

АЛГОРИТМ АДАПТИВНОГО ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ

Нгуен Хак Тунг¹, Власов С. М.²

(Университет ИТМО, Санкт-Петербург)

В настоящей работе рассматривается задача оценивания неизвестных параметров для класса нелинейных нестационарных систем. Допустим, что нестационарные параметры системы могут быть представлены как выходы линейных генераторов с неизвестными матрицей состояния и вектором начальных условий. Предлагается, что вектор состояния, сигнал управления и выходная переменная измеряемы. На первом шаге решается задача параметризации исходной динамической модели к линейной статической регрессионной модели. Вторым шагом выполняется оценка неизвестных постоянных параметров линейной регрессионной модели с применением метода Динамического Расширения Регрессора и Смешивания, позволяющий получать монотонные оценки и обеспечивающий ускорение сходимости оценок к истинным значениям. Результаты компьютерного моделирования показали работоспособность разработанного алгоритма.

Ключевые слова: нестационарные нелинейные системы, идентификация параметров, регрессионная модель.

¹ Нгуен Хак Тунг, аспирант, (nguyenkhactungvhq1994@gmail.com).

² Власов Сергей Михайлович, доцент, к.т.н., (smvlasov@itmo.ru).

1. Введение

В статье представлен новый метод к идентификации неизвестных нестационарных параметров для класса нелинейных нестационарных систем. Такая задача является актуальной для широкого спектра научно-технических задач и их приложений на практике.

Проблема идентификации параметров нестационарных систем и синтез наблюдателей переменных состояния хорошо изучена в работах [1-11]. В работах [1-2] предложены методы управления нестационарными системами относятся к категории прямых методов адаптации, то есть не требуется процедура идентификации параметров объекта управления. Благодаря развитию методов параметрической идентификации позволяет для большого класса задач использовать именно не прямые или идентификационные методы адаптивного управления. Применение не прямые походы для синтеза наблюдателей нестационарных систем рассматриваются в работах [3-9]

В [3] предложен метод идентификации полиномиальных параметров для линейных нестационарных систем. Решение поставленной задачи основано на преобразовании динамической модели управления к виду линейного регрессионного уравнения относительно переменных состояния генераторов, выходы которых описывают неизвестные параметры.

В [4] представлен алгоритм идентификации неизвестных параметров линейных нестационарных объектов управления. Неизвестные параметры рассматриваются в виде линейной функции времени или их производные представляют собой кусочно-постоянные сигнал. Для параметризации линейного нестационарного объекта управления используется линейный фильтр, в результате получится линейная регрессионная модель. В работах [6-9] предложены методы синтеза адаптивных наблюдателей для нестационарных систем основаны на методе GREBO (обобщенный наблюдатель, основанный на оценке параметров) [12].

В настоящей работе рассмотрены более сложные допущения по неизвестным нестационарным параметрам, что нестационарные параметры системы могут быть представлены в виде линейных генераторов с неизвестными матрицей состояния и вектором начальных условий.

2. Постановка задачи

Рассмотрим нелинейных нестационарных систем вида

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \theta_1 f(x_1) + x_2 + b_1 u, \\ (1) \quad \dot{x}_2 &= \theta_2 f(x_2) + x_3 + b_2 u, \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= \theta_n f(x_n) + b_n u, \\ (2) \quad y &= x_1, \end{aligned}$$

где $x_i \in \mathbb{R}^1$ – измеряемое состояние, $\theta_i \in \mathbb{R}^1$ – неизвестный нестационарный параметр, $b_i \in \mathbb{R}^1$ – неизвестный параметр и $u \in \mathbb{R}^1$ – известный входной сигнал, $y \in \mathbb{R}^1$ – измеряемая выходная переменная, $f(x_i)$ – известная нелинейная функция, $i = \overline{1, n}$.

Требуется синтезировать алгоритм оценивания неизвестных параметров $\hat{\theta}_i(t)$, $\hat{b}_i(t)$, обеспечивающего для системы (1) – (2) достижение целевого условия

$$(3) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} (\theta_i - \hat{\theta}_i(t)) = 0,$$

$$(4) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} (b_i - \hat{b}_i(t)) = 0.$$

Решение задачи синтеза алгоритм оценивания неизвестных параметров $\hat{\theta}_i(t)$ и $\hat{b}_i(t)$, обеспечивающего выполнение (3) и (4) будет обеспечиваться при выполнении следующих допущений.

Допущение 1: Допуская что $f(x_i) \neq 0$.

Допущение 2: Нестационарные параметры θ_i могут быть представлены в виде линейных генераторов

$$(5) \quad \theta_i = \mathbf{h}_i^T \boldsymbol{\xi}_i,$$

$$(6) \quad \dot{\boldsymbol{\xi}}_i = \boldsymbol{\Gamma}_i \boldsymbol{\xi}_i,$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_i = \boldsymbol{\Gamma}_0 + \boldsymbol{\gamma}_i^T \mathbf{h}, \boldsymbol{\Gamma}_0 = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{h}_i^T = [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0].$$

где $\boldsymbol{\xi}_i \in \mathbb{R}^l$ – вектор состояния генератора с неизвестным начальным значением $\boldsymbol{\xi}_i(0)$, $\boldsymbol{\Gamma}_i \in \mathbb{R}^{l \times l}$ – матрица неизвестных постоянных коэффициентов, $\mathbf{h}_i \in \mathbb{R}^l$ – вектор соответствующей размерности, $\boldsymbol{\gamma}_i \in \mathbb{R}^l$ – вектор неизвестных параметров.

