

УДК 519.816
ББК 65в631.0

ПРИНЦИП МНОГОМОДЕЛЬНОСТИ В ЗАДАЧАХ МОДЕЛИРОВАНИЯ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ПРЕДПОЧТЕНИЙ

Белых А.А.¹, Шайдулин Р.Ф.²

(Пермская государственная сельскохозяйственная академия им. Д.Н.Прянишникова, Пермь)

Гуреев К.А.³

(Пермский государственный технический университет, Пермь)

В статье обосновываются новые возможности исследования моделей предпочтений на основе сочетания линейных и нелинейных методов комплексного оценивания: уменьшение размерности задач принятия решений и анализ динамики качественных изменений свертки.

Ключевые слова: принцип многомодельности, моделирование предпочтений, линейные и нелинейные (матричные) свертки.

1. Введение

Актуальность проблемы поддержки принятия решений на основе моделирования предпочтений лиц, играющих в этих процедурах ключевые роли, вызвало к жизни разнообразные

¹ Андрей Алексеевич Белых, кандидат технических наук, доцент (psaa@perm-edu.ru).

² Роман Фаритович Шайдулин, ассистент (psaa@perm-edu.ru).

³ Кирилл Александрович Гуреев, аспирант (nedstf@pstu.ru).

подходы к комплексному оцениванию объектов с гетерогенными характеристиками, выступающих в качестве предметов выбора – вариантов решения.

Известные механизмы комплексного оценивания отличаются друг от друга полнотой, сложностью описания и другими существенными аспектами. Сопоставление различных подходов к созданию инструмента моделирования предпочтений как человеческого фактора следует направить в русло интеграции для достижения синергетического эффекта в задачах поддержки принятия решений.

В статье обсуждаются результаты исследования вопросов взаимного позиционирования двух известных механизмов комплексного оценивания: по методу взвешенных коэффициентов (линейная свертка) [1] и на основе деревьев критериев с матрицами свертки [2].

Методически можно считать оправданным, начать с анализа метода взвешенных коэффициентов в его простейшем выражении.

Элементарная линейная свертка по методу взвешенных коэффициентов имеет вид функции двух переменных:

$$(1) \quad X = f_L(X_1, X_2) = k_1 X_1 + k_2 X_2,$$

где X_1, X_2 - частные критерии, сворачиваемые в комплексную оценку X , k_1, k_2 – весовые коэффициенты, устанавливающие доленое участие каждого из критериев в формировании свертки f_L .

На весовые коэффициенты накладываются ограничения, обеспечивающие одинаковую шкалу, например, [1,4] для всех переменных:

$$(2) \quad k_1 + k_2 = 1, \quad k_1, k_2 \in [0,1].$$

Уравнение (1) геометрически интерпретируется как плоскость в трехмерном пространстве (X, X_1, X_2) , ограниченная поверхностью куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребрами, длина которых совпадает с интервалом принятой шкалы, и содержащая в себе

пару противоположных вершин (A, C_1) и диагональ AC_1 их соединяющую (рис. 1).

