

МЕТОДЫ ЛОКАЛЬНОГО И ИНТЕГРАЛЬНОГО МНОГОУРОВНЕВОГО АГРЕГИРОВАНИЯ ОЦЕНОК ОБЪЕКТОВ, ИЗМЕРЕННЫХ В РАЗНОТИПНЫХ ШКАЛАХ

Корнеев В. П.¹

(ФГБУН Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва, ул. Профсоюзная д.65)

Рамеев О. А.²

*(МИРЭА – Российский технологический университет,
просп. Вернадского, 78, Москва)*

В задачах многокритериального оценивания и выбора объектов (систем, вариантов, решений) с многоуровневой структурой исходные данные, характеризующие объекты, как правило измерены в смешанных (количественных, качественных, экспертных) шкалах. В связи с этим применение аддитивной свертки для конечных критериев иерархического дерева, отражающего многоуровневую структуру объектов, корректно только для оценок, представленных или преобразованных к единой однородной шкале. Традиционно решение подобного класса задач сводится к формированию по локальным весам глобальных весов конечных критериев иерархического дерева и применение интегрального (обобщенного) агрегирования по аддитивной свертке оценок объектов. В статье предлагается метод локального агрегирования данных объектов с многоуровневой структурой, преобразованных в результирующую однородную порядковую шкалу. Данный метод обладает важным свойством, а именно: адекватностью упорядочений объектов в любой вершине иерархической структуры критериев относительно вычисления агрегированных оценок в количественной, порядковой (ранговой) шкале. В частности, данный локальный метод устойчив к наличию ошибок в измерениях исходных оценок объектов, не приводящих к изменению их порядка в процедурах агрегирования. Достоинствами алгоритма метода являются наглядность, возможность понимания и контроля промежуточных результатов аналитиками, большую объективность вычисленных оценок в корневой обобщенной вершине эффективности дерева. Суть метода показана на примере многокритериального оценивания информационных материалов.

Ключевые слова: иерархическое дерево, локальные и глобальные веса критериев, локальное агрегирование данных, преобразование шкалы.

¹ Виктор Павлович Корнеев, к.т.н., доцент (vkorn@ipu.ru).

² Олег Ахатович Рамеев, д.т.н., профессор (ierp2002@mail.ru).

1. Введение

Многие прикладные задачи, связанные с построением рейтингов компаний (предприятий, банков, организаций), многокритериальной оценки эффективности деятельности коллективов в организационных системах, многокритериального синтеза сложных технических систем, относятся к классу задач многокритериального оценивания и выбора сложных прикладных объектов с многоуровневой структурой.

В качестве многоуровневых структур рассматриваются древовидные или сетевые, которые обычно отражают иерархическую структуру оцениваемых объектов (альтернатив, вариантов решений, проектов, компаний, сложных экономических, технических, военных систем).

Для объектов с многоуровневой структурой характерно представление системы критериев в виде иерархического дерева с учётом их важности [10, 14, 15, 19]. При этом возникает проблема оценки количественной важности локальных критериев, входящих в вершину более высокого уровня.

Для вычисления локальных весов критериев иерархического дерева обычно используются экспертные методы. На данный момент методам формирования весовых коэффициентов посвящено огромное число работ [1, 3, 5, 11]. Одним из наиболее эффективных методов формирования локальных весов критериев, базирующихся на матрице парных сравнений [9], является метод косвенного измерения предпочтений в количественной шкале отношений [6]. Вычисление количественных весов сводится к лексикографическому упорядочению по важности критериев, входящих в вершины более высокого уровня, что позволяет затем сократить число экспертных сравнений предпочтительности смежных пар в шкале отношений. Формирование локальных коэффициентов важности критериев математически обоснованы и базируется на матрице, обладающей особыми свойствами. Глобальные веса концевых критериев находятся умножением локальных весов, лежащих на пути от корневой вершины дерева к исходной концевой.

Первая методика решения многокритериальных задач с многоуровневой структурой под названием ПАТТЕРН (PATTERN)³ появилась в 1963 г. Она была разработана фирмой «Хониуэлл» в США для оценки эффективности вариантов прогнозирования и планирования при разработке сложных научных и научно-технических программ [10].

Один из этапов методики предполагает построение дерева целей, которое служит для оценки относительной важности критериев. В методе ПАТТЕРН был применён прямой метод экспертного оценивания количественных весов критериев.

Оценки количественной важности локальных критериев, входящих в вершины более высокого уровня, в долях единицы эксперты проставляют на бланке. Процедура определения коэффициентов проходит в несколько туров, пока не будет согласована со всеми экспертами. Затем осуществляется пересчёт их в глобальные веса для каждой концевой (висячей) вершины дерева перемножением «весов» всех вершин, лежащих на пути, ведущем от данной вершины к общей вершине. После этого для каждого объекта находится агрегированная оценка, равная сумме произведений глобальных весов на нормированные количественные оценки критериев, соответствующих объекту в концевых вершинах дерева.

Метод агрегирования по аддитивной свертке критериев с глобальными (интегральными) весами нашел также применение в многокритериальной теории полезности [15] и в методе анализа иерархий Т. Саати [19].

В [2] предлагаются методы агрегирования частных показателей в обобщенный показатель, а именно: вычисление средних, аддитивная свёртка, свертка на основе средней степенной функции и др. Однако применение аддитивной свёртки в данных методах корректно только в том случае, когда исходные оценки объектов преобразованы в оценки результирующей однородной шкалы [4].

³ Аббревиатура PATTERN – Planning Assistance Through Technical Evaluation from Relevans Number (помощь планированию посредством относительных показателей технической оценки).

В этом случае критерии в однородных шкалах имеют одинаковый размах и совпадение максимальных (минимальных) значений.

В дальнейшем под интегральным методом агрегирования будем понимать формирование обобщённых оценок объектов с многоуровневой структурой в виде аддитивной свертки оценок объектов по конечным критериям с глобальными (интегральными) весами, преобразованными в однородные шкалы.

Настоящая статья является расширенной версией тезисов доклада на 14-й Международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем» (MLSD'2021, Москва) [7].

2. Интегральный метод агрегирования оценок объектов, измеренных в разнотипных шкалах

Решение задачи агрегирования данных в многоуровневых структурах основано на использовании методов многокритериальной оценки объектов (альтернатив, вариантов, проектов, решений). Очевидными требованиями, предъявляемыми к таким методам, являются следующие:

- а) отсутствие сужения множества объектов;
- б) возможность получения при агрегировании того же типа шкал, что и исходные.

Для иерархических процедур агрегирования группа методов с сужением множества альтернатив не подходит, так как при выделении в разных вершинах дерева разных множеств лучших альтернатив, их пересечение может оказаться пустым и мы не получим ни одного объекта, наиболее предпочтительного в целом – по совокупности критериев. Второе требование вытекает из условия применения не разных, а одного и того же метода агрегирования в различных иерархических уровнях структуры критериев.

Требованиям а) и б) удовлетворяют методы с сужением множества критериев и без сужения множества альтернатив.