3. Параметризация синусоидального сигнала

На данном разделе, покажем методологию параметризации, то есть сведение задачи оценивания параметров для линейных нестационарных систем (1)–(2) к идентификации параметров для линейной регрессионной модели.

Лемма: Рассмотрим объект управления (1)–(2) и модель генератора (5)–(6), существуют значения $\alpha_{1i}, \alpha_{2i}, \dots, \alpha_{li}$, удовлетворяющие следующему соотношению

$$(7) \quad \frac{1}{p+\lambda} \xi_{1i} = \alpha_{1i} \xi_{1i} + \alpha_{2i} \xi_{2i} + \dots + \alpha_{li} \xi_{li},$$

$$(8) \quad \begin{cases} \theta_i = \xi_{1i}, \\ \xi_{1i} = \xi_{2i}, \\ \vdots \\ \xi_{ni} = \gamma_{1i} \xi_{1i} + \gamma_{2i} \xi_{2i} + \dots + \gamma_{li} \xi_{li}. \end{cases}$$

где $\frac{1}{p+\lambda}$ – линейный фильтр, $p = \frac{d}{dt}$ – дифференциальный оператор, параметр $\lambda > 0, \alpha_{mi} \in \mathbb{R}, i = \overline{1, n}, m = \overline{1, l}$.

Доказательство леммы. Применим к левой и правой части (4.7) через оператор $(p + \lambda)$

$$(9) \quad (p + \lambda) \frac{1}{p+\lambda} \xi_{1i} = (p + \lambda)(\alpha_{1i} \xi_{1i} + \alpha_{2i} \xi_{2i} + \dots + \alpha_{li} \xi_{li}), i = \overline{1, n}.$$

Преобразовав уравнение (9) следующим образом

$$(10) \quad \begin{aligned} \xi_{1i} &= (\alpha_{1i} \xi_{1i} + \alpha_{2i} \xi_{2i} + \dots + \alpha_{li} \xi_{li}) + \\ &\quad + \lambda(\alpha_{1i} \xi_{1i} + \alpha_{2i} \xi_{2i} + \dots + \alpha_{li} \xi_{li}). \\ \xi_{1i} &= \alpha_{1i} \xi_{2i} + \alpha_{2i} \xi_{3i} + \dots + \alpha_{(l-1)i} \xi_{li} + \\ &\quad + \alpha_{li}(\gamma_{1i} \xi_{1i} + \gamma_{2i} \xi_{2i} + \dots + \gamma_{li} \xi_{li}) + \\ &\quad + \lambda(\alpha_{1i} \xi_{1i} + \alpha_{2i} \xi_{2i} + \dots + \alpha_{li} \xi_{li}). \end{aligned}$$

С учетом уравнения (10) получим следующие соотношения

$$(11) \quad \begin{cases} \lambda \alpha_{1i} + \alpha_{li} \gamma_{1i} = 1, \\ \lambda \alpha_{2i} + \alpha_{li} \gamma_{2i} + \alpha_{1i} = 0, \\ \vdots \\ \lambda \alpha_{ki} + \alpha_{li} \gamma_{li} + \alpha_{(k-1)i} = 0. \end{cases}$$

где $k = \overline{2, l}$.

Перепишем (11) в матричном виде

$$(12) \quad \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \gamma_{1i} \\ 1 & \lambda & 0 & \dots & 0 & 0 & \gamma_{2i} \\ 0 & 1 & \lambda & \dots & 0 & 0 & \gamma_{3i} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & \lambda & \gamma_{(l-1)i} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & \lambda + \gamma_{li} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{1i} \\ \alpha_{2i} \\ \alpha_{3i} \\ \vdots \\ \alpha_{(l-1)i} \\ \alpha_{li} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Из модели (12) можем найти $\alpha_k, k = \overline{1, l}$ следующим образом

$$(13) \quad \begin{bmatrix} \alpha_{1i} \\ \vdots \\ \alpha_{li} \end{bmatrix} = \left(\lambda \mathbf{I} - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \mathbf{I} & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \gamma_{1i} \\ \vdots \\ \gamma_{li} \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}.$$

что и требовалось доказать леммы.

