ИГРОВАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ СТИМУЛИРОВАНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ НА РАЗРАБОТКУ МЕР ПО СНИЖЕНИЮ УЩЕРБА ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЕ

Золотова Т.В.
(Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет, г. Комсомольск-на-Амуре)
tgold11@mail.ru

В статье рассмотрена конфликтная ситуация иерархического типа с двумя уровнями: верхний уровень – региональное управление, нижний уровень – предприятия. В основу механизма, стимулирующего предприятия на природоохранную деятельность, положена система выплат за использование или загрязнение природных ресурсов в виде некоторой функции, зависящей от вложенных предприятием средств на возмещение ущерба экологии. Процедура согласования интересов регионального управления и одного предприятия приводит к оптимизационным задачам на всех уровнях. В случае, когда нижний уровень состоит из N *предприятий, процедура согласования интересов приводит к бескоалиционной игре для нижнего уровня.*

Ключевые слова: иерархическая игра, согласование интересов, ущерб экологии, природоохранная деятельность, система выплат.

Введение

В условиях постоянно развивающегося современного промышленного производства все чаще биологическое взаимодействие стало замещаться процессами физического и химического взаимодействия, причем уровни физических и химических факторов воздействия непрерывно нарастают, оказывая негативное влияние на человека и природу. В обществе возникла потребность в защите природы и человека от негативного влияния техносферы (см., например, [1], [12], [13], [14], [15]).

Основной причиной многих негативных процессов в природе и обществе явилась антропогенная деятельность, не сумевшая создать техносферу необходимого качества как по отношению к человеку, так и по отношению к природе. Изменение полезности окружающей среды вследствие ее загрязнения рассматривается как экологический ущерб.

В настоящее время, чтобы снизить ущерб экологии, человек должен совершенствовать техносферу, снизив ее негативное влияние на человека и природу до допустимых уровней. Достижение этих целей взаимосвязано: решая задачи охраны природы от губительного влияния техносферы, одновременно решаются задачи безопасности человека в техносфере. При этом для оценки ущерба, нанесенного окружающей среде, используют следующие базовые величины [6]: затраты на снижение загрязнений, затраты на восстановление окружающей среды, дополнительные затраты из-за изменения качества окружающей среды, затраты на компенсацию риска для здоровья людей.

Однако промышленные предприятия, наносящие ущерб природе региона, не склонны самостоятельно осуществлять такие дополнительные затраты, а стремятся инвестировать имеющиеся в распоряжении средства в развитие производства с целью увеличения прибыли. Поэтому одной из важных задач регионального управления в рамках проблемы защиты окружающей среды является стимулирование предприятий на разработку мер по снижению уровня негативного воздействия на окружающую среду.

Рассмотрим ситуацию, описывающую взаимоотношения регионального управления (центра) и предприятий, находящихся на его территории. Эти предприятия по роду своей производственной деятельности наносят ущерб природе региона (загрязняют воду, воздух, почву и т.п.) или истощают природные ресурсы (лесные угодья). Руководство региона должно найти определенную стратегию во взаимоотношениях с предприятиями. Таким образом, возникает конфликтная ситуация иерархического типа [7], [8], в которой имеется два уровня: верхний уровень – региональное управление (центр), обладающий правом заранее сообщать свою стратегию, и N элементов нижнего уровня (подсистемы) – предприятия (рисунок 1). Управление центра обозначим через u, а пространство управлений - U. Будем считать, что подсистемы обладают определенными правами принятия решений, т.е.

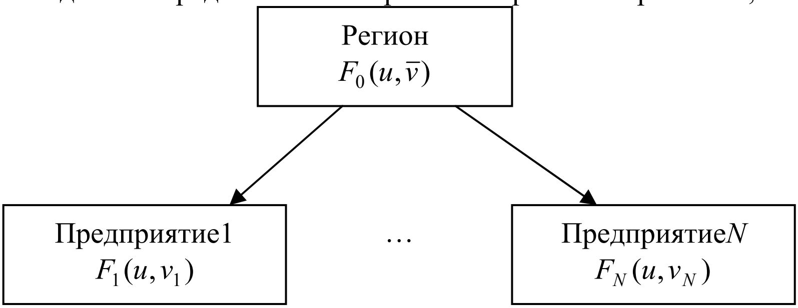

Рис. 1. Схема

выбора управляющих параметров v_i, $i=\overline{1,N}$. Пространство управлений i-го предприятия зададим многозначным отображением $V_i(u)$, если $V_i(u)\neq\varnothing$. Критерий эффективности i-го предприятия, описывающий его интересы, представляет собой функцию $F_i(u,v_i)$, зависящую от управления центра. То есть центр осуществляет руководство подсистемами путем воздействия на их пространства стратегий и критериев эффективности. При этом центр преследует свои цели, которые соответствуют целям всей системы, за эффективное функционирование которой он отвечает. Цели верхнего уровня выражаются в виде критерия $F_0(u,\bar{v})$, зависящего от вектора управлений подсистем $\bar{v}=(v_1,...,v_N)$. Кроме того, основным условием эффективности функционирования иерархической системы является согласованность интересов всех ее частей.

Близкие по постановке задач вопросы в рамках теории активных систем освещались в работах [2], [3], [4].

В эколого-экономических системах в качестве критериев эффективности выступают, как правило, экономические показатели (объем производства, прибыль, материальный уровень жизни и т.д.), а ограничения представляют собой экологические требования (сохранение природных ресурсов, допустимый уровень загрязнения окружающей среды и т.д.) и различного рода балансовые соотношения.

При решении проблемы защиты окружающей среды важным моментом является разработка центром принципов формирования механизмов, стимулирующих предприятия на разработку мер по защите окружающей среды. Одним из таких механизмов может являться система выплат за использование или загрязнение природных ресурсов [16].

