМ: ЭВОЛЮЦИОННЫЕ СЦЕНАРИИ В МОДЕЛИ ViSE

Чеботарев П. Ю.¹

(ФГБУН Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

В предположениях модели ViSE рассматриваются общества, состоящие из группы и эгоистов. Изучены сценарии эволюции общества, заключающейся в изменении его структуры и порога голосования в интересах участников при гауссовском генераторе предложений. Установлено, что для нетривиальных обществ существуют сценарии, приводящие к образованию «открытой» группы, размер которой позволяет ей монопольно принимать решения посредством голосования. В то же время к обществам из эгоистов нет путей из обществ с невырожденной группой. Группа-мафия никогда не отпускает желающих ее покинуть. В обществах, близких к мажоритарным, реализуется механизм «снежного кома» кооперации, в самых либеральных и самых консервативных обществах – механизм последовательной атомизации. «Открытая» и «демократическая» группы допускают циклические сценарии эволюции. В неблагоприятной среде рационально усиление консерватизма.

Ключевые слова: социальная динамика, голосование, кооперация, либерализм, стохастическая среда, homines economici, порог голосования, эволюционные сценарии.

1. Введение

В модели ViSE общество состоит из участников (агентов), каждый из которых характеризуется текущим значением *капитала* (его отрицательная величина означает долг). Альтернативно капитал может интерпретироваться как полезность. Задается вектор начальных значений капитала участников. На каждом шаге $t = 1, \dots, M$ на голосование ставится одно предложение, и

¹ Павел Юрьевич Чеботарев, д.ф.-м.н., заведующий лабораторией (pavel4e@gmail.com).

агенты, руководствуясь своими *стратегиями голосования*¹, голосуют «за» или «против». Каждое *предложение* есть вектор алгебраических приращений капиталов участников. В случае, если предложение одобрено с использованием принятой *процедуры голосования*, оно реализуется: капиталы участников получают предложенные приращения. Один из вариантов модели предполагает банкротство участников, чей капитал стал отрицательным, после чего эти участники перестают голосовать и не учитываются в последующих предложениях (вариант «*с вымиранием*»).

Предложение в модели формируется стохастически: его компоненты есть реализации случайных величин, которые в простейшем случае одномерны, одинаково распределены и независимы. Распределения этих величин в рамках рассматриваемых классов распределений характеризуются параметрами сдвига (математическое ожидание μ или медиана) и растяжения (стандартное отклонение σ или разность между медианой и первым квартileм). При сравнении распределений из разных классов они стандартизуются по параметрам сдвига и растяжения.

Предложения, сгенерированные указанным образом, называются *предложениями стохастической среды*. Среда *благоприятна*, если $\mu > 0$, *нейтральна* при $\mu = 0$ и *неблагоприятна* при $\mu < 0$. Стохастические предложения – удобный «двигатель» модели – источник динамики, выявляющей социальные феномены.

Таким образом, вектор капиталов агентов на шаге m определяется формулой

$$(1) \quad \mathbf{c}(m) = r(\mathbf{c}(m-1) + \zeta(m)I(m)), \quad 0 < m \leq M,$$

где вектор $\zeta(m)$ – предложение среды на шаге m ; M – общее число шагов;

$$I(m) = \begin{cases} 1, & \text{если предложение } \zeta(m) \text{ принято голосованием;} \\ 0 & \text{в противном случае;} \end{cases}$$

¹ Стратегия в модели ViSE – алгоритм использования агентом имеющейся у него информации для принятия индивидуальных решений о поддержке предложений.

$r(\cdot)$ – оператор, исключающий из вектора капиталов отрицательные компоненты в модели с вымиранием и тождественный оператор в модели без вымирания.

Анализ закономерностей изменения вектора капиталов (1) при различных распределениях позволяет находить оптимальные – максимизирующие те или иные критерии – индивидуальные стратегии голосования и процедуры принятия коллективных решений.

Простейшие стратегии голосования в модели ViSE – эгоистическая и групповая. Эгоист поддерживает те и только те предложения, которые увеличивают его капитал; агентов этого типа можно назвать также *homines economici*. Все члены группы, защищающей групповой интерес, поддерживают те и только те предложения, которые увеличивают их суммарный капитал.

В качестве метода принятия решений рассматриваем голосование с порогом. В процедурах этого класса предложение принимается тогда и только тогда, когда доля участников, поддержавших его, превосходит число α , называемое *строгим относительным порогом голосования*. При $\alpha = 0,5$ получаем процедуру простого большинства; при $\alpha = 0$ для принятия предложения достаточно одного голоса; для одобрения всех предложений следует присвоить α отрицательное значение. *Строгий абсолютный порог голосования* – величина $\alpha n \in [-1, n]$. Подробнее о модели ViSE см. в [5].

В статье рассматривается общество, состоящее из группы и эгоистов; его общая численность n складывается из количества эгоистов n_e и численности группы n_g : $n = n_e + n_g$.

Данное исследование является продолжением работы [5], где изучалась зависимость средних (ожидаемых) приращений капиталов (*СПК*) участников от размера группы и порога голосования.

Предположим, что общество может меняться, а именно, эгоисты могут вступать в группу, а члены группы, напротив, выходить из нее, когда им это выгодно. Пусть порог голосования также может изменяться посредством коллективных решений. Представляет интерес изучение того, к чему такие изменения могут приводить, а именно, каковы допустимые траектории переходов в пространстве параметров, характеризующих общество, и равновес-

сия в этом эволюционном¹ процессе. Результаты такого исследования могут указывать направления эволюции реальных обществ.

2. Об интерпретации параметров модели

Эгоизм и кооперация – две базовые социальные установки. Групповая стратегия голосования является примером кооперации. Изменение размера группы есть изменение уровня кооперации в обществе. Эволюция кооперации – одна из важных тем социальных исследований [8,11]. В основном разработка ее ведется в парадигмах теории игр и эволюционной биологии (моделирование появления новых поколений организмов/агентов с определенными свойствами) – как теоретически, так и экспериментально [9]; в контексте голосования – например, в [10]. В рамках анализа модели ViSE проблемы такого рода обсуждались, в частности, в [4,5].

Если стратегии голосования характеризуют участников, то порог голосования – параметр общества в целом. При высоком пороге голосования предложения принимаются редко, и, как правило, сохраняется *status quo*. Поэтому можно сказать, что идеологической характеристикой такого общества является *консерватизм*. Политическая терминология многозначна, и всегда полезно указывать, в каком смысле используется то или иное понятие. Здесь смысл «консерватизма» прямой: избегание изменений, реформ.

Общество с низким порогом голосования можно назвать демократичным, но это не самое точное наименование: при голосовании с высоким порогом все участники также равноправны; у каждого один голос; нет никаких привилегий. Низкий порог голосования означает наделение значительными правами меньшинств: их голосов достаточно для принятия решений, касающихся всех агентов. Это имплицирует и большие индивидуальные права: чтобы реализовать свою инициативу, агенту не обязательно получать поддержку большинства – достаточно объединиться с не составляющей большинства когортой единомышленников. Можно

¹ Термин «эволюция» используется в статье в значении «постепенная трансформация» и не связан с биологической эволюцией – происхождением новых поколений под действием наследования, мутаций, отбора и пр. [11].

сказать, что такое общество приветствует инициативу, *высоко ставит права личности и меньшинств*, скорее нацелено на реформы, чем на поддержание *status quo*. Такое общество можно назвать *либеральным* – в том классическом смысле, от которого отталкивались создатели идеологии консерватизма [7].

