

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ ПОСРЕДНИКОВ В КОНКУРЕНТНОЙ СРЕДЕ**

**Алгазин Г.И.<sup>1</sup>, Алгазина Ю.Г.<sup>2</sup>**

*(Алтайский государственный университет, г. Барнаул)*

*В конкурентной среде каждому из многочисленных агентов, стремящихся получить максимальную прибыль и долю рынка, при определении своей рыночной стратегии необходимо принимать во внимание поведение конкурентов. В статье представлены модельные исследования поведения торговых посредников в условиях конкуренции между ними за продвижение товара от производителя к потребителям. Такие исследования могут представлять интерес при организации взаимодействия агентов и оптимизации посреднической сети на региональных конкурентных рынках.*

Ключевые слова: производитель, торговые посредники, взаимодействие, модельные исследования, конкурентное равновесие, Курно, Штакельберг, стратегии гамма-один

### **1. Введение**

Формирование посреднической сети не всегда проходит обоюдовыгодно для производителей и посредников. Нередко этот процесс сопровождается конфликтами между ними и между самими посредниками одной сети. Производитель заинтересован в максимальном объеме продаж и минимальном риске, и

---

<sup>1</sup> Геннадий Иванович Алгазин, зав. кафедрой, доктор физико-математических наук, профессор (algazin@socio.asu.ru).

<sup>2</sup> Юлия Геннадьевна Алгазина, кандидат экономических наук, доцент (algazina@inbox.ru).

поэтому в случае благоприятной конъюнктуры стремится к наращиванию числа посредников, работающих на данном рынке. Посредник, напротив, заинтересован в монопольном обслуживании территории. Поэтому очень важно выдержать оптимальный уровень развития системы в целом, при котором обеспечивается баланс интересов участников рынка.

Чтобы проанализировать проблему формирования посреднической сети более глубоко, необходимы математические исследования. В данной работе такие исследования проведены для региональных конкурентных рынков, когда спрос на продукцию или услуги территориально ограничен, а цены на них формируются под влиянием предложения. Такие рынки являются достаточно представительными для многих регионов.

## 2. Описание модели

Ниже в работе рассматривается фрагмент рынка однородного товара, состоящего из одного его производителя и  $h$  торговых посредников. Посредник продает потребителю товар по цене  $p$ , покупая его у производителя по цене  $(1-k)p$ . Таким образом, величина  $kp$  есть разница между ценой спроса и ценой предложения на этом рынке. Эта разница и формирует доход посредника.

Базисной для исследования рынка будет являться модель, в которой интересы сторон представляются в виде целевых установок на максимизацию их прибыли. Эта модель включает:

– задачу фирмы-производителя:

$$(1) \quad \begin{cases} \Pi(p, Q, k) = (1-k) \cdot p \cdot Q - \varphi(Q) & \rightarrow \max_{Q, k}, \\ Q \in [0, \bar{Q}], \\ k \in [0, 1]; \end{cases}$$

– задачу посредника  $r$ :

$$(2) \quad R_r(p, q_r, k) = k \cdot p \cdot q_r - \varphi_r(q_r) \rightarrow \max_{q_r}, \quad r = 1, \dots, h.$$

Здесь:  $q_r$  – это действие посредника  $r$ , представляющее объем реализованного им товара потребителям;  $Q = \sum_{r=1}^h q_r$  – объем производимого товара, который затем полностью реализуется через посредников на рынке;  $\bar{Q}$  – предельно возможный объем активности производителя;  $\varphi(\cdot)$  – функция затрат производителя, а  $\varphi_r(\cdot)$  – функции затрат посредников.

В наших исследованиях будем полагать, что и функции затрат и цена продукции определяются следующими выражениями:

$$(3) \quad \varphi(Q) = c \cdot Q + d,$$

$$(4) \quad \varphi_r(q_r) = c_r \cdot q_r + d_r, \quad r = 1, \dots, h;$$

$$(5) \quad p(Q) = a - b \cdot Q.$$

Здесь цена продукции – линейная функция объема выпуска производителем. Такие модели цен достаточно широко применяются в экономико-математических исследованиях, например в исследованиях рынка Эвансом (в частности, см. работу [2]);  $a$  – спрос на продукцию;  $b$  – снижение цены при увеличении на единицу общего выпуска фирмой-производителем; издержки фирм ( $\varphi$  и  $\varphi_r$ ) являются также линейными функциями, а  $c$  и  $c_r$  – предельные переменные издержки,  $d$  и  $d_r$  – постоянные издержки фирм.