1. Процедура согласования интересов регионального управления и одного предприятия

Рассмотрим сначала одно предприятие, располагающее некоторым объемом денег Y, часть из которых оно может инвестировать на развитие самого предприятия, а также осуществлять дополнительные затраты в размере S на возмещение ущерба экологии. Таким образом, на развитие предприятия вкладывается сумма $Y - S$.

Деятельность предприятия характеризуется показателем прибыли $\Pi(\overline{\Phi}, Y - S)$, где $\overline{\Phi} = (\Phi_1, ..., \Phi_K)$ - выделяемые центром (или, точнее, региональными органами, в ведении которых находится распределение ресурсов региона) природные ресурсы (вода, лесные угодья) и дефицитные ресурсы (газ, электроэнергия). Центр управления заранее сообщает предприятию величину $\overline{\Phi} \in \prod_{k=1}^{K} [0; \Phi_k]$, Φ_k - максимально возможный объем k-го ресурса.

Существует некоторая система выплат за использование или загрязнение природных ресурсов в виде некоторой гладкой функции $\psi(S, \omega)$, зависящей от величины S и значения скалярного параметра $\omega \in \Omega$, задаваемого центром. Предполагается, что Ω является выпуклым множеством. Параметр ω может рассматриваться как мера снижения выплат на одну единицу вложенных средств. Функция $\psi(S,\omega)$ обладает следующими свойствами $\forall \omega \in \Omega$:

(1) $\psi(S,\omega)>0,\ \psi'_{\omega}(S,\omega)<0,\ \psi'_S(S,\omega)<0,\ \psi''_S(S,\omega)>0,\ \lim_{S\to\infty}\psi(S,\omega)=0,\ \psi(0,\omega)=\psi_0,$

где ψ_0 - плата при отсутствии дополнительных вложений средств S. При назначении платы ψ_0 учитываются, например, такие характеристики ресурсов, как дефицитность для региона, полезность для других сфер хозяйственной деятельности, опасность для состояния окружающей среды [6]. Формой платы может являться налог, арендная плата, штраф, компенсация и др. Размер платы ψ_0 должен быть достаточно высоким, чтобы предприятию стало выгодно охранять окружающую среду, а не наносить ей ущерб. $\psi_0 \in]0;\Psi]$, где Ψ - предельно допустимый размер платы. Эта система выплат предназначена еще и для того, чтобы аккумулировать денежные средства для ликвидации негативных экологических последствий производства.

Система выплат (или параметр ω) заранее сообщается предприятию. Значит, стратегией управления объединения является вектор $u=(\overline{\Phi},\omega)$.

Проведем анализ с точки зрения регионального управления (центра). Прежде всего центр должен выдвинуть определенные гипотезы о поведении предприятия.

Предположим, что предприятие выпускает M видов продукции и рассмотрим прибыль предприятия с учетом платы за использование или загрязнение природных ресурсов

(2) $$\Pi(\overline{\Phi},\omega,S)=\sum_{m=1}^{M} p_m X_m(\overline{\Phi},Y-S)-C(\overline{\Phi},Y-S)-\psi(S,\omega),$$

где p_m - цена на продукцию m-го вида $m=\overline{1,M}$. Выпуск $X_m(\overline{\Phi},Y-S)$ будем считать неоклассической производственной функцией $m=\overline{1,M}$, то есть такой функцией, для которой выполнены условия:

$\forall \Phi_k = 0, k = \overline{1, K}, X_m(\overline{\Phi}, Y - S) = 0$, $\dfrac{\partial}{\partial \Phi_k} X_m(\overline{\Phi}, Y - S) > 0$, $\dfrac{\partial^2}{\partial \Phi_k^2} X_m(\overline{\Phi}, Y - S) < 0$, $\forall k = \overline{1, K}, \lim\limits_{\Phi_k \to \infty} X_m(\overline{\Phi}, Y - S) = \infty$; кроме того, $\dfrac{\partial}{\partial S} X_m(\overline{\Phi}, Y - S) < 0$, $\dfrac{\partial^2}{\partial S^2} X_m(\overline{\Phi}, Y - S) > 0$ [11]. Функция издержек производства $C(\overline{\Phi}, Y - S)$ является гладкой, выпуклой, возрастающей функцией ресурсов Φ_k, $k = \overline{1, K}$ и затрат на развитие производства. Значит, $F(u, v) = \Pi(\overline{\Phi}, \omega, S)$, а пространство управлений предприятия есть множество $V = [0; Y]$.

Тогда выбор управляющих воздействий, которыми располагает предприятие, определяется условием

(3) $\sum\limits_{m=1}^{M} p_m X_m(\overline{\Phi}, Y - S) - C(\overline{\Phi}, Y - S) - \psi(S, \omega) \to \max\limits_{S \in [0; Y]}$

Учитывая предположения относительно $X_m(\overline{\Phi}, Y - S)$ $m = \overline{1, M}$, $C(\overline{\Phi}, Y - S)$ и $\psi(S, \omega)$, функция прибыли (2), как сумма вогнутых функций, является вогнутой на компактном выпуклом множестве $[0; Y]$.

Необходимые и достаточные условия экстремума в такой задаче имеют вид (см., например, [5], [10])

(4) $\dfrac{\partial \Pi(\overline{\Phi}, \omega, S^0)}{\partial S}(Y - S^0) S^0 = 0$.

Решение $S^0(\overline{\Phi}, \omega)$, полученное из уравнения (4) является стратегией предприятия, удовлетворяющей ограничению $S^0(\overline{\Phi}, \omega) \in [0; Y]$.

Критерий эффективности центра регионального управления может быть, вообще говоря, произвольной функцией. Рассмотрим одну из возможных постановок задачи нахождения оптимальной стратегии для центра регионального управления.
Осуществляя контроль за состоянием окружающей природной среды региона, центр должен так выбирать управление

$u=(\overline{\Phi},\omega)$, чтобы выполнялись условия $Z_l(S^0(\overline{\Phi},\omega))\le Z_l^*$, $l=\overline{1,L}$, где $\forall l=\overline{1,L}$, $Z_l(x)$ - некоторая функция, определяющая уровень загрязнения окружающей среды региона по l-му показателю, Z_l^* - предельно допустимый уровень загрязнения по l-му показателю. При этом $\forall l=\overline{1,L}$ выполняются условия $Z_l(x)>0,\, Z_l'(x)<0,\, Z_l''(x)\ge 0$.

