

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОВЛИЯНИЯ СКВАЖИН ДЛЯ АНАЛИЗА ЭФФЕКТИВНОСТИ СИСТЕМ ЗАВОДНЕНИЯ НА МАЛЫХ ВЫБОРКАХ ДАННЫХ

**Тырсин А. Н.<sup>1</sup>**

*(Уральский федеральный университет, Екатеринбург;  
ФГБУН Научно-инженерный центр «Надежность и ре-  
сурс больших систем и машин» УрО РАН, Екатеринбург)*

**Кащеев С. Е.<sup>2</sup>**

*(Южно-Уральский государственный университет,  
Челябинск)*

*На завершающей стадии разработки нефтяных месторождений актуальной проблемой является поддержание приемлемых уровней добычи нефти путем оперативного управления заводнением. Сложность усугубляется все более растущим количеством функционирующих в бассейне скважин и изменчивостью процесса их взаимодействия. Это требует новых подходов, учитывающих указанные тенденции в нефтедобыче. Популярным подходом для анализа эффективности систем заводнения нефтяных месторождений в последние годы стало использование прокси-моделей семейства CRM (capacitance-resistive models, емкостно-резистивные модели), представляющие собой математические модели материального баланса. Однако малые размеры выборок данных и большое число функционирующих скважин в системе заводнения ограничивает эффективное практическое применение этого подхода. Цель статьи – повышение оперативности мониторинга систем заводнения за счет снижения размера обучающей выборки данных и расширение масштаба анализируемых систем от нескольких десятков до сотен скважин. Предложены два алгоритма, ориентированных на большие размерности и малые выборки данных. Они апробированы на модельных данных, в которых 60 нагнетательных, 160 добывающих скважин и 17 наблюдений, присутствовали случайные погрешности. Приемистости нагнетательных скважин – это фактические данные с реальной системы заводнения. Данные алгоритмы продемонстрировали приемлемые характеристики как по точности и быстродействию, так и по возможности их применения для прогноза нефтедобычи.*

**Ключевые слова:** модель материального баланса, система заводнения, маска взаимовлияния скважин, энтропия, прогноз, емкостно-резистивная модель.

---

<sup>1</sup> Александр Николаевич Тырсин, д.т.н., профессор (at2001@yandex.ru).

<sup>2</sup> Станислав Евгеньевич Кащеев, аспирант (kashcheevs@susu.ru).

## 1. Введение

В последние годы наблюдается тенденция перехода большинства разрабатываемых нефтяных месторождений на завершающую стадию разработки. Особенностью данной стадии является увеличение воды в добываемой продукции до 60–70% и выше [1]. Это делает актуальной проблему поддержания приемлемых уровней добычи нефти путем оперативного управления заводнением. Оперативная оптимизация систем заводнения становится приоритетной задачей на зрелых, зачастую низкоэффективных, месторождениях. Огромные неопределенности гидродинамических моделей, связанные с отсутствием знаний о строении межскважинного пространства, с проявлением масштабных эффектов при переносе керновых данных на ячейки гидродинамической модели, а также с особенностями численного решения описывающих пластовые процессы дифференциальных уравнений, приводят к необходимости использования более простых математических моделей [2 – 4]. На рис. 1 в качестве иллюстрации схематично приведены разновидности систем заводнения.

Одним из перспективных направлений сопровождения разработки нефтяных месторождений является использование емкостно-резистивных аналитических моделей CRM, представляющих собой аналитическое решение уравнения динамического материального баланса в виде временного ряда [5 – 10]. Модель CRM впервые была описана в 2005 г. в форме дифференциального уравнения, описывающую динамику дебита жидкости [5]. Аббревиатура CRM (Capacitance Resistive Model) отражает известную аналогию между гидродинамическими законами фильтрации в пласте и законами электрического тока [11]. Так, понятие «электрическая емкость» (capacitance) аналогично понятию «запас упругой пластовой энергии», а понятие «электрическое сопротивление» (resistive) аналогично понятию «фильтрационное сопротивление».

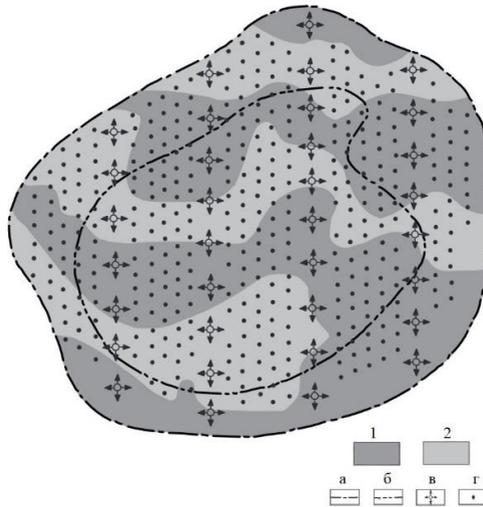


Рис. 1. Разновидности систем заводнения.