Решение задачи многокритериального оценивания и выбора аддитивным методом агрегирования данных в иерархических структурах сводится к следующим частным задачам:

- построение иерархической структуры критериев и формирование локальных коэффициентов важности критериев;
- выбор шкал и измерение объектов;
- преобразование исходных оценок объектов в количественных шкалах в единую порядковую;
- агрегирование данных в иерархической структуре.

Рассмотрим эти задачи более подробно.

Пусть задано множество объектов $A = \{a_q: q = \overline{1, n}\}$. Оценки объектов $a_q \in A$ по критериям $f_j, j = \overline{1, m}$, имеет вид $x_j^{(q)} = f_j(a_q)$. В общем случае будем рассматривать случай, когда шкалы критериев не однородны, т.е. имеют различный размах, и разнотипны.

Интегральный метод агрегирования оценок объектов, измеренных в разнотипных шкалах [18], представим в виде шагов алгоритма.

Шаг 1. Построение иерархического дерева упорядоченных критериев по убыванию предпочтительности. Для корпорационных систем управления понятие цели является многоуровневым – задаётся деревом целей, достижение которых обеспечивается иерархической организацией подсистем в систему. При этом предполагается, что достижение целей подсистем более низких уровней иерархии обеспечивает достижение глобальных целей всей системы. В результате оценка качества системы состоит из оценок качества её подсистем, т.е. и сам процесс оценивания и результат будут задаваться многоуровневыми структурами [10, 15, 19].

Одной из проблем для объектов с иерархической структурой показателей в виде дерева является выбор способа перечисления вершин. Для деревьев в основном применяются два способа перечисления – «по ветвям», когда индекс вершины указывает путь к этой вершине, и «по уровням», когда по очереди рассматриваются все уровни сверху вниз, а вершины одного уровня нумеруются подряд слева направо.

Способом перечисления «по ветвям» дерево задаётся в виде множества упорядоченных вершин [12]:

$$(1) \quad ID = \{\mathcal{F}, \mathcal{D}\},$$

где $\mathfrak{F} = \{F_0, F_{j_1}, \dots, F_{j_1 \dots j_k} \mid j_k = \overline{1, n_{j_1 \dots j_{k-1}}}; k = \overline{0, n}\}$ – множество вершин (критериев), в которых индекс $j_1 \dots j_k$ вершины $F_{j_1 \dots j_k}$ указывает путь к этой вершине от корневой вершины F_0 ($k = 0$);

$\mathcal{D} = \{(F_{j_1 \dots j_{k-1}}, F_{j_1 \dots j_k}) \mid j_k = \overline{1, n_{j_1 \dots j_{k-1}}}; k = \overline{0, n}\}$ – множество дуг, в которых множество вершин $\{F_{j_1 \dots j_k}\}$, упорядоченных по убыванию важности, инцидентно вершине $F_{j_1 \dots j_{k-1}}$;

F_0 – глобальный (обобщённый) корневой критерий верхнего (нулевого) уровня иерархии;

F_{j_1} – групповые критерии 1-го уровня иерархии, являющиеся концевыми вершинами множества дуг $\{(F_0, F_{j_1}) \mid j_1 = \overline{1, n_0}\}$ n_0 – число дуг, инцидентных вершине F_0 ;

$F_{j_1 \dots j_k}$ – групповые критерии k -го уровня, являющиеся концевыми вершинами дуг $\{(F_{j_1 \dots j_{k-1}}, F_{j_1 \dots j_k}) \mid j_k = \overline{1, n_{j_1 \dots j_{k-1}}}\}$;

$n_{j_1 \dots j_{k-1}}$ – число дуг, инцидентных вершине $F_{j_1 \dots j_{k-1}}$.

Концевые вершины $n_{\mathfrak{F}}$ -го нижнего уровня условно обозначены строчными буквами $f_{j_1 \dots j_n}$.

Для наглядности изложения материала статьи будем использовать следующие обозначения: $F_{j_{k-1}} \equiv F_{j_1 \dots j_{k-1} \xi}$, $j_k = \overline{1, n_{j_{k-1}}} \equiv \overline{1, n_{j_1 \dots j_{k-1}}}$, $n_{j_{k-1}} \equiv n_{j_1 \dots j_{k-1}}$, $f_{j_n} \equiv f_{j_1 \dots j_n}$.

Шаг 2. Построение локальных и глобальных количественных весов критериев иерархического дерева.

Понятие количественной важности критериев соответствует измерению в количественных типах шкал: отношений, разности и абсолютной шкале.

Определение 1. В шкале отношений критерий f_j будет более важным, чем критерий f_q , если количественный вес $w(f_j)$ критерия f_j будет превосходить количественный вес $w(f_q)$ критерия f_q в $w_{jq} = \frac{w_j}{w_q} > 1$ раз и менее важным, если $w_{jq} = \frac{w_j}{w_q} < 1$, а при $w_{jq} = \frac{w_j}{w_q} = 1$ критерии будут являться равноважными.

Пусть $w_{j_k} = w(F_{j_k})$, $j_k = \overline{1, n_{j_{k-1}}}$, – количественные (экспертные) веса важности F_{j_k} подкритериев k -го уровня, входящих

в вершину $F_{j_{k-1}}$ критерия $(k - 1)$ -го уровня. Веса подкритериев k -го уровня, входящих в вершину $(k - 1)$ -го, т.е. более высокого уровня, принято называть локальными весами [15].

Тогда за количественный вес важности $F_{j_{k-1}}$ критерия на $(k - 1)$ -м уровне примем сумму весов важности подкритериев k -го уровня:

$$(2) \quad w(F_{j_{k-1}}) = \sum_{j_k=1}^{n_{j_{k-1}}} w(F_{j_{k-1}j_k}) \quad \forall j_k = \overline{1, n_{j_{k-1}}}; \dots; j_1 = \overline{1, n_0},$$

где $n_{j_{k-1}}$ – число F_{j_k} подкритериев k -го уровня, входящих в вершину $F_{j_{k-1}}$ критерия $(k - 1)$ -го уровня.

Количественный вес важности $F_{j_{n-1}}$ группового критерия на $(n - 1)$ -м уровне есть сумма весов важности $f_{j_n} \equiv f_{j_1 \dots j_n}$ конечных критериев n -го (нижнего) уровня:

$$(3) \quad w(F_{j_{n-1}}) = \sum_{j_n=1}^{n_{j_{n-1}}} w(f_{j_n}) \quad \forall j_n = \overline{1, n_{j_{n-1}}}; \dots; j_1 = \overline{1, n_0},$$

где $n_{j_{n-1}}$ – число конечных критериев n -го, входящих в вершину $F_{j_{n-1}}$ группового критерия $(n - 1)$ -го уровня.