Таким образом, множество допустимых управлений центра есть

(5) $$U_1=\{(\overline{\Phi},\omega)\,|\,\overline{\Phi}\in\prod_{k=1}^{K}[0;\Phi_k],\,\omega\in\Omega,\,Z_l(S^0(\overline{\Phi},\omega))\le Z_l^*,\,l=\overline{1,L}\},$$

где $S^0(\overline{\Phi},\omega)$ определяется из решения задачи (3).

Пусть центр управления региона стремится к увеличению налоговых отчислений предприятия, то есть критерий центра есть $F_0(\overline{\Phi},\omega)=\sum\limits_{m=1}^{M}\delta_m X_m(\overline{\Phi},Y-S^0(\overline{\Phi},\omega))$,

где $\delta_m=\delta\pi_m$, π_m - прибыль с единицы продукции m-го вида, δ - величина налога, взимаемого с прибыли.

Получаем задачу выбора стратегии центра в виде

(6) $$\sum_{m=1}^{M}\delta_m X_m(\overline{\Phi},Y-S^0(\overline{\Phi},\omega))\to\max_{(\overline{\Phi},\omega)\in U_1}.$$

В задаче (6) $\forall m=\overline{1,M}$ неоклассическая производственная функция $X_m(\overline{\Phi},Y-S)$ вогнута, а множество U_1 является выпуклым. Так как $X_m(\overline{\Phi},Y-S)$, $\forall m=\overline{1,M}$ неоклассическая, то при $\overline{\Phi}=0$ имеем $X_m(0,Y-S)=0$, $\forall m=\overline{1,M}$, то есть производство невозможно.

Рассмотрим, исходя из предположений о множестве Ω, следующие случаи.

1) Нет ограничений на параметр ω, то есть $\Omega=R$, $\omega\in R$.

Составим для задачи на условный экстремум (6) функцию Лагранжа [5], [10]:

(7) $$L_1(\overline{\Phi},\omega,\lambda_1,\ldots\lambda_L)=\sum_{m=1}^{M}\delta_m X_m(\overline{\Phi},Y-S^0(\overline{\Phi},\omega))+\sum_{l=1}^{L}\lambda_l(Z_l^*-Z_l(S^0(\overline{\Phi},\omega)))$$

Опустим аргументы функции Лагранжа и запишем условия оптимальности для центра:

$$
(8)\quad \begin{cases}
\dfrac{\partial L_1}{\partial \varPhi_k}\begin{cases} = 0,\ \text{если}\ \varPhi_k^0 \in \left]0;\Phi_k\right[\\ \geq 0,\ \text{если}\ \varPhi_k^0 = \Phi_k \\ \leq 0,\ \text{если}\ \varPhi_k^0 = 0 \end{cases} , k=\overline{1,K}, \\
\dfrac{\partial L_1}{\partial \omega} = 0, \quad \dfrac{\partial L_1}{\partial \lambda_l} \geq 0, l=\overline{1,L}, \quad \sum\limits_{l=1}^{L} \lambda_l \dfrac{\partial L_1}{\partial \lambda_l} = 0, \\
\sum\limits_{k=1}^{K} \dfrac{\partial L_1}{\partial \varPhi_k}(\Phi_k - \varPhi_k^0)\varPhi_k^0 = 0, \\
\lambda_l \geq 0, l=\overline{1,L}.
\end{cases}
$$

Или, вычисляя производные функции Лагранжа L_1, получаем

$$
(9)\quad \begin{cases}
\sum\limits_{m=1}^{M} \delta_m \left(\dfrac{\partial X_m}{\partial \varPhi_k} + \dfrac{\partial X_m}{\partial S^0} \cdot \dfrac{\partial S^0}{\partial \varPhi_k} \right) - \\
\qquad - \sum\limits_{l=1}^{L} \lambda_l \cdot \dfrac{\partial Z_l}{\partial S^0} \cdot \dfrac{\partial S^0}{\partial \varPhi_k} \begin{cases} = 0,\ \text{если}\ \varPhi_k^0 \in \left]0;\Phi_k^0\right[\\ \geq 0,\ \text{если}\ \varPhi_k^0 = \Phi_k^0 \\ \leq 0,\ \text{если}\ \varPhi_k^0 = 0 \end{cases} , k=\overline{1,K}, \\
\sum\limits_{m=1}^{M} \delta_m \dfrac{\partial X_m}{\partial S^0} \cdot \dfrac{\partial S^0}{\partial \omega} = \sum\limits_{l=1}^{L} \lambda_l \cdot \dfrac{\partial Z_l}{\partial S^0} \cdot \dfrac{\partial S^0}{\partial \omega}, \\
Z_l^* - Z_l(S^0(\overline{\varPhi}, \omega^0)) \geq 0, l=\overline{1,L}, \\
\sum\limits_{l=1}^{L} \lambda_l \cdot (Z_l^* - Z_l(S^0(\overline{\varPhi}, \omega^0))) = 0, \\
\sum\limits_{k=1}^{K} \left(\sum\limits_{m=1}^{M} \delta_m \left(\dfrac{\partial X_m}{\partial \varPhi_k} + \dfrac{\partial X_m}{\partial S^0} \cdot \dfrac{\partial S^0}{\partial \varPhi_k} \right) - \sum\limits_{l=1}^{L} \lambda_l \cdot \dfrac{\partial Z_l}{\partial S^0} \cdot \dfrac{\partial S^0}{\partial \varPhi_k} \right) \times \\
\qquad \times (\Phi_k - \varPhi_k^0)\varPhi_k^0 = 0, \\
\lambda_l \geq 0, l=\overline{1,L}.
\end{cases}
$$

Система (9) дает решение задачи (6): $u^0 = (\overline{\varPhi}^0, \omega^0)$, в которой $\Omega = R$.