Зоны с толщиной и коллекторскими свойствами пласта: 1) высокие, 2) – низкими. Контуры нефтеносности: а) внешний, б) внутренний, в) нагнетательные, г) добывающие

Рассмотрим общий вариант CRM-модели при наличии  $L > 1$  добывающих и  $M > 1$  нагнетательных скважин. Дебит жидкости для каждой добывающей скважины в  $k$ -й момент времени описывается как [12]

$$(1) \quad q_l(k) = q_l(k-1)e^{-1/\tau_l} + (1 - e^{-1/\tau_l}) \sum_{j=1}^M f_{jl} I_j(k) + \varepsilon(k),$$

где  $q_l(k)$ ,  $I_j(k)$  – дебит  $l$ -й добывающей скважины и приемистость  $j$ -й нагнетательной скважины в  $k$ -й период времени соответственно,  $\tau_l > 0$  – постоянная времени (связана с запасом упругой энергии в пласте и определяет скорость распространения возмущений в пласте);  $f_{jl} \geq 0$  – коэффициент взаимовлияния нагнетательной скважины  $I_j$  и добывающей скважины  $P_l$ ,  $k$  – номер периода (например, месяца),  $l = 1, \dots, L$ ,  $j = 1, \dots, M$ ,  $k = 1, \dots, N$ . Слагаемое  $\varepsilon(k)$  в (1) отражает случайные погрешности, которые всегда присутствуют в реальных данных. В (1) сделано допущение о постоянстве забойного давления в нагне-

тательных скважинах. В реальных задачах данным параметром обычно пренебрегают и считают постоянным, так как измерение забойного давления очень трудоемкий процесс.

Популярность CRM-моделей обусловлена главным образом тем, что они не требуют задания свойств межскважинного пространства, которые на практике полностью никогда не известны. Как отмечено в [10, с. 14], параметры  $\tau_i$  и  $f_{ji}$  модели (1) позволяют учесть характеристики системы «пласт – скважины», и на практике вполне достаточны для получения довольно качественного прогноза динамики технологических показателей по CRM-модели.

Сопровождение разработки нефтяных месторождений включает в себя решение задач мониторинга системы заводнения и прогнозирования нефтедобычи. Для этого необходимо по имеющимся данным о приемистости нагнетательных и дебите добывающих скважин определить коэффициенты взаимовлияния и постоянные времени, и затем по найденным параметрам и планируемым значениям приемистости нагнетательных скважин сделать прогноз дебита жидкости добывающих скважин. Наличие большого числа скважин, невыпуклый характер функциональной зависимости и наличие ряда ограничений на допустимую область значений приводит к не единственности решения и трудоемкости его нахождения [10].

В [12] предложен новый подход для CRM-моделирования, основанный на определении маски взаимовлияния, что значительно сокращает число определяемых коэффициентов взаимовлияния. Под маской взаимовлияния понимается множество нагнетательных скважин, влияющих на формирование дебита, и соответствующие значения коэффициентов взаимовлияния  $f_{ji}$ .

Однако при апробации этого подхода выявлены недостатки.

Во-первых, здесь требуется относительно большое количество обучающих данных, порядка 30 наблюдений, для каждой скважины. Такое количество наблюдений не всегда практически реализуемо, поскольку в течение этого периода времени могут измениться параметры модели.

Во-вторых, не решена проблема масштаба реальных систем заводнения, количество скважин на которых может достигать нескольких сотен.

Целью работы является повышение оперативности мониторинга систем заводнения за счет снижения размера обучающей выборки данных и расширение масштаба анализируемых систем от нескольких десятков до сотен скважин.

## **2. Методы исследования**

Одной из проблем оценивания параметров CRM-модели является наличие большого количества добывающих и нагнетательных скважин. На практике их количество может приближаться к сотням и тысячам соответственно. При определении коэффициентов взаимовлияния это приводит к увеличению количества возможных пар взаимовлияния, и как следствие, к вычислительной неустойчивости. Фактически на дебит каждой из добывающих скважин  $P_i$ ,  $i = 1, \dots, L$ , влияют не все нагнетательные скважины, а некоторая часть из них. Рассмотрение только существенных нагнетательных скважин позволит избежать снижения точности оценок коэффициентов взаимовлияния [10]. Множество таких переменных, влияющих на формирование дебита, будем называть маской взаимовлияния.