Количественный вес важности критерия $F_{j_{k-1}}$ на $(k - 1)$ -м уровне, вычисляемый по формуле (2), можно определить через сумму весов важности конечных критериев (3) n -го уровня, для которых вершина $F_{j_{k-1}}$ будет корневой:

$$(4) \quad w(F_{j_{k-1}}) = \sum_{j_k=1}^{n_{j_{k-1}}} \sum_{j_{k+1}=1}^{n_{j_k}} \dots \sum_{j_{n-1}=1}^{n_{j_{n-2}}} \sum_{j_n=1}^{n_{j_{n-1}}} w(f_{j_n}),$$

а количественный вес важности F_0 корневого критерия иерархического дерева на высшем уровне упорядоченных критериев будет равен сумме всех конечных критериев нижнего уровня:

$$(5) \quad w(F_0) = \sum_{j_1=1}^{n_0} \sum_{j_2=1}^{n_{j_1}} \dots \sum_{j_{n-1}=1}^{n_{j_{n-2}}} \sum_{j_n=1}^{n_{j_{n-1}}} w(f_{j_n}).$$

Возникает вопрос: как связаны веса критериев на каждом уровне?

Теорема 1 (о сумме весов критериев на k -м уровне иерархии). Пусть сумма количественных весов критериев на k -м уровне иерархического дерева представима в виде

$$(6) \quad w_{\Sigma}(k) = \sum_{j_1=1}^{n_0} \sum_{j_2=1}^{n_{j_1}} \dots \sum_{j_{k-1}=1}^{n_{j_{k-2}}} \sum_{j_k=1}^{n_{j_{k-1}}} w(F_{j_1 \dots j_k}) \quad \forall k = \overline{0, n}.$$

Тогда суммы количественных весов важности критериев на каждом уровне иерархии будут совпадать между собой:

$$w_{\Sigma}(0) = w_{\Sigma}(1) = \dots = w_{\Sigma}(k) = \dots = w_{\Sigma}(n) \quad \forall k = 0, 1, \dots, n.$$

Доказательство. Действительно для любого $k = 0, 1, \dots, n$, подставив в (6) формулу (4), получим:

$$w_{\Sigma}(k) = \sum_{j_1=1}^{n_0} \dots \sum_{j_k=1}^{n_{j_{k-1}}} \sum_{j_n=1}^{n_{j_{n-1}}} w(f_{j_1 \dots j_n}).$$

Теорема доказана.

На рис. 1 представлено четырёхуровневое иерархическое дерево упорядоченных критериев с количественными весами важности, которое показывает вклад критериев, начиная с концевых нижнего уровня иерархии, вплоть до корневой вершины F_0 с количественным весом $w(F_0) = 100$.

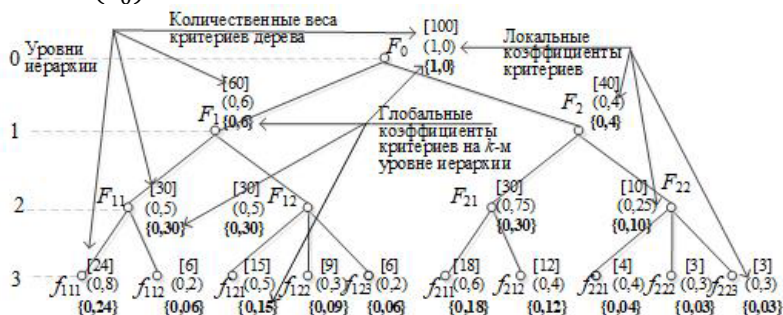


Рис. 1. Четырёхуровневое иерархическое дерево упорядоченных критериев с количественными весами важности

Определение 2. Нормированные веса важности критериев $F_{j_1 \dots j_k}$ на k -м уровне иерархии, где $k = 1, 2, \dots, n$, относительно суммы весов критериев, входящих в вершину $F_{j_1 \dots j_{k-1}}$ критерия $(k-1)$ -го уровня, будем называть локальными коэффициентами (весами важности) критериев $F_{j_1 \dots j_k}$ относительно вершины $F_{j_1 \dots j_{k-1}}$:

$$(7) \quad wl(F_{j_1 \dots j_k}) = \frac{w(F_{j_1 \dots j_k})}{\sum_{j_k=1}^{n_{j_1 \dots j_{k-1}}} w(F_{j_1 \dots j_k})},$$

а нормированные относительно суммы всех критериев $F_{j_1 \dots j_k}$ k -го уровня иерархии называть глобальными (интегральными) коэффициентами критериев $F_{j_1 \dots j_k}$ на k -м уровне иерархии:

$$(8) \quad wg(F_{j_1 \dots j_k}) = \frac{w(F_{j_1 \dots j_k})}{\sum_{j_1=1}^{n_0} \dots \sum_{j_k=1}^{n_{j_1 \dots j_{k-1}}} w(F_{j_1 \dots j_k})}.$$

При решении прикладных задач в качестве весов принимаются нормированные, которые формируются различными экспертными методами [1]. В соответствии с методом косвенных предпочтений [6] вначале эксперты ранжируют критерии, входящие в вершины более высокого уровня иерархического дерева, по убыванию важности.

Каждому эксперту на k -м уровне иерархии предъявляется множество подкритериев $\{F_{j_{k-1}1}, \dots, F_{j_{k-1}j_k}, \dots, F_{j_{k-1}n_{j_{k-1}}}\}$, упорядоченных по убыванию важности и входящих в вершину $F_{j_{k-1}}$:

$$F_{j_{k-1}1} > F_{j_{k-1}2} \succcurlyeq \dots > F_{j_{k-1}j_k} \succcurlyeq \dots > F_{j_{k-1}n_{j_{k-1}}}, j_k = \overline{1, n_{j_{k-1}}},$$

где $\succcurlyeq$ – обозначение нестрогого предпочтения, которое означает для пары критериев строгого предпочтения (обозначение $>$) или отношение равнозначности (обозначение $\approx$).

Результаты сравнения не известных заранее количественных весов $w(F_\xi)$, $w(F_{\xi+1})$ смежных пар подкритериев $\{F_\xi, F_{\xi+1}\}$:

$$(9) \quad w_{\xi, \xi+1}^* \approx \frac{w(F_\xi)}{w(F_{\xi+1})}, \xi = j_k = \overline{1, n_{j_{k-1}}},$$

на k -м уровне иерархии, входящих в вершину $F_{j_{k-1}}$, представляются в виде $(n_{j_{k-1}} - 1)$ наддиагональных элементов

$$(10) \quad (w_{12}^*, w_{23}^*, \dots, w_{\xi, \xi+1}^*, \dots, w_{n_{j_{k-1}}-1, n_{j_{k-1}}}^*),$$

квадратной матрицы $W_{F_{j_{k-1}}} [w_{\xi, \xi+1}]$ попарного сравнения смежных подкритериев $\{F_\xi, F_{\xi+1}\}$

$$(11) W_{F_{j_{k-1}}} = \begin{pmatrix} 1 & w_{1,2}^* & 0 & \dots & 0 \\ 1/w_{1,2}^* & 1 & w_{2,3}^* & \dots & 0 \\ \dots & \dots & 1 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 1 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 1/w_{n_{j_{k-1}}-1, n_{j_k}}^* & 1 \end{pmatrix}.$$

При этом количественная оценка (9) означает, что эксперт считает критерий F_ξ важнее критерия $F_{\xi+1}$ ($F_\xi > F_{\xi+1}$) в $w_{\xi, \xi+1}^*$ раз, если $w_{\xi, \xi+1}^* > 1$, а при $w_{\xi, \xi+1}^* = 1$ критерии равноважны ($F_\xi \approx F_{\xi+1}$). Исходя из свойства обратной симметрии, равенство $w_{\xi+1, \xi} = \frac{1}{w_{\xi, \xi+1}^*} < 1$, означает, что количественно критерий $F_{\xi+1}$ в $w_{\xi+1, \xi}$ раз менее важен критерия F_ξ .

