УДК 62.50
ББК 32.817

СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ С ИДЕНТИФИКАТОРОМ

Бунич А.Л.[1]

(Учреждение Российской академии наук Институт проблем управления РАН, Москва)

Представлен обзор работ по адаптивным системам управления с идентификатором (АСИ) дискретными объектами с параметрической и непараметрической неопределенностью на основе метода прогнозирующей модели. Основное внимание уделено связи между спектральными характеристиками внешних возмущений и предельно достижимым качеством управления и быстродействию идентификатора. Выделен класс стационарных возмущений с априорно известной локализацией спектра, в котором разрешима задача синтеза систем предписанной точности регулирования по критерию дисперсии установившейся реакции и исследуется чувствительность системы управления к вариациям спектрального состава возмущений.

Ключевые слова: идентификатор, рекуррентное оценивание, прогнозирующая модель, сингулярные возмущения.

1. Предпосылки идентификационного подхода к задаче синтеза регулятора

> «Разница между типами систем в значительной мере определяется уровнем накапливаемой информации и отсюда наличием более или менее развитой иерархии частей управляющего устройства» [1, с.581].

---

[1] *Александр Львович Бунич, доктор технических наук, профессор, ведущий научный сотрудник (bunich1946@hotmail.com).*

Под объектом управления понимается модель наблюдений (в эконометрике – механизм порождения данных, data generating process [2]) со структурированной неопределенностью из заданного класса $\Xi = \Xi_1 \times \Xi_2$, индексированного абстрактным параметром ϑ, где Ξ_1 – неопределенность собственно объекта, а Ξ_2 - неопределенность возмущения. Выделим особо случай $\Xi = \{\vartheta\}$ «полностью определенного объекта», для которого задача синтеза регулятора решается методами классической теории управления.

Регулятор (обратная связь) представляет неупреждающую зависимость изменяемых переменных (управлений) от наблюдений, а объект с присоединенным к нему регулятором называется системой управления. Цель синтеза регулятора определяется подлежащим минимизации функционалом стоимости управления в заданном классе допустимых обратных связей $\mathfrak{R}$. Нижняя грань стоимости управления по классу $\mathfrak{R}$ называется ценой управления. Синтез оптимального (субоптимального) регулятора состоит в построении системы, для которой стоимость управления совпадает с ценой (превосходит цену на не более чем заданный порог) для любого объекта из Ξ..

Управление неопределенным объектом включает снижение неопределенности его начального описания в процессе обработки результатов наблюдений. Снижение неопределенности реализуется настраиваемой (подобранной, fitted) моделью, а точность настройки (подгонки под наблюдения [3], [4]) характеризуют функционалом невязки выходных переменных объекта и настраиваемой модели.

Возможны различные способы описания и снижения неопределенности объекта. Для снижения неопределенности объектов с детерминированной неопределенностью используют средства интервального анализа [5], гарантированного оценивания, основанного на методе описанных эллипсоидов [6]. В рамках статистического описания неопределенности принципиальное значение имеет тот факт, что функционалы от эмпирического распределения с увеличением объема выборки наблюдений сближаются с соответствующими «теоретическими» значениями, что позволяет состоятельно оценивать характеристики объекта методом подстановки и его модификациями [7].

Пусть $\{x_t\}_{t=1}^{T}$ – выборка объема T независимых однородных наблюдений из генеральной совокупности с неизвестным распределением P, а неопределенный параметр объекта ϑ задан как функционал от распределения: $\vartheta = G(P)$. Метод подстановки рекомендует в качестве оценки параметра выбрать статистику $\vartheta_T = G(P_T)$, где P_T - эмпирическое распределение. Если функционал $G(P)$ определен на гладких распределениях, то вместо P_T используют подстановку сглаженного эмпирического распределения. К оценкам подстановки относятся. например, ОМП (оценки максимального правдоподобия) [8, с.51], M - оценки Хубера [9], оценки методом моментов К.Пирсона. Идею подстановки использует и метод идентификации, основанный на построении настраиваемой прогнозирующей модели объекта. Параметр ϑ определен (в неявной форме) условием минимума функционала невязки выходов объекта и модели, а выборочная оценка параметра определяется минимизацией эмпирического функционала (полученного заменой в функционале невязки ансамблевого усреднения выборочным средним). Алгоритм вычисления оценок в реальном времени (алгоритм идентификатора) определяется процедурой стохастической аппроксимации, градиентной или псевдоградиентной относительно эмпирического функционала, [10], [11]. Настройку модели интерпретируют как идентификацию (буквально отождествление при $T \to \infty$ от лат. identifico – отождествлять) настраиваемой модели с точной, параметр которой совпадает с параметром объекта. Идентификация относится к обратным задачам динамики - восстановления неизвестных характеристик объекта по наблюдениям. Теоретические результаты идентификации подкреплены программным обеспечением в рамках системы MATLAB (пакет System Identification Toolbox) на основе известных методов идентификации, в частности, разработанных Л.Льюнгом [12], [13].

Метод подстановки подсказывает иерархическую структуру адаптивной системы управления с идентификатором (АСИ), адекватно отражающую разделение темпов процессов в системе на быстрые (координатные) и медленные (параметрические) возмущения (рис.1) [14], [15].. АСИ включает настраиваемый регулятор, структура которого определена на этапе синтеза основного контура, и (поисковый или беспоисковый) идентификатор, управляющий настройками регулятора.

Предположим, что задача синтеза основного контура решена и управления u при известном параметре ϑ формируются по закону $u_0 = U_0(y_0, \vartheta), u_t = U_t(u^{t-1}, y^t, \vartheta), t = 1,2,...$ с известными функциями прошлых наблюдений (управлений u и измеряемых выходов объекта y) $U_t(*)$. Для формирования управлений неопределенным объектом произведем подстановку $\vartheta_t = \vartheta_t(u^{t-1}, y^{t-1}) \to \vartheta,$ где оценки параметра ϑ_t на соответствующих тактах определяются идентификатором, и построим реализуемую стратегию управления $u_0 = U_0(y_0, \vartheta_0), u_t = U_t(u^{t-1}, y^t, \vartheta_t), t = 1,2,...$ Естественно предположить, что при состоятельном оценивании параметра неопределенность начального описания объекта несущественна в смысле предельного по $T \to \infty$ функционала стоимости управления

$$I_U^\infty = \limsup_{T\to\infty} T^{-1} \sum_{t=1}^{T} I_U^t \to \inf_{U\in\Re}, \; I_U^t = E_U q_t(y_t, u_t, v_t, \vartheta)$$

с функциями потерь $q_t(*), t = 1,2,...,$ E_U - математическое ожидание по стратегической мере, которая соответствует случайному управляемому процессу, порожденному стратегий $U \in \Re.$ Кроме того, идентификатор в качестве датчика параметрических возмущений может использоваться не только при проектировании АСИ, но также и при решении важных задач обслуживания систем управления, например, для прогнозирования медленных отказов, а также в исследовательских целях.

Впервые промышленная система с идентификатором в цепи обратной связи, используемым для настройки компенсатора, была внедрена в системе управления точностью прокатки труб [16].

Очевидно, изложенная схема синтеза регулятора может быть обоснована лишь в рамках асимптотической постановки задачи («решение неасимптотических задач оценивания, хотя и весьма важное само по себе, как правило, не может являться объектом достаточно общей математической теории», [8, с.7]). Действительно, заморозим идентификатор на некотором фиксированном такте $t = T >> 0 : \vartheta_t = \vartheta_T$ при $t > T$. Устойчивость замкнутой системы представляет статистическую гипотезу по ограниченной выборке наблюдений, которая не может быть достоверной с вероятностью единица. Таким образом, построенная система управления имеет ограниченную надежность, не обеспечивая достижения даже наиболее слабой (стабилизационной) цели синтеза.

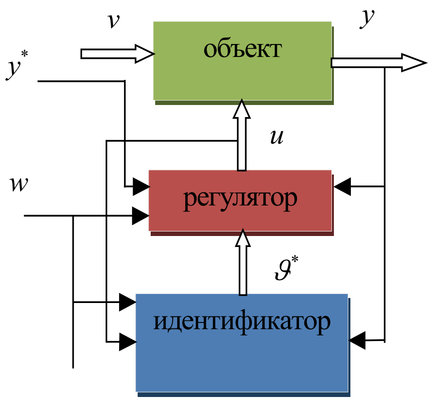

Рис.1. Структурная схема АСИ

К аналогичному выводу можно придти и при использовании байесовского подхода в предположении, что случайный параметр ϑ имеет известную априорную плотность распределения. Переход от априорной к апостериорным плотностям распределения (относительно прошлых наблюдений при фиксированной регулярной стратегии управления U) по правилу Байеса

$$p_U(\vartheta / y^t) = p_U(\vartheta / y^{t-1}) p(y_t / \vartheta, y^{t-1}) / p(y_t / y^{t-1}),$$

локализацию и темп локализации этих плотностей в окрестности «истинного» значения параметра зависит (для систем с активным накоплением информации) от выбора стратегии и интерпретируется как «изучение» объекта [1]. Более формально, неопределенный объект с состоянием x рассматривается как полностью определенный с расширенным состоянием $X = (x, \vartheta)$, параметр – как ненаблюдаемая компонента состояния X, а задача синтеза – как задача стохастического оптимального управления полностью определенным объектом по неполным данным. Отметим, что при конечном горизонте управления оценки чувствительны к априорной плотности распределения и зависимость ослабевает лишь при $T \to \infty$ («принцип асимптотической инвариантности байесовских оценок» по отношению к априорной плотности, [8, с.35]). Таким образом, в реальных задачах (когда заданное по легенде априорное распределение неизвестно) «априорная трудность» преодолевается введением большого параметра T. Отметим, что вопрос о состоятельности оценок параметра объекта в замкнутом контуре требует специального рассмотрения (мартингал Леви $E(\vartheta \mid y^t)$ сходится п.н. при $t \to \infty$, однако сходимость к ϑ определяется условными моментами второго порядка и зависит от выбора стратегии управления).