2) Пусть Ω есть замкнутое, ограниченное множество, то есть $\Omega = \left[a_1; a_2\right]$.

Условия оптимальности для центра имеют вид

$$
(10)\qquad
\begin{cases}
\dfrac{\partial L_1}{\partial \varPhi_k}
\begin{cases}
= 0,\ если\ \varPhi_k^0 \in \left]0; \Phi_k\right[\\
\ge 0,\ если\ \varPhi_k^0 = \Phi_k \\
\le 0,\ если\ \varPhi_k^0 = 0
\end{cases}
, k = \overline{1, K}, \\
\dfrac{\partial L_1}{\partial \omega}
\begin{cases}
= 0,\ если\ \omega^0 \in \left]a_1; a_2\right[\\
\ge 0,\ если\ \omega^0 = a_2 \\
\le 0,\ если\ \omega^0 = a_1
\end{cases}
, \\
\dfrac{\partial L_1}{\partial \lambda_l} \ge 0,\ l = \overline{1, L}, \quad \sum\limits_{l=1}^{L} \lambda_l \dfrac{\partial L_1}{\partial \lambda_l} = 0, \\
\sum\limits_{k=1}^{K} \dfrac{\partial L_1}{\partial \varPhi_k} (\Phi_k - \varPhi_k^0)\varPhi_k^0 = 0, \\
\dfrac{\partial L_1}{\partial \omega}(a_2 - \omega^0)(a_1 - \omega^0) = 0, \\
\lambda_l \ge 0,\ l = \overline{1, L}.
\end{cases}
$$

Или, вычисляя производные функции Лагранжа L_2, получаем

$$
(11)\quad
\begin{cases}
\sum_{m=1}^{M}\delta_m\left(\frac{\partial X_m}{\partial \Phi_k}+\frac{\partial X_m}{\partial S^0}\cdot\frac{\partial S^0}{\partial \Phi_k}\right)- \\
\qquad -\sum_{l=1}^{L}\lambda_l\cdot\frac{\partial Z_l}{\partial S^0}\cdot\frac{\partial S^0}{\partial \Phi_k}\begin{cases}=0,\ \textit{если}\ \Phi_k^0\in\left]0;\Phi_k^0\right[\\ \geq 0,\ \textit{если}\ \Phi_k^0=\Phi_k^0\\ \leq 0,\ \textit{если}\ \Phi_k^0=0\end{cases},\ k=\overline{1,K}, \\
\sum_{m=1}^{M}\delta_m\frac{\partial X_m}{\partial S^0}\cdot\frac{\partial S^0}{\partial \omega}-\sum_{l=1}^{L}\lambda_l\cdot\frac{\partial Z_l}{\partial S^0}\cdot\frac{\partial S^0}{\partial \omega}\begin{cases}=0,\ \textit{если}\ \omega^0\in\left]a_1;a_2\right[\\ \geq 0,\ \textit{если}\ \omega^0=a_2\\ \leq 0,\ \textit{если}\ \omega^0=a_1\end{cases}, \\
Z_l^*-Z_l(S^0(\overline{\Phi},\omega^0))\geq 0,\ l=\overline{1,L}, \\
\sum_{l=1}^{L}\lambda_l\cdot(Z_l^*-Z_l(S^0(\overline{\Phi},\omega^0)))=0, \\
\sum_{k=1}^{K}\left(\sum_{m=1}^{M}\delta_m\left(\frac{\partial X_m}{\partial \Phi_k}+\frac{\partial X_m}{\partial S^0}\cdot\frac{\partial S^0}{\partial \Phi_k}\right)-\sum_{l=1}^{L}\lambda_l\cdot\frac{\partial Z_l}{\partial S^0}\cdot\frac{\partial S^0}{\partial \Phi_k}\right)\times \\
\qquad\times(\Phi_k-\Phi_k^0)\Phi_k^0=0, \\
\left(\sum_{m=1}^{M}\delta_m\left(\frac{\partial X_m}{\partial S^0}\cdot\frac{\partial S^0}{\partial \omega}\right)-\sum_{l=1}^{L}\lambda_l\cdot\frac{\partial Z_l}{\partial S^0}\cdot\frac{\partial S^0}{\partial \omega}\right)\times \\
\qquad\times(a_2-\omega^0)(a_1-\omega^0)=0, \\
\lambda_l\geq 0,\ l=\overline{1,L}.
\end{cases}
$$

Система (11) дает решение задачи (6): $u^0=(\overline{\Phi}^0,\omega^0)$, в которой $\Omega=\left[a_1;a_2\right]$.

3) Пусть Ω есть замкнутое, неограниченное множество: $\Omega=\left[a_1;\infty\right)$ или $\Omega=\left(-\infty;a_2\right]$.

Если $\Omega=\left[a_1;\infty\right)$, то условия оптимальности для центра есть

$$(12)\qquad \begin{cases} \dfrac{\partial L_1}{\partial \Phi_k}\begin{cases} = 0,\ если\ \Phi_k^0 \in \left]0; \Phi_k\right[\\ \geq 0,\ если\ \Phi_k^0 = \Phi_k \\ \leq 0,\ если\ \Phi_k^0 = 0 \end{cases}, k = \overline{1,K}, \\ \dfrac{\partial L_1}{\partial \omega}\begin{cases} = 0,\ если\ \omega^0 \in]a_1; \infty) \\ \leq 0,\ если\ \omega^0 = a_1 \end{cases}, \\ \dfrac{\partial L_1}{\partial \lambda_l} \geq 0,\ l = \overline{1,L},\quad \sum_{l=1}^{L} \lambda_l \dfrac{\partial L_1}{\partial \lambda_l} = 0, \\ \sum_{k=1}^{K} \dfrac{\partial L_1}{\partial \Phi_k}(\Phi_k - \Phi_k^0)\Phi_k^0 = 0,\ \dfrac{\partial L_1}{\partial \omega}(a_1 - \omega^0) = 0, \lambda_l \geq 0,\ l = \overline{1,L}. \end{cases}$$