Переходя от модели к практике, можно сказать, что в обществах указанного типа политические партии и профсоюзы вольны организовывать большие общественные компании и публичные акции, затрагивающие широкие слои населения, фирмы – предлагать потребителям новые товары, борясь за увеличение своей доли рынка, издания – проводить резонансные журналистские расследования, способные вызвать политические кризисы и т.д. Всё это можно описывать в терминах решений, принимаемых меньшинствами, но затрагивающих всех.

Разумеется, в таких обществах существенная часть решений по-прежнему принимается мажоритарно, а иногда и с более высоким порогом. Поэтому можно характеризовать общество распределением относительного порога голосования на отрезке $[0, 1]$. Однако это сделало бы модель более громоздкой – без кардинального изменения результатов. Для качественного сравнения различных ситуаций в *среднем* в первом приближении достаточно использовать средние пороги голосования.

Доля группы и порог голосования – те координаты, в которых общества рассматриваются в данной статье. Эти координаты интерпретируются как шкалы «*атомизация – коопeração*» (доля группы в обществе) и «*либерализм – консерватизм*» (порог голосования).

3. Коопeração или атомизация: одобрение переходов

Выясним, прежде всего, какие изменения общества выгодны для эгоистов, членов группы, а также для агентов, меняющих свою стратегию. Начнем с последних, которых для краткости будем называть *перебежчиками*.

«*Перебежчики*» – это эгоисты, присоединяющиеся к группе, и члены группы, выходящие из нее и становящиеся эгоистами.

Стоит отметить, что такие переходы приводят к коррекции групповой стратегии за счет изменения состава участников, капиталы которых образуют суммарный капитал группы.

Рассмотрим случай нейтральной среды ($\mu = 0$) с нормально распределенным генератором предложений.

Изменение участником своей стратегии оправдано, если оно приносит ему увеличение (или, как минимум, сохранение) ожидаемого приращения капитала. Проверка этого условия сводится к сравнению СПК эгоиста в рассматриваемом обществе (которое обозначим S) с СПК члена группы в обществе S' , где размер группы на единицу больше. Если вторая величина превышает первую, то новому члену группы выгоден переход от S к S' , и на диаграмме, где по вертикали – размер группы, а по горизонтали – порог голосования ap , в клетку, соответствующую S , помещаем стрелку, указывающую на клетку общества S' . Если, напротив, первая величина превышает вторую, то стрелка в клетке S' указывает на S . Перечень символов переходов, используемых в последующих диаграммах, приведен в табл. 1. Указанные сравнения ожидаемых приращений капитала агентов производятся с использованием аналитических результатов, полученных в [5].

Таблица 1. Символы переходов между обществами

Переход, изменяющий структуру общества				Переход, изменяющий порог голосования			
Вверх Вниз	Не одобрен	Нейтрален	Одобрен	Вправо Влево	Не одобрен	Нейтрален	Одобрен
Не одобрен	Е	⊥	↑	Не одобрен	Е	⊣	⇒
Нейтрален	⊤		↑	Нейтрален	⊣	—	→
Одобрен	↓	↓	⇓	Одобрен	⇒	⊣	⇒

Каждый из символов в табл. 1 кодирует желательность/нежелательность перехода как в одну, так и в другую сторону. В данном случае переход «нейтрален», если СПК переходящего участника не меняется. Для наглядности диаграммы размечены несколькими цветами.

Анализ диаграммы переходов на рис. 1 приводит к следующим выводам.

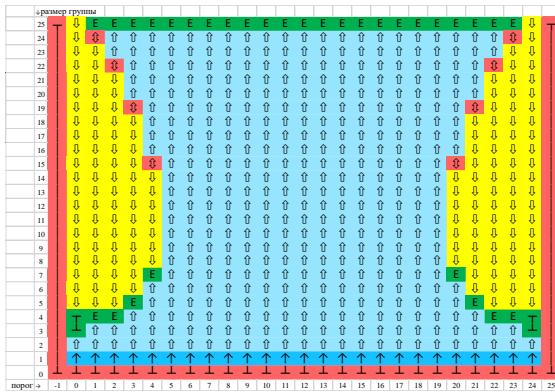


Рис. 1. Изменения степени кооперации, выгодные агентам, меняющим свою стратегию: $n = 25$ агентов; гауссовский генератор предложений с $\mu = 0$; по оси абсцисс абсолютный порог αp

- Если $5 \leq \alpha p \leq 19$, то в обществе с группой от 2 до 24 участников ($1 < n_g < 25$) эгоистам выгодно вступать в группу, а членам группы невыгодно ее покидать. Это позволяет реализовать сценарий «снежного кома» коопeraçãoции [4,5]. При $n_g = 1$ эгоисту выгодно присоединиться к группе, если же единственный член группы становится эгоистом, то ничего не меняется, поскольку его групповая стратегия тождественна эгоистической. При $n_g = 25$ имеем равновесия: все агенты в группе, и покидать ее невыгодно.
- Если $\alpha p \in [1, 4] \cup [20, 23]$, то при $n_g \in [0, 3] \cup \{25\}$ переходы те же, что в п. 1. При $n_g > 0$ эгоистам выгодно вступать в группу вплоть до определенного ее размера (от 4 до 7 при разных порогах голосования), являющегося равновесием, а также – начиная с большего ее размера (от 15 до 24). В промежуточной области (между равновесием и «антиравновесием», из которого выгодны оба перехода) участнику группы выгодно ее покинуть.
- При $\alpha p \in \{0, 24\}$ есть два отличия от предыдущего случая. Во-первых, $n_g = 25$ не является равновесием: члену группы выгодно выйти из нее. Во-вторых, $n_g \in \{3, 4\}$

определяют равновесное макросостояние: переход между соответствующими двумя обществами нейтрален.

Весьма интересны на данной диаграмме траектории последовательного уменьшения группы. Точки начала этих траекторий отмечены символами \uparrow либо \downarrow . Точки их окончания, являющиеся равновесными состояниями, отмечены символом E и имеют координаты $(1, 4), (2, 4), (22, 4), (23, 4), (3, 5), (21, 5), (4, 7), (20, 7)$; равновесные макросостояния: $(0, 3) \& (0, 4)$ и $(24, 3) \& (24, 4)$. Наличие равновесных обществ с группой небольшого размера – теоретический феномен, имеющий аналоги в реальности. Все остальные равновесия – общества без эгоистов, где $1 \leq \alpha n \leq 23$, – достижимы посредством механизма «снежного кома» кооперации.

Интерпретация этих результатов: в самых либеральных и консервативных обществах участники имеют стимул к атомизации; в обществах, более близких к *мажоритарным* (принимающим решения простым большинством) – стимул к кооперации. Это связано с тем, что в либеральном и в консервативном обществах роль отдельной личности выше всего: в первом ей легче воплотить свою инициативу, во втором велико внимание к «белым воронам», способным заблокировать принятие решения. В ряде других случаев мы также увидим, что «крайности сходятся»: у консервативного и либерального обществ больше общего друг с другом, чем с обществом мажоритарным.