При таком подходе достаточно всего лишь $(n_{j_{k-1}} - 1)$ -го экспертного сравнения вместо $\frac{(n_{j_{k-1}})^2 - n_{j_{k-1}}}{2}$ при попарном сравнении как, например, в методе анализа иерархий Т. Саати [19].

В [6] показано, что матрица (11) является мультипликативной и обладает рядом свойств, а именно: нормированные элементы столбцов $w_\xi^\downarrow, \xi = \overline{1, n_{j_{k-1}}}$, матрицы $W_{F_{j_{k-1}}}$ (11), вычисленные по наддиагональным элементам (10) по формуле

$$w_{\eta\xi} = \begin{cases} \prod_{t=\eta}^{\xi-1} w_{t,t+1}^*, \eta < \xi, \forall \eta = \overline{1, \xi-1}, \\ 1, \forall \eta = \xi, \\ \left(\prod_{t=\xi}^{\eta-1} w_{t,t+1}^* \right)^{-1}, \eta > \xi, \forall \eta = \overline{\xi+1, n_{j_{k-1}}} \end{cases}$$

совпадают между собой и равны нормированным весам $wl(F_{j_k})$ критериев F_{j_k} , т.е.

$$\tilde{w}_\xi^\downarrow = \begin{pmatrix} \tilde{w}_{1\xi} \\ \dots \\ \tilde{w}_{n_{j_{k-1}}\xi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} wl_1 \\ \dots \\ wl_{n_{j_{k-1}}} \end{pmatrix} \forall \xi = \overline{1, n_{j_{k-1}}},$$

где $\tilde{w}_{\eta\xi} = \frac{w_{\eta\xi}}{\sum_{\eta=1}^n w_{\eta\xi}}$ – нормированный элемент ξ -го столбца $w_\xi^\downarrow$;

$wl_\eta = \tilde{w}_{\eta\xi}$ – локально нормированный вес F_η критерия.

За локальные веса для простоты вычисления лучше принять

нормированные элементы последнего столбца матрицы (11), вычисленные по наддиагональным элементам (10):

$$w_{\eta, n_{j_{k-1}}} = \begin{cases} \prod_{t=\eta}^{n_{j_{k-1}}-1} w_{t, t+1}^*, & \eta < n_{j_{k-1}}; \\ 1, & \eta = n_{j_{k-1}}. \end{cases}$$

При этом для локальных весов $wl_{j_1 \dots j_k} = wl(F_{j_1 \dots j_k})$, входящих в вершину $F_{j_1 \dots j_{k-1}}$ более высокого уровня, выполняется условие нормировки:

$$(12) \sum_{j_n=1}^{n_{j_1 \dots j_{k-1}}} wl_{j_1 \dots j_k} = 1 \quad \forall \quad j_k = \overline{1, n_{j_1 \dots j_{k-1}}}; k = \overline{1, n_{\mathfrak{F}}},$$

а для локального веса корневой вершины F_0 выполняется условие $wl(F_0) = 1$. Нормированные локальные веса, как отмечено выше, принято называть локальными коэффициентами.

По локальным коэффициентам критериев формируются глобальные (интегральные) «веса» $wg_{j_1 j_2 \dots j_k} = wg(F_{j_1 j_2 \dots j_k})$ групповых вершин $F_{j_1 j_2 \dots j_k}$, $j_k = \overline{1, n_{j_1 \dots j_{k-1}}}$, на k -м уровне иерархии, которые вычисляются в виде произведения локальных «весов» вершин, лежащих на пути от корневой вершины F_0 к произвольной групповой вершине $F_{j_1 \dots j_k}$:

$$(13) \quad wg_{j_1 \dots j_k} = wl(F_0) \cdot wl(F_{j_1}) \cdot \dots \cdot wl(F_{j_1 \dots j_k}).$$

Глобальный (интегральный) «вес» $wg_{j_1 j_2 \dots j_n} = wg(f_{j_1 j_2 \dots j_n})$ конечной вершины $f_{j_1 \dots j_n}$ на n -м уровне иерархии вычисляется в виде произведения локальных «весов» вершин, лежащих на пути от корневой вершины F_0 к произвольной конечной вершине $f_{j_1 \dots j_n}$:

$$(14) \quad wg_{j_1 j_2 \dots j_n} = wl_0 \cdot wl_{j_1} \cdot \dots \cdot wl_{j_1 j_2 \dots j_n} = \prod_{k=0}^n wl_{j_1 j_2 \dots j_k},$$

где $j_n = \overline{1, n_{j_1 \dots j_{n-1}}}$; $\dots j_k = \overline{1, n_{j_1 \dots j_{k-1}}}$; $\dots j_1 = \overline{1, n_0}$.

По определению, локальный коэффициент корневой вершины совпадает с глобальным $wl(F_0) = wg(F_0) = 1$ (рис. 1).

Возникает вопрос: будут ли равны глобальные веса, полученные по мультипликативной свёртке по формуле (13), и вычисленные как нормированные (8) к сумме по всем критериям k -го уровня иерархии?

Ответ даёт следующая теорема, которую, не умаляя общности, докажем для глобальных весов концевых критериев.

Мультипликативная свёртка локальных коэффициентов критериев обладает аддитивным свойством, которое заключается в следующем.

Теорема 2 (об аддитивном свойстве мультипликативной свёртки весов критериев). Пусть для концевого критерия $f_{j_1 \dots j_n}$ иерархического дерева глобальные коэффициенты получены:

а) нормированием по сумме коэффициентов важности концевых критериев n -го уровня:

$$(15) \quad wg_{j_1 \dots j_n}^{(\Sigma)} = \frac{w(f_{j_1 \dots j_n})}{\sum_{j_1=1}^{n_0} \sum_{j_2=1}^{n_{j_1}} \dots \sum_{j_n=1}^{n_{j_1 \dots j_{n-1}}} w(f_{j_1 \dots j_n})} = \frac{w(f_{j_1 \dots j_n})}{w(F_0)};$$

б) вычислением по мультипликативной свёртке:

$$(16) \quad wg_{j_1 \dots j_n}^{(\Pi)} = wl(F_0) \times wl(F_{j_1}) \times \dots \times wl(f_{j_1 \dots j_n}).$$

Тогда

1. Формулы (15) и (16) равносильны, т.е. их правые части совпадают

$$wl(F_0) \times wl(F_{j_1}) \times \dots \times wl(f_{j_1 \dots j_n}) = \frac{w(f_{j_1 \dots j_n})}{w(F_0)}.$$

2. Глобальный коэффициент $wg(F_{j_k})$ группы критериев F_{j_k} k -го уровня иерархического дерева равен сумме глобальных коэффициентов $wg(F_{j_{k+1}})$ критериев, входящих в эту группу:

$$wg(F_{j_k}) = \sum_{j_{k+1}=1}^{n_{j_k}} wg(F_{j_{k+1}}) = \sum_{j_{k+1}=1}^{n_{j_k}} \dots \sum_{j_n=1}^{n_{j_1 \dots j_{n-1}}} wg(f_{j_1 \dots j_n}).$$

3. Суммы глобальных коэффициентов критериев на k -м уровне равны единице:

$$\sum_{j_1=1}^{n_0} \dots \sum_{j_k=1}^{n_{j_1 \dots j_{k-1}}} wg(F_{j_1 \dots j_k}) = 1 \quad \forall k = \overline{1, n}.$$

Доказательство базируется на формулах (2)–(5), (7), (8) и (12)–(14).