Если $\Omega = \left(-\infty; a_2\right]$, то условия оптимальности для центра есть

$$(12')\qquad \begin{cases} \dfrac{\partial L_1}{\partial \Phi_k}\begin{cases} = 0,\ если\ \Phi_k^0 \in \left]0; \Phi_k\right[\\ \geq 0,\ если\ \Phi_k^0 = \Phi_k \\ \leq 0,\ если\ \Phi_k^0 = 0 \end{cases}, k = \overline{1,K}, \\ \dfrac{\partial L_1}{\partial \omega}\begin{cases} = 0,\ если\ \omega^0 \in (-\infty; a_2[\\ \geq 0,\ если\ \omega^0 = a_2 \end{cases}, \\ \dfrac{\partial L_1}{\partial \lambda_l} \geq 0,\ l = \overline{1,L},\quad \sum_{l=1}^{L} \lambda_l \dfrac{\partial L_1}{\partial \lambda_l} = 0, \\ \sum_{k=1}^{K} \dfrac{\partial L_1}{\partial \Phi_k}(\Phi_k - \Phi_k^0)\Phi_k^0 = 0,\ \dfrac{\partial L_1}{\partial \omega}(a_2 - \omega^0) = 0, \lambda_l \geq 0,\ l = \overline{1,L}. \end{cases}$$

Итак, если решение задачи (6) в области допустимых значений переменных $\overline{\Phi}$ и ω есть $u^0 = (\overline{\Phi}^0, \omega^0)$, то стратегия предприятия есть величина $v^0 = S^0(\overline{\Phi}^0, \omega^0)$.

Если Ω представляет собой незамкнутое ограниченное или неограниченное множество, то можно попытаться найти приближенное решение, например, ε-оптимальные стратегии из решения задачи:

$$(13)\qquad \sum_{m=1}^{M}\delta_m X_m(\overline{\Phi}, Y - S^0(\overline{\Phi},\omega)) \to \max_{(\overline{\Phi},\omega)\in U_{1\varepsilon}},$$

$$U_{1\varepsilon} = \{(\overline{\Phi},\omega_\varepsilon) \mid \overline{\Phi} \in \prod_{k=1}^{K}[0;\Phi_k],\ \omega\in\Omega_\varepsilon,\ Z_l(S^0(\overline{\Phi},\omega_\varepsilon)) \le Z_l^*,\ l=\overline{1,L}\}.$$

Здесь для случая незамкнутого ограниченного множества имеем $\Omega_\varepsilon = [a_1+\varepsilon; a_2-\varepsilon]$, $\varepsilon > 0$, если $\Omega =]a_1; a_2[$ и т.п.

Пусть система выплат $\psi(S,\overline{\omega})$ связана с изменением вектора параметров $\overline{\omega} = (\omega_1,...,\omega_m) \in \prod_{j=1}^{m}\Omega_j$, где Ω_j - некоторое допустимое выпуклое множество для ω_j, $j=\overline{1,m}$. При этом Ω_j $\forall j=\overline{1,m}$ может быть отнесено к одному из описанных выше случаев. Обозначим прибыль предприятия

$$\widetilde{\Pi}(\overline{\Phi},\overline{\omega},S) = \sum_{m=1}^{M}p_m X_m(\overline{\Phi},Y-S) - C(\overline{\Phi},Y-S) - \psi(S,\overline{\omega}) \ .$$

Выбор управляющих воздействий, которыми располагает предприятие, определяется условием

$$(14)\qquad \sum_{m=1}^{M}p_m X_m(\overline{\Phi},Y-S) - C(\overline{\Phi},Y-S) - \psi(S,\overline{\omega}) \to \max_{S\in[0;Y]}.$$

Решение задачи на условный экстремум (14) аналогично решению задачи (3). Необходимые и достаточные условия экстремума в задаче (14) имеют вид

$$(15)\qquad \frac{\partial\widetilde{\Pi}(\overline{\Phi},\overline{\omega},S^0)}{\partial S}(Y-S^0)S^0 = 0$$

Решение $S^0(\overline{\Phi},\overline{\omega})$ уравнения (15) является решением задачи (14).

Центр должен так выбирать управление $u=(\overline{\Phi},\overline{\omega})$, чтобы выполнялись условия $Z_l(S^0(\overline{\Phi},\overline{\omega})) \le Z_l^*,\ l=\overline{1,L}$. Таким образом, множество допустимых управлений центра есть

$$\widetilde{U}_1 = \{(\overline{\Phi},\overline{\omega}) \mid \overline{\Phi} \in \prod_{k=1}^{K}[0;\Phi_k],\ \ \overline{\omega} \in \prod_{j=1}^{m}\Omega_j,\ Z_l(S^0(\overline{\Phi},\overline{\omega})) \le Z_l^*,\ l=\overline{1,L}\}\ .$$

Тогда задача выбора управления центра примет вид

$$(16) \qquad \sum_{m=1}^{M} \delta_m X_m (\overline{\Phi}, Y - S^0(\overline{\Phi}, \overline{\omega})) \to \max_{(\overline{\Phi}, \overline{\omega}) \in \widetilde{U}_1} .$$

В зависимости от вида множества Ω_j, $j = \overline{1, m}$ записываются соответствующие условия оптимальности. Если решение задачи (15) в области допустимых значений переменных $\overline{\Phi}$ и $\overline{\omega}$ есть $u^0 = (\overline{\Phi}^0, \overline{\omega}^0)$, то стратегия предприятия есть величина $v^0 = S^0(\overline{\Phi}^0, \overline{\omega}^0)$.