Оптимальный объем активности посредника определяется из условия

$$\frac{\partial R_r}{\partial q_r} = k \frac{\partial p}{\partial q_r} \cdot q_r + kp - c_r = 0.$$

Поэтому

$$(6) \quad \frac{\partial p}{\partial q_r} = \frac{1}{q_r} \cdot \left( \frac{c_r}{k} - p \right).$$

Тогда по (5) с учетом (6) имеем

$$\frac{\partial p}{\partial q_r} = -b \cdot \frac{\partial Q}{\partial q_r} = \frac{1}{q_r} \cdot \left( \frac{c_r}{k} - a + b \cdot Q \right),$$

или

$$1 + \frac{\partial Q_{-r}}{\partial q_r} = \frac{1}{q_r} \cdot f_r - 1 - \frac{1}{q_r} \cdot Q_{-r},$$

где использованы обозначения:

$$(7) \quad f_r = \frac{a - \frac{c_r}{k}}{b},$$

$$(8) \quad Q_{-r} = \sum_{j \neq r} q_j.$$

Получаем

$$q_r \cdot (2 + \frac{\partial Q_{-r}}{\partial q_r}) = f_r - Q_{-r},$$

и окончательно:

$$(9) \quad q_r = \frac{f_r - Q_{-r}}{2 + \frac{\partial Q_{-r}}{\partial q_r}} \quad \text{для } r=1, \dots, h.$$

### 3. Равновесие Курно

В условиях конкуренции каждой фирме при определении своей рыночной стратегии необходимо принимать в расчет поведение конкурентов. Чтобы понять поведение конкурирующих фирм, Курно предложил сделать простое предположение относительно реакции каждой фирмы на поведение конкурентов, а именно: каждая фирма будет действовать так, как будто она не ожидает от своих конкурентов изменения цен или объемов выпуска, даже если она сама сделает это (А. Курно «Исследование о математических принципах теории богатств», Париж, 1838 г.). Следует отметить значительный интерес к олигополии Курно и со стороны современных исследователей.

Далее будем использовать предположение Курно относительно объемов выпуска, или в нашем случае, когда каждая фирма-посредник устанавливает объем своих продаж так, как будто она ожидает, что другие посредники оставят свои объемы продаж неизменными.

Тогда, согласно определению дифференциалов, при  $r=1, \dots, h$  имеем

$$dQ_{-r} = \sum_{j=1}^h \frac{\partial Q_{-r}}{\partial q_j} dq_j,$$

и из того чтобы  $dQ_{-r}=0$  следует, что для  $r$ -ой фирмы должны быть равны нулю не только  $dq_j$  ( $j \neq r$ ) но и  $\partial Q_{-r} / \partial q_r$  так как в противном случае при  $dq_r \neq 0$  будет  $dQ_{-r} \neq 0$ . Итак имеем

$$(10) \quad \frac{\partial Q_{-r}}{\partial q_r} = 0, \quad r = 1, \dots, h.$$

По (9) получим

$$q_r = \frac{f_r - Q_{-r}}{2},$$

или

$$(11) \quad q_r = f_r - Q, \quad r = 1, \dots, h.$$

Суммируя по индексу  $r$  левые и правые части полученных равенств (11), имеем:

$$\sum_{r=1}^h q_r = \sum_{r=1}^h f_r - hQ,$$

или

$$Q = \sum_{r=1}^h f_r - hQ,$$

и в итоге

$$Q = \frac{1}{h+1} \cdot \sum_{r=1}^h f_r.$$

Обозначим элементы полученного равновесного состояния для конкурентного по Курно рынка верхним индексом “ $K$ ”. Тогда последовательно используя (7), (5), (11), а также формальные выражения доходов участников в задачах (1) и (2), получаем следующий результат:

$$(12) \quad Q^K = \frac{1}{(h+1)b} \left( ha - \frac{\sum_{r=1}^h c_r}{k} \right);$$

$$(13) \quad p^K = \frac{1}{h+1} \left( a + \frac{\sum_{r=1}^h c_r}{k} \right);$$

$$(14) \quad q_r^K = \frac{1}{(h+1)b} \left( a + \frac{\sum_{r=1}^h c_r - (h+1)c_r}{k} \right), \quad r=1, \dots, h;$$