Следствие: Если параметры α_{ki} известны, то можем найти γ_{ki} как

$$(14) \quad \gamma_{1i} = \frac{1-\lambda\alpha_{1i}}{\alpha_{li}}, \gamma_{ki} = \frac{-\alpha_{(k-1)i}-\lambda\alpha_{ki}}{\alpha_{li}}, k = \overline{2, l}, i = \overline{1, n}.$$

С учетом допущения 1, разделив две части модели (1) на $f(x_i), i = \overline{1, n}$, получим

$$(15) \quad \begin{cases} \frac{\dot{x}_1}{f(x_1)} = \theta_1 + \frac{x_2}{f(x_1)} + b_1 \frac{u}{f(x_1)}, \\ \frac{\dot{x}_2}{f(x_2)} = \theta_2 + \frac{x_3}{f(x_2)} + b_2 \frac{u}{f(x_2)}, \\ \vdots \\ \frac{\dot{x}_n}{f(x_n)} = \theta_n + b_n \frac{u}{f(x_n)}. \end{cases}$$

Из выражения (15) имеем

$$(16) \quad \begin{cases} \theta_1 = \frac{\dot{x}_1}{f(x_1)} - \frac{x_2}{f(x_1)} - b_1 \frac{u}{f(x_1)}, \\ \theta_2 = \frac{\dot{x}_2}{f(x_2)} - \frac{x_3}{f(x_2)} - b_2 \frac{u}{f(x_2)}, \\ \vdots \\ \theta_n = \frac{\dot{x}_n}{f(x_n)} - b_n \frac{u}{f(x_n)}. \end{cases}$$

Применим линейный фильтр $\frac{1}{p+\lambda}$ к выражению (16)

$$(17) \quad \begin{cases} \frac{1}{p+\lambda} \theta_1 = \frac{1}{p+\lambda} \xi_{11} = \frac{p}{p+\lambda} Z_{11} - \frac{1}{p+\lambda} Z_{12} - K_1 b_1, \\ \frac{1}{p+\lambda} \theta_2 = \frac{1}{p+\lambda} \xi_{12} = \frac{p}{p+\lambda} Z_{21} - \frac{1}{p+\lambda} Z_{22} - K_2 b_2, \\ \vdots \\ \frac{1}{p+\lambda} \theta_n = \frac{1}{p+\lambda} \xi_{1n} = \frac{p}{p+\lambda} Z_{n1} - K_n b_n. \end{cases}$$

где $Z_{i1} = \int \frac{dx_i}{f(x_i)}, K_i = \frac{u}{x_i}, Z_{j2} = \frac{x_j}{f(x_i)}, i = \overline{1, n}, j = \overline{2, n-1}$.

Заметим, что

$$\begin{cases} \xi_{2i} = \xi_{1i}^{(1)}, \\ \xi_{3i} = \xi_{2i}^{(1)} = \xi_{1i}^{(2)}, \quad i = \overline{1, n}. \\ \vdots \\ \xi_{li} = \xi_{l-1i}^{(1)} = \xi_{1i}^{(l-1)}. \end{cases}$$

тогда перепишем выражение (7) в следующем виде

$$(18) \quad \begin{cases} \frac{1}{p+\lambda} \xi_{11} = \alpha_{11} \xi_{11} + \alpha_{21} \xi_{11}^{(1)} + \alpha_{31} \xi_{11}^{(2)} + \dots + \alpha_{l1} \xi_{11}^{(l-1)}, \\ \frac{1}{p+\lambda} \xi_{12} = \alpha_{12} \xi_{12} + \alpha_{22} \xi_{12}^{(1)} + \alpha_{32} \xi_{12}^{(2)} + \dots + \alpha_{l2} \xi_{12}^{(l-1)}, \\ \vdots \\ \frac{1}{p+\lambda} \xi_{1n} = \alpha_{1n} \xi_{1n} + \alpha_{2n} \xi_{1n}^{(1)} + \alpha_{3n} \xi_{1n}^{(2)} + \dots + \alpha_{ln} \xi_{1n}^{(l-1)}. \end{cases}$$

Применим линейный фильтр $\frac{1}{(p+\lambda)^l}$ к системе (18) и получим

$$(19) \quad \begin{cases} \frac{1}{(p+\lambda)^l} \left(\frac{1}{p+\lambda} \xi_{11} \right) = \frac{1}{(p+\lambda)^{l-1}} \alpha_{11} \left(\frac{1}{p+\lambda} \xi_{11} \right) + \dots + \\ \quad + \frac{1}{(p+\lambda)^{l-1}} \alpha_{1l} p^{l-1} \left(\frac{1}{p+\lambda} \xi_{11} \right), \\ \frac{1}{(p+\lambda)^l} \left(\frac{1}{p+\lambda} \xi_{12} \right) = \frac{1}{(p+\lambda)^{l-1}} \alpha_{12} \left(\frac{1}{p+\lambda} \xi_{12} \right) + \dots + \\ \quad + \frac{1}{(p+\lambda)^{l-1}} \alpha_{1l2} p^{l-1} \left(\frac{1}{p+\lambda} \xi_{12} \right), \\ \vdots \\ \frac{1}{(p+\lambda)^l} \left(\frac{1}{p+\lambda} \xi_{1n} \right) = \frac{1}{(p+\lambda)^{l-1}} \alpha_{1n} \left(\frac{1}{p+\lambda} \xi_{1n} \right) + \dots + \\ \quad + \frac{1}{(p+\lambda)^{l-1}} \alpha_{1ln} p^{l-1} \left(\frac{1}{p+\lambda} \xi_{1n} \right). \end{cases}$$