Вынужденный переход к асимптотике уязвим для критических замечаний. Прежде всего, на больших временных интервалах предположение о стационарности объекта неадекватно реальной ситуации (износ инструмента, старение катализатора – типичные примеры медленных параметрических возмущений с неизвестной динамикой). Во - вторых, предельно – оптимальные стратегии существенно различаются по скорости переходных процессов (скорости сходимости временных средних к пределу

I_U^∞) и практически важный вопрос об оптимизации стратегий по качеству переходного процесса требует специального рассмотрения. В третьих, остаются открытыми вопросы оптимального синтеза основного контура и алгоритма идентификатора (идентификация объекта в замкнутом контуре, когда оценки параметра используются при формировании управлений, специфична, не сводится к известным из статистики процедурам состоятельного оценивания и может потребовать принятия специальных мер по обогащению спектра процесса управления). Наконец, для проектирования АСИ необходимо рассмотреть важные вопросы эффективной вычислительной реализации стратегии управления в системах реального времени.

Малая вариативность управлений и требование устойчивости замкнутой системы стимулировали прогресс в рекуррентном оценивании [17], [18], [10], [19] - [25]. В [26] тестовый сигнал в самоорганизующемся регуляторе поискового типа (СОРЭ) - циклическое задание элементов ковариационной матрицы фильтра Калмана – Бьюси. Из-за трудностей реализации активных стратегий [27] и оценки потерь на поиск [28] вопрос о выборе активной или пассивной идентификации не имеет универсального ответа.

Необходимо отметить, что для достаточно широких классов объектов эффективное управление возможно и без снижения неопределенности [29], на основе «функциональной идентификации» [30], [31] когда идентифицируется объект из того же или близкого класса адаптивности, на основе общего решения адаптивной минимаксной задачи в терминах систем совместимых моделей [32], посредством прямого подхода (более простого в реализации, особенно для систем с малой размерностью вектора настраиваемых параметров регулятора). Наконец, условия состоятельного оценивания в АСИ могут быть избыточны по отношению к построению предельно – оптимальной стратегии, например, при использовании в идентификаторе МНК в случае предельного вырождения информационной матрицы [33], [34].

Для иллюстрации трудностей проектирования систем управления объектами со стохастической неопределенностью рассмотрим задачу компенсации постоянного возмущения. Скалярный объект описывается уравнением $y_t = \vartheta + u_t + v_t$ с дискретным временем $t = 1,2,...,$ центрированной стационарной помехой v, управлением u, неизвестным параметром ϑ и стабилизируемым на нулевом уровне измеряемым выходом y. Цель управления (ЦУ) – асимптотическая по времени стабилизация. – реализуется регулятором $u_t = -\vartheta_{t-1}(y_1^{t-1}), t > 1, u_1 = 0,$ где $\vartheta_{t-1}(y_1^{t-1})$ - состоятельная оценка параметра сдвига по измерениям $\{y_1^{t-1}\}$. Таким образом, каждой состоятельной оценке параметра соответствует некоторая стратегия управления и естественно классифицировать оценки по скорости затухания переходного процесса в идентификаторе, измеряемой, например, асимптотикой с.к. ошибки стабилизации $\sigma_t^2(\vartheta) = E(\vartheta - \vartheta_t)^2$. Такой выбор критерия качества естественен для класса асимптотически нормальных оценок $(\sqrt{t}\,(\vartheta - \vartheta_t) \sim N(0, D(\vartheta)))$ с дисперсией предельного распределения нормированной ошибки $D(\vartheta)$. Точная нижняя граница (граница Рао - Крамера) дисперсии $D(\vartheta)$ достигается, например. для оценок ММП (метод максимального правдоподобия), а оценки, для которых достигается эта граница называются асимптотически эффективными по Фишеру. Таким образом, при некоторых предположениях регулярности наилучшими являются асимптотически эффективные оценки, чем и обосновывается ММП. В этом и состояла (применительно к рассматриваемой и более общим задачам статистического оценивания) намеченная Фишером программа построения оптимальных оценок.

Однако, во-первых, программа Фишера охватывает лишь регулярные задачи (с конечной информацией Фишера $I(\vartheta)$), в то время как требование регулярности не является необходимым для состоятельного оценивания.. В нерегулярных задачах, как правило, не выполняется условие асимптотической нормальности нормированной соответствующим образом ошибки $\sigma_t^2(\vartheta)$ скорости сходимости при $t \to \infty$ может быть выше, чем в регулярном случае (пример: ММП для помехи с равномерным распределением). Во-вторых, и в регулярных задачах для некоторых значений параметра $D(\vartheta)$ меньше нижней границы $I^{-1}(\vartheta)$ (впервые пример такой суперэффективной оценки построил Ходжес) и оценок с минимальной дисперсией не существует [8]. В третьих, более адекватна приложениям задача оценивания, в которой распределение помехи известно с точностью до некоторого класса, т.е. оценки параметра должны быть «адаптивными» [35] по отношению к неопределенности помехи. Наконец, представляют интерес именно рекуррентные аналоги алгоритмов оценивания, позволяющие использовать идентификатор в системах реального времени.

Перечисленные затруднения (даже в узких рамках асимптотического подхода) дают некоторое представление о масштабе проблемы проектирования АСИ с учетом существенно более сложных (по сравнению с рассмотренным тривиальным примером) условий реальных задач синтеза, в которых стабилизируемая переменная необязательно наблюдаема, объект многомерный динамический, а вопрос об оптимальном синтезе основного контура требует специального рассмотрения.

Ограничимся лишь довольно кратким перечнем результатов математической статистики, используемых при построении АСИ.

2. Статистическое оценивание (основные вехи)

Современная постановка задачи оценивания и общее условие состоятельности оценок ММП (метод максимального правдоподобия) принадлежат *Вальду* (1939, 1943, 1949), а состоятельность байесовских оценок установлена *Ле Камом* (1953).

Видимо, первый пример ММП привел *Даниил Бернулли* (1777): оценивание параметра сдвига В – распределения. В частных случаях ММП применялся *Гауссом*. Ему принадлежит и рекуррентная версия МНК (1821).

Метод моментов предложил *К.Пирсон* (1894).

Общий ММП с исследованием асимптотики дал *Р.Фишер*: (1912,1925), обоснованием ММП занимались *Дуб*, *Вольд*, *Вольфовиц*, *Крамер* (30 – 40 г).

Минимаксные оценки введены *Борелем* (1921) и *Дж.Нейманом* (1928).

Неравенство информации получено (независимо) *Р.Фишером* (1925), *Фреше* (1943), *Рао* (1945), *Крамером* (1946).

Нерегулярные задачи оценивания: *Даниил Бернулли* (1777), *Ибрагимов* и *Хасьминский* (1972), *Ермаков* (1977) по н.вр.

Непараметрическое оценивание: *Парзен*, *Розенблатт*, *Стейн*, *Левит*, *Невельсон*, *Ибрагимов* (50г. по н.вр.)

Метод стохастической аппроксимации: *Роббинс* и *Монро*, (1951), Блум (1954), *Кифер* и *Вольфовиц* (1952), *Сакрисон* (1964, 1966), *Фабиан* (1960 - 1968), *Цыпкин* (1968), *Айзерман*, *Браверман* и *Розоноэр* (1970), *Невельсон* и *Хасьминский* (1972) по н.вр.

Устойчивость статистических решений и робастная идентификация:

Тьюки, *Ходжес*, *Леман*, *Хьюбер*, *Цыпкин* и др. (70-е г. по н.вр.)

Некорректность задачи статистического точечного оценивания (как обратной задачи теории вероятностей) (*Ченцов Н.Н.*, 1981).

3. Отслеживание динамики нестационарного объекта

В [36] решена задача состоятельного отслеживания детерминированного дрейфа для нестационарного объекта (1), в котором изменяющиеся коэффициенты операторных полиномов образуют параметр $\vartheta_t, \vartheta_{t+1} = H\vartheta_t,$ матрица H известна, начальное значение ϑ_0 не определено. При некоторых предположениях, включая предельную ограниченность процесса $u,$ построена рекуррентная сильно состоятельная оценка $\vartheta_t^*(y_0^t, u_0^t)$ параметра ϑ_t.

Для отслеживанеия случайного дрейфа используются: алгоритм Качмажа [37] и его модификации [38], оценивание на скользящем временном интервале [39], взвешенный МНК (с дисконтированием) [11].

Для линейных объектов $x_{t+1} = A_t(\vartheta_t)x_t + B_t(\vartheta_t)u_t + v_{t+1}$ (в регрессионной форме $y_t = \Phi_t\vartheta_t + v_{t+1}$) с обратными связями по выходу $u = u(y)$ достаточно общего типа задача отслеживания линейного марковского дрейфа параметра ϑ_t $(\vartheta_{t+1} = F_t\vartheta_t + w_{t+1})$ рассмотрена в [10, §5.2]. При независимых гауссовских белошумных возмущениях (в уравнениях дрейфа и объекта) и линейных матричных функций $A_t(\vartheta), B_t(\vartheta)$ с.к. оптимальные оценки на каждом такте t в классе произвольных статистик от данных наблюдений x^t, u^{t-1} дает фильтр типа Калмана – Бьюси (в отличие от стандартного фильтра Калмана – Бьюси матрица состава измерений Φ_t случайная и зависит от ϑ_{t-1} и прошлых измерений выхода y^{t-1}). Рассматривается асимптотическая точность слежения при стационарном дрейфе $(F_t = F)$ и с.к. малых возмущениях w на основе непрерывности в малом уравнения Риккати.