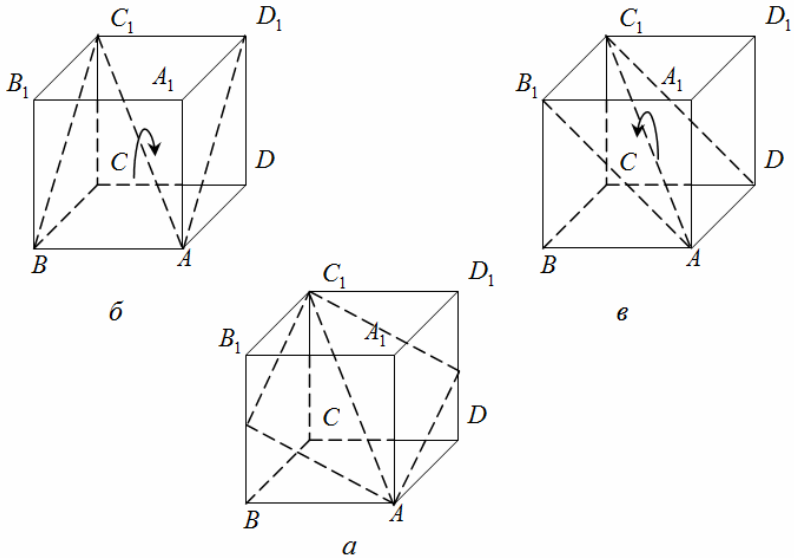


Рис.1. Геометрическая интерпретация механизмов элементарной линейной свертки: а) $k_1 \neq 0, k_2 \neq 0$; б) $k_1 = 1, k_2 = 0$; в) $k_1 = 0, k_2 = 1$.

Каждая реализация модели описывает свертку с фиксированными весовыми коэффициентами, имеющими смысл частных производных, постоянных в каждой точке области определения $ABCD$:

$$(3) \quad k_1 = \frac{\partial x}{\partial x_1}, \quad k_2 = \frac{\partial x}{\partial x_2}$$

Множество моделей элементарной линейной свертки соответствует множеству допустимых пар (k_1, k_2) весовых коэффициентов и перечисляется поворотом плоскости ABC_1D_1 из положения (рис.1б) в положение (рис.1в) вокруг диагонали AC_1 на

90° по направлению часовой стрелки либо в обратном направлении через промежуточное - рис.1а.

Поворот на большой угол приводит к нарушению ограничения (2) и уменьшению области определения.

Интерпретация различных вариантов линейной свертки обеспечивается введением «института» изопрайс (линий одинаковой цены), описываемых линейными уравнениями вида

$$(4) \quad X_C = k_1^* X_1 + k_2^* X_2, \quad X_C \in [X_{\min}, X_{\max}],$$

где X_C – количественная характеристика изопрайсы,

k_1^*, k_2^* – фиксированные значения весовых коэффициентов,

X_1, X_2 – соответственно, функция или аргумент.

Введение интервала дискретности ΔX устанавливает мощность семейства изопрайс, которое предоставляет более наглядную топологическую интерпретацию инструментов свертки.

Топологии приведенных выше (рис.1а-1в) вариантов реализации линейной свертки представлены на рис.2а-2в.

При всей простоте и наглядности линейной свертки она способна моделировать лишь достаточно тривиальные предпочтения, сохраняющие свойства во всей области определения. Этот недостаток объясняется ограничениями (2) накладываемыми на уравнение (1) с целью обеспечения универсальности шкалы для всех участвующих в свертке переменных.

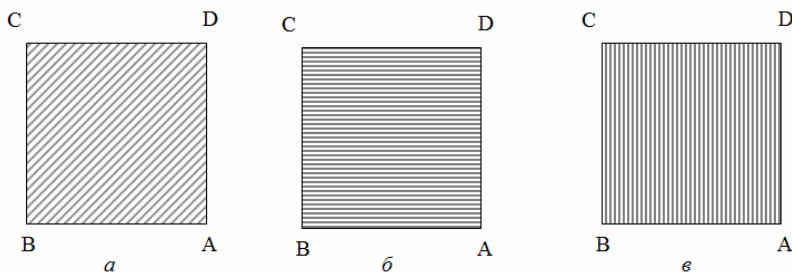


Рис 2. Топологическая интерпретация вариантов линейной свертки, приведенных на рис.1

Сложные предпочтения характеризуются богатой динамикой комплексирования частных критериев в формируемой ими области определения. Такому классу предпочтений в большей степени соответствуют модели комплексного оценивания построенные на основе деревьев критериев и матрицах свертки [3].

Топологизация матриц свертки в интерпретации авторов строится на следующих положениях:

Шкала переменных в механизмах комплексного оценивания укладывается в общепринятом интервале $[1, 4]$.

Процедура нечеткой свертки f строится в соответствии с принципом обобщения по схеме, предложенной Д.А. Новиковым:

$$\mu_{\tilde{X}}(x) = \sup_{\{(x_1, x_2) | f(x_1, x_2) = x\}} \min \{\mu_{\tilde{X}_1}(x_1), \mu_{\tilde{X}_2}(x_2)\},$$

где $\mu(x)$ – функция принадлежности.