На основе уравнения (17) перепишем уравнение (19) в следующем виде

$$\begin{cases}
 \frac{1}{(p+\lambda)^l} \left(\frac{p}{p+\lambda} Z_{11} - \frac{1}{p+\lambda} Z_{12} - \frac{1}{p+\lambda} K_1 b_1 \right) = \\
 = \frac{1}{(p+\lambda)^{l-1}} \alpha_{11} \left(\frac{p}{p+\lambda} Z_{11} - \frac{1}{p+\lambda} Z_{12} - \frac{1}{p+\lambda} K_1 b_1 \right) + \dots + \\
 + \frac{1}{(p+\lambda)^{l-1}} \alpha_{l1} p^{n-1} \left(\frac{p}{p+\lambda} Z_{11} - \frac{1}{p+\lambda} Z_{12} - K_1 b_1 \right), \\
 \frac{1}{(p+\lambda)^l} \left(\frac{p}{p+\lambda} Z_{21} - \frac{1}{p+\lambda} Z_{22} - \frac{1}{p+\lambda} K_2 b_2 \right) = \\
 = \frac{1}{(p+\lambda)^{l-1}} \alpha_{12} \left(\frac{p}{p+\lambda} Z_{21} - \frac{1}{p+\lambda} Z_{22} - \frac{1}{p+\lambda} K_2 b_2 \right) + \dots + \\
 + \frac{1}{(p+\lambda)^{l-1}} \alpha_{l2} p^{n-1} \left(\frac{p}{p+\lambda} Z_{21} - \frac{1}{p+\lambda} Z_{22} - \frac{1}{p+\lambda} K_2 b_2 \right), \\
 \vdots \\
 \frac{1}{(p+\lambda)^l} \left(\frac{p}{p+\lambda} Z_{n1} - \frac{1}{p+\lambda} K_n b_n \right) = \frac{1}{(p+\lambda)^{l-1}} \alpha_{1n} \left(\frac{p}{p+\lambda} Z_{n1} - \frac{1}{p+\lambda} K_n b_n \right) + \dots + \\
 + \frac{1}{(p+\lambda)^{l-1}} \alpha_{ln} p^{n-1} \left(\frac{p}{p+\lambda} Z_{n1} - K_n b_n \right).
 \end{cases}
 \quad (20)$$

Из уравнения (20) имеем

$$\begin{cases}
 \frac{1}{(p+\lambda)^l} \left(\frac{p}{p+\lambda} Z_{11} - \frac{1}{p+\lambda} Z_{12} - \right) = \\
 = \alpha_{11} \frac{1}{(p+\lambda)^{l-1}} \left(\frac{p}{p+\lambda} Z_{11} - \frac{1}{p+\lambda} Z_{12} \right) + \dots + \\
 + \alpha_{l1} \frac{p^{l-1}}{(p+\lambda)^{l-1}} \left(\frac{p}{p+\lambda} Z_{11} - \frac{1}{p+\lambda} Z_{12} \right) + \\
 + b_1 \frac{1}{(p+\lambda)^l} \frac{1}{p+\lambda} K_1 - b_1 \alpha_{11} \frac{1}{(p+\lambda)^{l-1}} \frac{1}{p+\lambda} K_1 - \dots - b_1 \alpha_{l1} \frac{p^{l-1}}{(p+\lambda)^{l-1}} \frac{1}{p+\lambda} K_1, \\
 \frac{1}{(p+\lambda)^l} \left(\frac{p}{p+\lambda} Z_{21} - \frac{1}{p+\lambda} Z_{22} \right) = \\
 = \alpha_{12} \frac{1}{(p+\lambda)^{l-1}} \left(\frac{p}{p+\lambda} Z_{21} - \frac{1}{p+\lambda} Z_{22} \right) + \dots + \\
 + \alpha_{l2} \frac{p^{l-1}}{(p+\lambda)^{l-1}} \left(\frac{p}{p+\lambda} Z_{21} - \frac{1}{p+\lambda} Z_{22} \right) + \\
 + b_2 \frac{1}{(p+\lambda)^l} \frac{1}{p+\lambda} K_2 - b_2 \alpha_{12} \frac{1}{(p+\lambda)^{l-1}} \frac{1}{p+\lambda} K_2 - \dots - b_2 \alpha_{l2} \frac{p^{l-1}}{(p+\lambda)^{l-1}} \frac{1}{p+\lambda} K_2, \\
 \vdots \\
 \frac{1}{(p+\lambda)^l} \left(\frac{p}{p+\lambda} Z_{n1} \right) = \alpha_{1n} \frac{1}{(p+\lambda)^{l-1}} \left(\frac{p}{p+\lambda} Z_{n1} \right) + \dots + \\
 + \alpha_{ln} \frac{p^{l-1}}{(p+\lambda)^{l-1}} \left(\frac{p}{p+\lambda} Z_{n1} \right) + b_n \frac{1}{(p+\lambda)^l} \frac{1}{p+\lambda} K_n + \\
 - b_n \alpha_{l1} \frac{1}{(p+\lambda)^{l-1}} \frac{1}{p+\lambda} K_n - \dots - b_n \alpha_{ln} \frac{p^{l-1}}{(p+\lambda)^{l-1}} \frac{1}{p+\lambda} K_n.
 \end{cases}$$

