УДК 004.274
ББК 32.81

ФРАКТАЛЬНЫЕ САМООРГАНИЗУЮЩИЕ АРХИТЕКТУРЫ

Семенов А.С.[1]
(*Московский авиационный институт, Москва*)

Рассматриваются фрактальные самоорганизующиеся архитектуры, определяемые посредством алгебраической системы, названной фрактоид. Приводится пример решения проблемы “бутылочного горлышка”, возникающей в архитектуре.

Ключевые слова: архитектура, фрактальная алгебра, самоорганизующаяся система.

1. Введение

Архитектура – это высокоуровневая абстракция системы, достаточно детализированная, для поддержки анализа и проектирования, и достаточно проста для легкого обозрения.

При описании архитектур информационных систем, используются диаграммы и модели, которые статически фиксируют структуру системы в виде графа. Описание математических зависимостей взаимосвязями узлов и дуг графа помогает построить адекватную сетевую модель предметной области. Сеть является статическим описанием архитектурной модели системы: узлы визуализируют компоненты, а дуги коннекторы.

Сеть, оставаясь фиксированной, служит для решения задач, которые трактуются как динамические явления, возникающие при движении по графу информационного или управляющего потока. При этом возможные пути потока, определяются дуга-

---

[1] *Александр Сергеевич Семенов, кандидат физико-математических наук, доцент (Semenov_Alex@yahoo.com).*

ми графа, а правила изменения путей на графе спецификой моделируемой динамической системы.

Самоорганизация подразумевает динамику архитектуры ее адаптации и эволюцию, увеличения сложности системы. Такое описание системы известными математическими моделями представляется достаточно сложным и может потребовать перебора всех возможных конфигураций сети, что ведет к классу NP-трудных задач, с точки зрения дискретной оптимизации.

Чтобы избежать перебора всех возможных конфигураций в работе используются самоподобные структуры, называемые, по аналогии с фракталами в геометрии, фрактальными графами.

Фрактальные графы определяются как симбиоз графа и фрактала, с присущими свойствами фракталов: самоподобием, дробной фрактальной размерностью, масштабной инвариантностью. Фрактальные графы, в основном, строятся иерархически: вершина графа раскрывается в виде самоподобного графа, к которому она принадлежит.

В работе дается определение фрактальных графов и архитектур, определяемых на основе алгебраической структуры фрактоид [1-2], которая динамически строит различные объекты, например, гиперкубы, решетки и линейные массивы.

Построение архитектуры при помощи алгебраических операторов, в дополнение к иерархической организации, и определение условий на выполнение таких преобразований, позволяет реализовывать фрактальные самоорганизующиеся архитектуры.

2. Архитектурная модель

Архитектура – это фундаментальная организация системы, сформированная компонентами, отношениями между ними и принципами их управления при проектировании и развитии.

Основными принципами *архитектурной модели* являются: разделение коммуникационных связей – коннекторов, от вычислений в системе – компонент. Компоненты и коннекторы формируют конфигурацию (топологию) архитектуры. Будем архитектурную модель рассматривать как формулу "компоненты + коннекторы = конфигурация" рис. 1.

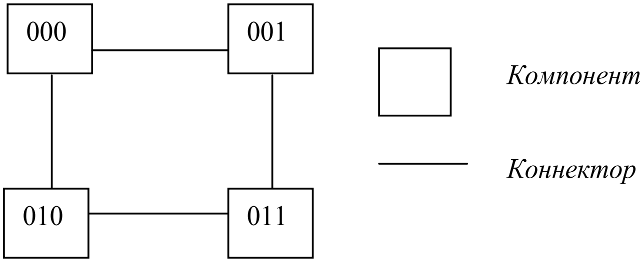


Рис. 1. Архитектурная модель компонент + коннектор

Коннекторы служат для коммуникации между компонентами посредством обмена асинхронными сообщениями или объектами. Коннектор ориентирован, если поток по нему может протекать в одном заданном направлении.

Компоненты могут инкапсулировать функциональность произвольной сложности. Компонент, порождающий поток, будем называть источником. Компонент, поглощающий поток – стоком.