2. Процедура согласования интересов регионального управления и N предприятий

Рассмотрим ситуацию, когда на территории региона расположены N предприятий, использующих или загрязняющих природные ресурсы.

Пусть каждое предприятие, имеющее в распоряжении средства в размере Y_i, $i = \overline{1, N}$, может тратить их как на развитие своего предприятия, так и осуществлять дополнительные вложения в природоохранные мероприятия в размере S_i, $i = \overline{1, N}$. Предположим, что i-ое предприятие выпускает M_i видов продукции $i = \overline{1, N}$.

Прибыль i-го предприятия обозначим $\Pi_i(\overline{\Phi}_i, Y_i - S_i)$, где $\overline{\Phi}_i = (\Phi_{i1}, ..., \Phi_{iK})$ - выделяемые центром природные ресурсы (вода, лесные угодья) или дефицитные ресурсы (газ, электроэнергия) для i-го предприятия. Центр заранее сообщает каждому предприятию величину $\overline{\Phi}_i \in \prod_{k=1}^{K} [0, \Phi_{ik}]$, Φ_{ik} - максимально возможный объем k-го ресурса для i-го предприятия.

Система выплат за использование или загрязнение ресурсов известна в виде непрерывной функции $\psi(\sum_{i=1}^{N} S_i, \omega)$ такой, что $\forall \omega \in \Omega$ $\quad \psi(S_\Sigma, \omega) > 0$, $\quad \psi'_{S_\Sigma}(S_\Sigma, \omega) < 0$, $\quad \psi'_\omega(S_\Sigma, \omega) < 0$

$\psi''_{S_\Sigma}(S_\Sigma,\omega) > 0$, $\lim\limits_{S_\Sigma \to \infty} \psi(S_\Sigma,\omega) = 0$, $\psi(0,\omega) = \psi_o$, где $S_\Sigma = \sum\limits_{i=1}^{N} S_i$.

Здесь параметр ω рассматривается как мера снижения выплат на одну единицу вложенных всеми предприятиями средств S_Σ .

При этом центр, наряду с величиной ω, сообщает, что плата за использование или загрязнение ресурсов каждым предприятием пропорциональна значению $\psi(\sum\limits_{i=1}^{N} S_i,\omega)$ с коэффициентом пропорциональности β_i :

(17) $$\psi_i(S_1,...,S_N,\omega) = \beta_i \cdot \psi(\sum_{i=1}^{N} S_i,\omega),\ i = \overline{1,N}.$$

При этом выполняется условие

(18) $$\beta_i \ge 0,\ i = \overline{1,N},\ \sum_{i=1}^{N} \beta_i = 1.$$

Так как ущерб окружающей среде зависит от объема производства каждого предприятия, то в качестве коэффициента пропорциональности β_i можно взять, например, величину

(19) $$\beta_i = \frac{\sum\limits_{m_i=1}^{M_i} \alpha_{im_i} X_{im_i}(\overline{\Phi}_i, Y_i - S_i)}{\sum\limits_{i=1}^{N} \sum\limits_{m_i=1}^{M_i} \alpha_{im_i} X_{im_i}(\overline{\Phi}_i, Y_i - S_i)},\ i = \overline{1,N},$$

где α_{im_i} - ущерб (в денежных единицах) экологии региона от производства единицы продукции m_i-го вида i-го предприятия.

Поскольку плата за использование ресурсов осуществляется тогда, когда становится известен оптимальный выпуск каждого предприятия, то система выплат предприятия ψ_i (или ω) за использование ресурсов заранее сообщается производителю.

Тогда, стратегией центра управления региона является вектор $u = (\overline{\Phi}^*,\omega)$, где $\overline{\Phi}^* = (\overline{\Phi}_1,...,\overline{\Phi}_N)$.

Таким образом, складывается ситуация, в которой игроки нижнего уровня (предприятия) стремятся увеличить свои функции прибыли

$$\Pi_i(\overline{\Phi}^*,\omega,S_1,...,S_N)=\sum_{m_i=1}^{M_i}p_{im_i}X_{im_i}(\overline{\Phi}_i,Y_i-S_i)-C_i(\overline{\Phi}_i,Y_i-S_i)-\psi_i(S_1,...,S_N,\omega)$$

с учетом платы за использование ресурсов: $\forall i=\overline{1,N}$

$$\sum_{m_i=1}^{M_i}p_{im_i}X_{im_i}(\overline{\Phi}_i,Y_i-S_i)-C_i(\overline{\Phi}_i,Y_i-S_i)-\psi_i(S_1,...,S_N,\omega)\rightarrow\max_{S_i\in[0;Y_i]}. \tag{20}$$

Постановка задачи для подсистем (предприятий) двухуровневой иерархической игры привела к бескоалиционной игре вида

$$\Gamma_N=\left\{V_1,...,V_N,\Pi_1(\overline{\Phi}^*,\omega,S_1,...,S_N),...,\Pi_N(\overline{\Phi}^*,\omega,S_1,...,S_N)\right\}, \tag{21}$$

где $V_i=\left\{S_i\middle|0\le S_i\le Y_i\right\}$ - множество стратегий *i*-го игрока (предприятия) в игре (21), $\Pi_i(\overline{\Phi}^*,\omega,S_1,...,S_N)$ - функции выигрыша *i*-го игрока.

Решение бескоалиционных игр основывается на понятии ситуации равновесия [9].