В [40] отслеживается медленное случайное блуждание $\vartheta_t = \vartheta_{t-1} + \gamma\, w_t$ параметра регрессии $y_t = \vartheta_t^T x_t + v_t$ с независимыми белошумными процессами v, w. Алгоритм слежения (SLAMS, smoothed average LMS) использует последовательное усреднение стандартных LMS - оценок посредством скользящего усреднения и экспоненциального сглаживания с матричным коэффициентом S. В представлении $U = \gamma U_0 + o(\gamma)$ для асимптотической ковариационной матрицы ошибки слежения U получена нижняя граница для U_0 и для гауссовских возмущений установлено достижение этой границы оценками SLAMS при оптимальном выборе коэффициента S.

4. Метод прогнозирующей модели

Для идентификации линейного объекта

$$a(\nabla)y_t = b(\nabla)u_t + v_t,\ a(0) = 1, b(0) = 0 \qquad (1)$$

с возмущением $v_t = c(\vartheta, \nabla)e_t,\ c(\vartheta, 0) = 1,\ e$ - обновляющий процесс, используют метод настраиваемой (прогнозирующей) модели **с** входом (y, u) и выходом $y_t^* = x_t^T \vartheta^*$, где ϑ^* - настройка модели с расширенным регрессором $x_t = col(y_{t-n}^{t-1}, u_{t-n}^{t-1}, \varepsilon_{t-m}^{t-1}), \varepsilon_t = y_t - y_t^*, m = \deg c.$ Точность настройки модели ϑ^* определяется <u>функционалом невязки</u> $I(\vartheta^*) = \limsup_{t\to\infty} E\varphi(\varepsilon_t)$ с выпуклой функцией потерь $\varphi(\varepsilon), \varphi(0) = 0.$ В режиме нормальной работы схема наблюдений стационарна и $I(\vartheta^*) = E\varphi(\varepsilon_t).$ При некоррелированном возмущении $c(\vartheta, z) = 1$ модель с регрессором $x_t = col(y_{t-n}^{t-1}, u_{t-n}^{t-1})$ называется <u>регрессионной</u>.

<u>Структура модели</u> [10], [11], [41]**.** Пусть полином $c(\vartheta^*, z), \vartheta^* \in \Xi \subseteq R^N$ устойчив, а (1) представлено в форме обновления $a(\vartheta^*, \nabla)y_t = \{b(\vartheta^*, \nabla)u_t + [c(\vartheta^*, \nabla) - 1]e_t\} + e_t$ при $\vartheta^* = \vartheta,$ где первое слагаемое (в фигурных скобках) определяется предысторией. Заменим прошлые (до такта t) обновления их прогнозами e_t^*. Пренебрегая переходным процессом в фильтре с п.ф. $c^{-1}(\vartheta^*, z)$, получим $c(\vartheta^*, \nabla)e_t^* = a(\vartheta^*, \nabla)y_t - b(\vartheta^*, \nabla)u_t$ и уравнение настраиваемой модели:

$$c(\vartheta^*, \nabla)y_t^* = [c(\vartheta^*, \nabla) - a(\vartheta^*, \nabla)]y_t + b(\vartheta^*, \nabla)u_t. \qquad (2)$$

Для симметрично распределенных с.в. e_t точно настроенная модель (2) отслеживает обновление $(\varepsilon_t - e_t \approx 0$ при $t >> 1)$ и в установившемся режиме $I(\vartheta^*) \geq I(\vartheta) = E\varphi(e_t)$. Метод относится к методам подстановки [7]: в функционале $\vartheta = \arg\min_{\tau \in \Xi} I(\tau)$ от распределений наблюдений производится подстановка $I_{эмп}(\tau) \to I(\tau)$. Идентификатор определяется выбором алгоритма настройки модели, псевдоградиентного относительно *эмпирического функционала* $I_{эмп}(\tau)$ (например, для квадратичного функционала - расширенный МНК, а для более медленно растущих функций потерь $\varphi(*)$– различные алгоритмы робастного оценивания).

Исследование сходимости существенно усложняется, если оценки параметра используются при формировании управлений. Из-за нестационарности АСИ для исключения параметрического резонанса приходится снижать темп перенастройки регулятора по сравнению с темпом идентификации (использованием *кусочно – стационарных* стратегий с *увеличивающимися циклами идентификации* на интервалах стационарности и перестройкой параметров в начале каждого цикла [42], [10], [43]). Состоятельное оценивание требует, вообще говоря, рандомизации управления широкополосным (обычно белошумным) тестовым сигналом. Требования к мощности тестового сигнала противоречивы, что отражает двойственность управления, «в известной мере изучающего и одновременно направляющего» [1, с.390].

Для *минимально – фазовых* $n \times n$ объектов (1) с конечно – зависимым возмущением и заданной равномерно ограниченной программной траекторией y^* настраиваемый регулятор (адаптивная версия регулятора Астрема [44]) описывается уравнением $\vartheta_t^T x_t = y_{t+1}^* + w_t, \operatorname{cov}(w) = R_w$ с расширенным регрессором x_t и рандомизирующим управление белошумным тестовым сигналом w_t, независимым от возмущения в объекте $v_t = c(\vartheta^*, \nabla) e_t, \quad \operatorname{Re} c^{-1}(\vartheta^*, z) > 1/2$ при $|z| = 1$. В идентификаторе используется упрощенная версия МНК (схема Гудвина). Стратегии управления идентифицирующая при невырожденной матрице R_w и выполняются соотношения:

$$\limsup_{T \to \infty} T^{-1} \sum_{t=1}^{T} (\| y_t \|^2 + \| u_t \|^2) < \infty,$$

$$\limsup_{T \to \infty} T^{-1} \sum_{t=1}^{T} (y_t - y_t^*)(y_t - y_t^*) = R_w \text{ п.н.}$$

Идея рандомизации высказана Фишером [45] (рандомизированное планирование эксперимента). Пробное воздействие (информирующую обратную связь) предлагал Винер [46, с.178]. Состоятельность оценок в алгоритмах с рандомизацией обеспечивается при достаточно широких предположениях о возмущении [47]. Алгоритмы с возмущением на входе» [48], [10] (поисковые алгоритмы стохастической аппроксимации) широко использовались в задачах идентификации объекта в замкнутом контуре и адаптивного управления. О применении алгоритмов с рандомизацией см. на сайте: http://www.jhuapl.edu/SPSA).

В [10] рассмотрена задача синтеза для объекта (1) с заданным компактным выпуклым множеством $\Xi,\ v_t = c(\vartheta^*, \nabla)e_t,\ \operatorname{Re} c(\vartheta^*, z) \ge \rho = const > 0$ при $|z|=1,\ \vartheta^* \in \Xi,$ пары полиномов $a(\vartheta^*, z), b(\vartheta^*, z)$ стабилизируема при $\vartheta^* \in \Xi.$ Обновление e и белошумное тестовое воздействие w в канале обратной связи (3) независимы в совокупности, причем

$$Ew_t = 0,\ \lim_{t\to\infty} Ew_t^4 = 0,\ Ew_t^2 \ge c/\ln t,\ c > 0.$$

Стоимость управления $J[U^\infty(*)] = \limsup_{T\to\infty} T^{-1}\sum_{t=1}^{T} q(x_t, u_t)$ с заданной неотрицательной квадратичной формой $q(x,u),\ x_t = col(y_{t-n-1}^{t}, u_{t-n-1}^{t-1}).$ Пусть $J^*(\vartheta^*)$ - цена управления, достигаемая (нереализуемой) линейной стратегией для объекта (1) с параметром $\vartheta^*. \in \Xi.$ Построена реализуемая идентифицирующая стратегия $U^\infty(*),$ для которой выполняется условие $J[U^\infty(*)] = J^*(\vartheta^*)$ независимо от начальных данных и параметра объекта $\vartheta^* \in \Xi.$ Стратегия $U^\infty(*)$ порождена рандомизированной настраиваемой обратной связью

$$\alpha(\vartheta_t, \nabla)u_t = \beta(\vartheta_t, \nabla)y_t + w_t, \qquad (3)$$

где для вычисления оценок параметра ϑ_t используется упрощенная версия расширенного МНК с проектированием оценок на $\Xi.$ Убывание мощности тестового сигнала необходимо для исключения роста стоимости управления из-за рандомизации, а ограничение на скорость убывания требуется для состоятельного оценивания.

Значительный прогресс за последние 10-15 лет достигнут в исследовании скорости сходимости МНК. Для многомерного объекта (1) с возмущением мартингал – разность в [49] установлен порядок скорости сходимости п.н. оценок МНК:

$\| \vartheta_t - \vartheta \|^2 = O(\ln t / t)$. Для более широкого класса возмущений порядок скорости сходимости МНК исследуется в [50].

При проектировании АСИ полезен методический прием введения *обобщенного настраиваемого объекта* (ОНО), включающего собственно объект управления, измерительную систему, исполнительные механизмы и управляющие устройства с настраиваемыми параметрами [51]. ОНО входит в основной контур, определяющий управления с точностью до параметра объекта.