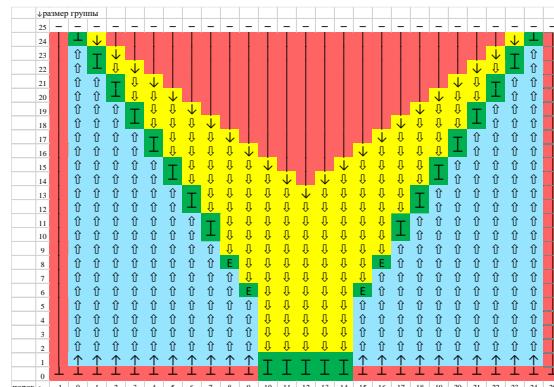


Рис. 2. Изменения степени кооперации, выгодные эгоистам

Консерватизм – это «либерализм наоборот»: если в либеральном обществе распространенному стремлению к стабильности может с успехом противостоять инициатива немногих, то при консервативном устройстве доминирующий курс (например, на усиление политической реакции) может быть заблокирован протестами меньшинства. Поэтому неудивительно, что доминантой реальной (не приукрашенной) новостной повестки консервативных режимов нередко являются новости о протестах и реакции на них.

Выясним теперь, какие изменения структуры общества выгодны агентам, не меняющим стратегий, – эгоистам (рис. 2) и членам группы (рис. 3).

В случае эгоистов выделяются следующие основные зоны.

1. Треугольная область нейтральности, показанная красным, где все решения принимает группа, максимизирующая свое приращение капитала, а СПК эгоистов равно $\mu = 0$.
2. Желтая Y-образная область, где эгоистам выгодно увеличение их числа и, соответственно, уменьшение размера группы.
3. Две голубые области, где отличие порога голосования от порога простого большинства выражается числами от 3 до 12, а размер группы не превышает удвоенного отличия. Здесь эгоистам выгодно уменьшение их доли в обществе.

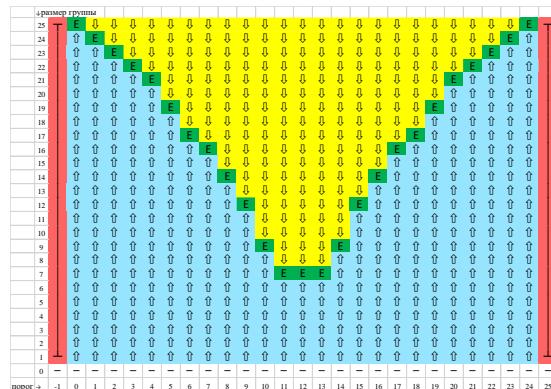


Рис. 3. Изменения степени кооперации, выгодные членам группы

4. Отмеченные зеленым равновесные состояния либо макросостояния из двух обществ. Выход из них снижает СПК эгоистов.

Сравнение приведенных диаграмм показывает, что интересы эгоистов и «перебежчиков» часто противоположны. Диаграмма предпочтений членов группы (рис. 3) имеет более простой вид: чем ближе порог голосования к мажоритарному, тем меньше размер группы, оптимальный для ее членов; при $11 \leq an \leq 13$ этот размер равен 7.

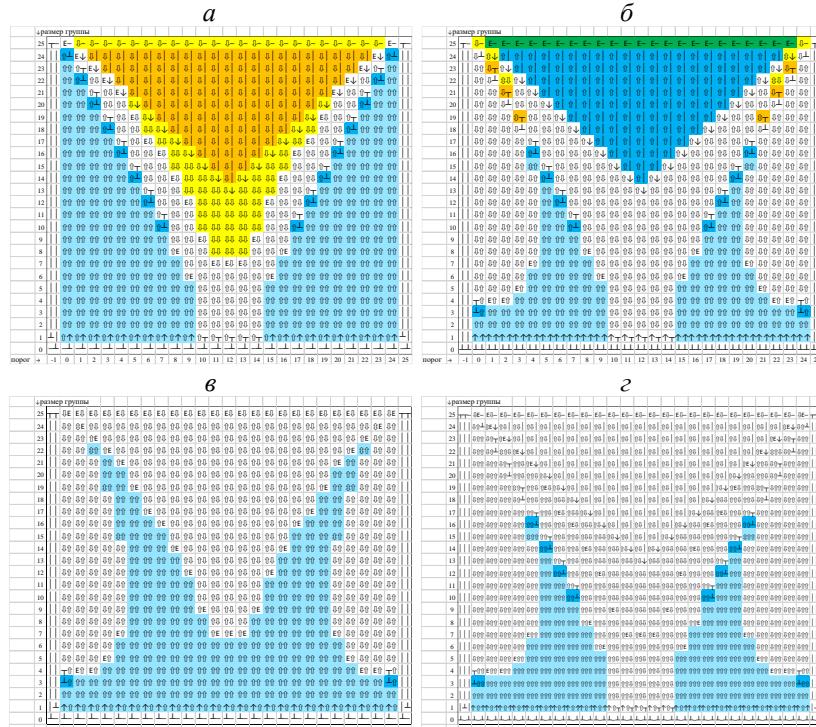


Рис. 4. Одобрение переходов (а) группой (левый символ в ячейке) и эгоистами; (б) перебежчиками (левый символ) и эгоистами; (в) перебежчиками (левый символ) и группой; (г) перебежчиками (левый символ), группой (средний) и эгоистами

Членам группы и эгоистам довольно часто выгодны одни и те же изменения степени кооперации. На следующей диаграмме (рис. 4,а) желтым показано согласованное уменьшение группы, голубым – согласованное увеличение, бежевым и синим – соответственно уменьшение и увеличение при нейтральности одной из категорий. На рис. 4,б-г аналогичным образом показаны согласованные изменения структуры общества перебежчиками и эгоистами; перебежчиками и группой; тремя категориями агентов.

Относительно диаграмм на рис. 4 отметим следующее.

1. Существуют переходы, одобряемые всеми агентами (рис. 4,г). Это переходы к обществам с большей группой, реализующие стратегию «снежного кома» кооперации. Отметим, что данная стратегия имеет ряд приложений, см., например, [2], где она описывается так: «Первоначальный союз должен стать готовым к принятию новых членов, а те пожелать войти в эту ассоциацию. Причиной такого желания могут стать лишь очевидные и весомые преимущества нового статуса, причем практические...». В нашем случае одобряемые всеми переходы реализуются при порогах голосования, отличающихся от порога простого большинства не менее, чем на 3 и размере группы, ограниченном числами от 3 до 16. Синим показаны переходы, к которым одна из категорий относится нейтрально, голубым – одобряемые всеми тремя. Вместе они составляют 22% нетривиальных обществ.
2. Все переходы, одобряемые перебежчиками и группой (рис. 4,в), также увеличивают кооперацию. Это переходы из 33% нетривиальных обществ, они реализуются при порогах от 0 до 24; при некоторых порогах есть два диапазона соответствующих размеров группы.
3. Переходы, одобряемые (в слабом смысле) перебежчиками и группой (рис. 4,б), увеличивают кооперацию, за исключением 12 переходов, реализуемых при низких или высоких порогах голосования. Из последних в половине (они показаны бежевым) эгоисты сохраняют нейтрализитет, половину (показанную желтым) – поддерживают, либо эгоистов нет. Всего здесь 43% нетривиальных обществ. Из них в половине (50,6%) – одобрение при

нейтральности эгоистов.

4. Наконец, согласованные предпочтения группы и эгоистов (рис. 4,а) образуют: (а) две большие области коопeraçãoции с порогами голосования 0–9 и 15–24, где диапазон размеров группы тем шире, чем сильнее порог голосования отличен от порога простого большинства; (б) V-образную область атомизации при порогах голосования от 5 до 19; (в) отрезок атомизации при $n_g = 25$ в обществах, где нет эгоистов; (г) треугольную область атомизации при нейтралитете эгоистов, отмеченную бежевым. При этом для 57% нетривиальных обществ переходы одобряются всеми агентами обеих категорий и еще для 20% переходы поддерживаются группой при нейтралитете эгоистов.