(21)

На основе уравнения (21) построим регрессионную модель

$$(22) \quad \Xi_i(t) = \mathbf{x}_i^T(t) \Theta_i,$$

где $\Xi = \frac{1}{(p+\lambda)^l} \left(\frac{p}{p+\lambda} Z_{i1} - \frac{1}{p+\lambda} Z_{i2} \right) \in \mathbb{R}^1$ – зависимая функция, $\mathbf{x}_i^T = [\beta_1 \quad \dots \quad \beta_2 \quad \beta_3 \quad \beta_4 \quad \dots \quad \beta_5] \in \mathbb{R}^l$ – регрессор, $\beta_1 = \frac{1}{(p+\lambda)^{l-1}} \left(\frac{p}{p+\lambda} Z_{i1} - \frac{1}{p+\lambda} Z_{i2} \right)$, $\beta_2 = \frac{p^{l-1}}{(p+\lambda)^{l-1}} \left(\frac{p}{p+\lambda} Z_{i1} - \frac{1}{p+\lambda} Z_{i2} \right)$, $\beta_3 = \frac{1}{(p+\lambda)^l} \frac{1}{p+\lambda} K_i$, $\beta_4 = -\frac{1}{(p+\lambda)^{l-1}} \frac{1}{p+\lambda} K_i$, $\beta_5 = -\frac{p^{l-1}}{(p+\lambda)^{l-1}} \frac{1}{p+\lambda} K_i$ – регрессор, $\Theta = [\alpha_{i1} \quad \dots \quad \alpha_{in} \quad b_i \quad b_1 \alpha_1 \quad \dots \quad b_l \alpha_{in}]^T \in \mathbb{R}^l$ – вектор неизвестных параметров.

4. Синтез наблюдателей нестационарных параметров

На основе оценки неизвестных параметров матрицы $\hat{\Gamma}_i$ и параметра $\hat{b}_i$, в этом разделе представляется метод оценивания параметров вектора $\xi_i(0)$ модели (5)–(6).

Рассмотрим вспомогательную систему вида

$$(23) \quad \hat{\theta}_i = \mathbf{h}_i^T \xi_{\theta i},$$

$$(24) \quad \dot{\xi}_{\theta i} = \Gamma_i \xi_{\theta i}.$$

Рассмотрим ошибку

$$(25) \quad \varepsilon_i = \xi_{\theta i} - \xi_i.$$

и ее производную с учетом уравнений (6) и (24)

$$(26) \quad \dot{\varepsilon}_i = \Gamma_i \varepsilon_i.$$

Решение дифференциального уравнения (26), имеем

$$(27) \quad \varepsilon_i = e^{\Gamma_i t} \varepsilon_i(0) = \Phi_i \varepsilon_i(0) = \Phi_i \eta_i.$$

где $\Phi_i = \Gamma_i \Phi_i$ – фундаментальные матрицы, $\Phi_i(0) = \mathbf{I}_{n \times n}$, $\eta_i^T = [\eta_{i1} \quad \dots \quad \eta_{ni}]$ – векторы неизвестных параметров, который необходимо найти.

Если начальные условия системы (23)–(24) нулевые, то вектор η_i является вектором начальных условий системы (5)–(6).

$$(28) \quad \varepsilon_i(0) = -\xi_i(0).$$

Откуда легко видеть, что задача оценивания векторов $\xi_i(0)$ может быть сведена к идентификации векторов неизвестных параметров η_i , перепишем $\hat{\theta}$ в следующем виде

$$(29) \quad \hat{\theta}_i = \mathbf{h}_i^T \Phi_i \eta_i.$$

Подставим (29) в уравнение (17) и получим

$$(30) \quad \begin{cases} \frac{1}{p+\lambda} \mathbf{h}_1 \Phi_1 \boldsymbol{\eta}_1 = \frac{p}{p+\lambda} Z_{11} - \frac{1}{p+\lambda} Z_{12} - K_1 b_1, \\ \frac{1}{p+\lambda} \mathbf{h}_2 \Phi_2 \boldsymbol{\eta}_2 = \frac{p}{p+\lambda} Z_{21} - \frac{1}{p+\lambda} Z_{22} - K_2 b_2, \\ \vdots \\ \frac{1}{p+\lambda} \mathbf{h}_n \Phi_n \boldsymbol{\eta}_n = \frac{p}{p+\lambda} Z_{n1} - K_n b_n. \end{cases}$$

Из уравнения (30) получаем стандартное регрессионное уравнение

$$(31) \quad q_i(t) = \mathbf{M}_i^T \boldsymbol{\eta}_i.$$

где $q_i(t) = \frac{p}{p+\lambda} Z_{i1} - \frac{1}{p+\lambda} Z_{i2} \in \mathbb{R}^1$ – измеряемые функции, $\mathbf{M}_i^T = \left[\frac{1}{p+\lambda} \Phi_{11i} \quad \dots \quad \frac{1}{p+\lambda} \Phi_{1ni} \right] \in \mathbb{R}^n$ – регрессоры, $\boldsymbol{\eta}_i^T = [\eta_{1i} \quad \dots \quad \eta_{ni}] \in \mathbb{R}^n$ – векторы неизвестных параметров.