Идентификатор как *датчик параметрических возмущений* позволяет при использовать в АСИ принцип регулирования по возмущению.

<u>Пример</u> идентифицирующей стратегии рассмотрим на примере модели, использованной в АСИ точностью прокатки труб[1] [52]: $y_t = x_t^T \vartheta + k u_t + v_t$ с наблюдаемым возмущением $x \in R^n$, помехой v измерения выхода $y \in R^1$ управлением $u \in R^1$ и неизвестным параметром $\vartheta^* \in \Xi = R^n$, коэффициент усиления по управлению $k \neq 0$ известен. По предположению (x, v) - m - независимый стационарный центрированный процесс, $Ex_t = 0, E\| x_t \|^2 < \infty, | v_t | \leq \delta$ п.н. с известной константой $\delta > 0$, с.в. x_t имеет плотность распределения $p(x) > 0, x \in R^n$.

В схеме АСИ на рис.1 структурированное возмущение включает помеху измерения выхода и наблюдаемое (векторное) возмущение с каналами прохождения, обозначенными штриховыми линиями. Предельно - оптимальная стратегия $U_0^\infty(*)$ определя-

---

[1] *За внедрение адаптивной системы управления точностью прокатки труб группа сотрудников лаборатории идентификации ИПУ РАН была удостоена Государственной премии СССР*.

ется условием $\lim_{t\to\infty} E_{\vartheta, U_0^\infty(*)} (y_t - v_t)^2 = 0 \quad \forall \vartheta \in \Xi.$ В соответствии с идентификационным подходом к синтезу регулятора стратегия $U_0^\infty(*)$ порождается настраиваемым компенсатором $u_t = -k^{-1} x_t^T \vartheta_{t-1}$ с оценками неизвестного параметра, вычисляемыми идентификатором посредством алгоритма «зона нечувствительности» [53], [54]:

$$\vartheta_t = \vartheta_{t-1} + f(y_t - ku_t - x_t^T \vartheta_{t-1}) x_t \| x_t \|^{-2}, \vartheta_0 \in R^n,$$

$$f(z) = \begin{cases} 0 \quad \text{при} \quad |z| \le \delta \\ z - \delta\, sign(z) \text{ при } |z| > \delta. \end{cases}$$

Алгоритм «зона нечувствительности» - стохастическая версия релаксационной процедуры Моцкина (1951) решения систем линейных неравенств. Геометрическая интерпретация коррекции оценки - проектирование в бесконечную прямоугольную полосу, толщина которой определяется амплитудой помехи (при отсутствии помех полоса вырождается в плоскость, а алгоритм превращается в итерационную процедуру Качмажа решения системы линейных уравнений).

В АСИ с объектом (1) эффект большого отношения сигнал/шум создается искусственно рандомизацией управления тестовым сигналом убывающей средней мощности, но принимающего на редких тактах большие значения (именно такой прием, увеличивающий невязку, избавляет от остановки алгоритма при достаточно точной оценке параметра объекта).

Интерпретация. Идентификатор «дожидается» длинного и повернутого в нужную сторону наблюдаемого возмущения», что гарантируется приведенными ограничениями на помеху и наблюдаемые возмущения, обеспечивающими эффект большого отношения сигнал/шум. Именно этот эффект увеличивает невязку выходов объекта и модели, исключая прекращение коррекции оценок в малой окрестности истинного значения параметра.

Для некоторых классов ограниченных помех измерений с граничными особенностями получены неасимптотические оценки скорости с.к. сходимости по степенному закону со сколь угодно большим (в зависимости от типа особенности) степенным показателем [53].

Алгоритм «зона нечувствительности» применен в системе статического управления кислородно – конвертерной плавки стали для прогноза температуры и содержания углерода [55]. «Зона нечувствительности» применяется во многих алгоритмах оценивания, в частности, в модификации МНК, использующей конструкцию вписанных эллипсоидов [56].

5. *Идентификация и управление объектами с непараметрической неопределенностью*

Для статических объектов с непараметрической неопределенностью предельно достижимая скорость сходимости определяется достижимыми нижними границами информационных неравенств и зависит по порядку величины от гладкости восстанавливаемой характеристики [8], [57].

Для объекта нелинейная авторегрессия – скользящее среднее $y_t = f(y_{t-n}^{t-1}, x_{t-n}^{t}) + v_t$ с независимыми в совокупности возмущениями x, v в [58] построены рекуррентные состоятельные оценки нелинейности парзеновского типа. Оптимизация непараметрических оценок по скорости сходимости (с применением к задаче томографии) рассматривается в [59].

В [60] отслеживается программное движение y^* (известная детерминированная равномерно ограниченная последовательность) для объекта $y_t = \vartheta^T f(y_{t-n}^{t-1}) + u_{t-1} + v_t$ с белошумным возмущением $v,$ класс неопределенности $\Xi = \{f : \| f \| \le C_1 + C_2 \| y \|^b\}, b > 0.$ Стратегия управления порождается обратной связью $u_t = -\vartheta_t^T f_t(y_{t-n}^{t-1}) + y_{t+1}^*,$ где для вычисления оценок ϑ_t используется МНК. При $b<4$ получена оценка качества слежения $\sum_{t=1}^{T}(y_t - y_t^* - v_t)^2 = O(\ln T)$ при $T\to\infty$, а при $b>4$ установлена неустойчивость системы (нарушение условия предельной ограниченности п.н. средней мощности).

В [61] рассматривается задача стабилизации объекта нелинейной авторегрессии первого порядка $y_t = -f(y_{t-1}) + u_{t-1} + v_t$, где стационарное возмущение v - центрированный процесс с независимыми значениями и достаточно гладким распределением, $f\in\Xi$, где Ξ – класс Гельдера с показателем s. Допустимы селекторы $u_t = U_t(y_0^t), t\geq 0$, удовлетворяющие условию равномерной устойчивости $\sup_{t>0}\sup_{f\in\Xi} Ey_t^2 < \infty$. Стратегия адаптивна, если выход следит за возмущением:

$$\limsup_{T\to\infty} T^{-1}\sum_{t=1}^{T}E(y_t - v_t)^2 = 0\ \forall f\in\Xi.$$

Цель состоит в оптимизации адаптивных стратегий по скорости переходного процесса (сходимости к нулю с.к. ошибки слежения).

Идентификатор определяет по наблюдениям локально-полиномиальные оценки $f_t(*)$ неизвестной характеристики f, а управления формируются регулятором $u_t = f_t(y_t)$. Перестройка регулятора производится лишь на тактах, расстояние между которыми (во времени) растет экспоненциально. Установлено информационное неравенство (без ограничения равномерной устойчивости):

$$\mathop{limsup}_{t\to\infty} t^{2s/(2s+1)} \sup_{f\in\Xi} E(y_t - v_t)^2 \geq C(\Xi) \quad (C(\Xi)>0).$$

Если селектор удовлетворяет условию равномерной устойчивости, то

$$\underset{t \to \infty}{liminf}\ t^{2s/(2s+1)} \sup_{f \in \Xi} E(y_t - v_t)^2 \geq C(\Xi).$$

Таким образом, установлена минимаксная нижняя граница ошибки стабилизации для равномерно устойчивых стратегий. Получено информационное неравенство без ограничения равномерной устойчивости:

$$\lim_{T \to \infty} T^{2s/(2s+1)} \sup_{f \in \Xi} T^{-1} \sum_{t=1}^{t} E(y_t - v_t)^2 \geq (2s+1) C(\Xi).$$

Построена адаптивная стратегия, для которой верхняя граница с.к. ошибки стабилизации совпадает с нижней границей с точностью до зависящей от s мультипликативной константы. Порядок скорости сходимости с.к. ошибки стабилизации $O(t^{-2s/(2s+1)})$ такой же, как и в задаче оценивания непараметрической регрессии [8].

6. Задача синтеза основного контура

Предельные возможности проектируемой системы (в смысле критерия стоимости) во многом определяются на этапе синтеза основного контура. Для «стандартных» возмущений (гауссовских с известной рациональной спектральной плотностью) можно ограничиться классом линейных стратегий, порожденных допустимыми (стабилизирующими объект) регуляторами [30]. Ограничения «стандартности» существенны: для негауссовских возмущений оптимальная стратегия управления линейным объектом порождается, вообще говоря, нелинейными обратными связями [62], а рациональность спектральной плотности необходима для эффективного решения задачи синтеза, допускающего конечномерную реализацию (упоминание об эффективности не вполне правомерно: для многомерных объектов вычислительные затраты при факторизации матричных полиномов существенны).

Требование линейной регулярности возмущения (и схема предфильтра, связанная с известной интерпретацией оптимальной фильтрации по Боде – Шеннону (1950)), необходимое для применимости метода факторизации, представляет ограничение на характеристики внешней среды (стационарный приток в систему новой, обновляющей возмущение информации). Эта *гипотеза обновления* не выполняется, например, для возмущений с конечным спектром частот, когда задача синтеза решается элементарными средствами (на основе «принципа поглощения» [63]). Интересно, что именно автор метода факторизации приводит пример [46, с.268]) процесса с типичным признаком сингулярности - «исчезновением спектра» в некотором частотном диапазоне (вблизи частоты 9.05 *гц* при исследовании энцефалограмм). Наконец, стандартные модели возмущений не охватывают широкий класс процессов с «длинной зависимостью» (long – range dependence) широко используются в гидрологии и геофизике, анализе сетевого трафика, в области телекоммуникаций и финансовой математике [64] - [71]. Именно формирование «банка упрощенных моделей представляет препятствие, о которое спотыкается теория управления на практике» [72, с.13].