Компоненты не знают источник и его месторасположение, независимы от семантики коннекторов, к которым они присоединены, а также не знают о потери соединения.

Коннекторы могут быть композицией других коннекторов и компонент, специально адаптированы к характеристикам их операционного окружения для достижения соответствующей производительности.

Реализации этих принципов делает любую архитектуру реконфигурируемой по контракту “на лету”.

3. Модель фрактальной архитектуры

Любой процесс можно описать условной траекторией или множеством траекторий из точки, которая представляет начальное состояние, к аттрактору: точка → аттрактор.

Самоорганизующаяся система стремится достичь состояния “динамического равновесия“, то есть аттрактора. Внутри аттрактора, процесс "замкнут" на себя и больше не достижим, то есть может сохранять это состояние неограниченно долго.

Пусть α – текущее состояние системы представлено в терминах ее архитектурной модели (компоненты + коннекторы) , тогда $f(\alpha) = \alpha$ является динамическим равновесием (аттрактором = конфигурацией), где f – оператор эволюции.

Достижение аттрактора представляет собой автоматический процесс, который может рассматриваться как общая модель самоорганизации системы – спонтанная редукция статистической энтропии.

Динамика архитектуры простой динамической системы может быть представлена итерационной последовательностью $f(\alpha)$, $f(f(\alpha))$, $f(f(f(\alpha)))$, … Для сокращения записи записывают $f^n(\alpha)$, где n – количество раз применение оператора эволюции f. Результатом процесса итерирования является самоподобное (предфрактальное) множество, включающее в себя повторяющиеся структуры n число раз. Фрактальные множества являются бесконечными множествами, $n \to \infty$. Будем рассматривать только предфрактальные, то есть конечные множества, которые синтезируются алгебраической системой фрактод.

Фрактоиды формируют архитектурные аттракторы, визуализируемые графами, вершины графов помечаются кодом грея.

Определение 1. Алгебраическая структура $\mathcal{F}^n(\mathcal{A},\mathcal{S},\alpha,\mathit{fit})$ называется самоорганизующимся фрактоидом, где n – размерность фрактоида $\mathcal{F}$,

α – начальный компонент (самоподобное множество),

$\mathcal{S} = \{\Xi \mid \rho_1, ..., \rho_k\}$ – фрактальная алгебра, где $\rho_1, ..., \rho_k$ – множество уникально обратимых операторов сдига $<<_g$, (здесь формирует код грея, g – бит 0 или 1), композиции $+^k$ (k – ширина слоя бисекции) и прототипирования $\equiv$. $\mathcal{S}$ определенна над структурным пространством Ξ в виде алгоритма:

$M(\mathcal{A}_n) = (M(\mathcal{A}_{n-1}) <<^n{}_0) +^k (M(\equiv\mathcal{A}_{n-1}) <<^n{}_1)$,

где M – функция разметки компонент из $\mathcal{A}$;

$\mathcal{A}$ – самоподобное множество, представляющее собой заключительное состояние фрактоида, после шага n;

Ξ – структурное пространство, множество компонент в $\mathcal{A}$;

$\mathcal{A}$ – архитектурный аттрактор, если соответствует функции пригодности;

fit – функция пригодности, самоорганизующая фрактоид.

Фрактоиды, синтезируемые оператором композиции $+^k$ по основанию 2^n и шириной слоя бисекции k называются подобными, имеют одинаковое количество компонент при равных n: решетка $\mathcal{M}$ (k = 2), линейный массив $\mathcal{L}$ (k = 2^0) и гиперкуб Q (k = 2^{n-1}) на шаге построения n, $n \geq 1$, $\alpha = \mathcal{M}_0 = \mathcal{L}_0 = Q_0$, см. рис. 2.

Функция пригодности fit для фрактоидов на рис.2. не определена.

