РАКЕТОДИНАМИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА ВЫВЕДЕНИЯ НА ОРБИТУ В НЕШТАТНЫХ СИТУАЦИЯХ

Чадаев А. И.
(Учреждение Российской академии наук Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)
vladguc@ipu.ru

Применительно к условиям гарантированного выведения РН в нештатных ситуациях, связанных с единичными отказами двигателей, решается задача оптимизации управления ракетодинамическим выведением РН на низкую орбиту при большой протяжённости траектории выведения.

Ракета-носитель, орбита ожидания, задача выведения, закон управления.

В [1] были сформулированы положения, касающиеся облика перспективных средств гарантированного выведения на орбиту и изложены основные требования к ракете-носителю (РН) гарантированного выведения. Из этих требований, в частности, вытекает необходимость в формировании некоторого избытка в энерго- и тяговооружённости РН, а также в количестве двигателей - с тем, чтобы гарантировать выведение в нештатных ситуациях, связанных с единичными отказами двигателей[1].

В результате возникновения такого типа нештатной ситуации на верхних ступенях РН (обеспечивающих выведение на орбиту ожидания) существенно возрастает протяжённость ракетодинамического участка выведения, которая становится соизмеримой с радиусом Земли. И тогда становится уже неприемлемым использование в качестве оптимальной программы изменения угла тангажа при выведении классических дробно-

[1] *Под отказом двигателя понимается его останов системой аварийной защиты без его разрушения*

линейной или линейной функций времени[1]. Таким образом возникает новая для РКТ задача оптимизации управления ракетодинамическим выведением РН на относительно низкую орбиту ожидания при большой протяжённости траектории выведения. Эта задача и решается в данной статье - с использованием линейного разложения гравитационного поля Земли в окрестности точки, движущейся по траектории, близкой к орбите ожидания, на которую выводится РН.

Здесь необходимо отметить, что данная задача выведения является лишь частью общей задачи по формированию целевой орбиты. Поэтому, кроме того, что орбита ожидания должна быть компланарна этой целевой орбите, её перигей должен быть расположен по возможности ближе к конечной точке ракетодинамического участка - тогда обеспечиваются наиболее благоприятные условия для совершения экономичного манёвра по завершению формирования целевой орбиты. Таким образом, возникает задача управления непрерывным выведением при ограниченном количестве топлива в перицентр орбиты заданной высоты $H_{пер}$ с максимально возможной конечной скоростью РН.

При решении задачи, следуя работе [2] , используем отрезок разложения в ряд гравитационного поля. Однако, в отличие от [2] , это разложение производится не в окрестности некоторой фиксированной точки (начала координат), а относительно точки, движущейся по транспортирующей траектории, в качестве которой целесообразно принять круговую орбиту заданной высоты $H=H_{пер}$. Погрешность такого представления гравитационного поля не превышает ошибки плоско-параллельной модели поля Земли для традиционных объектов РКТ, характеризуемых малой протяжённостью траектории выведения.

Уравнения движения РН здесь удобнее записывать в орбитальной системе координат, начало *O* которой перемещается по транспортирующей орбите, ось *Or* направлена по вертикали вверх, ось *On* перпендикулярна оси *Or* в плоскости транспортирующей орбиты и направлена в сторону движения.

---

[1] *В данной статье рассматривается случай, когда траектория выведения РН и орбита ожидания лежат в одной плоскости, т.е. управление в боковой плоскости не производится.*

Проекции вектора $\boldsymbol{g}_{\text{от}}$ относительного гравитационного ускорения в этой движущейся и вращающейся системе координат можно представить в виде [3]

$$g_n = -\omega^2 n \quad , \quad g_r = 2\omega^2 r$$

(здесь ω - угловая скорость движения вокруг Земли по транспортирующей круговой орбите), а уравнения движения РН – в виде

$$\ddot{n} - 2\omega\,\dot{r} = - a\cos\varphi \quad ,$$

(1)

$$\ddot{r} + 2\omega\,\dot{n} - 3\omega^2 r = - a\sin\varphi \ ,$$

где $a = P/m$, P – модуль тяги двигательной установки, m – текущая масса РН; φ – угол между вектором тяги и осью On (угол тангажа).