Определение: Ситуация $(S_1^0,...,S_N^0)$ называется ситуацией (точкой) равновесия (в чистых стратегиях) в бескоалиционной игре Γ_N, если $\forall S_i\in V_i$, $i=\overline{1,N}$:

$$\Pi_i(\overline{\Phi}^*,\omega,S_1^0,...,S_{i-1}^0,S_i^0,S_{i+1}^0,...,S_N^0)\ge\Pi_i(\overline{\Phi}^*,\omega,S_1^0,...,S_{i-1}^0,S_i,S_{i+1}^0,...,S_N^0). \tag{22}$$

Функции выигрыша являются вогнутыми в силу сделанных предположений относительно функции выпуска, издержек и функции, определяющей систему выплат. Поэтому решение игры (21) при фиксированных $\overline{\Phi}^*=(\Phi_1,...,\Phi_N)$ и ω дает ситуацию равновесия в чистых стратегиях $\overline{S}^0(\overline{\Phi}^*,\omega)=(S_1^0(\overline{\Phi}^*,\omega),...,S_N^0(\overline{\Phi}^*,\omega))$, которая представляет собой вектор управлений подсистем двухуровневой иерархической игры: $\overline{v}=\overline{S}^0(\overline{\Phi}^*,\omega)$.

Двухуровневая иерархическая система, в которой после сообщения центра нижний уровень достигает ситуации равновесия, называют *моделью регулируемого равновесия* [8].

Предположим, что $\beta_i=const, i=\overline{1,N}$ и определяются экспертно согласно (18). Тогда функции выигрышей игроков непрерывно дифференцируемы и для нахождения точек равновесия $\overline{S}^0(\overline{\Phi}^*,\omega)=(S_1^0(\overline{\Phi}^*,\omega),...,S_N^0(\overline{\Phi}^*,\omega))$ используют условия экстремума

(23) $$\frac{\partial \Pi_i(\overline{\Phi}^*,\omega,S_1^0,...,S_N^0)}{\partial S_i}(Y_i-S_i^0)S_i^0=0,\ i=\overline{1,N}.$$

Применение формулы (19) приводит к тому, что производные функций выигрыша могут не существовать. Тогда для нахождения точки равновесия в игре (21) используется субградиент.

Предположим, что центр стремится к увеличению налоговых отчислений с предприятий региона, тогда критерий эффективности центра может, например, иметь вид

(24) $$F_0(\overline{\Phi}^*,\omega)=\sum_{i=1}^{N}\sum_{m_i=1}^{M_i}\delta_{im_i}X_{im_i}(\overline{\Phi}_i,Y_i-S_i^0(\overline{\Phi}^*,\omega)),$$

где $\delta_{im_i}=\delta\pi_{im_i}$, π_{im_i} - прибыль с единицы продукции m_i-го вида i-го предприятия, δ - величина налога, взимаемого с прибыли.

При этом центр должен так выбирать управление $u=(\overline{\Phi},\omega)$, чтобы выполнялись ограничения по уровню загрязнения окружающей среды региона: $Z_l(\sum_{i=1}^{N}S_i^0(\overline{\Phi}^*,\omega))\le Z_l^*,\ l=\overline{1,L}$. Таким образом, множество допустимых управлений центра представляет собой множество

(25) $$U_2=\left\{(\overline{\Phi}^*,\omega)\,|\,\overline{\Phi}_i\in\prod_{k=1}^{K}[0;\Phi_{ik}],\ i=\overline{1,N},\omega\in\Omega,\ Z_l(\sum_{i=1}^{N}S_i^0(\overline{\Phi}^*,\omega))\le Z_l^*,\ l=\overline{1,L}\right\},$$

Задача выбора оптимального управления центра $(\overline{\Phi}^{*0},\omega^0)$ при этом представится в виде

(26) $$\sum_{i=1}^{N}\sum_{m_i=1}^{M_i}\delta_{im_i}X_{im_i}(\overline{\Phi}_i,Y_i-S_i^0(\overline{\Phi}^*,\omega))\to\max_{(\overline{\Phi}^*,\omega)\in U_2}.$$

В задаче (26) критерий эффективности, как сумма вогнутых функций, является вогнутой функцией, а множество U_2 является выпуклым. Функции $X_{im_i}(\overline{\Phi}_i,Y_i-S_i)$, $m_i=\overline{1,M_i}$, $i=\overline{1,N}$ предполагаются неоклассическими функциями.

Поэтому при $\overline{\Phi}^* = 0$ имеем $X_{im_i}(0, Y_i - S_i) = 0$, $m_i = \overline{1, M_i}$, $i = \overline{1, N}$, то есть производство невозможно.

Исходя из предположений о множестве Ω, описанных выше, запишем условия оптимальности для задачи (26).

Составим функцию Лагранжа:

$$L_2(\overline{\Phi}^*, \omega, \eta_1, ..., \eta_L) = F_0(\overline{\Phi}^*, \omega)) + \sum_{l=1}^{L} \eta_l (Z_l^* - Z_l(\sum_{i=1}^{N} S_i^0(\overline{\Phi}^*, \omega))).$$

Если $\Omega = R$, то условия оптимальности для центра примут вид

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L_2}{\partial \Phi_{ik}} \begin{cases} = 0, \text{ если } \Phi_{ik}^0 \in \left]0; \Phi_{ik}\right[\\ \geq 0, \text{ если } \Phi_{ik}^0 = \Phi_{ik} \\ \leq 0, \text{ если } \Phi_{ik}^0 = 0 \end{cases}, i = \overline{1, N}, k = \overline{1, K}, \\ \dfrac{\partial L_2}{\partial \omega} = 0, \quad \dfrac{\partial L_2}{\partial \eta_l} \geq 0, l = \overline{1, L}, \quad \sum_{l=1}^{L} \eta_l \dfrac{\partial L_2}{\partial \eta_l} = 0, \\ \sum_{k=1}^{K} \dfrac{\partial L_2}{\partial \Phi_{ik}} (\Phi_{ik} - \Phi_{ik}^0) \Phi_{ik}^0 = 0, i = \overline{1, N}, \\ \eta_l \geq 0, l = \overline{1, L}. \end{cases} \tag{27}$$