Для оценивания параметров регрессионных модели (21) и (31) используется метод Динамического Расширения регрессора и Смешивания (DREM) [14,15]. В результате получим l независимых линейных регрессионных моделей первого порядка, неизвестными параметрами которых являются компоненты постоянного вектора неизвестных параметров исходной регрессионной модели.

5. Математическое моделирование

В данном разделе представлены результаты численного моделирования, иллюстрирующие эффективность предложенных алгоритмов оценивания неизвестных параметров нестационарных систем. Моделирование выполнено с использованием программной среды MATLAB/Simulink.

Моделирование проводилось при следующих параметрах системы (1)–(2)

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \theta_1 f(x_1) + x_2 + b_1 u, \\ \dot{x}_2 &= \theta_2 f(x_2) + b_2 u, \end{aligned}$$

где

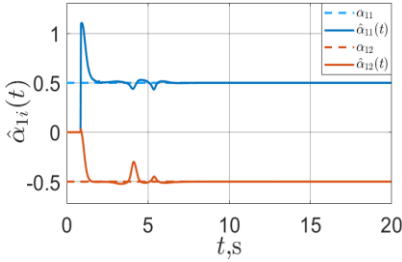
$$\Gamma_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{\xi}_1(0) = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}, b_1 = 3, f(x_1) = \sin(x_1), u = -2\sin(t)x_2.$$

$$\Gamma_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{\xi}_2(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}, b_2 = 2, f(x_2) = \sin(x_2).$$

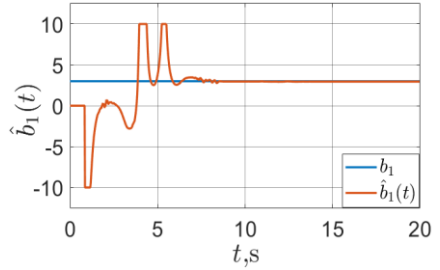
На рисунке 1.1а приведены переходные процессы оценки неизвестных параметров $\hat{\alpha}_{11}(t), \hat{\alpha}_{12}(t)$ при $\alpha_{11} = 0,5, \alpha_{12} = -0,5$, на рисунке 1.1б показываются переходные процессы оценки

неизвестных параметров $\hat{\gamma}_{11}(t), \hat{\gamma}_{12}(t)$ при $\gamma_{11} = -1, \gamma_{12} = 0$, на рисунке 1.1в приведен результат моделирования оценивания параметра $\hat{b}_1(t)$ при $b_1 = 3$, на рисунке 1.1г приведены переходные процессы оценки неизвестных параметров вектора начальных условий $\hat{\xi}_1(0)$, при $\xi_1(0) = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$, на рисунке 1.1д приведены результаты моделирования $\theta_1(t)$ и $\hat{\theta}_1(t)$, на рисунке 1.1з приведен график ошибок $\theta_1(t) - \hat{\theta}_1(t)$.

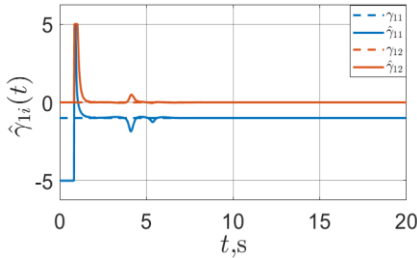
На рисунке 2.1а приведены переходные процессы оценки неизвестных параметров $\hat{\alpha}_{21}(t), \hat{\alpha}_{22}(t)$ при $\alpha_{11} = 0,2, \alpha_{12} = -0,2$, на рисунке 2.2б показываются переходные процессы оценки неизвестных параметров $\hat{\gamma}_{11}(t), \hat{\gamma}_{21}(t)$ при $\gamma_{11} = -4, \gamma_{12} = 0$, на рисунке 2.2в приведен результат моделирования оценивания параметра $\hat{b}_2(t)$ при $b_2 = 2$, на рисунке 2.2г приведены переходные процессы оценки неизвестных параметров вектора начальных условий $\hat{\xi}_2(0)$, при $\xi_2(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$, на рисунке 2.2д приведены результаты моделирования $\theta_2(t)$ и $\hat{\theta}_2(t)$, на рисунке 2.2з приведен график ошибок $\theta_2(t) - \hat{\theta}_2(t)$.