Из данной теоремы следует важный вывод, что процедура вычисления глобальных коэффициентов через мультипликативную свёртку локальных коэффициентов важности критериев корректна.

Шаг 3. Преобразование оценок объектов в оценки порядковой балльной или ранговой результирующей шкалы.

Пусть часть оценок $x_j^{(q)} = f_j(a_q)$ по критериям $f_i, i = \overline{1, m}$, представлены в виде экспертных оценок (в ранговой, балльной, количественной шкале). Тогда в качестве результирующей шкалы оправдано применение порядковой шкалы с ранговыми градациями [8].

Рассмотрим подробно преобразование оценок объектов в количественной шкале в оценки порядковой с балльными градациями результирующей шкалы:

$$(17) Sh = \langle r_{\min}, r_{\max}; b; \{<, =\} \rangle,$$

где $r_{\min} = 1$ ($r_{\max} = b$) – минимальный (максимальный) балл порядковой шкалы;

b – число градаций шкалы;

$\{<, =\}$ – отношения, заданные на множестве градаций.

Переход от исходных количественных шкал к результирующей балльной шкале математически может быть осуществлён способом линейного (равномерного) разбиения с шагом, вычисляемым по формуле

$$(18) h_i(b) = \frac{f_i^* - f_{i*}}{b} \quad \forall i = \overline{1, m},$$

где m – число интервалов разбиения области $X_i = [f_{i*}, f_i^*]$ значений $f_i, i = \overline{1, m}$, критериев.

Этой областью $X_i = [f_{i*}, f_i^*]$ значений f_i критерия разбивается на b отрезков – классов $X_{i,r} = [x_{r-1}, x_r], r = \overline{1, b}$:

$$\mathcal{R}: x_0 < x_1 < \dots < x_{r-1} < x_r < \dots < x_b,$$

где $x_0 = f_{i*}; x_b = f_i^*$.

Номера классов (отрезков) разбиения будем отождествлять с градациями порядковой результирующей b -балльной шкалы:

$$R = \{1, 2, \dots, r, \dots, b\}.$$

При равномерном разбиении области $X_i = [f_{i*}, f_i^*]$ шкальных интервальных значений в исходной шкале и с шагом (18) границы классов определяются по формуле

$$x_r = x_0 + h_i r, \quad r = \overline{1, b},$$

где $x_0 = f_{i*}, x_b = f_i^*$.

Переход от непрерывной шкалы к результирующей порядковой шкале с равномерным разбиением исходной шкалы представлен на рис. 2.

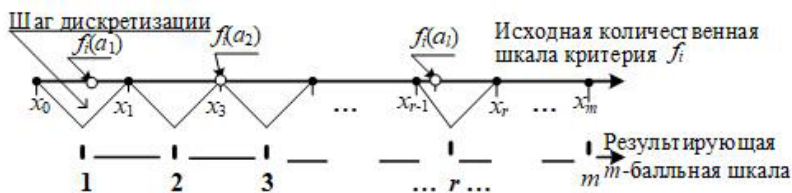


Рис. 2. Равномерное разбиение исходной шкалы

В результате область значений оценок объектов можно представить в виде объединения сегментов (классов):

$$X_i = \bigcup_{r=1}^b X_{i,r}, \quad r = \overline{1, b},$$

где $X_{i,r} = [x_{r-1}, x_r]$ – сегмент (класс) разбиения; $i = \overline{1, b}$.

Правило перехода π_i оценок $x_i^{(q)}$ объектов в исходной количественной шкале по критерию f_i к точечным оценкам $r_i^{(l)}$ в результирующей балльной шкале с шагом дискретизации (4) представим в виде множественно-точечного отображения:

$$\pi_i: [f_{i*} + (r-1)h_i, f_{i*} + rh_i] \rightarrow r,$$

где $X_{i,r} = [x_{r-1}, x_r] = [f_{i*} + (r-1)h_i, f_{i*} + rh_i]$;

$r \in R = \{1, 2, \dots, b\}$ – градации результирующей шкалы;

b – число шкальных градаций в порядковой (балльной) шкале.

При этом каждой оценке $x_i^{(q)}$, $q = \overline{1, n}$, попадающей в класс $X_{i,r}$ разбиения, ставится в соответствие оценка $r_i^{(q)}$ результирующей шкалы по правилу

$$x_i^{(q)} \xrightarrow{\pi_i} r_i^{(q)}, \quad \text{если } x_i^{(q)} \in X_{i,r} = (x_{r-1}, x_r).$$

В случае попадания интервальной оценки объекта на смежные классы ей присваивается связанный ранг, равный среднему арифметическому значению смежных рангов [16]:

$$x_i^{(q)} \xrightarrow{\pi_i} \bar{r}_i^{(q)} = \frac{r + (r + 1)}{2} = r + \frac{1}{2}, \text{ если } x_i^{(q)} \in X_{i,r} \cup X_{i,r+1}.$$

Так, на рис. 2 объекту a_2 будет присвоен связанный ранг $r_i^{(2)} = \frac{2+3}{2} = 2,5$.

Шаг 4. Агрегирование данных в иерархической структуре.

Математическую постановку задачи многокритериального оценивания и выбора объектов по конечным критериям иерархического дерева, отражающего многоуровневую структуру объектов, представим в виде упорядочения

$$a_{q_1} \geq a_{q_1} \geq \dots \geq a_{q_n}$$

объектов $a_q \in A$ по агрегированным (обобщённым) оценкам в виде аддитивной свёртки:

$$r_{\Sigma}^{(q)}(a_q; ID) = \sum_{j_1=1}^{n_0} \sum_{j_2=1}^{n_{j_1}} \dots \sum_{j_n=1}^{n_{j_1 j_2 \dots j_{n-1}}} w_{g_{j_1 \dots j_n}} \cdot r_{j_1 \dots j_n}^{(q)},$$

представим в виде:

$$F_0 \left(F_{j_1} \left(F_{j_1 j_2} \dots \left(F_{j_1 \dots j_{n-1}} \left(f_{j_1 \dots j_n}(A) \right) \right) \right) \right) \rightarrow \max(\min)_{a_{q_1} \geq a_{q_1} \geq \dots \geq a_{q_n}},$$

где $\max(\min)$ – направление упорядочения объектов.