Построенные диаграммы позволяют увидеть, в каких областях пространства параметров интересы разных категорий агентов совпадают, а в каких противоположны.

4. Эволюция двухкомпонентных обществ

4.1. КООПЕРАЦИЯ – АТОМИЗАЦИЯ

Обратимся к изучению эволюции обществ в модели ViSE в результате изменений их структуры либо процедуры голосования, осуществляемых агентами в их интересах.

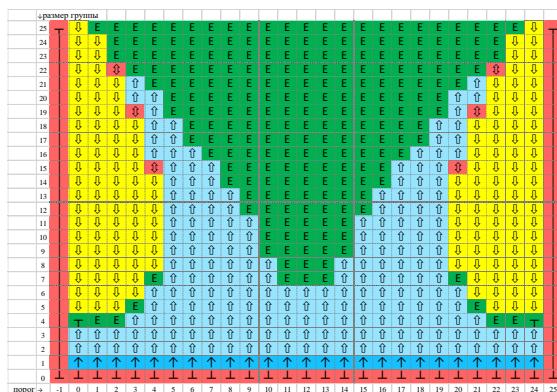
Прежде всего, допустим, что любой эгоист может беспрепятственно войти в группу, а любой член группы может выйти из нее, став эгоистом. Такую группу назовем *открытой*. В этом случае переходы, определяющие возможную эволюцию общества, задаются рассмотренной выше диаграммой на рис. 1. Однако многие группы, например, политические партии, устроены иначе. Они принимают не всех, а лишь тех, чье присоединение считают для себя выгодным. При этом любой участник имеет право покинуть группу. В [2] группа данного типа описана так: «Вступление в ассоциацию... должно быть обусловлено приоритетной оценкой готовности кандидатов, а выход – беспрепятственным».

На рис. 5 приведена диаграмма переходов в случае, когда необходимым условием вступления в группу, кроме выгоды нового

ее участника, является санкция самой группы, которая выдается, если после данного перехода СПК члена группы также растет. Дополнительным обоснованием санкции в модели ViSE может быть то, что при вступлении в группу, кроме изменения стратегии входящего участника, требуется расширение группой понятия «групповой интерес» за счет учета интереса вступающего, в результате чего мера учета интересов прежних участников снижается.

Санкционированное присоединение и добровольный выход соответствуют практике демократических организаций, в отличие от организаций мафиозного типа. Поэтому группу данного типа будем называть *демократической*.

Если СПК присоединяющегося эгоиста *не меняется*, то его переход в группу будем считать одобренным при условии роста СПК членов группы, не одобренным при уменьшении последнего и нейтральным в случае его неизменности. Тем самым предполагается доброжелательность входящего в группу участника: он готов на нейтральное в отношении его капитала действие ради пользы «ближних» – новых компаний. В то же время критерий пользы ближних лексикографически подчинен критерию пользы агента.



1. При $n_g = 3$ и $\alpha n \in \{0, 24\}$ увеличение группы теперь одобряется, поскольку оно выгодно членам группы.
2. При $n_g = 24$ и $\alpha n \in \{1, 23\}$ присоединение единственного эгоиста к группе (приводящее к равновесному состоянию) блокируется ею.
3. Добавляется большой «клип» обществ-равновесий, показанный на рис. 5 зеленым. В этих обществах $n_g \geq 7$.

Наличие таких равновесий означает, что механизм «снежного кома» кооперации приводит к группе лишь из семи агентов при $11 \leq n_g \leq 13$ и к группе из максимум 22 агентов при сравнительно высоких или низких порогах.

Заметим, что «клип» равновесий на рис. 5 не совпадает с областью Парето на рис. 4 в [5], но граница его (за исключением четырех точек с ординатами $\alpha n \in \{0, 1, 23, 24\}$) совпадает с линией оптимума группы по численности на рис. 7 в [5].

Краткая интерпретация этих результатов: чем общество дальше от мажоритарного, тем выше минимальный уровень кооперации, обеспечивающий его структурную стабильность при демократической группе.

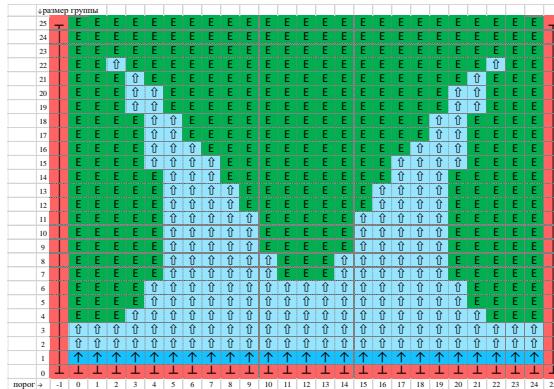


Рис. 6. Одобренные изменения структуры при группе-мафии

Наконец, приведем диаграмму для группы, блокирующей все невыгодные для ее участников переходы (рис. 6; такую группу будем называть *мафиозной*, или *группой-мафией*). Она получается из диаграммы на рис. 4,в заменой двойных одобрений

$\hat{\uparrow}\hat{\uparrow}$, а также $\perp\hat{\uparrow}$ на переходы $\hat{\uparrow}$, $\uparrow\hat{\uparrow}$ на \uparrow , $| |$ и $| \perp$ на $|$, $\perp-$ на \perp , остальных комбинаций – на E (*Equilibrium*). Также она может быть получена из диаграммы на рис. 5 заменой не одобряемых группой переходов \emptyset , а также \top в клетках (4,0) и (4,24) на E , а двухсторонних переходов $\hat{\wedge}$ – на переходы к большей группе $\hat{\uparrow}$.

Интерпретация этих результатов: мафиозная группа хотя и бывает заинтересована в уменьшении своего размера (рис. 3), но никогда не одобряет инициативу участников по выходу из нее. Наибольшие перспективы своего расширения она, как и демократическая группа, имеет в умеренно либеральных и умеренно консервативных обществах.

4.2. ЛИБЕРАЛИЗМ – КОНСЕРВАТИЗМ

Диаграммы эволюционных переходов, состоящих в изменении порога голосования, представлены на рис. 7. Естественно считать, что решение об изменении на единицу абсолютного порога принимается голосованием с текущим порогом. Изменение поддерживают агенты, которым оно приносит увеличение ожидаемого приращения капитала. Если СПК не меняется, то агент воздерживается; голоса таких участников не вносят вклада в число голосов «за» (рис. 7,а) либо учитываются с коэффициентом 0,5 (рис. 7,б) – при этом поддерживающийся дает 0,5 голоса «за» и 0,5 голоса «против». Результаты применения этих способов учета воздержавшихся отличаются незначительно: они касаются лишь нейтральности части переходов между равноценными состояниями. Далее будем рассматривать случай (а).

На диаграмме (рис. 7,а) выделим несколько областей.

1. Совокупность равновесий (E). Все точки с $\alpha n = 25$ равновесны (т.к. при этом пороге предложения не принимаются), но равновесия неустойчивы: при единичных отклонениях возврата к ним не происходит. Кроме того, при $n_g < 5$ равновесием служит порог простого большинства $\alpha n = 12$, а при $n_g \in [5, 8]$ есть по два равновесия, симметричных относительно $\alpha n = 12$. Наконец, есть «треугольная» область (показана светло-зеленым) равновесий с $\alpha n \geq 12$ и $n_g \leq \alpha n$, включающая также точку (12, 13).