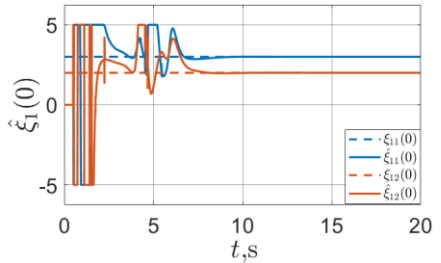
а



б



б



в

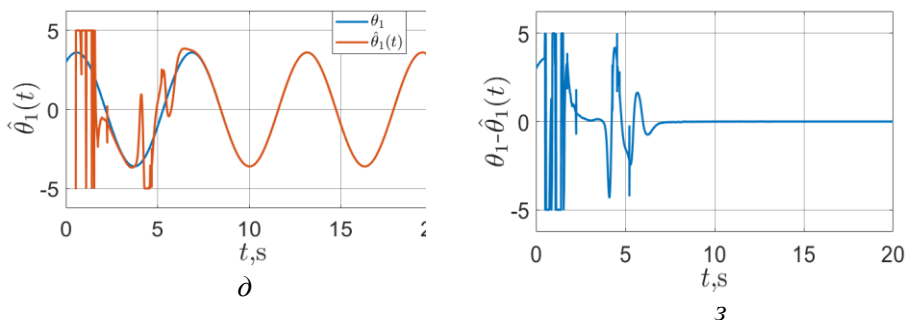
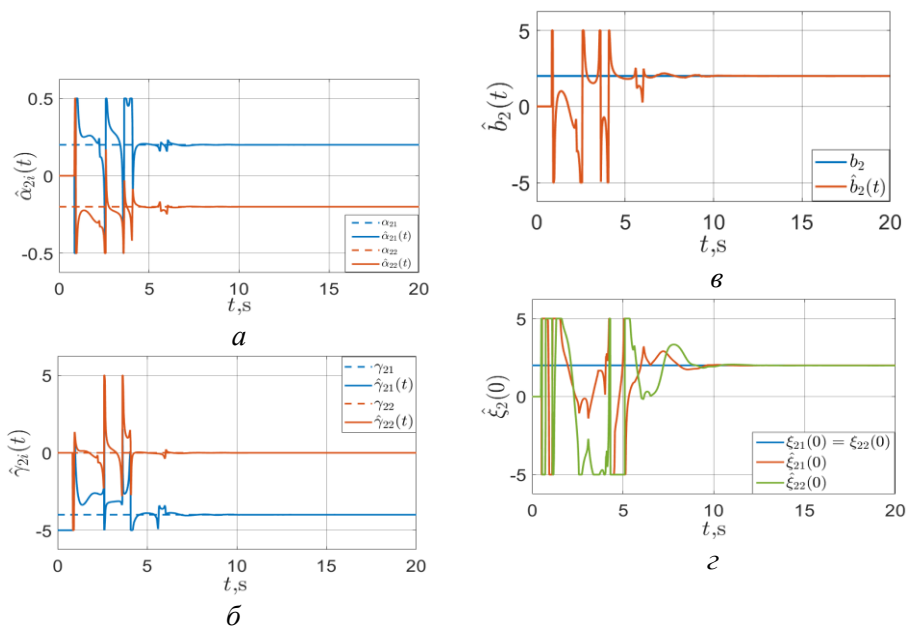


Рисунок 1— График оценки параметров $\hat{\alpha}_{1i}(t)(a)$, график оценки параметров $\hat{\gamma}_{1i}(t)(\delta)$, график оценки параметров $\hat{b}_1(t)(\epsilon)$, график оценки параметров $\hat{\xi}_1(0)(\zeta)$, график $\theta_1(t)$ и $\hat{\theta}_1(t)(\delta)$, график ошибки $\theta_1(t) - \hat{\theta}_1(t)(\zeta)$



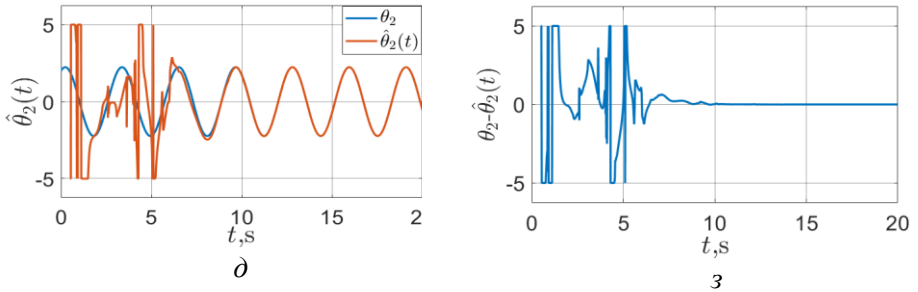


Рисунок 2— График оценки параметров $\hat{\alpha}_{2i}(t)$ (а), график оценки параметров $\hat{\gamma}_{2i}(t)$ (б), график оценки параметров $\hat{b}_2(t)$ (в), график оценки параметров $\hat{\xi}_2(0)$ (г), график $\theta_2(t)$ и $\hat{\theta}_2(t)$ (д), график ошибки $\theta_2(t) - \hat{\theta}_2(t)$ (з).

6. Заключение

В работе предложен новый алгоритм идентификации неизвестных параметров нелинейных нестационарных систем. Решение поставленной задачи основано на преобразовании динамической модели управления к виду линейной регрессионной модели. Выполнена оценка неизвестных параметров регрессионных моделей с использованием метода динамического расширения регрессора. Результаты моделирования подтверждают сходимость оценивания параметров к истинным значениям.