Условия оптимальности для центра в случае $\Omega = [a_1; a_2]$ есть

$$
(28)\quad
\begin{cases}
\dfrac{\partial L_2}{\partial \Phi_{ik}}
\begin{cases}
= 0,\ \textit{если}\ \ \Phi_{ik}^0 \in \left]0;\Phi_{ik}\right[\\
\geq 0,\ \textit{если}\ \ \Phi_{ik}^0 = \Phi_{ik} \\
\leq 0,\ \textit{если}\ \ \Phi_{ik}^0 = 0
\end{cases}
,\ i = \overline{1, N},\ k = \overline{1, K}, \\
\dfrac{\partial L_2}{\partial \omega}
\begin{cases}
= 0,\ \textit{если}\ \ \omega^0 \in \left]a_1; a_2\right[\\
\geq 0,\ \textit{если}\ \ \omega^0 = a_2 \\
\leq 0,\ \textit{если}\ \ \omega^0 = a_1
\end{cases}
, \\
\dfrac{\partial L_2}{\partial \eta_l} \geq 0,\ l = \overline{1, L},\quad \sum\limits_{l=1}^{L} \eta_l \dfrac{\partial L_2}{\partial \eta_l} = 0, \\
\sum\limits_{k=1}^{K} \dfrac{\partial L_2}{\partial \Phi_{ik}} (\Phi_{ik} - \Phi_{ik}^0)\Phi_{ik}^0 = 0,\ i = \overline{1, N}, \\
\dfrac{\partial L_2}{\partial \omega}(a_2 - \omega^0)(a_1 - \omega^0) = 0, \\
\eta_l \geq 0,\ l = \overline{1, L}.
\end{cases}
$$

Аналогично (12) и (12′) записывают условия оптимальности, если $\Omega = \left[a_1; \infty\right)$ или $\Omega = \left(-\infty; a_2\right]$.

Обозначим через $u^{*0} = (\overline{\Phi}^{*0}, \omega^0)$ решение задачи (26), то есть стратегию центра. Вектором управлений подсистем (предприятий) является величина $v^{*0} = \overline{S}^0(\overline{\Phi}^{*0}, \omega^0) = (S_1^0(\overline{\Phi}^{*0}, \omega^0), \ldots, S_N^0(\overline{\Phi}^{*0}, \omega^0))$.

В случае, когда имеется вектор параметров $\overline{\omega} = (\omega_1, \ldots, \omega_m) \in \prod\limits_{j=1}^{m} \Omega_j$, то все рассуждения аналогичны предыдущим и касаются рассмотрения вида каждого множества Ω_j, $j = \overline{1, m}$.

Итак, построение механизмов стимулирования промышленных предприятий на разработку мер по защите окружающей среды, применение теоретико-игрового подхода к задачам планирования производства позволяет снизить негативное влияние техносферы на человека и природу, эффективно использовать природные ресурсы, а также обеспечивать согласованность интересов субъектов всех уровней.

Литература

1. БЕЛОВ С.В. *Безопасность жизнедеятельности*: Учебник для вузов/ С.В. Белов, А.В. Ильницкая, А.Ф. Козъяков и др.; Под общ. ред. С.В. Белова. – М.: Высш.шк.,2001. – 484 с.
2. БУРКОВ В.Н., ЕНАЛЕЕВ А.К., НОВИКОВ Д.А. *Механизмы стимулирования в вероятностных моделях социально-экономических систем.* // АиТ. 1993. №11. С.3-30.
3. БУРКОВ В.Н., КОНДРАТЬЕВ В.В., ЦЫГАНОВ В.В. *Теория активных систем и совершен-ствования хозяйственного механизма*. М.: Наука, 1984. 272 с.
4. БУРКОВ В.Н., НОВИКОВ Д.А. *Теория активных систем: состояние и перспективы*. М.: СИНТЕГ, 2001, 153 с.
5. ВАСИЛЬЕВ Ф.П. *Методы оптимизации*. – М.: Факториал Пресс, 2002. – 823 с.
6. ГЛУХОВ В.В., НЕКРАСОВА Т.П. *Экономические основы экологии*. – СПб., Питер, 2003. – 383 с.
7. ГОРЕЛИК В.А., ГОРЕЛОВ М.А., КОНОНЕНКО А.Ф. *Анализ конфликтных ситуаций в системах управления*. – М.: Радио и связь, 1991. – 286 с.
8. ГОРЕЛИК В.А., КОНОНЕНКО А.Ф. *Теоретико-игровые модели принятия решений в эколого-экономических системах*. – М.: Радио и связь, 1982. – 144 с.
9. ГОРЕЛИК В.А., ФОМИНА Т.П. *Элементы теории игр*: Учебное пособие. – М.: Моск. пед. гос. ун-т, 1999. – 125 с.
10. ГОРЕЛИК В.А., ФОМИНА Т.П. *Экстремальные задачи*: Учебное пособие. – М.: Моск. пед. гос. ун-т, 2001. – 146 с.
11. КОЛЕМАЕВ В.А. *Математическая экономика*: Учебник для вузов. – М.: ЮНИТИ, 1998.
12. МОИСЕЕВ Н.Н. *Модели экологии и эволюции*. – М.: Знание, 1983 – 63 с.
13. МОИСЕЕВ Н.Н. *Человек и ноосфера*. – М.: Мол.гвардия, 1990. – 351 с.

14. МОИСЕЕВ Н.Н. *Экология человечества глазами математика: (Человек, природа, будущее цивилизации)*. – М.: Мол.гвардия, 1988. – 251 с.
15. МОИСЕЕВ Н.Н., АЛЕКСАНДРОВ В.В., ТАРКО А.М. *Человек и биосфера*. – М.: Наука, 1985. - 271 с.
16. МОСКАЛЕНКО А. П. *Экономика природопользования и охраны окружающей среды*: Учебное пособие. – Москва: ИКЦ «МарТ», Ростов-н/Д: Издательский центр «МарТ», 2003. – 217 с.

Работа посмотрена и одобрена д. физ-мат наук, профессором Кононенко А.Ф.