В рамках CRM-модели (1) будем рассматривать систему заводнения как сетевую структуру, в которой нагнетательные и добывающие скважины стохастически связаны между собой через коэффициенты взаимовлияния. Под сетевой структурой понимается совокупность устойчивых связей между элементами системы, обеспечивающих воспроизводимость при изменяющихся условиях [13]. Сетевая структура помимо элементов системы может содержать подсистемы (подсети), что тоже должно отражаться как взаимосвязи на уровне подсистем [14, 15].

Разобьем задачу оценивания CRM-модели на 3 этапа: 1) формирование предварительной маски взаимовлияния скважин; 2) уточнение маски взаимовлияния и формирование начального приближения для CRM-модели; 3) определение параметров CRM-модели для всей системы заводнения.

## 2.1. ФОРМИРОВАНИЕ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЙ МАСКИ ВЗАИМОВЛИЯНИЯ

Недостаток информации о свойствах пласта и наличие большого количества добывающих и нагнетательных скважин приводит к необходимости использования статистических методов для предварительного определения маски взаимодействия.

Под маской взаимодействия скважин понимается матрица значимых коэффициентов взаимодействия добывающих и нагнетательных скважин. Минимальным набором входных данных для формирования маски являются координаты скважин, значения приемистостей и дебитов. Дополнительной информацией для формирования матрицы может являться информация о строении пластов, системе разработки.

Сократить размерность задачи можно за счет: 1) обнуления коэффициентов взаимодействия  $f_{jl}$  для нагнетательных скважин, расположенных достаточно далеко от добывающей скважины и отсутствует какая-либо объективная информация о влиянии приемистости скважины  $I_j$  на дебит скважины  $P_i$ ; 2) обнуления коэффициентов взаимодействия  $f_{jl}$  для нагнетательных скважин, значения которых оказались ниже заданного порогового уровня, формируемого на основе априорной информации о системе скважин [12]. В результате имеем предварительную маску взаимодействия  $Q = \{(j(l), l)\}$ ,  $l = 1, \dots, L$ ,  $j(l) \in \{1, \dots, M\}$  – множество пар номеров, соответствующих значимых нагнетательным скважинам для каждой из добывающих скважин  $P_l$  с ненулевыми коэффициентами взаимодействия, т.е.  $\forall (j, l) \notin Q f_{jl} = 0$ .

Отметим, что количество значимых нагнетательных скважин для каждой добывающей скважины, формирующих коэффициенты взаимодействия, ограничено числом наблюдений обучающей выборки данных. В частности, для рассматриваемого далее примера из 17 наблюдений для каждой добывающей скважины множество нагнетательных скважин ограничено 15 ближайшими скважинами.

2.2. УТОЧНЕНИЕ МАСКИ ВЗАИМОВЛИЯНИЯ И ФОРМИРОВАНИЕ НАЧАЛЬНОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ ДЛЯ CRM-МОДЕЛИ

Для каждой добывающей скважины оцениваем параметры CRM-модели с помощью минимизации суммы квадратов невязок между фактическими и модельными значениями с физическими ограничениями на параметры модели:

$$(2) \sum_{k=2}^N (q_l(k) - q_l^*(k))^2 \rightarrow \min_{a_l, b_{j(l),l}}, l = 1, \dots, L, j(l) \in \{1, \dots, M\},$$

$$(3) q_l^*(k) = a_l q_l(k-1) + \sum_{j(l)} b_{j(l),l} I_{j(l)}(k), q_l^*(1) = q_l(1),$$

$$(4) b_{j(l),l} \geq 0, 0 < a_l < 1.$$

где  $a_l = e^{-1/\tau_l}$ ,  $b_{jl} = (1 - e^{-1/\tau_l}) f_{jl}$ ,  $\tau_l = -1/\ln a_l$ ,  $f_{jl} = b_{jl} / (1 - a_l)$ .

В результате решения  $L$  задач минимизации (2) – (4) получим вектор параметров  $a_1^*, \dots, a_L^*$  и множество коэффициентов взаимовлияния  $f_{j(l),l}^*$ ,  $l = 1, \dots, L$ ,  $j(l) \in \{1, \dots, M\}$ . Слишком малые значения коэффициентов взаимовлияния, значения которых близки к нулю (например, если  $f_{jl} < 10^{-4}$ ), удаляем из рассмотрения.

Далее для каждой добывающей скважины рассмотрим три подсистемы:

1) добывающая скважина  $P_l$ , дебиты которой формируем как  $P_l(k) = q_l(k) - a_l^* q_l(k-1)$ , где  $a_l^*$  – оценка параметра  $a_l$  в результате решения задачи (2) – (4),

2) совокупность нагнетательных скважин  $\mathbf{I}_l = (I_{1(l),l}, \dots, I_{M(l),l})$ ,

3) совокупность скважин  $\mathbf{I}_l$ , из которой удалена произвольная  $j$ -я скважина  $\mathbf{I}_l^j = \mathbf{I}_l \setminus I_{j,l} = (I_{1(l),l}, \dots, I_{j-1(l),l}, I_{j+1(l),l}, I_{M(l),l})$ .