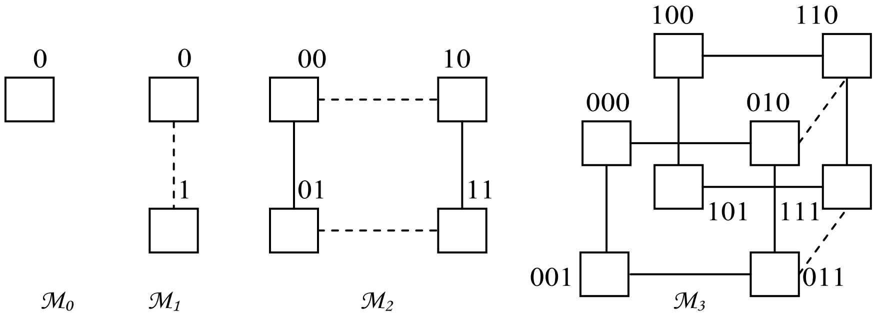
Пусть динамическая система $f^n(\alpha)$ описывается фрактоидом гиперкуба $\mathcal{F}^n(Q, S, Q_0)$, α – начальный компонент, соответствует гиперкубу Q_0 рис. 2.c.

Определение 2. Построение фрактоида размерности n можно записать следующим образом:

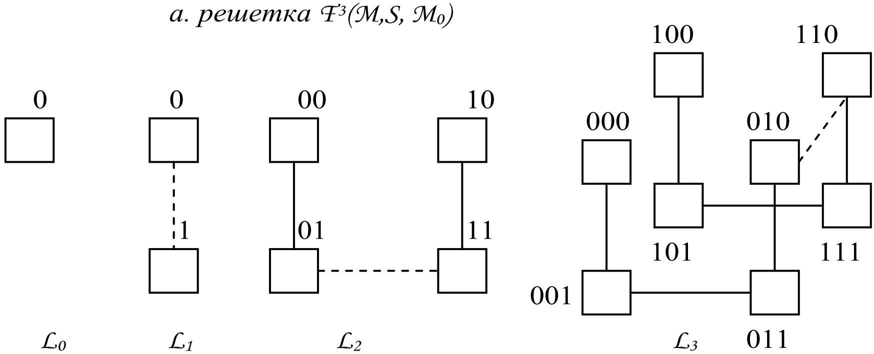
при n = 1, имеем $\mathcal{F}^1(Q_1, S, Q_0)$;

при n = 2, $\mathcal{F}^2(Q, S, \alpha) = \mathcal{F}^2(Q_2, S, Q_1)$, так как $\mathcal{F}^2$ предшествует $\mathcal{F}^1$, то $\mathcal{F}^2(Q, S, \alpha) = \mathcal{F}^2(Q_2, S, \mathcal{F}^1(Q_1, S, Q_0))$ – $\mathcal{F}^2$ построен из $\mathcal{F}^1$.

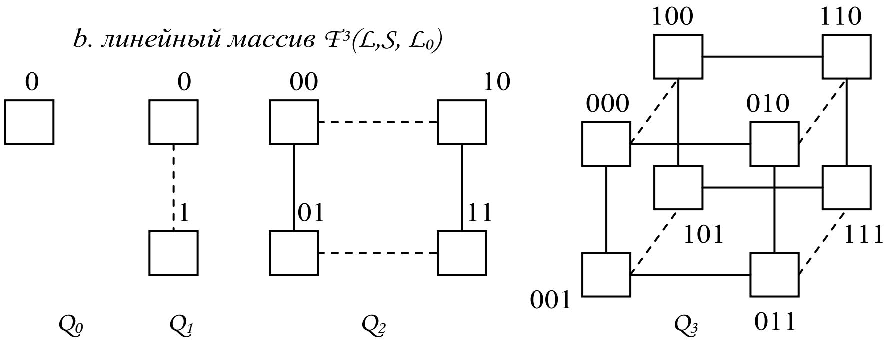
Пусть $\mathcal{F}^2$ и $\mathcal{F}^1$ – архитектурные аттракторы, некоторой динамической системы, тогда система эволюционирует от архитектурного аттрактора $\mathcal{F}^1$ к $\mathcal{F}^2$.



a. решетка $\mathcal{F}^3(\mathcal{M},\mathcal{S}, \mathcal{M}_0)$



b. линейный массив $\mathcal{F}^3(\mathcal{L},\mathcal{S}, \mathcal{L}_0)$



c. 3-мерный гиперкуб $\mathcal{F}^3(Q,\mathcal{S},Q_0)$

Рис.2. Построение подобных фрактоидов

4. Динамика самоорганизующейся архитектуры

Рассмотрим потоковую задачу [3], которая требует динамического изменения архитектуры системы.