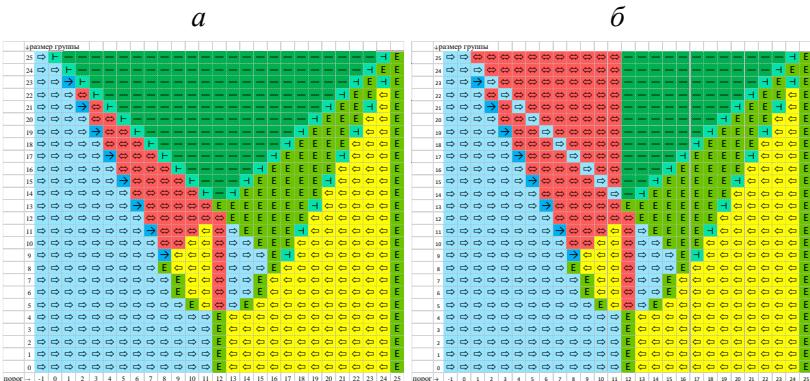


Рис. 7. Изменения порога голосования посредством голосования с текущим порогом. Голоса воздержавшихся: (а) не учитываются; (б) учитываются с коэффициентом 0,5

2. Равновесные макросостояния (вида $\vdash - \dashv$) из верхней треугольной области, где пороги диапазона $n_e \leq an < n_g$ равнозначны, относятся к области 3 на рис. 1 в [5] и приводят к принятию тех и только тех предложений, которые поддерживает группа.
3. Большая область (содержащая точку $(5, 5)$ и показанная голубым), где порог увеличивается, достигая $an = 12$ при $n_g < 5$ либо более низких значений при $n_g \geq 5$: достигаемые значения тем ниже, чем больше группа. При $n_g < 9$ достигаются равновесия, при $9 \leq n_g \leq 22$ – области разнонаправленных переходов; при $n_g > 22$ – равновесные макросостояния (см. п. 2).
4. Область, где порог уменьшается, в основном симметричная предыдущей относительно $an = 12$ (показана желтым).
5. Область разнонаправленных переходов, упомянутая в п. 3, в основном симметричная «треугольной» области равновесий из п. 1 относительно $an = 12$, но на одну клетку более узкая (показана красным).
6. Наконец, круглая в первом приближении «центробежная» область с центром в $(12, 8)$ и радиусом 3 ($5 < n_g < 11$). В ней общество удаляется от простого большинства

($\alpha n = 12$), увеличивая либо уменьшая порог и достигая в итоге области разнонаправленных переходов (когда порог уменьшается при $n_g > 8$) либо равновесия (в остальных случаях).

Итак, последовательное изменение порога голосования приводит к одному из описанных в п. 1 состояний равновесия либо к области разнонаправленных переходов, где можно «блуждать» как угодно долго, а также выходить из нее с возвратом или без.

Здесь проявляется главная особенность голосования с низким порогом – нестабильность. Так, при пороге голосования 10 общество с группой из 12 агентов одобряет голосованием как повышение, так и понижение порога. После реализации таких изменений голосование с новым порогом снова позволяет как повысить, так и понизить порог. Подобные ситуации возникают, когда голосов каждой из двух категорий участников достаточно для принятия решения, а интересы этих категорий противоположны.

В областях, приблизительно описываемых условиями $n_g + 2\alpha n \leq 25$ и $n_g - 2\alpha n \leq -23$, тенденция изменения порога – центростремительная; при средних порогах и группе от 5 до 11 (в обществе из 25 агентов) – центробежная.

Интерпретация результатов: радикально либеральные и консервативные общества эволюционируют в направлении мажоритарных – тем сильнее, чем ниже степень кооперации. Общества, близкие к мажоритарным, удаляются от мажоритарных при степени кооперации несколько ниже средней. При более высокой кооперации они попадают в зону «антиравновесий» (разнонаправленных переходов) в случае либерального «уклона», а в случае консервативного «уклона» являются равновесиями; при еще большей кооперации они попадают в зону равновесных макростаций.

4.3. СЛУЧАЙ, КОГДА РАЗРЕШЕНЫ ОБА ТИПА ПЕРЕХОДОВ

Пусть теперь разрешены оба типа переходов: изменяющие структуру общества и меняющие порог голосования. Тогда для анализа возможной эволюции нужно совместить диаграммы, показанные на рис. 1, рис. 5, рис. 6 и рис. 7,а. Результаты приведены

на рис. 8 (случай открытой группы) и рис. 9 (случай демократической группы). Диаграмма для группы-мафии представлена далее на рис. 14. Левый символ в каждой клетке отражает возможные изменения структуры, правый – изменения порога. Чёрным показана граница множества Парето, которое сужается с уменьшением размера группы (рис. 4 в [5]).

В первом случае (рис. 8) есть два равновесных макросостояния: $\alpha n = 25$ (отклонение всех предложений при любом размере группы) и $n_q = 25$ (все агенты – в группе) при $1 \leq \alpha n \leq 23$.

Опишем основные типы трансформации общества.

1. В «желтых» областях, где пороги голосования далеки от порога простого большинства, возможны выход агентов из группы и движение к среднему порогу.

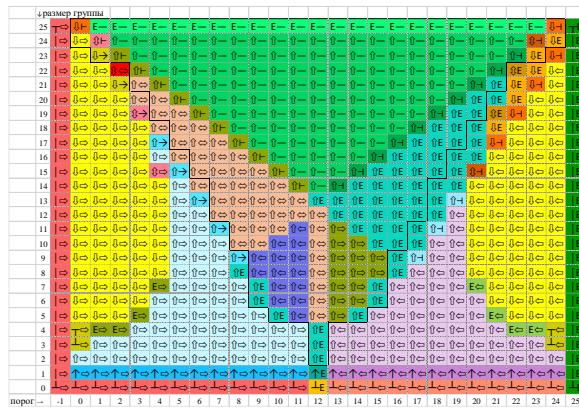


Рис. 8. Переходы двух типов в случае открытой группы

2. В других областях – напротив, увеличение группы, а при достаточно малой группе – движение к мажоритарному обществу.
 3. Удаление от мажоритарного общества в небольшой «круглой» области с центром (12, 8).

В случае возможности присоединения к группе лишь с ее одобрения (рис. 9) главное отличие состоит в запрете увеличения группы (движения вверх) в большом зеленом треугольнике на рис. 5. Это приводит к появлению А) равновесных макросостоя-

ний при $14 \leq n_g \leq 24$ и Б) области равновесных состояний, угловые точки которой – (12, 13), (14, 11) и (19, 19). Кроме того, это приводит к запрету на движение вверх в зоне, симметричной новой области равновесных состояний «Б» и в верхней части «круглой» области. Для общества в целом данный случай часто менее выгоден: запрещая в своих интересах присоединение эгоистов, группа ограничивает рост совокупного капитала общества.