В качестве индикатора используем энтропийный показатель взаимосвязи [12], выражаемый через определители корреляционных матриц как

$$(5) \delta_{jl} = \frac{G(P_l \cap \tilde{\mathbf{I}}_l) - G(P_l \cap \tilde{\mathbf{I}}_l^j)}{G(P_l \cap \tilde{\mathbf{I}}_l^j)} \cdot 100\%,$$

$$\text{где } G(P_l \cap \mathbf{I}_l) = -\frac{1}{2} \ln \frac{|\mathbf{R}_{P_l \cup \mathbf{I}_l}|}{|\mathbf{R}_{\mathbf{I}_l}|}, \quad G(P_l \cap \mathbf{I}_l^j) = -\frac{1}{2} \ln \frac{|\mathbf{R}_{P_l \cup \mathbf{I}_l^j}|}{|\mathbf{R}_{\mathbf{I}_l^j}|}.$$

Коэффициент  $\delta_{jl}$  характеризует уменьшение в процентах энтропийного показателя взаимосвязи между системой  $\mathbf{I}_l$  и добывающей скважины  $P_l$  при удалении из системы  $\mathbf{I}_l$  произвольной скважины  $\mathbf{I}_j$ . Из маски взаимовлияния исключаем коэффициенты взаимовлияния  $f_{jl}$  нагнетательных скважин, для которых  $\delta_{jl}$  меньше порогового уровня, который задаем на основе априорной информации о системе скважин и требуемой точности оценивания параметров CRM-модели. Далее еще раз для каждой добывающей скважины решаем задачи (2) – (4) с уточненным набором значимых для нее нагнетательных скважин и определяем оценки коэффициентов взаимовлияния  $f_{j(l),l}^0$  и параметров  $a_l^0$ .

Решение  $L$  задач (2) – (4) позволяет избежать процедуры вычисления приведенных преимуществ нагнетательных скважин. Это значительно сокращает требуемый объем выборки для определения параметров системы заводнения, который в [12] зависит от максимального значения постоянной времени  $\tau_l$  добывающих скважин. Например, если  $\max_l \tau_l = 6$ , то вычисление приведенных преимуществ нагнетательных скважин потребует не менее 15 дополнительных наблюдений. В результате минимально допустимый объем выборки данных достигает порядка 30 наблюдений, что не всегда возможно на практике.

### 2.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ CRM-МОДЕЛИ ДЛЯ ВСЕЙ СИСТЕМЫ ЗАВОДНЕНИЯ

Далее определим параметры CRM-модели всей системы заводнения. Рассмотрим два алгоритма: 1) непосредственное решение оптимизационной задачи (алгоритм А); 2) итерационный алгоритм В.

Алгоритм А решает задачу:

$$(6) \quad \sum_{k=2l=1}^N \sum_{l=1}^L (q_l(k) - q_l^*(k))^2 \rightarrow \min_{a_l, f_{j(l),l}} ,$$

$$(7) \quad q_l^*(k) = a_l q_l(k-1) + (1-a_l) \sum_{j(l)} f_{j(l),l} I_{j(l)}(k), \quad l = 1, \dots, L,$$

$$(8) \quad q_l^*(1) = q_l(1), \quad 0 < a_l < 1, \quad l = 1, \dots, L,$$

$$(9) \quad f_{j(l),l} \geq 0, \quad \sum_{l=1}^L f_{j(l),l} \leq 1, \quad l = 1, \dots, L, \quad j(l) \in \{1, \dots, M\}.$$

Алгоритм В включает шаг 0 и циклически повторяет шаги 1 и 2 ( $k = 1, 2, \dots$ ):

*Шаг 0.* Вычисление коэффициентов взаимовлияния  $f_{j(l),l}^{(0)}$  для всей CRM-модели по найденным при решении  $L$  задач (2) – (4) параметрам  $a_1^{(0)}, \dots, a_L^{(0)}$ :

$$(10) \quad \sum_{k=2}^N \sum_{l=1}^L (q_l(k) - q_l^*(k))^2 \rightarrow \min_{f_{j(l),l}},$$

$$(11) \quad q_l^*(k) = a_l^{(0)} q_l(k-1) + (1-a_l^{(0)}) \sum_{j(l)} f_{j(l),l} I_{j(l)}(k), \quad q_l^*(1) = q_l(1),$$

$$(12) \quad f_{j(l),l} \geq 0, \quad \sum_{l=1}^L f_{j(l),l} \leq 1, \quad l = 1, \dots, L, \quad j(l) \in \{1, \dots, M\}.$$