$$(15) \quad \begin{cases} \Pi^K = \frac{1-k}{(h+1)^2 b} \left( a + \frac{\sum_{r=1}^h c_r}{k} \right) \left( ha - \frac{\sum_{r=1}^h c_r}{k} \right) - \\ - \frac{c}{(h+1)b} \left( ha - \frac{\sum_{r=1}^h c_r}{k} \right) - d; \end{cases}$$

$$(16) \quad \begin{cases} R_r^K = \frac{k}{(h+1)^2 b} \left( a + \frac{\sum_{r=1}^h c_r}{k} \right) \left( a + \frac{\sum_{r=1}^h c_r - (h+1)c_r}{k} \right) - \\ - \frac{c_r}{(h+1)b} \left( a + \frac{\sum_{r=1}^h c_r - (h+1)c_r}{k} \right) - d_r, \quad r=1, \dots, h; \end{cases}$$

$$(17) \quad \sigma_r^K = \frac{1-k}{(h+1)^2 b} \left( a + \frac{\sum_{r=1}^h c_r}{k} \right) \left( a + \frac{\sum_{r=1}^h c_r - (h+1)c_r}{k} \right), \quad r=1, \dots, h.$$

Здесь:  $\sigma_r^K$  – стоимость закупленного посредником товара у фирмы-производителя. В теории активных систем она еще может интерпретироваться как стимулирование, т. е. вознаграждение, выплачиваемое производителем (заказчиком) посреднику (исполнителю) [3].

Для изучения различных возможностей проектирования систем отношений между участниками конкурентного рынка рассмотрим расчет параметра  $k$ , определяющего величину стоимости  $\sigma_r^K$ , на основе теоретико-игровых стратегий  $\Gamma_1$  (гамма-один). Этот вариант расчета дает наиболее выгодное для фирмы-производителя значение этого параметра при условии, что посредники действуют оптимальным для себя образом.

Из условия  $\partial \Pi^K / \partial k = 0$ , где  $\Pi^K$  определяется по (15), после несложных преобразований приходим к следующему «неполному» кубическому уравнению для определения  $k_{\Gamma_1}^K$ :

$$(18) \quad \frac{a}{h} k^3 + \left( a - \frac{a}{h} + c + \bar{c} + \frac{\bar{c}}{h} \right) k - 2\bar{c} = 0.$$

Здесь использовано обозначение

$$\bar{c} = \frac{\sum_{r=1}^h c_r}{h}$$

– среднее значение предельных переменных издержек фирм-посредников.

Таким образом, параметр скидки цены спроса  $k_{\Gamma_1}^K$ , вычисленный по (18) на основе стратегий  $\Gamma_1$  для состояния равновесия Курно, зависит только от средних предельных переменных издержек посредников ( $\bar{c}$ ), предельных переменных издержек производителя ( $c$ ), числа самих посредников ( $h$ ) и параметра  $a$  – цены продукции при нулевом выпуске производителем. В связи с этим этот параметр может не изменяться достаточно продолжительный период и быть приемлемым для регулирования отношений между участниками франшизы при их согласии на стратегии  $\Gamma_1$ .

Тогда соответствующие элементы равновесного состояния для конкурентного по Курно рынка, когда его участники следуют стратегиям  $\Gamma_1$ , определяются по (12)-(17) при  $k = k_{\Gamma_1}^K$ .

Если  $\bar{c} = 0$ , то и  $k_{\Gamma_1}^K = 0$ , т. е. производителю выгодно продавать посредникам товар по цене потребителей, а сами посредники не будут иметь прибыли.

Далее рассмотрим задачу оптимизации числа посредников. В математических выкладках будем исходить из того, что все посредники несут одинаковые предельные переменные издержки, т. е.  $c_r = c$ ,  $r = 1, \dots, h$ .

Согласно (1)-(2) общая (суммарная) прибыль рассматриваемых участников рынка (производителя и посредников) определяется выражением

$$(19) \Delta = p(Q)Q - \varphi(Q) - \sum_{r=1}^h \varphi_r(q_r),$$

или с учетом (3) и (4) имеем

$$(20) \Delta = p(Q)Q - cQ - d - \sum_{r=1}^h (c_r q_r + d_r).$$

Для определения оптимального числа посредников на рынке в состоянии равновесия Курно с точки зрения максимизации общей (суммарной) прибыли решаем уравнение  $\partial \Delta^K / \partial h = 0$ , где  $\Delta^K$  определяется на основе (20), (12)-(14).