В зависимости от предпочтений ранжирование объектов может быть выполнено по возрастанию или убыванию обобщённых оценок конечным вершинам:

$$(19) \quad r_{\Sigma}^{(q)}: a_{q_1} \geq \dots \geq a_{q_n} \Leftrightarrow \begin{cases} r_{\Sigma}^{(q_1)} \geq \dots \geq r_{\Sigma}^{(q_n)}, \\ r_{\Sigma}^{(q_1)} \leq \dots \leq r_{\Sigma}^{(q_n)}. \end{cases}$$

3. Локальный метод агрегирования оценок объектов по ветвям иерархического дерева критериев

При локальном способе результаты агрегирования оценок объектов по критериям агрегируются постепенно – по кустам дерева критериев с учётом локальных весов критериев, входящих в один куст.

Следует отметить, что хотя локальные методы сложнее в реализации, они более глубоко учитывают имеющуюся информацию и позволяют получить оценки объектов по всем промежуточным критериям дерева в явном виде.

В соответствии с классификацией, локальный метод агрегирования оценок объектов подразделяется на методы агрегирования оценок с весами и без весов важности критериев, в результирующих шкалах количественных и порядковых шкалах, включая ранговые.

Формально алгоритм локального метода с весами и без весов важности критериев сводится к следующим шагам.

Шаг 1. Инициализация. Преобразовать исходные оценки $x_{j_1 j_2 \dots j_n}^{(l)}$ объектов $a_l \in A$ по концевым критериям $f_{j_1 j_2 \dots j_n}$ иерархического дерева критериев ID (1) в соответствии с (6), (7) в множество оценок

$$\tilde{R}_{j_1 j_2 \dots j_n} = \{r_{j_1 j_2 \dots j_n}^{(q)} | a_q \in A\}.$$

Шаг 2. Агрегирование оценок объектов в порядковой шкале в кустах иерархического дерева. На $(k - 1)$ -м уровне иерархического дерева, где $k = n, n - 1, \dots, 1, 0$, в групповой $F_{j_1 \dots j_{k-1}}$ вершине по формуле локального агрегирования находим сумму оценок $r_{j_1 \dots j_k}^{(q)}, j_k = \overline{1, n_{j_1 \dots j_{k-1}}}$:

$$y_{j_1 j_2 \dots j_{k-1}}^{(q)} = \sum_{j_k=1}^{n_{j_1 \dots j_{k-1}}} wl(F_{j_1 \dots j_k}) \cdot r_{j_1 \dots j_k}^{(q)}.$$

Шаг 3. Преобразование в вершине $F_{j_{k-1}} \equiv F_{j_1 j_2 \dots j_{k-1}}$ агрегированных оценок объектов в оценки результирующей b -балльной шкалы. Преобразование задаётся отображением

$$(20) \quad y_{j_1 \dots j_k}^{(q)} \xrightarrow{\pi_{j_{k-1}}} r_{j_1 \dots j_k}^{(q)} \quad \forall r = \overline{1, b},$$

где $\pi_{j_{k-1}}: [y_0 + (r - 1)h_{j_{k-1}}, y_0 + rh] \rightarrow r$, $Y_r = [y_{r-1}, y_r]$;

$$y_0 = \min_{a_q \in A} y_{j_1 j_2 \dots j_{k-1}}^{(q)}; \quad y_b = \max_{a_q \in A} y_{j_1 j_2 \dots j_{k-1}}^{(q)};$$

$$h_{j_{k-1}} = \frac{y_b - y_0}{b}.$$

Шаг 4. Сравнение объектов в результирующей шкале в корневой вершине F_0 иерархического дерева относительно объектов, принятых за эталон. В зависимости от предпочтений ранжирование объектов может быть выполнено по возрастанию

или убыванию обобщённых оценок в корневой вершине F_0 .

Особенностью локального метода агрегирования является получение обобщённых оценок в корневой вершине F_0 дерева (1) в отличие от интегрального, в котором агрегирования происходит по конечным критериям.

В общем случае результаты агрегирования оценок объектов интегральным и локальным методами различны. Однако результаты агрегирования совпадут только в одном случае, который представим в виде утверждения.

Теорема 3. Пусть оценки объектов представлены в единой результирующей шкале отношений по конечным критериям.

Тогда результаты агрегирования (19) оценок интегральным и локальным методами совпадут только в случае, если в локальном алгоритме исключить процедуру преобразования агрегированных оценок объектов в результирующую порядковую шкалу (17).

Доказательство. Доказательство проведём для четырех уровневого иерархического дерева (см. рис. 1).

В качестве исходных данных рассмотрим:

$Wl_1 = \{wl_{j_1} = wl(F_{j_1}) | j_1 = \overline{1, n_0}\}$ – множество локальных коэффициентов групповых критериев первого уровня;

$Wl_2 = \{wl_{j_1 j_2} = wl(F_{j_1 j_2}) | j_2 = \overline{1, n_{j_1}}; j_1 = \overline{1, n_0}\}$ – множество локальных коэффициентов групповых критериев второго уровня;

$Wl_3 = \{wl_{j_1 j_2 j_3} = wl(f_{j_1 j_2 j_3}) | j_3 = \overline{1, n_{j_2}}; j_2 = \overline{1, n_{j_1}}; j_1 = \overline{1, n_0}\}$ – множество локальных коэффициентов конечных критериев третьего уровня;

$Wg_3 = \{wg_{j_1 j_2 j_3} = wg(f_{j_1 j_2 j_3}) | j_3 = \overline{1, n_{j_2}}; j_2 = \overline{1, n_{j_1}}; j_1 = \overline{1, n_0}\}$ – множество глобальных коэффициентов конечных критериев третьего уровня, которые вычисляются по формуле

$$wg(f_{j_1 j_2 j_3}) = wl(F_{j_1}) \cdot wl(F_{j_1 j_2}) \cdot wl(f_{j_1 j_2 j_3}).$$

Для корректного применения аддитивной свёртки оценки объектов по конечным критериям представлены в однородной порядковой шкале в виде множества $\tilde{R} = \{r_{j_1 j_2 j_3}^{(q)} | a_q \in A\}$.

Результат агрегирования интегральным методом можно

представить в виде

$$r_{\Sigma}^{(q)} = \sum_{j_1=1}^{n_0} \sum_{j_2=1}^{n_{j_2}} \sum_{j_3=1}^{n_{j_2}} \text{wg}(f_{j_1 j_2 j_3}) \cdot r_{j_1 j_2 j_3}^{(q)}, a_q \in A.$$

Исключив шаг 3 в локальном методе агрегирования, получим обобщённые оценки в вершинах дерева

$$F_{j_1 j_2}: \sum_{j_3=1}^{n_{j_2}} \text{wl}(f_{j_1 j_2 j_3}) r_{j_1 j_2 j_3}^{(q)} \quad \forall j_2 = \overline{1, n_{j_1}};$$

$$F_{j_1}: \sum_{j_2=1}^{n_{j_1}} \text{wl}(F_{j_1 j_2}) \sum_{j_3=1}^{n_{j_2}} \text{wl}(f_{j_1 j_2 j_3}) \cdot r_{j_1 j_2 j_3}^{(q)} \quad \forall j_1 = \overline{1, n_{j_0}};$$

$$F_0: r_{\Sigma}^{(q)} = \sum_{j_1=1}^{n_0} \text{wl}(F_{j_1}) \sum_{j_2=1}^{n_{j_1}} \text{wl}(F_{j_1 j_2}) \sum_{j_3=1}^{n_{j_2}} \text{wl}(f_{j_1 j_2 j_3}) r_{j_1 j_2 j_3}^{(q)}.$$