*Шаг 1<sup>(k)</sup>.* Вычисление коэффициентов запаздывания  $a_1^{(k)}, \dots, a_L^{(k)}$  для всей CRM-модели по найденным на предыдущем шаге коэффициентам взаимовлияния  $f_{j(l),l}^{(k-1)}$ :

$$(13) \quad \sum_{k=2}^N \sum_{l=1}^L (q_l(k) - q_l^*(k))^2 \rightarrow \min_{a_l},$$

$$(14) \quad q_l^*(k) = a_l \left( q_l(k-1) - \sum_{j(l)} f_{j(l),j}^{(k-1)} I_{j(l)}(k) \right) + \sum_{j(l)} f_{j(l),j}^{(k-1)} I_{j(l)}(k),$$

$$(15) \quad q_l^*(1) = q_l(1), \quad 0 < a_l < 1, \quad l = 1, \dots, L, \quad j(l) \in \{1, \dots, M\}.$$

*Шаг 2<sup>(k)</sup>.* Вычисление коэффициентов взаимовлияния  $f_{j(l),l}^{(k)}$  для всей CRM-модели по найденным на предыдущем шаге параметрам  $a_1^{(k)}, \dots, a_L^{(k)}$ :

$$(16) \quad \sum_{k=2}^N \sum_{l=1}^L (q_l(k) - q_l^*(k))^2 \rightarrow \min_{f_{j(l),l}},$$

$$(17) \quad q_l^*(k) = a_l^{(k)} q_l(k-1) + (1-a_l^{(k)}) \sum_{j(l)} f_{j(l),l} I_{j(l)}(k), \quad q_l^*(1) = q_l(1),$$

$$(18) \quad f_{j(l),l} \geq 0, \quad \sum_{l=1}^L f_{j(l),l} \leq 1, \quad l = 1, \dots, L, \quad j(l) \in \{1, \dots, M\}.$$

Цикл останавливается, если уменьшение целевой функции станет незначительным.

Алгоритмы для решения оптимизационных задач (2) – (4), (6) – (18) реализованы на языке Python с использованием глобально сходящегося метода скользящих асимптот (Method of moving asymptotes, MMA) для локальной оптимизации на основе градиента из библиотеки нелинейной оптимизации NLOpt [16]. MMA впервые был описан в [17]. Он относится к семейству консервативных выпуклых сепарабельных аппроксимаций CCSA, и зарекомендовал себя в области структурной оптимизации, где вычисления функций и градиентов занимают много времени и обладает глобальной сходимостью и высоким быстродействием [16]. Суть метода состоит в том, что в каждой текущей точке генерируется локальная аппроксимация с помощью градиента функции, условий ограничения и квадратичного штрафного слагаемого, чтобы сделать аппроксимацию консервативной.

Для малых выборок данных при большой размерности задачи использованный в [12] алгоритм ISRES (Improved Stochastic Ranking Evolution Strategy) из библиотеки NLOpt [18, 19] не показал одинаково устойчивой работы, поэтому вместо него был использован метод скользящих асимптот. ISRES является эволюционным алгоритмом, основанным на комбинации правила мутации (с логарифмически нормальным обновлением размера шага и экспоненциальным сглаживанием) и дифференциальной вариации (правило обновления, подобное правилу Нелдера-Мида). В оптимизационных задачах (2) – (4), (6) – (18) отсутствуют нелинейные ограничения, поэтому ранжирование пригодности осуществляется только с помощью целевой функции. ISRES использует большое количество случайно сгенерированных наборов параметров, что уменьшает скорость сходимости алгоритма.

Для оценки точности CRM-моделирования вычислялись среднеквадратические отклонения (с.к.о.) ошибок коэффициентов взаимовлияния, ошибок запаздывания и средняя абсолютная ошибка прогноза.

### 3. Численные эксперименты

Рассмотрим пример модели реальной системы заводнения нефтяного месторождения. Система состоит из  $M = 60$  нагнетательных скважин и  $L = 160$  добывающих скважин. Приемистости нагнетательных скважин – это фактические данные с реальной системы заводнения, для каждой скважины  $I_j, j = 1, \dots, M$ , имеется по  $N = 17$  наблюдений, зафиксированных через равные интервалы времени. Матрица коэффициентов взаимовлияния  $f_{jl}$  формировалась случайным образом с учетом нормировки ( $f_{jl} \geq 0, \sum_{j=1}^M f_{ji} \leq 1$ ), для каждой добывающей скважины число ненулевых коэффициентов взаимовлияния варьировалось от 1 до 7, всего их оказалось 554. Постоянные времени  $\tau_l$  формировались случайным образом в диапазоне от 1 до 6. Дебиты добывающих скважин  $P_l$  формировались по формуле (1).