Пусть по архитектуре системы движутся единицы потока из источника (источников) в сток (стоки) см. рис 3. Компоненты с исходящими пунктирными стрелками – источники, а с входящими – стоки. Потоки могут проходить через промежуточные компоненты.

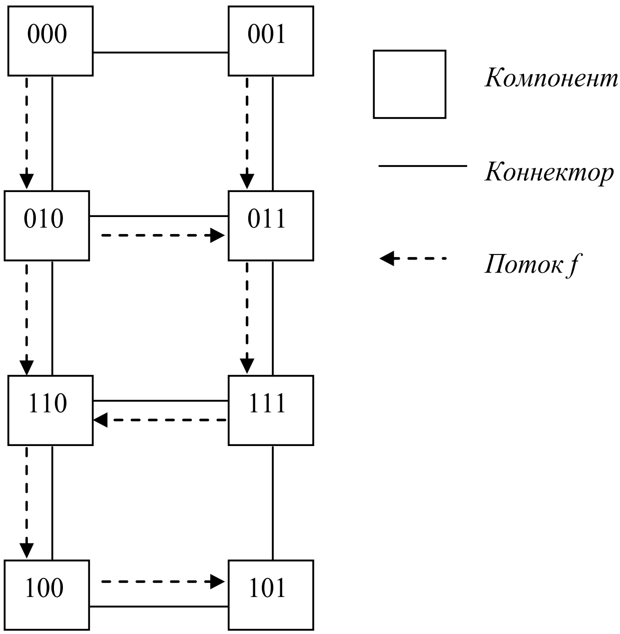


Рис.3. Поток между компонентами в двумерной решетки $\mathcal{F}^3(\mathcal{M}, S, \mathcal{M}_0)$

Представим модель самоорганизующейся системы на основе архитектурной модели (графа), нагруженной потоком. Известно, что при решении потоковых задач входной поток F^+ и выходной поток F^- в графе должны сохраняться, т.е. $F^+ - F^- = 0$.

Пусть это уравнение, соответствует потоковому (статическому) равновесию графа, с другой стороны динамическое равновесие графа α определяется уравнением $f(\alpha) = \alpha$, т.е. система находится в архитектурном аттракторе.

Если $F^+ - F^- > 0$, то для динамического равновесия требуется увеличить упорядоченность системы оператором эволюции $f(\alpha)$,

Если $F^+ - F^- < 0$, то следует уменьшить упорядоченность системы с помощью обратного преобразования $f^{-1}(\alpha)$.

Обозначим через c(k) пропускную способность бисекции, где k – ширина слоя бисекции. Тогда величина максимального потока из узла s в узел d должна удовлетворять условию:

$$F \leq c(k)$$

Таким образом, если для некоторого потока величиной F и некоторой бисекции k выполнено равенство $F \leq c(k)$, то данный поток является максимальным, иначе возникает эффект “бутылочного горлышка”.

Теорема о максимальном потоке и минимальном разрезе [4] (в нашем случае аналог разреза – бисекция фрактоида) : для любой сети с одним источником и одним стоком величина максимального потока от источника к стоку равна величине минимальной бисекции.

Зададим функцию пригодности $fit = F(t) \leq c(k)$, где F(t) величина потока, изменяющаяся в дискретном интервале времени $t = 0,1,\ldots,m$, тогда фрактоид решетки $\mathcal{F}^3(\mathcal{M}, S, \mathcal{M}_0, F(t) \leq c(k))$. Система находится в равновесии, k = 2.