Естественно описание возмущений ограничениями в частотной области, выделяющими класс Ξ, адаптированный к их реальным характеристикам и учитывающее вычислительные трудности при обработке информации.

Очевидно, любой метод синтеза представляет компромисс между массивностью класса неопределенности и гарантированной (для данного класса) ценой управления. *Основные проблемы* выбора адекватной модели возмущений при синтезе основного контура связаны с решением следующих вопросов:

1. Существуют ли задачи синтеза с нулевой ценой управления? (далее такие задачи назовем вырожденными).
2. Каковы ограничения на возмущения, обеспечивающие вырожденность задачи синтеза?

3. Насколько велико увеличение стоимости управления, когда характеристики возмущений не удовлетворяют ограничениям п.2?

Возмущение с конечным спектром или с непрерывным спектром, имеющим «мертвую зону» (типа приведенного Винером примера) дают положительный ответ на вопрос п.1. предположим, что расположение «мертвой зоны» (интервала частот нулевой спектральной меры, называемого далее лакуной) известно (именно такова ситуация, когда возмущение имеет конечный спектр частот, известных с малыми погрешностями). Тогда можно построить допустимый (стабилизирующий объект (1)) без использования дополнительной (помимо расположения лакуны Δ) информации о возмущении [73]. Приведем более точные формулировки.

Пусть Ξ - класс центрированных стационарных возмущений $\{v\}$ с фиксированной дисперсией D и лакуной $\Delta \subset [-\pi, \pi]$, $I_v(K)$ - стоимость управления объектом (1) с регулятором K. Тогда

$$\inf_{K \in \Re} \sup_{v \in \Xi} I_v(K) = 0 \tag{4}$$

Наличие лакуны «почти достаточно» для вырожденности задачи синтеза (независимо от п.ф. объекта по управлению): вырожденность задачи синтеза возможна только для линейно – сингулярных возмущений (напомним критерий сингулярности [74, с.86]: $\ln s \notin L^1[-\pi, \pi]$, где s - плотность абсолютно непрерывной компоненты спектральной меры возмущения).

Сингулярность процесса (в соответствии со значением термина singular) ассоциируют с некоторой особенностью, нетипичностью. Естественно возникает вопрос об универсальности метода факторизации в смысле его применимости к возмущениям «общего положения». При положительном ответе (и при неадекватном реальным задачам синтеза требовании полной информации о возмущении) вырожденные задачи синтеза можно было бы отнести к исключительным, нетипичным.

Строгое определение нетипичности естественно в терминах бэровских категорий для пространства M спектральных плотностей с L^1- метрикой. Напомним, что класс $R \subset M$ спектральных плотностей всех сингулярных возмущений с абсолютно непрерывнеым спектром характеризуется условием $\ln s \notin L^1$. Таким образом, точная формулировка гипотезы исключительности свойства сингулярности такова: является ли семейство R множеством первой категории Бэра (объединением не более чем счетного семейства нигде не плотных в M множеств)?

При достаточно слабом дополнительном предположении (равномерной ограниченности) ошибочность сформулированной гипотезы вытекает из существенно более сильного результата [75]. Приведем точную формулировку.

Лемма. Множество R представляет множество второй категории Бэра в пространстве M.

Доказательство. Очевидно, $M \setminus R = \bigcup_n (n^{-1}R_1),\ R_1 = \{s \in M : \int_{-\pi}^{\pi} \ln s d\lambda \geq 0\}$, поэтому достаточно доказать, что $Q = Int\,\bar{R}_1 = \varnothing$. Допустим противоположное: $Q \neq \varnothing$. Тогда $\bar{R}_1$ содержит некоторый шар, а потому $\sigma \in \bar{R}_1$, где $\sigma \in M$ имеет достаточно малую лакуну Δ (спектральные плотности, обращающиеся в нуль на некоторых интервалах, плотны в M). Но тогда $\sigma = \lim_{n\to\infty} \sigma_n$, $\sigma_n \in R_1$ и в силу неравенства Иенсена $\ln\{(m\Delta)^{-1}\int_\Delta \sigma_n d\lambda\} \geq (m\Delta)^{-1}\int_\Delta \ln\sigma_n d\lambda) \to -\infty$ при $n \to \infty.$ Однако $\sigma_n \in R_1,$ поэтому $\int_{-\pi}^{\pi} \ln\sigma_n d\lambda \geq 0$ и $\int_{C\Delta} \ln\sigma_n d\lambda \to \infty$ при $n \to \infty$, $C\Delta = [-\pi, \pi] \setminus \Delta$. Следовательно,

$\| \sigma_n \|_{L^1} \to \infty$ вопреки $\sigma = \lim_{n\to\infty} \sigma_n$, предположение $Q \neq \varnothing$ ошибочно и R - множество второй категории, что и требовалось доказать.

Таким образом, получен исчерпывающий ответ на вопрос из п.2, предположение об исключительности вырожденных задач синтеза не имеет оснований, а проблема построения систем с предписанной стоимостью управления не сводится к «исключительным» частным примерам и требует специального рассмотрения.

Перейдем теперь к обсуждению вопроса о грубости (п.3). В силу (4) систему с предписанным уровнем стоимости управления $d > 0$ можно назвать *условно грубой* (уровень стоимости сохраняется при вариациях спектрального состава возмущения в пределах класса Ξ). Подчеркнем, что системы, оптимальные по равномерно – частотному показателю, обладают существенно более сильным свойством грубости: стоимость управления не улучшаема в минимаксном смысле: равномерно по классу возмущений *произвольного* спектрального состава. Далее, $I_v(K) \leq \| W_y^d \|_\infty^2 D$ и для малых d верхняя граница стоимости в системе с регулятором K и п.ф. от возмущения к выходу W_y^d достигается для возмущений, спектр которых сосредоточен на $C\Delta$. Но изложенная выше методика синтеза системы с предписанной стоимостью управления d не регламентирует возможные резонансные пики амплитудной характеристики в лакуне возмущения, поэтому вопрос об оценке равномерно – частотного показателя $\| W_y^d \|_\infty$ при малых d требует специального рассмотрения. Естественно ожидать, что из-за вытеснения полосы пропускания системы в лакуну невозможно гарантировать приемлемую стоимость управления для возмущений произвольного спектрального состава. Этот вывод обосновывается следующим. Очевидно,

$$\int_{\Delta} \ln |W_y^d|^2 d\lambda + \int_{C\Delta} \ln |W_y^d|^2 d\lambda = \int_{-\pi}^{\pi} \ln |W_y^d|^2 \, d\lambda \geq 2\pi \ln |W_y^d(0)|^2 = 0,$$

откуда следует

$\ln \| W_y^d \|_{C\Delta}^2 \geq (m(C\Delta))^{-1} \int_{\Delta} \ln |W_y^d|^2 d\lambda \geq -(m\Delta) \ln \| W_y^d \|_{\infty}^2 / m(C\Delta)$ или в эквивалентной форме

$$\| W_y^d \|_{C\Delta} \geq A \| W_y^d \|_{\infty}^{-B}, \| W_y^d \|_{C\Delta} = \sup_{z \in \exp(jC\Delta)} | W_y^d(z) | \quad (5)$$

с некоторыми константами $A, B > 0$, определяемыми расположением лакуны. В силу (5) при ограничении сверху на равномерно – частотный показатель и условии $mC\Delta > 0$ сколь угодно малая стоимость управления при фиксированной лакуне не гарантируется (пример возмущения с конечным спектром показывает, что ограничение $mC\Delta > 0$ нельзя игнорировать). Увеличение гарантированной (по классу возмущений произвольного спектрального состава) стоимости управления можно рассматривать как «плату» за недостоверную информацию о спектре.

Пусть для заданного $d > 0$ построен допустимый регулятор K, $\sup_{v \in \Xi} I_v(K) < d$. Сохранится ли уровень стоимости управления, если спектральная мера S_v «истинного» возмущения не имеет лакуны, но близка к спектральной мере S некоторого лакунарного возмущения?

Определим близость спектральных мер в топологии слабой сходимости (с метрикой Леви – Прохорова, [76, с.168]). По условию задачи $S_v \approx S$, $\int_{-\pi}^{\pi} |W_y|^2 S(d\lambda) < d$. В силу непрерывности функционала стоимости управления относительно спектральной меры неравенство $I_v(K) < d$ сохраняется и при замене меры $S \to S_v$ Таким образом, получен исчерпывающий ответ на вопрос п.3: предписанная стоимость управления сохраняется лишь для возмущений, достаточно близких к лакунарным с априорно заданным расположением лакуны.

Сопоставим теперь полученные результаты с H^{∞} - теорией. Как хорошо известно, оптимизация по равномерно – частотному критерию приводит к консервативным результатам, преувеличивая неопределенность описания возмущений. Отчасти этот недостаток сглаживают модификацией критерия с введением весовых функций (частотно – зависимых множителей $\chi_{1,2}(\lambda)$, выделяющих наиболее значимые диапазоны частот [77]). После стандартной (аффинной) параметризации класса п.ф. системы управления приходим к экстремальной задаче относительно функционального параметра f из класса $\Im$ устойчивых д.р.ф.:

$$\sup_{\lambda\in[\pi,\pi]} \{|\chi_1 W_y|^2 + |\chi_2 W_u|^2\} \to \inf_{f\in\Im} \qquad (5)$$

Из-за неопределенности выбора весовых функций решение задачи (5) существенно неоднозначно и ясно, что однозначный выбор регулятора возможен лишь при использовании дополнительной информации о возмущении. Именно этот класс задач (с априорной информацией о локализации спектра возмущения) и рассматривается в изложенной методике синтеза системы с предписанной точностью управления, когда в качестве весовой функции χ_1 выбирается индикатор спектра $C\Delta$ и $\chi_2 \equiv 0$. Аналогично в задаче стабилизации при минимальных расходах на управление следует выбрать χ_2 - индикатором $C\Delta$ (при $\chi_1 \equiv 0$).