Для проверки устойчивости алгоритмов А и В к случайным погрешностям сформировано несколько наборов данных дебитов с различными с.к.о. случайной погрешности  $\varepsilon(k)$ : ( $\sigma_\varepsilon = 0; 0,1; 0,2; 0,3$ ). Алгоритмы оценивались по таким параметрам как скорость сходимости алгоритма (время вычислений), значение целевой функции, с.к.о. ошибок оценок коэффициентов взаимовлияния и параметров запаздывания. С.к.о. ошибок коэффициентов взаимовлияния вычислялось как

$$(19) \text{RMSE}_f = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^M \sum_{l=1}^L (f_{jl} - \hat{f}_{jl})^2}{L \cdot M}}, \quad l = 1, \dots, L, j = 1, \dots, M,$$

где  $f_{jl}$  и  $\hat{f}_{jl}$  – фактические и прогнозные значения коэффициентов взаимовлияния.

После формирования предварительной маски по формулам (2) – (4) для каждой добывающей скважины уточнялось множество нагнетательных скважин с использованием энтропийного показателя (5). Пороговый уровень для  $\delta_{jl}$  зададим равным 2,5%. Показатель (5) при введении случайных погрешностей  $\varepsilon(k)$  допустил порядка 30÷35 ошибок 1-го рода (значимый коэффициент взаимовлияния скважин идентифицирован как не значи-

мый). Ошибок 2-го рода нет. Ошибки 1-го рода возникали в ситуациях, когда фактические коэффициенты взаимовлияния были очень малы (не более 0,02), т.е. они объясняются наличием сопоставимых случайных погрешностей.

Дополнительно реализован алгоритм А без использования маски взаимовлияния, т.е. минимизация выполнялась по всей матрице коэффициентов взаимовлияния. Соответственно, в задаче минимизации использовалось 9760 параметров: 160 коэффициентов запаздывания и 9600 коэффициентов взаимовлияния. В табл. 1 приведено сравнение реализованных алгоритмов.

Таблица 1. Результаты работы алгоритмов

Показатели эффективности	$\sigma_{\varepsilon}$	Алгоритм А, ММА	Алгоритм А без маски взаимовлияния, ММА	Алгоритм В, ММА	Алгоритм А, ISRES
Скорость сходимости, сек	0	33,4	97,9	56,5	369,3
	0,1	48,1	140,7	82,6	877,0
	0,2	57,4	281,0	76,1	875,3
	0,3	59,5	198,9	86,8	844,9
Значение целевой функции	0	0,0	12462,5	0,0	0,0
	0,1	48,0	11674,0	31,4	241,1
	0,2	116,6	10835,9	109,3	1476,5
	0,3	293,5	13361,7	257,3	3296,6
С.к.о. $f_{ji}$	0	0,000	0,025	0,000	0,000
	0,1	0,002	0,025	0,002	0,002
	0,2	0,005	0,025	0,005	0,004
	0,3	0,006	0,025	0,006	0,005
САО прогноза, м <sup>3</sup>	0	1,34	6,12	1,34	1,34
	0,1	1,36	6,17	1,34	1,51
	0,2	1,47	6,25	1,46	2,04
	0,3	1,65	5,99	1,63	2,59
САО прогноза, %	0	3,45	15,76	3,45	3,45
	0,1	3,50	15,89	3,45	3,89
	0,2	3,78	16,09	3,76	5,25
	0,3	4,25	15,42	4,20	6,67

Алгоритм А без использования маски взаимовлияния с ростом с.к.о. случайной погрешности показал значительное ухудшение качества моделирования, и уступает остальным по всем показателям.

Алгоритмы А и В показали похожие результаты и продемонстрировали устойчивость к случайным погрешностям. Алгоритм А в  $1,3 \div 1,7$  раза работает быстрее, но проигрывает алгоритму В по точности оценивания (величине минимума целевой функции) в  $1,1 \div 1,5$  раза. Однако расхождения могут быть вызваны малой выборкой – всего рассматривалось по три реализации случайных погрешностей.

Для оценки качества прогнозирования сформированы дополнительно  $NP = 17$  наблюдений. Средняя абсолютная ошибка прогноза равна

$$(20) D = \frac{1}{L \cdot (NP - N)} \sum_{k=N+1}^{N+NP} \sum_{l=1}^L |q_l(k) - \hat{q}_l(k)|,$$

где  $\hat{q}_l(k)$  – прогнозируемое значение дебита для скважины  $P_l$  в  $k$ -й период времени,  $q_l(k)$  – фактическое значение дебита для скважины  $P_l$  в  $k$ -й период времени.

На рис. 2 в качестве иллюстрации показан пример фактических и прогнозных значений дебита по двум скважинам  $P_5$  и  $P_{133}$ .