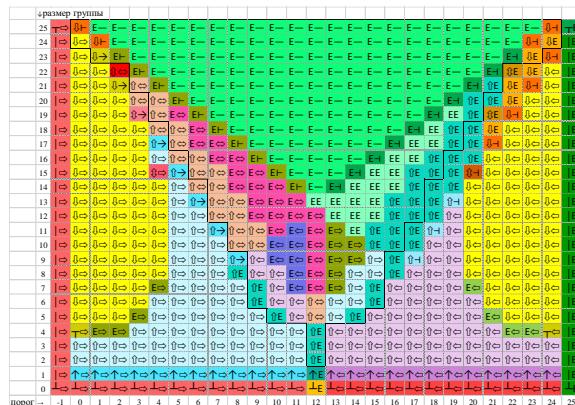


Рис. 9. Переходы двух типов при демократической группе

4.4. ОБЩЕСТВО В НЕБЛАГОПРИЯТНОЙ СРЕДЕ

При изменении благоприятности среды картина переходов меняется (рис. 10). Она перестает быть симметричной, левая область атомизации становится больше, чем в нейтральной среде, а правая – меньше (рис. 10,*a,b*), и ряд небольших областей пропадает (рис. 10,*c–e*). Так, исчезает нижняя часть «центробежной» (по порогу) области, а линия равновесий простого большинства (в нейтральной среде при малой группе) смещается вправо. Область повышения порога голосования (на рис. 10,*e,g* – голубая) увеличивается, а область понижения порога (желтая) – соответственно уменьшается. Последнее – проявление тенденции роста оптимального порога голосования в неблагоприятной среде при гауссовой генерации предложений [6].

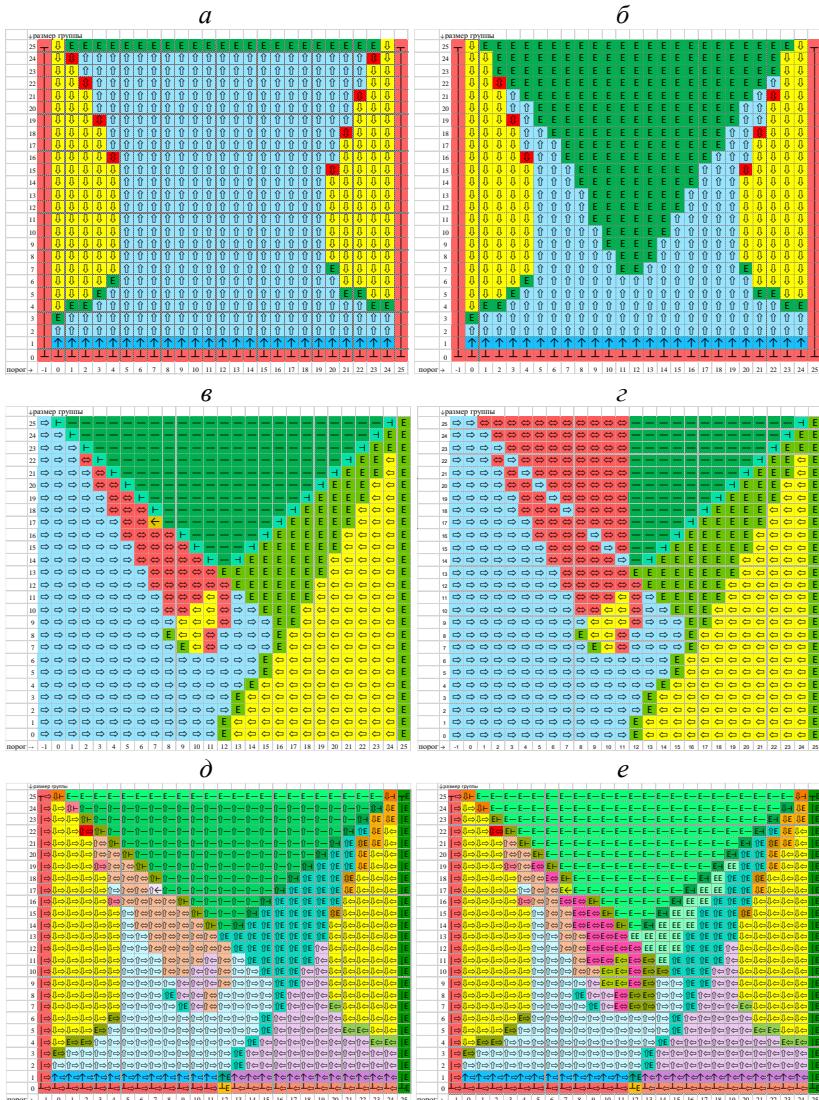


Рис. 10. Переходы между общесствами (нормальное распределение, $\mu = -1$, $\sigma = 12$, $n = 25$): изменение структуры (а) без учета и (б) с учетом голосов воздержавшихся; изменение порога (в) без учета и (г) с учетом воздержавшихся; переходы двух типов (д) без одобрения и (е) с одобрением группой

Отметим, что для любого из рассмотренных обществ с открытой группой имеется сценарий переходов, приводящий в конечном итоге к обществу с большой группой, монопольно принимающей решения. К обществам же, состоящим из эгоистов, из обществ с невырожденной группой путей нет.

5. Комбинированные сценарии эволюции

Под комбинированными будем понимать сценарии, включающие изменения как структуры общества, так и процедуры голосования, где каждое изменение одобрено по правилам, рассмотренным выше. Чем ограничены эти сценарии? Не ставя задачи дать полное их описание ввиду его громоздкости, приведем ряд примеров и укажем области взаимно достижимых состояний.

Могут ли такие сценарии быть циклическими? Ответ на этот вопрос положительный; один из примеров показан на рис. 11. Здесь общество с $n_g = 20$, $\alpha n = 2$ и свободным присоединением к группе последовательно сокращает размер группы до $n_g = 4$, затем доводит порог αn до 10, потом снижает его до 4, увеличивая размер группы до 20, и возвращается к исходному состоянию.

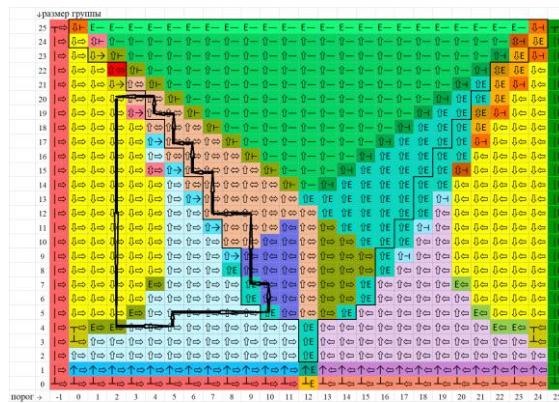


Рис. 11. Циклический сценарий в случае открытой группы

На рис. 12,а представлены маршруты, проходящие через другие области пространства параметров. Один из них, показанный белым, начинается с $n_g = 25$, $\alpha n = 24$, доходит до точки

$n_g = 4$, $\alpha n = 12$, затем до $n_g = 19$, $\alpha n = 3$, где раздваивается: одна ветвь завершается в точке $n_g = 25$, $\alpha n = 4$, другая доходит до $n_g = 6$, $\alpha n = 8$ и может быть продолжена далее.

Наконец, сценарий, показанный серым, начинается в противоположном углу диаграммы ($n_g = 1$, $\alpha n = -1$) и приходит к состоянию $n_g = 25$, $\alpha n = 16$. Эти примеры показывают, что трансформации общества могут начинаться, продолжаться и заканчиваться в разных областях пространства параметров.