Для многомерных объектов (1) общего положения препятствием к вырожденности задачи (в смысле критерия следа ковариационной матрицы установившейся реакции) является фактор дефицита размерности по управлению (действительно, при вырождении матрицы $I_n - aW_y = -bW_u$ справедливо неравенство $\| aW_y \| \geq 1,$ несовместимое с вырождением задачи). При одинаковой размерности управления и стабилизируемой переменной и (покомпонентно) лакунарных возмущениях задача синтеза вырождена, а методика построения систем с предписанным уровнем стоимости управления описана в [78].

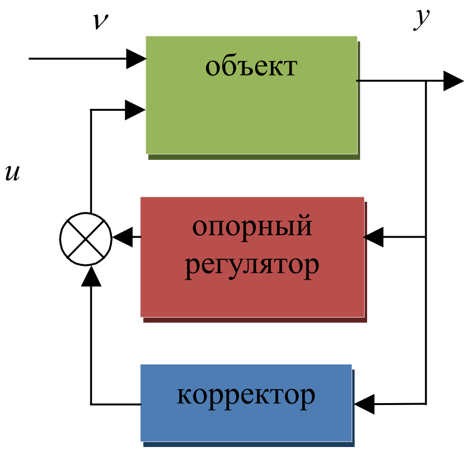

Рис.2. Структурная схема системы управления с опорным регулятором и корректором

Схема решения. Пусть объект (1) стабилизируется некоторым опорным регулятором K_0. Предположим временно, что возмущение на каждом такте доступно наблюдению в прошлом, настоящем и будущем. Построим комбинированную систему (рис.2) с законом управления $u_t = K_0 y_t + \gamma v_t$, определенным условием полной компенсации (нулевой стоимости управления): $\gamma = -b^{-1}$.

Для сингулярного возмущения $v = col(v_1,...,v_n)$ выход физически нереализуемого фильтра с п.ф. b^{-1} допускает с.к. аппроксимацию реакциями фильтров с полиномиальными п.ф. $q(z)$. После исключения возмущений в силу уравнения объекта (1) комбинированную систему заменим системой с обратной связью по выходу

$$u_t = Ky_t,\, K = (I_n - qb)^{-1}(K_0 - qa),\, q \approx b^{-1}. \tag{6}$$

Операция приближенного обращения полинома $q = b^{(-1)}$ в (6) определяется соотношением $b^{(-1)} = adj(b)[I_n \det b]^{(-1)}$, где второй множитель (в квадратных скобках) представляет диагональную матрицу $diag(p_1,...,p_n)$, а элемент p_i - результат ранее определенного приближенного обращения для скалярного возмущения v_i. Допустимость регулятора (6) и достижение (для аппроксимирующего матричного полинома q достаточно высокого порядка) предписанной стоимости управления проверяется непосредственным вычислением п.ф. замкнутой системы от возмущения к выходу.

Множитель $(I_n - qb)^{-1}$ в (6) играет роль селективно (по гармоникам из спектра возмущения) «большого коэффициента усиления», выбор которого согласован с требованием устойчивости замкнутой системы. Возможность операции приближенного обращения $(q \approx b^{-1})$ в классе каузальных фильтров обусловлена именно сингулярностью возмущения и может рассматриваться в качестве приближенного метода «динамической компенсации». Предписанная стоимость управления обеспечивается регулятором, итеративным по структуре, в которой каждая итерация $K_0 \to K$ задается полиномом q, причем для фиксированного полинома q скорость снижения цены управления экспоненциальна относительно порядка регулятора.

7. Заключение

Ряд важных вопросов проектирования обсужден слишком фрагментарно или даже вообще не затронут. Применительно к задаче синтеза основного контура этот пробел восполняют монографии [79], [80].

АСИ имеют более чем полувековую историю и структура таких систем обсуждалась разными авторами еще до первого конгресса ИФАК [81], однако строгие результаты относительно предельной оптимальности и идентифицирующих свойств адаптивных стратегий были получены лишь на рубеже 70 - 80 годов. Проблема предельно достижимого качества управления (в смысле асимптотики с.к. ошибки стабилизации) и предельного быстродействия идентификатора относятся к центральным. Впервые задача оптимизации систем управления по скорости переходных процессов была рассмотрена в [82].

Предельные возможности быстродействия идентификатора (по порядку степенной асимптотики с.к. сходимости оценок параметра объекта) в нерегулярных задачах оценивания зависят от типа особенности распределения возмущения, что показано в [53] для алгоритма 2зона нечувствительности» в случае ограниченных возмущений. В [83] этот алгоритм использован для построения минимаксной прогнозирующей модели, а в [84] область применимости алгоритма была расширена посредством использования эффекта большого отношения сигнал/шум (при пассивной идентификации статического объекта и активной идентификацией динамического объекта с рандомизацией управления специальным тестовым воздействием).

Стандартная (аффинная) параметризация, используемая при решении задачи синтеза, описывает класс п.ф. системы управления без ограничения порядка. В [85] описан полный класс стабилизирующих регуляторов заданного порядка.

Проблемы каузальности, предсказуемости и случайности привлекали всеобщее внимание от глубокой древности (греческие богиня судьбы Мойра и случая, удачи Тихэ) до нового времени [86] (мощное направление «predictive control» [87], [88] проблематика безошибочной линейной [75] и нелинейной фильтрации [89]).

Точное упреждение можно рассматривать как компенсацию запаздывания и неудивительно, что именно противоречие с причинностью рассматривалось как «опровержение» открытого Г.В.Щипановым [90], [91] принципа полной компенсации. Однако в предсказуемых средах физически нереализуемое упреждение можно заменить точным прогнозом и противоречие с причинностью устраняется. Более того, процедура синтеза регулятора (например, в стандартной линейно – квадратичной гауссовской задаче) включает на первом этапе рассмотрение стратегий с упреждением по возмущению (очевидно, такое упреждающее возмущение управление нереализуемо в классе детектирующих звеньев) с последующей заменой ненаблюдаемых возмущений их винеровскими оценками [10]. Поскольку для предсказуемых (точнее, линейно – сингулярных) возмущений точность прогноза лимитируется только глубиной памяти прогнозирующего фильтра, то возможность синтеза высокоточных систем представляется достаточно очевидной. Методика синтеза систем с предписанной стоимостью управления распространяется на объекты с непрерывным временем и возмущениями, спектральная мера которых S удовлетворяет условию Крамера $\int_{-\infty}^{\infty} e^{\lambda h} S(d\lambda) < \infty$ для всех достаточно близких к нулю h. Предписанная стоимость управления такими системами обеспечивается в классе стабилизирующих регуляторов с правильной п.ф. (т.е. без дифференцирующих звеньев в цепи обратной связи). Для возмущений с ограниченным спектром этот результат установлен в [92].

Не рассмотрен важный вопрос о некорректности задачи точечного оценивания как обратной задачи теории вероятностей), аналогичной некорректности нетривиальных задач математической физики [93]. Априорная информация о порядке идентифицируемого объекта (с параметрической неопределенностью) или гладкость восстанавливаемой характеристики (например, непараметрической регрессии) играет роль регуляризатора, превращающего «черный» ящик в «серый» и снижающего чувствительность оценок к вариациям параметров задачи.

Не рассмотрена близкая к АСИ тематика адаптивного оценивания (формирование оценок с такой же асимптотикой скорости сходимости, как нижняя граница Рао – Крамера при известном распределении возмущений, т.е. оценок, «адаптирующих себя» к неизвестному распределению). Возможность построения адаптивных оценок была высказана Стейном (1956) и впоследствии адаптивные оценки были построены для достаточно широких классов гладких распределений, включая оценивание параметра сдвига и регрессии [94] - [96]. Робастному оцениванию (для регулярных задач идентификации динамических объектов) посвящена монография [41].

Проблематика идентификации объекта в замкнутом контуре рассматривается в обзорной работе [97].

В настоящее время в действующих системах управления весьма велика (по некоторым данным около 90%) доля регуляторов малых порядков (как правило, ПИ – и ПИД – регуляторов [98] - [100], предложенных еще в начале прошлого века). Столь высокая доля регуляторов малых порядков резко контрастирует не только с рекомендациями современной теории регулирования, но и с жесткими требованиями (прежде всего, к точности регулирования) для новой техники. Видимо, причина такого несоответствия состоит в игнорировании исследования характеристик внешних возмущений и выборе модели только с учетом простоты вычислительной и технической реализации проектируемой системы.

В заключение сформулируем основной вывод из приведенного обзора работ по АСИ. Эффективное использование систем с идентификатором в значительной степени определяется выбором модели внешних возмущений. Именно согласование модели возмущения с физическими свойствами процессов во внешней среде предопределяет перспективы практического использования АСИ для управления технологическими процессами.