Исходя из переместительного свойства сложения, в вершине F_0 получим следующий результат:

$$\begin{aligned} & \sum_{j_1=1}^{n_0} \text{wl}(F_{j_1}) \sum_{j_2=1}^{n_{j_1}} \text{wl}(F_{j_1 j_2}) \sum_{j_3=1}^{n_{j_2}} \text{wl}(f_{j_1 j_2 j_3}) r_{j_1 j_2 j_3}^{(q)} = \\ & = \sum_{j_1=1}^{n_0} \sum_{j_2=1}^{n_{j_2}} \sum_{j_3=1}^{n_{j_2}} \text{wl}(F_{j_1}) \text{wl}(F_{j_1 j_2}) \text{wl}(f_{j_1 j_2 j_3}) \cdot r_{j_1 j_2 j_3}^{(q)} = \\ & = \sum_{j_1=1}^{n_0} \sum_{j_2=1}^{n_{j_2}} \sum_{j_3=1}^{n_{j_2}} \text{wg}(f_{j_1 j_2 j_3}) \cdot r_{j_1 j_2 j_3}^{(q)}, \end{aligned}$$

где $\text{wl}(F_{j_1}) \text{wl}(F_{j_1 j_2}) \text{wl}(f_{j_1 j_2 j_3}) = \text{wg}(f_{j_1 j_2 j_3})$.

Теорема доказана.

3. Задача оценки информационных материалов

Задача оценки информационных материалов (объектов) стоит не только перед разведывательными подразделениям различных стран [17], но и является одной из важнейших задач коммерческих компаний при ведении конкурентной разведки [13].

Рассмотрим пример решения задачи многокритериального оценивания семи информационных материалов, которые представим в виде множества $A = \{a_q | q = 1 \div 7\}$, на модельных данных по пяти критериям:

- f_1 – актуальность информационных материалов;
- f_2 – достоверность информационных материалов;
- f_3 – структурность информационных материалов;
- f_4 – полнота (содержательность) информационных материалов;
- f_5 – наглядность информационных материалов.

Исходные оценки $r_j^{(q)} = f_j(a_q), j = \overline{1,7}$, информационных материалов в 10-балльной шкале измерения представим в табл. 1.

Таблица 1. Оценки объектов в 10-балльной шкале измерения

A	$r_1^{(q)}$	$r_2^{(q)}$	$r_3^{(q)}$	$r_4^{(q)}$	$r_5^{(q)}$
1	2	3	4	5	6
a_1	6	5	9	8	6
a_2	8	6	7	8	8
a_3	10	4	6	10	10
a_4	8	8	8	6	6
a_5	4	7	10	9	8
a_6	8	10	8	9	8
a_7	3	8	6	6	8

3.1. ИЕРАРХИЧЕСКОЕ ДЕРЕВО КРИТЕРИЕВ ОЦЕНКИ

Исходя из формы и ценности информационных материалов структурируем критерии в виде трёхуровневого иерархического дерева способом перечисления «по ветвям» (рис. 3).



Рис. 3. Иерархическое дерево критериев ценности материалов

Для представленного на рисунке дерева приняты следующие обозначения:

F_0 – обобщённый критерий ценности материалов;

F_1 – группа критериев полезности материалов, характеризующих f_{11} – актуальность материалов, f_{12} – достоверность материалов;

F_2 – группа показателей построения формы материалов, характеризующих f_{21} – структурность материалов, f_{22} – полноту (уровень раскрытия темы) материалов, f_{23} – наглядность материалов.

3.2. ЭКСПЕРТНАЯ ОЦЕНКА ВЕСОВ ВАЖНОСТИ КРИТЕРИЕВ

Пусть экспертными методами сформированы следующие количественные локальные веса критериев, а именно:

а) локальные веса групповых критериев:

$$F_0: wl(F_1) = 0,7; wl(F_2) = 0,3;$$

б) локальные веса конечных критериев:

$$F_1: wl(f_{11}) = 0,6; wl(f_{12}) = 0,4;$$

$$F_2: wl(f_{21}) = 0,5; wl(f_{22}) = 0,3. wl(f_{23}) = 0,2.$$

Глобальные веса конечных критериев находим произведением локальных «весов» вершин, лежащих на пути от корневой вершины F_0 к произвольной конечной вершине:

$$wg(f_{11}) = 0,42; wg(f_{12}) = 0,28; wg(f_{13}) = 0,15; wg(f_{21}) = 0,09; wg(f_{22}) = 0,06.$$

Легко убедиться, что сумма глобальных весов равна единице.

3.3. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ИНТЕГРАЛЬНЫМ МЕТОДОМ

Агрегирование данных интегральным методом выполним без и с глобальными весами важности критериев по конечным вершинам дерева по формуле: $y_{\Sigma}^{(q)} = \sum_{j=1}^5 wg(f_j) \times r_j^{(q)}$, где соответствие между нумерацией конечных критериев дерева на рис. 3 имеет вид $f_1 \equiv f_{11}, f_2 \equiv f_{12}, f_3 \equiv f_{13}, f_4 \equiv f_{21}, f_5 \equiv f_{22}$.

Результаты агрегирования интегральным механизмом с учётом глобальных весов конечных критериев представлены в столбце 7 табл. 2, которые затем преобразованы в оценки 10-балльной шкалы (см. столбец. 8).

Таблица 2. Оценки объектов с учётом глобальных весов

A	$r_1^{(q)}$	$r_2^{(q)}$	$r_3^{(q)}$	$r_4^{(q)}$	$r_5^{(q)}$	$y_{\Sigma}^{(q)}$	$r_{\Sigma}^{(q)}$
1	2	3	4	5	6	7	8
a_1	2,52	1,40	1,35	0,72	0,36	6,35	3
a_2	3,36	1,68	1,05	0,72	0,48	7,29	6
a_3	4,20	1,12	0,90	0,90	0,60	7,72	8
a_4	3,36	2,24	1,20	0,54	0,36	7,70	8
a_5	1,68	1,96	1,50	0,81	0,48	6,43	4
a_6	3,36	2,80	1,20	0,81	0,48	8,65	10
a_7	1,26	2,24	0,90	0,54	0,48	5,42	1

С учётом оценок объектов в 10-балльной шкале имеем упорядочение:

$$(20) \quad a_6 > \{a_3 \approx a_4\} > a_2 > a_5 > a_1 > a_7.$$

3.4. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ЛОКАЛЬНЫМ МЕТОДОМ

Агрегирование данных локальным методом выполним с локальными весами важности критериев в соответствии с шагами алгоритма. В таблице 3 представлены результаты агрегирования данных локальным методом с учётом локальных весов критериев.