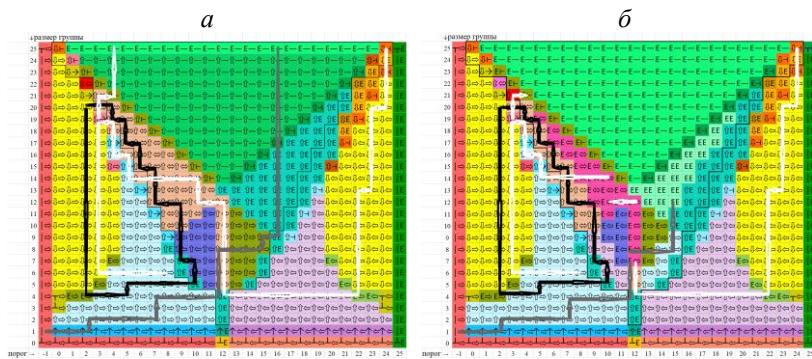


Рис. 12. Комбинированные сценарии при (а) открытой группе; (б) демократической группе

Насколько сильно ограничение входа в группу сокращает возможности перемещения по пространству параметров? Рис. 12, б показывает, что на маршрут, показанный черным, это ограничение не влияет, но другие маршруты фрагментируются и/или обрываются раньше. Таким образом, демократическая, как и открытая группа, допускает циклические сценарии эволюции.

Как меняется СПК общества вдоль рассмотренного циклического маршрута? График зависимости СПК по обществу от номера состояния представлен на рис. 13. На графике переходы, увеличивающие атомизацию, показаны желтым (они в данном случае уменьшают СПК), переходы, приближающие процедуру к мажоритарной, повышая порог голосования, – красным; они увеличивают СПК, как и движение к кооперации, показанное голубым; большинство переходов к более либеральным обществам, показанных зеленым, на данном маршруте снижают СПК. Таким

образом, свободный выход участников из открытой или демократической группы может стоить обществу достаточно дорого.

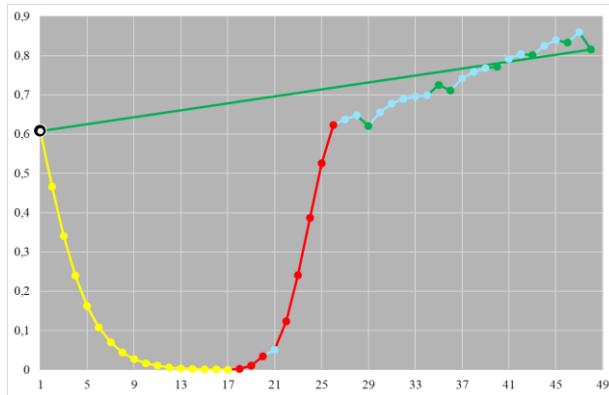


Рис. 13. СПК по всему обществу на циклическом маршруте, показанном на рис. 11, при $\sigma = 12$. Цвета переходов: желтый – рост атомизации, голубой – рост кооперации, красный – приближение к мажоритарности, зеленый – рост либеральности

Группа-мафия не допускает своего сокращения по инициативе участников, поэтому в ее присутствии нет циклических сценариев. В то же время существуют сценарии с немонотонным изменением порога, один из которых представлен на рис. 14.

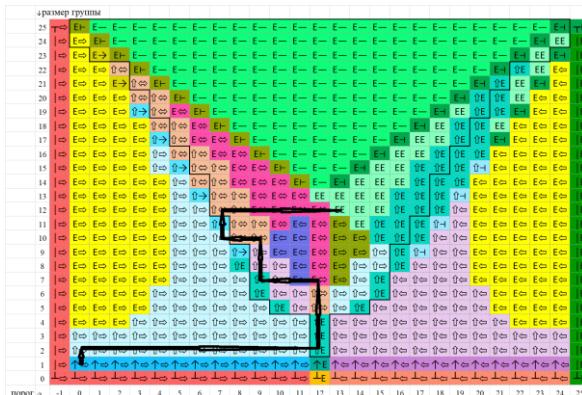
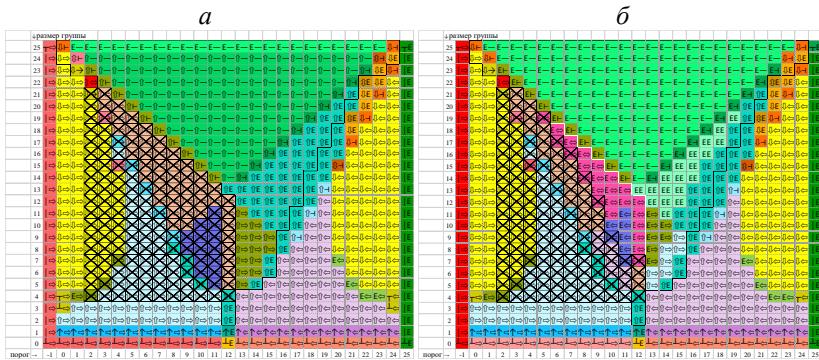


Рис. 14. Пример комбинированного сценария для общества с группой-мафией

Максимальные области взаимно достижимых состояний для обществ с открытой и демократической группой заштрихованы соответственно на рис. 15,*а* и рис. 15,*б*. Вторая область уже; для сравнения часть границы первой области показана на рис. 15,*б* белым.



*Рис. 15. Области взаимно доступных состояний в случаях:
(а) открытой группы; (б) демократической группы*

Наконец, коснемся еще одного типа эволюции. Как показывает рис. 4,*а*, интересы группы и эгоистов в части структурных изменений в 57% обществ совпадают. При этом вместе они составляют всё общество за вычетом одного агента, осуществляющего переход (перебежчика). Последний поддерживает этот переход в 20% всех обществ, в остальных же 37% (из 57%) – не согласен с ним. Если общество совершает этот переход, не ссыкаясь с его интересами (назначив одного агента перебежчиком в интересах остальных; такой переход назовем *приказным*), то переход будет происходить в 57% обществ и в конце концов приводить в Y-образную область, на рис. 4,*а* показанную белым. Тем самым эта область образована равновесиями сценариев, составленных из приказных переходов.

6. Основные выводы

В предположениях модели ViSE изучена эволюция обществ, состоящих из группы и эгоистов, при разных порогах принятия коллективных решений. А именно, рассмотрен вопрос о том, как

может меняться общество, если участники, стремясь максимизировать свой капитал, будут изменять свои стратегии или/и порог голосования.

Результаты такой эволюции во многом зависят от начального состояния общества. В зависимости от него выгоду может приносить как кооперация, так и атомизация, изменение процедуры принятия решений в направлении как консерватизма, так и либерализма; как приближение этой процедуры к мажоритарной, так и удаление от нее. В статье изучены возможные переходы и равновесия при нескольких вариантах «правил игры». В частности, рассмотрены три типа групп, образуемых кооперирующими участниками: открытые, демократические и мафиозные. Открытая группа принимает и отпускает всех желающих, демократическая способна блокировать присоединение к ней, мафиозная – также и выход из нее.

Выявлены условия реализации разных типов динамики, главным образом, в нейтральной среде.

Конкретные выводы приводились в предыдущих разделах статьи; часть из них формулировалась в терминах, относящихся к интерпретации. В данном разделе приведем наиболее простые выводы.

1. Установлено, что известный механизм «снежного кома» коопeração реализуется во многих, но далеко не во всех случаях.

2. При открытой группе из любого общества, кроме отвергающего все предложения, есть путь к обществу с большой группой, монопольно принимающей решения. Для групп других типов множество равновесных состояний/макросостояний шире. К обществам, состоящим из эгоистов, из обществ с невырожденной группой путей нет.