Литература

1. БОБЦОВ, А.А. *Адаптивное управление по выходу линейными нестационарными объектами* // Автоматика и телемеханика. – 2006. – № 12. – С. 163–174.
2. БОБЦОВ, А.А. *Алгоритм адаптивного управления нестационарным объектом в условиях возмущения и запаздывания* // Мехатроника, автоматизация, управление. — 2007. — № 1. — С. 8–14
3. БИНЬ Д., ПЫРКИН А.А., БОБЦОВ А.А., ВЕДЯКОВ А.А. *Идентификация полиномиальных параметров нестационарных линейных систем* // Известия высших учебных заведений. Приборостроение – 2021. – Т. 64.– № 6.– С. 459–468.
4. ВАН Т., КОРОТИНА М. М., БОБЦОВ А. А.,

- АРАННОВСКИЙ С. В., ВО К. Д. Идентификация линейно изменяющихся во времени параметров нестационарных систем // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2019. – Т.20, – № 5. – С. 259–265
5. ВАН Ц., ЛЕ В. Т., ПЫРКИН А. А., КОЛЮБИН С. А., БОБЦОВ А. А. *Идентификация кусочно-линейных параметров регрессионных моделей нестационарных детерминированных систем* // Автоматика и телемеханика. – 2018. – № 12. – С. 71–82.
 6. БИНЬ Д ., ПЫРКИН А.А., БОБЦОВ А.А., ВЕДЯКОВ А.А. *Синтез адаптивного наблюдателя для нестационарных нелинейных систем с неизвестными полиномиальными параметрами* // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики [Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics] – 2021. – Т. 21.– № 3(133). – С. 374–379
 7. БОБЦОВ А.А., НИКОЛАЕВ Н. А., ОРТЕГА Р., СЛИТА О.В., КОЗАЧЕК О.А. *Адаптивный наблюдатель переменных состояния линейной нестационарной системы с частично неизвестными параметрами матрицы состояния и вектора входа* // Мехатроника, автоматизация, управление [Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie] –2022. – Т. 23.– № 6. – С. 283–288
 8. БОБЦОВ А. А., ЛЯМИН А. В., СЕРГЕЕВ К. А. Синтез закона адаптивного управления для стабилизации не точно заданных нестационарных объектов // Изв. вузов. Приборостроение. – 2001. – № 3. – С. 3–7.
 9. КУОК Д., БОБЦОВ А. А. *Адаптивный наблюдатель переменных состояния линейных нестационарных систем с параметрами, заданными не точно* // Автоматика и телемеханика. – 2020. – № 12. – С. 100–110.
 10. Клейман Е.Г., Мочалов И.А., Идентификация нестационарных объектов, Автоматика и телемеханика, 1994
 11. ЦЫКУНОВ А. М. *Робастное управление нестационарными объектами* // Автоматика и телемеханика. – 1996. – № 2. – С. 117–125
 12. ORTEGA R., BOBTSOV A., NIKOLAEV N., SCHIFFER J., DOCHAIN D. *Generalized parameter estimation-based*

observers: Application to power systems and chemical–biological reactors // Automatica. – 2021. – Vol. 129. – P. 109–635.

13. PYRKIN A., BOBSOV A., ORTEGA R., VEDIKOV A., ARANOVSKIY S. *Adaptive state observers using dynamic regressor extension and mixing // Systems & Control Letters. – 2019. – Vol. 133. – P. 104519.*
14. ARANOVSKIY S., BOBSOV A., ORTEGA R., PYRKIN A. *Performance Enhancement of Parameter Estimators via Dynamic Regressor Extension and Mixing // IEEE Transactions on Automatic Control. – 2017. – V. 62. – N 7. – P. 3546–3550.*
15. PYRKIN A., BOBSOV A., ORTEGA R., VEDIKOV A., ARENOVSKIY S. *Adaptive state observers using dynamic regressor extension and mixing // Systems & Control Letters. – 2019. – Vol. 133. – P. 104519.*

ALGORITHM FOR ADAPTIVE ESTIMATION OF PARAMETERS FOR NONLINEAR NONSTATIONARY SYSTEMS

Khac T. Nguyen — PhD Student, ITMO University, Saint - Petersburg, Russian Federation
(nguyenkhactunghvchq1994@gmail.com).

Sergey M. Vlasov — PhD, Associate Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, (smvlasov@itmo.ru).

Abstract: In this paper, consider the problem of estimating unknown parameters for a class of non-linear non-stationary systems. Let us assume that non-stationary parameters of the system can be represented as outputs of linear generators with unknown state matrix and initial conditions vector. It is proposed that the state vector, control signal and output variable are measurable. At the first step, the problem of parameterizing the initial dynamic model to a linear static regression model is solved. The second step is to estimate the unknown constant parameters of the linear regression model using the Dynamic Regressor Extension and Mixing method, which allows obtaining monotonic estimates and ensures the acceleration of the convergence of the estimates to the true values. The results of computer simulation showed the efficiency of the developed algorithm..

Keywords: non-stationary nonlinear systems, identification of

Управление большими системами. Выпуск

parameters, regression model.

УДК 681.51

ББК 32.965.09

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии*

*Поступила в редакцию
Опубликована*