Таблица 3. Результаты агрегирования локальным методом

A	F_1		F_2		F_0	
	$y_{\Sigma}^{(q)}$	$r_1^{(q)}$	$y_{\Sigma}^{(l)}$	$r_2^{(q)}$	$y_{\Sigma}^{(l)}$	$r_0^{(q)}$
1	2	3	4	5	6	7
a_1	5,60	2	8,1	6	3,20	3
a_2	7,20	6	7,5	5	5,70	6
a_3	7,60	7	8,0	6	6,70	8
a_4	8,00	8	7,0	3	6,50	7
a_5	5,20	1	9,3	10	3,70	4
a_6	8,80	10	8,3	7	9,10	10
a_7	5,00	1	6,4	1	1,00	1

В результате получим следующее упорядочение объектов:

$$(21) \quad a_6 > a_3 > a_4 > a_2 > a_5 > a_1 > a_7.$$

Из данного примера видны преимущества локального механизма упорядочения, так как:

- он более гибко учитывает имеющуюся информацию с учётом оценок по отдельным подструктурам критериев в общей структуре;
- обладает большей различающей способностью и, кроме того, он позволяет получить оценки во всех промежуточных вершинах и проанализировать, из каких составляющих складывается окончательный результат.

Заключение

Алгоритм метода локального агрегирования данных объектов с многоуровневой структурой в порядковых шкалах обладает важным свойством, а именно: адекватностью упорядочений объектов в любой вершине дерева относительно вычисления агрегированных оценок в количественной, порядковой (ранговой) шкале. В частности, данный локальный метод устойчив к наличию ошибок в измерениях исходных оценок объектов, не приводящих к изменению их порядка в процедурах агрегирования. Недостатками его являются: потеря количественной информации при переходе от результатов агрегирования к рангам; отсутствие какой-либо компенсации небольших результатов по одним критериям за счёт очень больших результатов по другим критериям. Достоинствами алгоритма являются наглядность, возможность понимания и контроля промежуточных результатов анализа, бо́льшую объективность вычисленных оценок в корневой обобщённой вершине эффективности дерева.

Литература

1. АНОХИН А.М., ГЛОТОВ В. А., ПАВЕЛЬЕВ В. В., ЧЕРКАШИН А.М. *Методы определения коэффициентов важности критериев* // Автомат. и телемех., 1997. №. 8. С. 3–35.
2. БОРИСОВА В.В., ДЕМКИНА О.В., ШАЛАМОВА Н.Г. *Методические аспекты построения интегрального показателя оценки*

готовности экономики России к цифровизации // Экономика: вчера, сегодня, завтра. 2019. Том 9. № 10А. С. 137-148.

3. БОРМОТОВ А.Н. *Обоснование метода формирования весовых коэффициентов критерия практической оптимальности по результатам математического моделирования композитов // Технические науки. 2016. № 8. С. 14–18.*

4. ВАСИН А.А., КРАСНОЩЕКОВ П.С., МОРОЗОВ В.В. *Исследование операций*. – М.: Академия, 2008. – С. 170.

5. ЗОТЬЕВ Д.Б. *К проблеме определения весовых коэффициентов на основании экспертных оценок // Заводская лаборатория. Диагностика материалов 2011, № 1. Т. 77. С. 75–78.*

6. КОРНЕЕНКО В.П. *Метод косвенных предпочтений формирования весов критериев в задачах с многоуровневой структурой // Онтология проектирования. 2023. Т.13, № 4 (50). С. 580-596.*

7. КОРНЕЕНКО В.П. *Метод локального агрегирования данных объектов с многоуровневой структурой в порядковых шкалах / Труды 14-й Международной конференции "Управление развитием крупномасштабных систем" (MLSD-2021). М.: ИПУ РАН, 2021. С. 485-493 <https://mlsd2021.ipu.ru/proceedings/485-493.pdf>.*

8. КОРНЕЕНКО В.П. *Многокритериальное ранжирование и выбор в ранговых градациях объектов, измеренных в разнотипных шкалах // Прикладная математика и вопросы управления. 2023. № 4. С. 55-59.*

9. КРИВУЛИН Н.К. и др. *О решении многокритериальных задач принятия решений на основе парных сравнений // Компьютерные инструменты в образовании. 2020. № 2. С. 27–58.*

10. ЛОПУХИН М.М. *«ПАТТЕРН» - метод планирования и прогнозирования научных работ*. М.: Советское радио, 1971. – 160 с.

11. ПОЛИЩУК Л.И. *Об обобщенных критериях с коэффициентами важности в задачах векторной оптимизации // Автомат. и телемех. 1982. № 2. С. 55–60.*

12. РАМЕЕВ О.А. *Оценка качества и агрегирование в многоуровневых системах организационного управления*. – М.: ИКСИ, 1998. – 228 с.

13. ЮЩУК Е.Л., ПЕТРЯШОВ Д.В., КУЗИН А.В. и др. *Конкурентная разведка*. – Екатеринбург: Урал. гос. экон. ун-т., 2015. – 210 с.

14. BELTON V., STEWART T.J. *Multiple criteria decision analysis*.

An integrated approach. Boston : Cluwer, 2003. 374 p.

15. KEENEY R.L., RAIFFA H. *Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Trade-Offs*. – New York: Wiley, 1976, 569 p.

16. KENDALL M.G. *Rank correlation methods*. New York: Oxford University, 1990. 260 p.

17. PLATT W. *Strategic Intelligence Production. Basic Principles*. – New York: Frederic A. Praeger, 1957. 302 p.

18. PFANZSAGL J. *Theory of measurement*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1971. 235 p.

19. SAATY T.L. *The Analytic Hierarchy Process*. New York: McGraw-Hill, 1980. 257 p.

METHODS OF LOCAL AND INTEGRAL MULTILEVEL AGGREGATION ESTIMATES OF OBJECTS MEASURED IN DIFFERENT TYPES OF SCALES

Viktor P. Korneenko, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Senior Researcher, Ph.D (vkorn@ipu.ru).

Oleg A. Rameev, MIREA – Russian Technological University, Moscow, Doctor of Science (Eng.), professor (ierp2002@mail.ru).

Abstract: In the tasks of multi-criteria assessment and selection of objects (systems, options, solutions) with a multilevel structure, the initial data characterizing the objects are usually measured in mixed (quantitative, qualitative, expert) scales. In this regard, the application of additive convolution for the end criteria of a hierarchical tree reflecting a multi-level structure of objects, which is correct only for estimates presented or converted to a single homogeneous scale. Traditionally, the solution of such a class of problems is reduced to the formation of global weights of the end criteria of a hierarchical tree by local weights and the use of integral (generalized) aggregation by additive convolution of estimates of objects. The article proposes a method for local aggregation of data of objects with a multilevel structure transformed into a resulting single ordinal scale. This method has an important property, namely, the adequacy of the ordering of objects at any vertex of the hierarchical structure of criteria for calculating aggregated estimates on a quantitative, ordinal (rank) scale. In particular, this local method is resistant to errors in the measurements of the initial estimates of objects, which do not lead to a change in their order in aggregation procedures. The advantages of the algorithm of the method are visibility, the ability to understand and control intermediate results by analysts, and the greater objectivity of the calculated estimates in the root generalized vertex of the effectiveness of the tree. The essence of the method is shown by the example of a multi-criteria evaluation of information materials.

Keywords: hierarchical tree, local and global weights of criteria, local data aggregation, scale transformation.

УДК 519.8

ББК 22.18