Дефазификация (построение четких аналогов нечетких чисел) переменных осуществляется по наиболее распространенному методу Центра тяжести:

$$\hat{X} = ЦТ(\tilde{X}) = \varphi(\mu_1, \mu_2) = \sum x\mu / \sum \mu,$$

Согласно принятой модели нечеткого числа $\tilde{X}$ как двухэлементного нечеткого множества

$$\tilde{X} = 1 / \mu(1) + 2 / \mu(2), \quad \mu(1) + \mu(2) = 1$$

аргументы процедуры нечеткой свертки в базовой подобласти $[1, 2] \times [1, 2]$ определения записываются в виде выражений

$$\tilde{X}_1 = 1 / (1 - \mu_1) + 2 / \mu_1, \quad \tilde{X}_2 = 1 / (1 - \mu_2) + 2 / \mu_2.$$

Значения параметров μ_1, μ_2 определяются из отношений

$\tilde{X}_1 = 1 + \mu_1$, $\tilde{X}_2 = 1 + \mu_2$, что обеспечивает взаимоднозначность процедур: $\tilde{X} \leftrightarrow \hat{X}$, а также простоту формы представления экспертной информации об исходных дан-

ных $\hat{X}_1, \hat{X}_2$, например,
 $\hat{X}_1 = 1,73, \mu_1 = 0,73, \tilde{X}_1 = 1/0,27 + 2/0,73$.

Множество матриц свертки, рекомендованных к использованию, сокращается до канонического, когда приращение значений свертки на каждом дискретном шаге изменения аргументов не превышает по горизонтали (вертикали) и по диагонали 1 и 2 соответственно. Для канонических матриц обнаруживается ровно шесть типов $i \in \overline{0,5}$ стандартных функций свертки, отличающихся в области определения нечеткой свертки [1,4] смещением $C \in \overline{0,2} \times \overline{0,2}$.

Процедура нечеткой свертки в базовой подобласти определения для наиболее востребованной на практике максиминной стратегии описывается отношением:

$$\begin{aligned} \tilde{X} = f(\tilde{X}_1, \tilde{X}_2) = & f(1, 1) / \min((1 - \mu_1), (1 - \mu_2)) + \\ & + f(1, 2) / \min((1 - \mu_1), \mu_2) + f(2, 1) / \min(\mu_1, (1 - \mu_2)) + \\ & + f(2, 2) / \min(\mu_1, \mu_2). \end{aligned}$$

Значения функций нечеткой свертки вычисляются согласно пункта 3, а описываются уравнениями кусочно-гладких (в силу нелинейности выражения см. пункт 6) проекций изопрайс-линий одинаковой цены $\hat{X}_C$ на базовую подобласть:

$$\hat{X}_C = \varphi(\mu_1, \mu_2) = f_i(\hat{X}_1, \hat{X}_2), \quad i \in \overline{0,5}.$$

Сопряжение входа $\tilde{X}_{j_2}$ последующей матрицы свертки с предыдущим $\tilde{X}_{j_1}$ достигается соглашением:

$$\tilde{X}_{j_1} \xrightarrow{(\text{пункт } 3)} \hat{X}_{j_1} \xrightarrow{(\text{пункт } 4)} \tilde{X}_{j_1}, \quad \tilde{X}_{j_2} = \tilde{X}_{j_1}.$$

Поддерживаемая программно (рис.3) топологизация матриц свертки существенно расширяет возможности конструирования и использования механизмов комплексного оценивания. Следует заметить, что обнаруживаемая в ходе вычислительного экспери-

мента локальная немонотонность проекций изопрайс имеет антропогенное происхождение и связана с выбранным типом стратегии.

Для заполнения матриц свертки размерности 4×4 (черные цифры на белом фоне) достаточно построить топологию матриц стандартных функций свертки размерности 3×3 (белые цифры на черном фоне), их взаимоднозначность очевидна.