Пусть в момент времени t = i, $F(i) > c(k)$, тогда фрактоид будет искать архитектурный аттрактор $\mathcal{A}$, удовлетворяющий функции пригодности $F(t) \leq c(k')$, с $k' > k$. Один из возможных поисков аттрактора является преобразование решетки $\mathcal{M}$ в гиперкуб $\mathcal{Q}$.

Алгоритм 1. Преобразовать: $\mathcal{M}_n \to \mathcal{Q}_1$, n = 3:

1. определить начальные условия $\alpha = \mathcal{F}^{n-1}(\mathcal{M}, \mathcal{S}, \mathcal{M}_0)$,.
2. построить $\mathcal{F}^1(\mathcal{Q}, \mathcal{S}, \mathcal{F}^{n-1}(\mathcal{M}, \mathcal{S}, \mathcal{M}_0))$ см. рис. 4.

На рис.3. толстой линией выделены соединения, штриховая линия – бисекция, штрих-пунктирная – расширение бисекции.

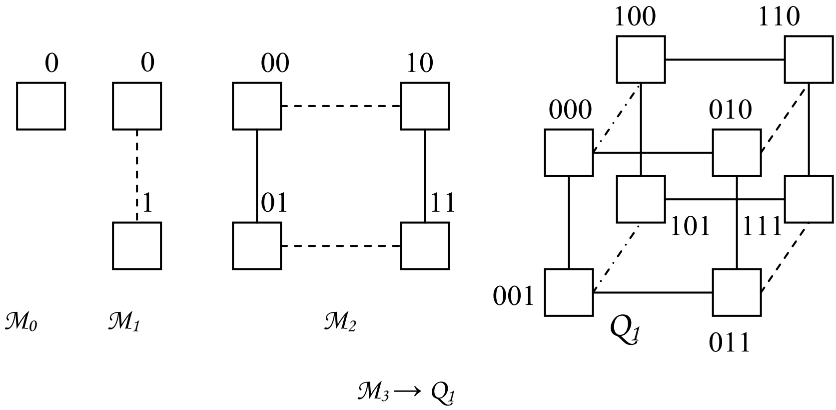


Рис. 4. Преобразование решетки в гиперкуб при поиске архитектурного аттрактора

5. Заключение

Рассмотрен архитектурный подход к программированию самоорганизующихся систем посредством фрактоидов. Топологическая совместимость с вычислительными сетями и программным обеспечением позволяет применять рассмотренный подход с целью оптимизации динамической системы по различным критериям.

В работе рассмотрены фрактоиды по основанию 2^n, аналогично могут быть рассмотрены фрактоиды по другим основаниям, например по ряду Фибоначчи. Комбинация различных фрактоидов существенно расширяет пространство поиска аттракторов.

Литература

1. СЕМЕНОВ А.С. *Фрактальное построение n-мерных гиперкубовых архитектур в структурном пространстве* // Информационные технологии и Вычислительные системы. – 2007. – №2.
2. СЕМЕНОВ А.С. *Архитектурно-ориентированный подход к моделированию информационных систем* // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2006. – №11.
3. PHILLIPS D., GARCIA-DIAZ A. *Fundamentals of Network Analysis*. Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J. 1981. [ФИЛЛИПС Д., ГАРСИА-ДИАС А. *Методы анализа сетей*. М.: Мир, 1984.]
4. FORD L.R., FULKERSON D.R. *Flows in Networks*, Princelon University Press, N.J. 1962. [ФОРД Л.Р., ФИЛКЕРСОН Д. *Потоки в сетях*. М.: Мир, 1966.]

FRACTAL SELF-ORGANIZING ARCHITECTURES

Alexander Semenov, Moscow Aviation Institute, Moscow, Cand.Sc., assistant professor (Semenov_Alex@yahoo.com, (499)158-40-90).

Abstract: In this paper, we describe the fractal self-organizing architectures defined by means of algebraic system named fractoid. The example of decision "bottle neck" problem which take place in architectures is discussed.

Keywords: Architecture, fractal algebra, self-organizing system.