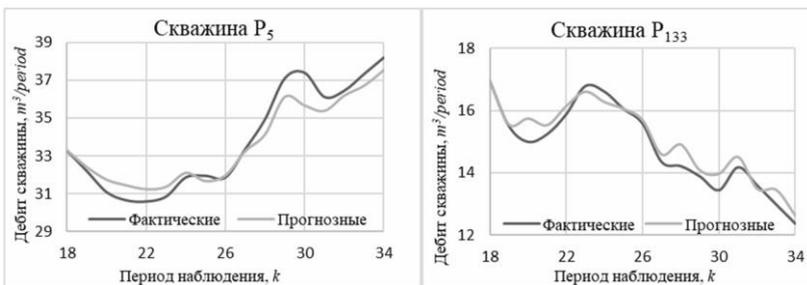


Рис. 2. Фактические и прогнозные значения дебита по скважинам  $P_5$  и  $P_{133}$

Для реализованных алгоритмов  $D$  составила  $1,34 \text{ м}^3$ , или  $3,45\%$  от среднего фактического дебита по всем скважинам в

периоде прогноза. Без использования маски ошибка прогноза составила  $6,61 \text{ м}^3$ , или  $17,02\%$  от среднего фактического дебита по всем скважинам в периоде прогноза. Таким образом, алгоритмы с использованием маски взаимовлияния предпочтительнее для задач мониторинга и прогнозирования уровня нефтедобычи.

#### **4. Заключение**

Показано преимущество использования маски взаимовлияния для оценки CRM-модели. Описан способ предварительной оценки маски с использованием энтропийного показателя взаимосвязи. Данный способ позволяет уточнить для каждой добывающей множество влияющих нагнетательных скважин.

Определение маски взаимовлияния значительно снижает размерности задач оптимизации и повышает точность CRM-моделирования. Так, в рассмотренном примере количество параметров минимизации было уменьшено в 14 раз (с 9760 до 712), что значительно уменьшило время сходимости алгоритма и увеличило точность оценивания параметров CRM-модели.

Двукратное уменьшение обучающей выборки по сравнению с известным решением достигнуто за счет формирования предварительной маски взаимовлияния и начального приближения для CRM-модели путем отдельного рассмотрения всех добывающих скважин. Малый размер обучающей выборки соответствует реальным условиям эксплуатации систем заводнения.

Алгоритмы показали устойчивость к случайным погрешностям и достаточно точные результаты прогноза. Рассмотренные размерности соответствуют реальным системам заводнения. Полученные алгоритмы после успешной апробации на реальных данных представляется возможным использовать для мониторинга реальных систем заводнения и прогнозирования нефтедобычи.

## Литература

1. ЮШКОВ И.Р., ХИЖНЯК Г.П., ИЛЮШИН П.Ю. *Разработка и эксплуатация нефтяных и газовых месторождений*. – Пермь: ПНИПУ, 2013. – 177 с.
2. АЗИЗ Х., СЕТТАРИ Э. Математическое моделирование пластовых систем: пер. с англ. – М.: Недра, 1982. – 408 с.
3. ПОСПЕЛОВА Т.А., СТЕПАНОВ С.В., СТРЕКАЛОВ А.В., СОКОЛОВ С.В. *Математическое моделирование для принятия решений по разработке месторождений*. – М.: Недра, 2021. – 427 с.
4. СТЕПАНОВ С.В., ТЫРСИН А.Н., РУЧКИН А.А., ПОСПЕЛОВА Т.А. Использование энтропийного моделирования для анализа эффективности системы заводнения // Нефтяное хозяйство. – 2020. – № 6. – С. 62–67.
5. YOUSEF A.A., GENTIL P.H., JENSEN J.L., LAKE L.W. *A Capacitance Model to Infer Interwell Connectivity from Production and Injection Rate Fluctuations* // SPE Annual Technical Conference and Exhibition, 9-12 October 2005, Dallas, Texas.
6. KIM J.S., LAKE L., EDGAR T.F. *Integrated Capacitance-Resistance Model for Characterizing Waterflooded Reservoirs* // Proceedings of the 2012 IFAC Workshop on Automatic Control in Offshore Oil and Gas Production, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway, May 31 – June 1. – 2012. – P. 19–24.
7. ХАТМУЛЛИН И.Ф., ЦАНДА А.П., АНДРИАНОВА А.М., БУДЕННЫЙ С.А., МАРГАРИТ А.С., ЛУШПЕЕВ В.А., СИМОНОВ М.В., ПЕРЕЦ Д.С. *Полуаналитические модели расчета интерференции скважин на базе класса моделей CRM* // Нефтяное хозяйство. – 2018. – № 12. – С. 38–41.
8. ДАНЬКО М.Ю., БРИЛЛИАНТ Л.С., ЗАВЬЯЛОВ А.С. *Применение метода динамического материального баланса и CRM-метода к подсчету запасов ачимовских и баженовских коллекторов* // Недропользование XXI век. – 2019. – № 4(80). – С. 76–85.