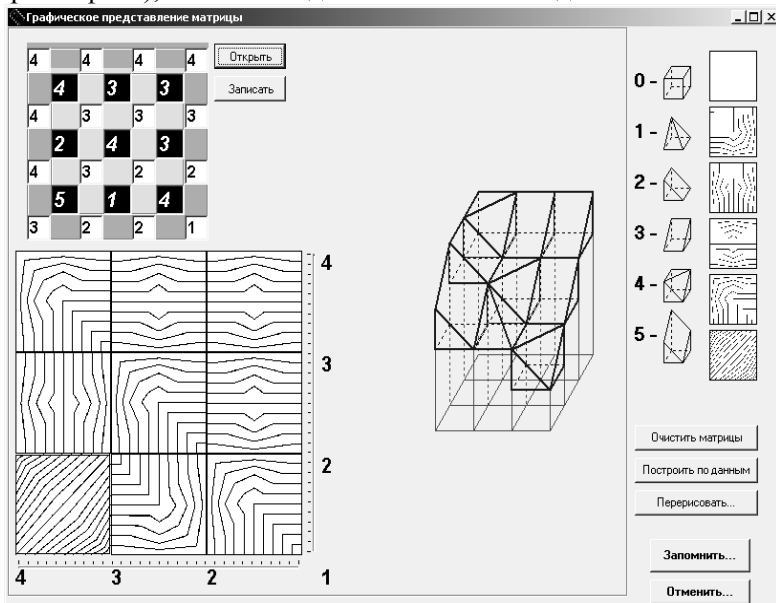


Рис. 3. Графическое представление матрицы свертки

С этой целью представление экспертов о характере рассматриваемой свертки на топологическом поле «заготовки» отображается тремя линиями изопрайс – по одной из трех «пучков», характеризующих малым [1,2], средним [2,3] и большим [3,4] уровнями значений свертки (рис.4). Полученный результат программным сервисом легко переводится в искомую форму представления матрицы свертки (рис. 3). Существенную поддержку в вопросах конструирования матриц свертки может

оказать убедительная интерпретация стандартных функций свертки: f_0 - игнорирование развития, f_1 - поощрение равномерного развития обоих критериев, f_2 - поощрение развития критерия x_1 , f_3 - поощрение развития критерия x_2 , f_4 - поощрение равномерного развития, либо одного любого критерия в случае «прорыва» в этом направлении, f_5 - предпочтение ускоренному равномерному развитию обоих критериев (допускается развитие одного критерия, но с меньшим конечным результатом).

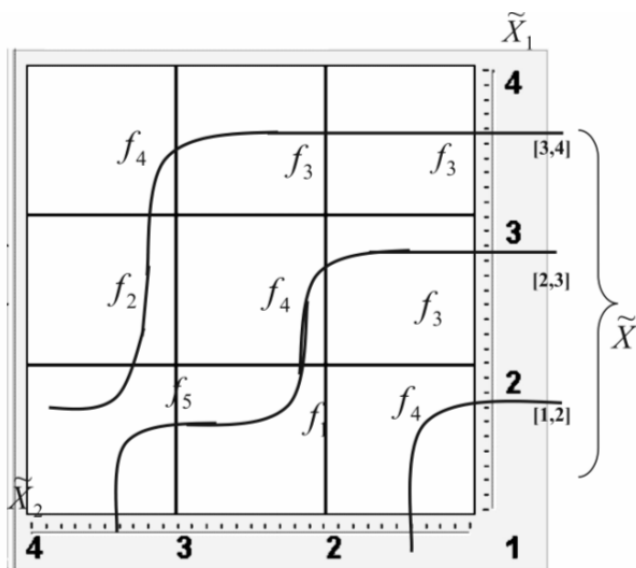


Рис. 4. Представление эксперта о характере конструируемой матрицы свертки, изображенной на рисунке 3

Элементарная матрица свертки (рис.3) имеет более сложную топологию чем линейная свертка благодаря нелинейности составляющих её изопрайс. Это означает, что каждая отдельно взятая изопрайса сможет быть приближенно представлена в кусочно-линейной форме как композиция линейных изопрайс. Таким образом, произвольная локальная область матричной