3. В самых либеральных и консервативных обществах участники имеют стимул к атомизации; в обществах, более близких к мажоритарным – стимул к коопérationи. Это связано с тем, что в либеральном и в консервативном обществах роль отдельной личности выше всего: в первом ей легче воплотить свою инициативу, во втором велико внимание к «белым воронам», нарушающим монолитность.

4. Чем общество дальше от мажоритарного, тем выше минимальный уровень кооперации, обеспечивающий его структурную стабильность при демократической группе.

5. Мафиозная группа хотя и бывает заинтересована в уменьшении своего размера, но никогда не одобряет инициативу участников по выходу из нее. Наибольшие перспективы своего расширения она, как и демократическая группа, имеет в умеренно либеральных и умеренно консервативных обществах.

6. Радикально либеральные и консервативные общества эволюционируют в направлении мажоритарных – тем сильнее, чем ниже степень кооперации. Общества, близкие к мажоритарным, удаляются от мажоритарных при степени кооперации несколько ниже средней. При более высокой кооперации они попадают в зону «антиравновесий» (разнонаправленных переходов) в случае либерального «уклона», а в случае консервативного «уклона» являются равновесиями; при еще большей кооперации они находятся в зоне равновесных макросостояний.

7. Открытая и демократическая группы допускают циклические сценарии эволюции и большие области взаимно достижимых состояний. Речь идет о процессах в координатах «либерализм, кооперация», и это напоминает циклические процессы в реальных демократических обществах. В присутствии мафиозной группы циклические сценарии невозможны, но есть сценарии с немонотонным изменением порога голосования.

8. В неблагоприятной среде левая область атомизации становится больше, чем в нейтральной среде, а правая – меньше. Области повышения и понижения порога голосования соответственно увеличивается и уменьшается. Это связано с установленным ранее фактом роста оптимального порога голосования в неблагоприятной среде при гауссовой генерации предложений.

7. Заключение

Исследование динамики модели ViSE для обществ, состоящих из группы и эгоистов, начатое в [1,3,5], продолжено посредством изучения сценариев эволюции, определяемых изменениями структуры общества и процедуры голосования. Рассмотрены

три типа групп: открытые, демократические и мафиозные. Указаны значения параметров, при которых реализуется механизм «снежного кома» кооперации и обратный механизм последовательной атомизации. Первое характерно для обществ, близких к мажоритарным, второе – для наиболее либеральных и наиболее консервативных обществ.

Также получены следующие результаты. Установлено, что в случае открытой группы для всех рассмотренных нетривиальных обществ существуют сценарии, приводящие к образованию группы, способной монопольно принимать решения. При этом нет путей, образованных переходами, одобренными участниками, из обществ с невырожденной группой к обществам из эгоистов. Группа-мафия никогда не одобряет инициативу ее членов по выходу из нее. Открытая и демократическая группы допускают циклические сценарии эволюции, имеющие общие черты с циклическими процессами в реальных обществах.

Модель выявляет важную черту консерватизма рассмотренного типа: он работает как «либерализмом наоборот», что приводит к симметричности ряда диаграмм относительно среднего порога голосования. В терминах практики это связано с тем, что если в либеральном обществе распространенному стремлению к стабильности может успешно противостоять инициатива немногих, то при консервативном устройстве доминирующий курс (например, на усиление политической реакции) может быть заблокирован протестующим меньшинством. Поэтому закономерно, что реальной доминантой новостной повестки консервативных режимов часто оказываются новости, связанные с протестной активностью. Последняя становится эрзацем «позитивной» оппозиционной деятельности, имеющей здесь мало перспектив. При уменьшении благоприятности среды участникам выгодно усиление консерватизма.

Литература

1. БОРЗЕНКО В.И., ЛЕЗИНА З.М., ЛОГИНОВ А.К. и др. *Стратегии при голосовании в стохастической среде: эгоизм и коллективизм // Автоматика и телемеханика. – 2006. – №2. – С. 154–173.*

2. КОВАЛЕВ С.А. *Политический идеализм и реальная политика: вызов XXI века* / Доклад на конференции «Страна в мире», 2 марта 2010. <https://polit.ru/article/2010/03/02/kovalyov1/>
3. ЧЕБОТАРЕВ П.Ю. *Аналитическое выражение ожидаемых значений капиталов при голосовании в стохастической среде* // Автоматика и телемеханика. – 2006. – №3. – С. 152–165.
4. ЧЕБОТАРЕВ П.Ю., ЛОГИНОВ А.К., ЦОДИКОВА Я.Ю. и др. *Анализ феноменов коллективизма и эгоизма в контексте общественного благосостояния* // Проблемы управления. – 2008. – №4. – С. 30–37.
5. ЧЕБОТАРЕВ П. Ю., МАКСИМОВ В. М. *Двухкомпонентное общество в модели ViSE: зависимость динамики от размера группы и порога голосования* // УБС. – ... (?)
6. ЧЕБОТАРЕВ П.Ю., МАЛЫШЕВ В.А., ЦОДИКОВА Я.Ю., ЛОГИНОВ А.К., ЛЕЗИНА З.М., АФОНЬКИН В.А. *Оптимальный порог голосования как функция коэффициента вариации среды* // УБС. – 2016. – Т. 62. – С. 169–187.
7. ЧЕРНАВСКИЙ М.Ю. *К проблеме возникновения идеологий либерализма и консерватизма* // Гуманитарные науки: проблемы и решения. Вып. V. – СПб.: Нестор. – 2007. – С. 67–78.
8. AXELROD R., *The Evolution of Cooperation (Revised edition)*. – New York: Basic Books. – 2006.
9. CAMERER C.F. *Behavioral Game Theory: Experiments in Strategic Interaction*. – Princeton University Press, 2011.
10. EPPLER D., RIORDAN M.H. *Cooperation and punishment under repeated majority voting* // Public Choice. – 1987. – V. 55. – №1. – P. 41–73.
11. NOWAK M.A. *Five rules for the evolution of cooperation* // Science. – 2006. – V. 314. – №5805. – P. 1560–1563.

COOPERATION AND LIBERALISM: EVOLUTIONARY SCENARIOS IN THE ViSE MODEL

Pavel Chebotarev, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow,
Doctor of Science, head of laboratory (pavel4e@gmail.com).

Abstract: Under the assumptions of the ViSE model, we consider societies consisting of a group and egoists. Scenarios of the evolution of society due to changes in its structure and voting threshold in the interests of the participants are studied, provided that a Gaussian proposal generator is used. It is shown that for non-trivial societies there are scenarios that lead to the formation of an "open" group, whose size allows it to make monopoly decisions through voting. On the other hand, there are no trajectories traversed on the initiative of the participants from societies with a non-singleton group to societies consisting of egoists. A "mafia" type group never lets go of those who want to leave it. In societies whose decision procedure is close to the majority, the mechanism of "snowball" of cooperation is implemented, while in the most liberal and most conservative societies the mechanism of consecutive atomization dominates. "Open" and "democratic" groups admit cyclic evolutionary scenarios. In unfavorable environments, it is rational to strengthen conservatism.

Keywords: social dynamics, voting, cooperation, liberalism, stochastic environment, homines economici, voting threshold, evolutionary scenarios.

УДК 342.8

ББК 67.400.5

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии Х.Х. Хххх.*

Поступила в редакцию 06.09.2021.

Опубликована ХХ.ХХ.2021.