9. АФАНАСКИН И.В., КРЫГАНОВ П.В., ГЛУШАКОВ А.А., ЯЛОВ П.В. *Использование CRM-моделей интерференции скважин для оценки фильтрационно-емкостных свойств пласта по данным разработки* // Успехи кибернетики. – 2020. – №1(1). – С.17–27.
10. СТЕПАНОВ С.В., БЕКМАН А.Д., РУЧКИН А.А., ПОСПЕЛОВА Т.А. Сопровождение разработки нефтяных месторождений с использованием моделей CRM. – Тюмень: ИПЦ «Экспресс», 2021. – 300 с.
11. HOLANDA R.W., GILDIN E., JENSEN J.L., LAKE L.W., KABIR C.S. *A State-of-the-Art Literature Review on Capacitance Resistance Models for Reservoir Characterization and Performance Forecasting* // Energies. – 2018. – Vol. 11. – 3368. – 45 p.
12. ТЫРСИН А.Н., СТЕПАНОВ С.В., РУЧКИН А.А., БЕКМАН А.Д. *Повышение достоверности моделирования взаимовлияния скважин для анализа эффективности системы заводнения* // Математическое моделирование. – 2023. – Т. 35. – № 6. – С. 63–80.
13. PULLAN W. *Structure*. – Cambridge: Cambridge University Press, 2000.
14. НОВИКОВ Д.А. Сетевые структуры и организационные системы. – М.: ИПУ РАН, 2003. – 102 с.
15. LINDENLAUB I., PRUMMER A. *Network Structure and Performance Get access Arrow* // The Economic Journal. – 2021. – Vol. 131 – No. 634. – PP. 851–898.
16. JOHNSON S.G. *The NLopt nonlinear-optimization package* [Электронный ресурс]. – Режим доступа: URL: <http://github.com/stevengj/nlopt>.
17. SVANBERG K. *The Method of Moving Asymptotes – a New Method for Structural Optimization* // International Journal for Numerical Methods in Engineering. – 1987. Vol. 24. – No. 2. – PP. 359–373.
18. *Библиотека алгоритмов NLopt для нелинейной оптимизации*. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: URL: [https://nlopt.readthedocs.io/en/latest/NLopt\\_Algorithms](https://nlopt.readthedocs.io/en/latest/NLopt_Algorithms).

19. RUNARSSON T.P., XIN YAO. *Search Biases in Constrained Evolutionary Optimization* // IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics – Part C: Applications and Reviews. 2005. – Vol. 35. – No. 2. – PP. 233–243.

## **WELL INTERACTION MODELING TO ANALYZE FLOODING SYSTEMS EFFICIENCY ON SMALL DATA SAMPLES**

**Alexander Tyrsin**, Ural Federal University Science and Engineering Center “Reliability and Resource of Large Systems and Machines”, Ural Branch of RAS, Yekaterinburg, Doctor of Science, professor (at2001@yandex.ru).

**Stanislav Kashcheev**, South-Ural State University, Chelyabinsk (kashcheevs@susu.ru).

*Abstract: At the final stage of oil field development, an urgent problem is to maintain acceptable levels of oil production through operational flooding management. The complexity is compounded by the increasing number of wells operating in the basin and the variability of the process of their interaction. This requires new approaches that consider these trends in oil production. A popular approach for analyzing the effectiveness of oilfield flooding systems in recent years has been the use of proxy models of the CRM family (capacitance-resistive models), which are mathematical models of material balance. However, the small size of the data samples and the large number of functioning wells in the flooding system limits the effective practical application of this approach. The purpose of the article is to increase the efficiency of monitoring water flooding systems by reducing the size of the training data sample and expanding the scale of the analyzed systems from several tens to hundreds of wells. Two algorithms focused on large dimensions and small data samples are proposed. They were tested on model data in which there were 60 injection and 160 production wells, and 17 observations and random errors were present. The injectivity of injection wells is actual data from a real water flooding system. These algorithms have demonstrated acceptable characteristics both in terms of accuracy and speed, and if possible, their application for forecasting.*

**Keywords:** material balance model, flooding system, well interference mask, entropy, forecast, capacitance resistive model.

УДК 622.276.43: 519.237: 519.8  
ББК 33.36 + 22.172 + 22.19

Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии ...заполняется редактором...

Поступила в редакцию ...заполняется редактором...

Опубликована ...заполняется редактором...