свертки может иметь приближенное линейное описание согласно выражения

(5)

$$X = f_M(X_1, X_2) \approx k_1(X_1^*, X_2^*)X_1 + k_2(X_1^*, X_2^*)X_2, \quad X_1, X_2 \in 0(X_1^*, X_2^*)$$

где $f_M(X_1, X_2)$ – нелинейная матричная функция свертки, весовые коэффициенты имеют смысл частных производных в некоторой рабочей точке (X_1^*, X_2^*) , принадлежащей локальной области 0:

$$(6) \quad \begin{aligned} k_1 &= \frac{\partial f_M(X_1, X_2 | X_1 = X_1^*, X_2 = X_2^*)}{\partial X_1}, \\ k_2 &= \frac{\partial f_M(X_1, X_2 | X_1 = X_1^*, X_2 = X_2^*)}{\partial X_2}, \end{aligned}$$

Альтернативное описание матричной нелинейной свертки с помощью семейства линейных сверток, отличающихся значениями весовых коэффициентов в каждой локальной области, дает новый инструмент исследования моделей предпочтений в вопросах адекватности и динамических свойств.

Для функций свертки большей размерности линейный подход начинает испытывать серьезные трудности в отношении обоснования весовых коэффициентов, а матричные – в обосновании структуры дерева критериев и наполнения матриц свертки.

Отличительной чертой сложившейся ситуации является простота построения необходимого семейства линейных сверток для любой заданной локальной области исследуемой матричной свертки. (Естественно, при этом возникает проблема определения необходимого и достаточного набора локальных областей, способных предоставить достаточную информацию об адекватности и динамических свойствах объекта моделирования).

Действительно, многомерная линейная область матричной свертки, обозначенная рабочей точкой – функциональными значениями компонент вектора $\vec{X}_i^* = (X_1^*, \dots, X_n^*)_i$, имеет вид:

$$(7) \quad X = f_L(X_1, \dots, X_n) \approx \sum_{j=1}^n k_j^i X_j,$$

где

$$(8) \quad k_j^i = \frac{\partial f_M(X_1, \dots, X_n | \vec{X}_i^*)}{\partial X_j},$$

По сравнению с многомерной линейной сверткой, являющейся расширением выражения (1), ввиду локальной области определения функции (7) появляется возможность снятия ограничений вида (2), что в полной мере удовлетворяет динамическим свойствам объекта моделирования.

Следует отметить, что выражения (7), (8) являются композицией выражений (5), (6), которая задается деревом критериев. В связи с этим частная производная (8) многомерной функции свертки (7) равна произведению частных производных (6) всех бинарных сверток (5) лежащих на пути графа от вершины X_j к корню дерева X .

Дополнительные возможности в исследовании модели предпочтений, появляющиеся в случае использования рассмотренных походов заключается в следующем:

локальное уменьшение размерности задач принятия решений;

анализ динамики качественных изменений в процедуре свертки при переходе из одной локальной области в другую на основе сопоставления приоритетов частных критериев;

декомпозиция общей проблемы адекватности модели на множество задач локальной адекватности меньшей размерности.

Проиллюстрируем перечисленные возможности вычислительным экспериментом.

Пусть задан механизм комплексного оценивания (рис 5.), выполняющий нелинейную свертку критериев $X_1 - X_7$. Выбе-

рем произвольные рабочие точки V1-V5 в построенной модели по данным таблицы 1.

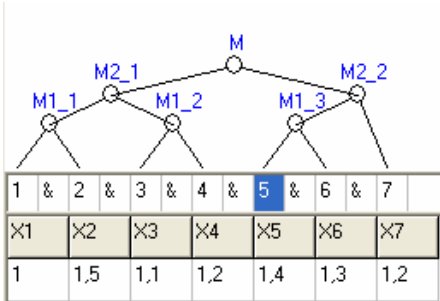


Рис. 5. Дерево комплексного оценивания

Таблица 1 Исходные данные вычислительного эксперимента

	V1	V2	V3	V4	V5
X1	1	1,5	2	2,5	3
X2	1,5	2	2,5	3	3,9
X3	1,1	1,7	2,1	2,6	3,1
X4	1,2	1,8	2,4	2,7	3,5
X5	1,4	1,6	2,1	2,9	3,8
X6	1,3	1,9	2,2	3	3,1
X7	1,2	1,7	2,3	2,8	3,3
X	1,33	1,67	2,3	3	3,78

Построение линейных моделей для вариантов, предусмотренных таблицей 1, производится методом последовательных поочередных приращений в соответствии с процедурой, оформленной для варианта V1 в виде таблицы 2.