Краевые условия

$$n(t_0) = n_0 \ , \ r(t_0) = r_0 \ , \ \dot{n}_0(t_0) = \dot{n}_0 \ , \ \dot{r}(t_0) = \dot{r}_0 \ , \ m(t_0) = m_0 \ ,$$

(2)

$$n(t_k) = n_k \ , \ r(t_k) = r_k \ , \ \dot{r}(t_k) = \dot{r}_k = 0 \ , \ m(t_k) = m_k \ .$$

Здесь n_0 , r_0 , $\dot{n}_0$, $\dot{r}_0$, m_0 – параметры РН, реализовавшиеся в момент t_0 отказа двигателя.

Максимизируемый функционал имеет вид

$$I = \int_{t_0}^{t_k} F\,dt \quad ,$$

где $F = \ddot{n}$.

Приведём систему дифференциальных уравнений (1) к нормальному виду, полагая

$$y_1 = n \ , \ y_2 = r \ , \ y_3 = \dot{n} \ , \ y_4 = \dot{r} \ .$$

В результате получим:

$$\dot{y}_3 - 2\omega\, y_4 + a\cos\varphi = 0 \quad ,$$
$$\dot{y}_4 + 2\omega\, y_3 - 3\omega^2 y_2 + a\sin\varphi = 0 \quad ,$$
$$\dot{y}_1 = y_3 \quad , \quad \dot{y}_2 = y_4 \quad .$$

Используя метод множителей Лагранжа, запишем

$$F^* = F + \sum_{i=1}^{4} \phi_i \lambda_i = \dot{y}_3 + \lambda_3(\dot{y}_3 - 2\omega\, y_4 + a\cos\varphi) +$$
$$\lambda_4\,(\dot{y}_4 + 2\omega\, y_3 - 3\omega^2 y_2 + a\sin\varphi) + \lambda_1(\dot{y}_1 - y_3) + \lambda_2(\dot{y}_2 - y_4)$$

В соответствии с уравнением Эйлера получим :

$$-\dot{\lambda}_1 = 0 \ , \ -3\omega^2\lambda_4 - \dot{\lambda}_2 = 0 \ , \ 2\omega\lambda_4 - \lambda_1 - \dot{\lambda}_3 = 0 \ ,$$

(3)

$$-2\omega\lambda_3 - \lambda_2 - \dot{\lambda}_4 = 0 \ , \ -\lambda_3 a\sin\varphi + \lambda_4 a\cos\varphi = 0 \ .$$

Из (3) имеем $\lambda_1 = C = \text{const}$ и

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{\lambda_4}{\lambda_3} \quad .$$

Решая систему уравнений (3) относительно λ_3, λ_4 , получим :

$$\lambda_3 = 2C_1\sin\omega\, t - 2C_2\cos\omega\, t + 3Ct + C_3 \quad ,$$
$$\lambda_4 = C_1\cos\omega\, t + C_2\sin\omega\, t + \frac{2}{\omega}C \quad ,$$

Таким образом, закон управления изменением угла тангажа имеет вид

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{C_1 \cos \omega\, t + C_2 \sin \omega\, t + \dfrac{2}{\omega} C}{2C_1 \cos \omega\, t - 2C_2 \sin \omega\, t + 3Ct + C_3} \quad , \tag{3}$$

где $C \div C_3$ - постоянные коэффициенты, определяемые при выполнении заданных в (2) конечных условий выведения.

В частном случае, когда протяжённость участка выведения достаточно мала ($\omega(t_k - t_0) \approx 0$), закон (3) вырождается в дробно-линейную функцию времени, полученную Охоцимским Д. Е. и Энеевым Т. М. [2] :

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{A_1 + A_2 t}{A_3 + A_4 t} \quad ,$$

где $A_1 \div A_4$ - некоторые константы.

Литература

1. АНДРИЕНКО А.Я., ПОРТНОВ-СОКОЛОВ Ю.П., ЧАДАЕВ А.И. *Критерии выбора облика перспективных средств гарантированного выведения на орбиту*. «Актуальные проблемы авиационных и аэрокосмических систем». 2003г., т. 8, С. 1-14.
2. ОХОЦИМСКИЙ Д.Е., ЭНЕЕВ Т.М. *Некоторые вариационные задачи, связанные с запуском искусственного спутника Земли*. «Успехи физических наук». 1957г., т. 63, вып. 1а, С.5-32.
3. ЛЕБЕДЕВ А.А., СОКОЛОВ В.Б. *Встреча на орбите.* М.: Машиностроение, 1969г.