Список некоторых обозначений и сокращений

АСИ – адаптивная система управления с идентификатором

МНК (LMS) – метод наименьших квадратов

ОМП – оценка максимального правдоподобия

П.ф. – передаточная функция

П.н. – почти наверное

С.в. – случайная величина

С.к. сходимость – сходимость в среднем квадратическом

E - математическое ожидание

x_0^T – совокупность значений $(x_0,...,x_T)$

S - спектральная мера (спектральная функция) возмущения,

$L^2(S)$ - пространство функций с интегрируемым квадратом модуля по мере S с нормой $\|*\|_{L^2(S)}$

Ξ - класс неопределенности объекта

$\Re$ - класс п.ф. допустимых регуляторов

∇ - оператор сдвига на такт назад (по времени)

* - эрмитово сопряжение

Литература

1. ФЕЛЬДБАУМ А.А. *Основы теории оптимальных автоматических систем.* М.: Наука, 1966. – 624 с.
2. НОСКО В.П. *Эконометрика*. – М.: ИЭПП, 2004. – 500 с.
3. КАШЬЯП Р., Рао А. *Построение динамических стохастических моделей по экспериментальным данным.* М.: Наука. 1985. - 384 с,
4. КОНЕВА Е.С. *Выбор моделей для реальных временных рядов. Обзор* // Автоматика и телемеханика. 1988. №6. С.3-18.
5. ЖОЛЕН Л., КИФЕР М., ДИДРИ О., ВАЛЬТЕР Э. *Прикладной интервальный анализ* (2-е изд). НИЦ «Регулярная и стохастическая динамика», 2007. – 468 с.
6. НАЗИН С.А., ПОЛЯК Б.Т. *Параметрическое оценивание методом эллипсоидов в линейных многомерных системах с*

неопределенным описанием модели // Автоматика и телемеханика. 2009. №6. С.67-80.
7. БОРОВКОВ А.А. Математическая статистика. М.: Наука, 1984. – 472 с.
8. ИБРАГИМОВ И.А., ХАСЬМИНСКИЙ Р.З. *Асимптотическая теория оценивания.* М.: Наука, 1979. – 528 с.
9. ХЬЮБЕР П. *Робастность в статистике*. М.: Мир, 1984. – 304 с
10. ФОМИН В.Н. *Методы управления линейными дискретными объектами.* Ленинград, изд-во ЛГУ, 1985. – 336 с.
11. LJUNG, L. *System identification*. Theory for user. – Prentice Hall, Upper Saddle River, N.J., 2nd edition, 1999. – 609 p.
12. LJUNG L. and GLAD T.**.** *Modeling of Dynamic Systems*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J. 1994.
13. LJUNG L. *System Identification Toolbox User's Guide*. Computation. Visualization. Programming. Version 5. The Math. Works, Inc. 2000.
14. ДЕРЕВИЦКИЙ Д.П., ФРАДКОВ А.Л. Прикладная теория дискретных адаптивных систем управления. М.: Наука. 1981. – 216 с.
15. ПЕТРОВ Б.Н., РУТКОВСКИЙ В.Ю., ЗЕМЛЯКОВ С.Д. *Адаптивное координатно – параметрическое управление нестационарными объектами***.** М: Наука, 1980.
16. РАЙБМАН Н.С., ЧАДЕЕВ В.М. *Построение моделей процессов производства.* - М.: Энергия, 1975. – 374 с.
17. GOODWIN G. C. and SIN K. S. *Adaptive Filtering: Prediction and Control*. Prentice Hall, first edition, 1984.
18. CHEN H.F. *Recursive system identification and adaptive control by use of the modified least squares algorithm* // SIAM J. Control and Optimization, 1984. V.22, no.5. P.758 – 776.
19. KOSUT R., ANDERSON B. and MAREELS I. *Stability theory for adaptive systems: Method of averaging and persistency of excitation.* IEEE Transactions on Automatic Control, 32(1):26-34, 1987.
20. NARENDRA K. S. and ANNASWAMY A. M. *Stable Adaptive Systems*. Prentice Hall, New Jersey, USA, 1988.

21. SKELTON R.E. *Model error concepts in control design* // Int. J. Control. 1989. V.49, p. 1725 – 1753.
22. SASTRY S. and BODSON M. *Adaptive Control: Stability, Convergence, and Robustness*. Prentice Hall, 1994.
23. ANDERSON B. D. and GEVERS M. *Fundamental problems in adaptive control.* In D. Normand-Cyrot, editor, Perspectives in Control Theory and Application, pages 9-21. Springer-Verlag, Berlin, 1998.
24. STEFANOVIC M., WANG R., and SAFONOV M. G. *Stability and convergence in adaptive systems.* In Proceedings of American Control Conference, Boston, MA, July 2004.
25. GEVERS M. *Identification for control: from the early achievements to the revival of experiment design.* European Journal of Control, 2005. V.11(4-5). P.335-352.
26. КРАСОВСКИЙ А.А. *Теория самоорганизующегося оптимального регулятора с экстраполяцией* Институт проблем управления РАН им. В.А.Трапезникова, 1999. С.4-23. Часть 1. «Оптимизационный подход в теории управления» / Под ред. А.А.Колесникова – Таганрог: ТРТУ, 2000.
27. ШТЕЙНБЕРГ Ш.Е., ЗАЛУЦКИЙ И.Е. *Адаптация стандартных регуляторов к условиям эксплуатации в промышленных системах регулирования* // Промышленные АСУ и контроллеры. 2003. №4. С. 11 – 14.
28. РОТАЧ В.Я. *Адаптация в системах управления технологическими процессами.* Промышленные АСУ и контроллеры. 2005. №1. С. 4 – 10.
29. ПЯТНИЦКИЙ Е.С. *Управление черным ящиком механической природы* // Автоматика и телемеханика, 1999. №3. С.202 – 212.
30. ФОМИН В.Н., ФРАДКОВ А.Л., ЯКУБОВИЧ В.А. *Адаптивное управление динамическим объектами.* - М.: Наука. 1981. – 448 с.
31. ГУСЕВ С.В. *Конечно – сходящийся алгоритм восстановления функции регрессии и его применение в задачах адаптивного управления* // Автоматика и телемеханика. 1989. №3. С.99-108.

32. БАРАБАНОВ А.Е. *Синтез адаптивных* H^∞ *- оптимальных регуляторов* // Автоматика и телемеханика, 1999. №3. С.55 – 71.
33. КОГАН М.М., НЕЙМАРК Ю.И. *Идентификация рекуррентным методом наименьших квадратов при невыполнении условий теоремы Гаусса – Маркова* // Изв. РАН. Техн. Кибернетика. 1993. №4. С.29 – 34.
34. БАРАБАНОВ А.Е. *Критериальная сходимость МНК в адаптивной системе управления* // Докл. Академии Наук СССР. – 1982. Т.358, №1. С.32-34.
35. ЛЕМАН Э. *Теория точечного оценивания*. - М.: Наука. 1991. – 448 с.
36. БОНДАРЕНКО М.В., ПОЗНЯК А.С. С*ходимость алгоритмов оценивания нестационарных параметров регрессионно – авторегрессионных объектов при помехах типа скользящего среднего* // Автоматика и телемеханика. 1993. №8. С.90-108.
37. ГРОП Д. *Методы идентификации систем***.** М.: Наука, 1979. – 336 с.
38. РАЙБМАН Н.С., ЧАДЕЕВ В.М. *Адаптивные модели в системах управления.* М.: Советское Радио, 1966. – 160 с.
39. ПЕРЕЛЬМАН И.И. *Оперативная идентификация объектов управления.* М.: Энергоиздат, 1982. – 336 с.
40. NAZIN A.V., LJUNG L. *Asymptotically optimal smoothing of averaged LMS estimates for regression parameter tracking* // Automatica. 2002. Vol. 38. P.1287 – 1293.
41. ЦЫПКИН Я.З. *Информационная теория идентификации.* - М.: Наука, 1995. – 336 с.
42. SKELTON R.E. *Model error concepts in control design* // Int. J. Control. 1989. V.49, p. 1725 – 1753.
43. JUDITSKY A., NAZIN A. *On minimax approach to nonparametric adaptive control* // Int.J. Adapt.Control & Signal Process. 2001. Vol.15. P.153 – 168.
44. ASTROM K. J. and WITTENMARK B. *Adaptive Control.* Addison-Wesley Publishing Company. 1989.

45. FISHER R.A. *The Design of Experiments*. Edinburg: Oliver and Boyd. 1935.
46. ВИНЕР Н. *Кибернетика, или управление и связь в животном и машине.* – М.: Сов. Радио, 1968. – 326 с.
47. ГРАНИЧИН О.Н., ПОЛЯК Б.Т. *Рандомизированные алгоритмы оптимизации при почти произвольных помехах*. – М.: Наука. 2003.
48. САРИДИС Дж. *Самоорганизующиеся стохастические системы управления.* М.: Наука, 1980. – 448 с.
49. BERCU B. and VAZQUEZ V. *Further results for ARX models in adaptive tracking.* Pr. 47th IEEE Conference on Decision and Control Cancun, Mexico, Dec. 9-11, 2008. ThC15.1. P. 5571 – 5575.
50. XIAO-LI HU, L. LJUNG. *New Convergence Results for Least Squares Identification Algorithm.* Technical report from Automatic Control at Linköpings universitet. Division of Automatic Control, 13th May 2009. Report no.: LiTH-ISY-R-2904.
51. *Справочник по теории автоматического управления*. Под ред. А.А.КРАСОВСКОГО. М.: Наука, 1987. – 712 с.
52. *Основы управления технологическими процессами.* Под ред. Н.С. РАЙБМАНА. М.: Наука, 1978. – 368 с.
53. БУНИЧ А.Л. *Быстросходящийся алгоритм идентификации линейного объекта с ограниченной помехой* // Автоматика и телемеханика. 1983. №8. С.101-107.
54. БУНИЧ А.Л. *Минимаксная прогнозирующая модель в системе управления с идентификатором* // Автоматика и телемеханика. 2006. №7. С.120 – 132.
55. BUNICH A.L. *Adaptive control of Oxygen – Converter Steel Melting*. Pr. IV-th IFAC Symp. on Avtomation in Mining, Mineral and Metal Processing. Helsinki. Pergamon Press., London, 1983. Vol.2. P.251 – 253.
56. EVANS R.J., ZHONG C., SOH Y.G. *Bounded – Error Estimation Using dead zone and bounded ellipsoid.* Int. J. of System Processing, 1994. V.8. P. 31 – 42.