Таблица 2 Вычисление весовых коэффициентов линейной модели для варианта V1

	V1	K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7
X1	1	1,1	1	1	1	1	1	1
X2	1,5	1,5	1,6	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5
X3	1,1	1,1	1,1	1,2	1,1	1,1	1,1	1,1
X4	1,2	1,2	1,2	1,2	1,3	1,2	1,2	1,2
X5	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	1,5	1,4	1,4
X6	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,4	1,3
X7	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,3
X	1,33	1,33	1,33	1,33	1,33	1,38	1,4	1,33
	0	0	0	0	0,05	0,07	0	

В соответствии с данными таблицы 1 вычислены весовые коэффициенты всех уравнений назначенных рабочими точками локальных областей (таблица 3) и на этой основе построено семейство линейных моделей:

$$V1; \quad X = 0,5X_5 + 0,7X_6$$

$$V2; \quad X = 0,3X_5 + 0,7X_7$$

$$(9) \quad V3; \quad X = 0,1X_3 + X_7$$

$$V4; \quad X = 1,6X_6$$

$$V5; \quad X = -0,2X_3 + 0,8X_5 - 0,3X_7$$

Таблица 3 Сводные данные по линеаризации матричной модели

№	K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	N
1	0	0	0	0	0,5	0,7	0	3
2	0	0	0	0	0,3	0	0,7	3
3	0	0	0,1	0	0	0	1	3
4	0	0	0	0	0	1,6	0	2
5	0	0	-0,2	0	0,8	0	-0,3	4

Полученная систем линейных уравнений свидетельствует о локальном уменьшении размерности нелинейной модели (см. мерность пространства – N в таблице 3), о существенной динамике качественных изменений в процедуре свертки при переходе из одной локальной области в другую (чередуются переменные с наибольшим весовым коэффициентом, что соответствует изменению приоритетов частных критериев, их число и состав). Достаточно наглядно описанную динамику иллюстрирует рисунок 6.

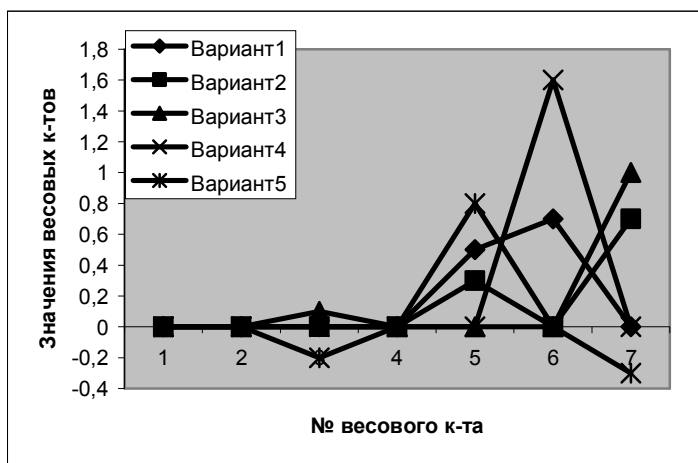


Рис. 6. Динамика качественных изменений в процедуре свертки по результатам локальной линеаризации исходной модели

Несовпадение результатов вычислений комплексной оценки с данными наблюдений, принадлежащими определенной локальной области, как факт неадекватности модели можно подвергнуть узконаправленному анализу, благодаря наличию линейной модели меньшей размерности. Так, для варианта V3 факт неадекватности означает необходимость уточнения степени долевого участия только частных критериев X_3, X_7 и возмож-

ность использования для этого транзитивных одномерных (рисунк 7) и двумерной (рисунк 8) функции чувствительности.

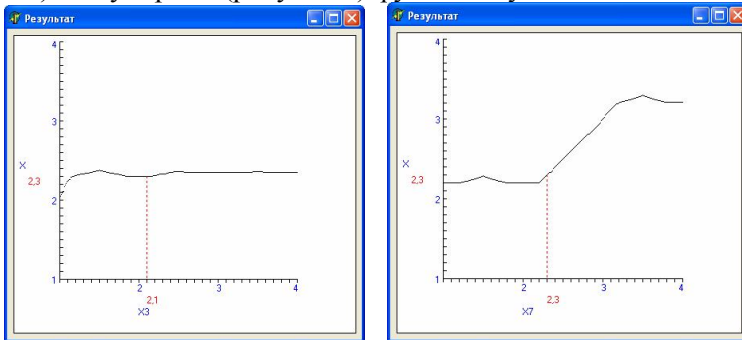


Рис.7. Функции чувствительности а) по критерию X_3 ;
б) по критерию X_7

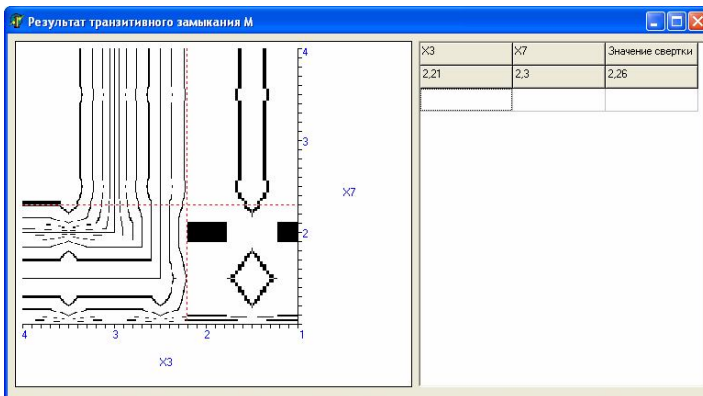


Рис.8. Функция чувствительности по критериям X_3, X_7

С помощью функций чувствительности для конкретной локальной области можно устранить или уменьшить неадекватность модели данным наблюдений, корректируя параметры матриц свертки, касающихся существенных переменных, либо функции приведения этих переменных к стандартной шкале.

Таким образом, многомодельный подход расширяет возможности исследования предпочтений и тем самым существенно повышает эффективность поддержки принятия решений с учетом человеческого фактора.

Литература

1. МАЗУР И.И., ШАПИРО В.Д., ОЛЬДЕРОГГЕ Н.Г. *Управление проектами: Учебное пособие*/ Под.общ. ред И.И.Мазура. – М.:Омега–Л, 2004. – 664с.
2. ХАРИТОНОВ В.А., БЕЛЫХ А.А. *Технологии современного менеджмента. Инновационно-образовательный проект* / Под научн. ред. В.А. Харитонова. – Пермь.: ПГТУ, 2007. – 187 с.
3. ХАРИТОНОВ В.А., БЕЛЫХ А.А., ВИНОКУР И.Р. *Функциональные возможности механизмов комплексного оценивания с топологической интерпретацией матриц свертки* // Управление большими системами. Сб.тр.Вып. 18. М.:ИПУ РАН, 2007. – с. 129-140

PRINCIPLE OF MULTIMODELLING IN PROBLEMS CONCERNING SIMULATION OF INDIVIDUAL PREFERENCES

Andrey Belyh, Pryanishnikov Perm state agricultural academy, Perm, candidate of technical sciences, assistant of professor (psaa@perm-edu.ru).

Roman Shaydulin Pryanishnikov Perm state agricultural academy, Perm, assistant (psaa@perm-edu.ru)

Kirill Gureev, Perm state technical university, Perm, post-graduate student (nedstf@pstu.ru)

In the article new capabilities of individual preferences research are substantiated. They are based on the combination of linear and non-linear methods of complex estimation: the dimension downsizing of decision-making task, and the impact analysis of qualitative change of convolution.

Keywords: Principle of multimodelling, preferences modelling, linear and non-linear (matrix) convolutions.