57. ИБРАГИМОВ И.А. *Об оценке многомерной регрессии* //ТВП ,2003 ,том 48 :2, 301 –320.
58. ДУКАН П., ЦЫБАКОВ А.Б. *Непараметрическое рекуррентное оценивание в нелинейных ARX-моделях* // Пробл. передачи информации, 1993, т.29, вып.4. С. 24-34.
59. КОРОСТЕЛЕВ А.П., ЦЫБАКОВ А.Б. *Оптимальные скорости сходимости оценок в вероятностной постановке задачи томографии* // Пробл. передачи информации. 1991. Вып.1. Т.27. С.92-103.
60. LEI GUO. *On Critical Stability of Discrete-Time Adaptive Nonlinear Control* // IEEE Tranc. on Aut. Contr. Vol. 42. No. 11, 1997. P.1488-1499.
61. JUDITSKY A., NAZIN A. *On minimax approach to nonparametric adaptive control* // Int.J. Adapt. Control & Signal Process. 2001. Vol.15. P.153 – 168.
62. КАЗАРИНОВ Ю.Ф., ФОМИН В.Н. *Линейно – квадратичная задача стохастической оптимизации. III. Нелинейные оптимальные регуляторы* // Автоматика и телемеханика. 1993. №5. С. 94 -99.
63. ЦЫПКИН Я.З. *Скользящая аппроксимация и принцип поглощения* // Докл. РАН. 1997. Т.357. №6. С.750 – 753.
64. ФЕДЕР Е. *Фракталы*. М.: Мир, 1991. – 254 с.
65. ПОТАПОВ А.А., ЧЕРНЫХ В.А. *Дробное исчисление А.В.Летникова, теория фракталов и скейлинг.* Под ред. А.А.Потапова. – М.: Физматлит. 2009. – 820 с.
66. ПОТАПОВ А.А.. ГИЛЬМУТДИНОВ А.Х.. УШАКОВ П.А. а) Системные принципы и элементная база фрактальной радиоэлектроники. Ч.1. б)*Этапы становления и состояние* // Радиотехника и электроника. 2008. Т.53. №9. С.1033 – 1080. Ч.II. в)*Методы синтеза. Модели и перспективы применения* // Радиотехника и электроника. 2008. Т.53. №11. С.1347 – 1394.
67. LELAND W.E., WILSON D.V. *“High Time-Resolution Measurement and Analysis of LAN Traffic: Implications for LAN interconnection”*. Proc. of the IEEE INFOCOM 91. Bal Harbour, FL. 1991. P.1360 – 1366.

68. MANDELBROT B. *The variation of certain speculative prices.* Journal of Business. 1963. Vol. XXXVI. P. 392-417.
69. ROGERS C.. *Arbitrage with fractional Brownian motion.* 1997. Math. Finance. No. 7. P. 95-105.
70. SOTTINEN T. *Fractional Brownian motion, random walks and binary market models*. 2001. Finance and Stochastics. Vol.5. P. 343-355.
71. WILLINGER W., TAQQU M. and TEVEROVSKY V. *Long range dependence and stock returns*. 1999, Finance and Stochastics. Vol.3. P. 1-13.
72. ЕМЕЛЬЯНОВ С.В., КОРОВИН С.К. *Новые типы обратных связи: Управление при неопределенности.* - М.: Наука. Физматлит. 1997. – 352 с.
73. БУНИЧ А.Л. *Вырожденные задачи синтеза системы управления линейным дискретным объектом* // Автоматика и телемеханика. 2005. № 11. С. 35-45.
74. РОЗАНОВ Ю. А. *Стационарные случайные процессы*. М.: Наука, 1990. – 272 с.
75. ОЛЕВСКИЙ А.М. *Представление функций экспонентами с положительными частотами* // Успехи матем. наук. 2004. Т.59. Вып. 1 (355). С. 169 – 178.
76. БУЛИНСКИЙ А.В., ШИРЯЕВ А.Н. *Теория случайных процессов.* М.: Физматлит, 2005. - 404 с.
77. БАРАБАНОВ А.Е., ПЕРВОЗВАНСКИЙ А.А. *Оптимизация по равномерно – частотному критерию (* H^{∞} *– теория)* // Автоматика и телемеханика. 1992. №9. С.3 – 32.
78. БУНИЧ А.Л. *Вырожденные задачи синтеза систем управления линейными дискретными объектами* // Проблемы управления. 2009. №5. С. 2-8.
79. ГУДВИН Г.К., ГРЕБЕ С.Ф., САЛЬГАДО М.Э. *Проектирование систем управления*. - М.: Лаборатория базовых знаний. 2004. – 912 с.
80. ДОРФ Р., БИШОП Р. *Современные системы управления*. – М.: Лаборатория базовых знаний. 2002. – 832 с.

81. BELLMAN R., KALABA R. *Dynamic programming and adaptive control processes: Mathematical foundations* // IRE Trans. on Automatic Control.1960. Vol. AC-5. Pp. 5–10.
82. НЕМИРОВСКИЙ А.С., ЦЫПКНН Я.З. *Об оптимальных алгоритмах адаптивного управления* // Автоматика и телемеханика. 1984. №12. С.64 – 77.
83. БУНИЧ А.Л. *Минимаксная прогнозирующая модель в системе управления с идентификатором* // Автоматика и телемеханика. 2006. №7. С.120 – 132.
84. БУНИЧ А.Л. *Пассивная и активная идентификация линейного дискретного объекта с ограниченной помехой* // Автоматика и телемеханика. 2003, №11. С.60-73.
85. HSIEH C., SKELTON R.E. *All covariance controllers for linear discrete – time systems* // IEEE Tranc. Automat. Contr. Vol. 35, 1990. No.8. P. 908 – 915.
86. КРАВЦОВ Ю.А. *Случайность, детерминированность, предсказуемость* // Успехи физических наук, 1989. Т.158, вып.1. С. 93 – 122.
87. FARMER J.D., SIDOROVICH J.J. *Predicting chaotic time series* // Phys. Rev. Lett. 1987. V.59. No.8. P. 845 – 848.
88. GOODWIN G. C. and SIN K. S. *Adaptive Filtering: Prediction and Control*. Prentice Hall, first edition, 1984.
89. ПИНСКЕР М.С., ПРЕЛОВ В.В. *О безошибочной фильтрации некоторых стационарных процессов* // Успехи матем. наук. 1997. Т.52, вып. 2 (314). С. 109 – 118.
90. ЛЕЗИНА З.М., ЛЕЗИН В.И. *Г.В. Щипанов и теория инвариантности (труды и документы)* М.: Физматлит, 2004. – 428 с.
91. *Труды научного семинара «70 лет теории инвариантности»* / Под ред. С.Н. ВАСИЛЬЕВА - М. : ЛКИ, 2008. – 256 с.
92. БУНИЧ А.Л. *Высокоточные системы управления с сингулярными возмущениями* // Автоматика и телемеханика, 2007. №7 , с.3 – 17.
93. ЧЕНЦОВ Н.Н. *О корректности задачи статистического точечного оценивания* // Теория вероятностей и ее применения. 1981. Т.26, №1. С.15-31.

94. STONE C. *Adaptive maximum likelihood estimation of a location parameter* // Ann. Statist., 1975. Vol.3. No.2. P.267-284.
95. BICKEL P.J. *On adaptive estimation* // Ann. Statist.,1982, v.10, no.3, p.647-671.
96. KOUL H.L., SUSARLA V. *Adaptive estimation in linear regression* // Statistics and Decision, 1983. Vol.1. No.4 – 5. P.379 – 400.
97. VAN DEN HOF P. M. J. and SCHRAMA R. J. P. *Identification and control: Closed-loop issues*. Automatica, 31(12):1751-1770, December 1995.
98. ANG K.H., CHONG G., LI Y. *PID control system analysis, design, and technology* // IEEE Trans. on Control Syst. Tech. July 2005. Vol.13. No.4. P.559 – 576.
99. ДЕНИСЕНКО В.В. *ПИД - регуляторы: принципы построения и модификации* // Современные технологии автоматизации. 2006. № 4. с. 66- 74; 2007. № 1. с. 78- 88.
100. QIN S.J., BADGWELL T.A. *A survey of industrial control technology* // Contr. Eng. Practice. 2003. N.11. P. 733 – 764.

CONTROL SYSTEMS WITH IDENTIFIRE

Aleksandr Bunich, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Professor, Phd (*bunich1946@hotmail.com*).

The paper overviews the works dedicated to predictive model-based adaptive control systems with identifier (ASI) for discrete objects with parametric and nonparametric uncertainties. It focuses on the relationship between the spectral characteristics of external perturbations and maximum achievable control performance as well as the identifier speed. A class of stationary external perturbations with the known spectrum localization is established *with the solvable problem of synthesizing the systems of prescribed control precision subject to the criterion of minimum steady-state response variance. The sensitivity of the control system to variations of the spectral composition of disturbances is investigated.*

Key words. Identifier, recursive estimation, predictive model, singular perturbation.