После ряда преобразований приходим к следующему его решению

$$(21) h_{\Delta}^K = \frac{a - c - e}{a - (2e/k - c - e)}.$$

Если предельные переменные издержки  $c_r$  посредников равны нулю, то

$$h_{\Delta}^K = \frac{a - c}{a + c},$$

и, в лучшем случае, будет необходимость только в одном посреднике.

Для определения оптимального числа посредников с точки зрения максимизации общего дохода от реализованной продукции ( $H^K = p^K Q^K$ ) решаем уравнение  $\partial H^K / \partial h = 0$ , где  $p^K$  и  $Q^K$  определяется по (12) и (13). После ряда несложных преобразований приходим к следующему его решению:

$$(22) h_H^K = \frac{a}{a - 2e/k}.$$

Здесь, чем выше предельные переменные издержки посредников, тем больше нужно посредников на рынке. Если предельные переменные издержки посредников равны нулю, то оптимально иметь только одного посредника.

Для определения оптимального числа посредников с точки зрения максимизации прибыли производителя  $\Pi^K$  решаем уравнение  $\partial \Pi^K / \partial h = 0$ , где  $\Pi^K$  определяется по (15). Это уравнение имеет следующее решение

$$(23) \quad h_{\Pi}^K = \frac{(1-k)a - c}{(1-k)a - (2e/k - c)}.$$

Наблюдается та же закономерность: чем выше предельные переменные издержки посредников, тем больше нужно посредников на рынке.

Продолжая анализ рынка в состоянии равновесия Курно, отметим следующее. Из неравенства

$$\frac{\partial Q^K}{\partial h} = \frac{1}{(h+1)^2 b} \left( a - \frac{e}{k} \right) > 0$$

следует, что с ростом числа посредников растет и выпуск товара производителем. Но вместе с тем,

$$\frac{\partial q_r^K}{\partial h} = -\frac{1}{(h+1)^2 b} \left( a - \frac{e}{k} \right) < 0$$

т. е. падает количество проданных каждым посредником товаров. Таким образом, рост выпуска обеспечивается исключительно за счет новых посредников.

Далее выпуск производителя падает с ростом средних и суммарных предельных переменных издержек посредников, так как

$$\frac{\partial Q^K}{\partial e} = -\frac{h}{(h+1)bk} < 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial Q^K}{\partial (\sum_{r=1}^h c_r)} = -\frac{1}{(h+1)bk} < 0.$$

Цена товара растет с ростом средних и суммарных предельных переменных издержек посредников –

$$\left( \frac{\partial p^K}{\partial e} = \frac{h}{(h+1)k} > 0, \frac{\partial p^K}{\partial (\sum_{r=1}^h c_r)} = \frac{1}{(h+1)k} > 0 \right),$$

но падает с ростом числа посредников –

$$\frac{\partial p^K}{\partial h} = -\frac{1}{(h+1)^2} \left(a - \frac{e}{k}\right) < 0.$$

С ростом числа посредников падает стоимость закупленного посредником товара у производителя –

$$\left(\frac{\partial \sigma_r^K}{\partial h} = -\frac{1-k}{(h+1)^3 \cdot b} \left(2a + \frac{(h-1)}{k}\right) \left(a - \frac{e}{k}\right) < 0\right)$$

и прибыль посредника –

$$\left(\frac{\partial R_r^K}{\partial h} = -\frac{2k}{(h+1)^3 b} \left(a - \frac{e}{k}\right)^2 < 0, \quad r=1, \dots, h\right).$$

#### 4. Равновесие Штакельберга

Допустим, что первая фирма-посредник полагает, что все другие фирмы-посредники будут действовать по Курно. Тогда из  $dq_r=0$  и  $dQ_{-r}=0$  при  $r=2, \dots, h$  имеем  $\partial Q_{-r}/\partial q_r=0$ , а также

$$q_r = \frac{f_r - Q_{-r}}{2},$$

где  $f_r$  определяется по (7).

Из последнего равенства следует

$$\frac{\partial q_r}{\partial q_1} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\partial Q_{-r}}{\partial q_1} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\partial Q}{\partial q_1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial q_r}{\partial q_1} = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial Q_{-1}}{\partial q_1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial q_r}{\partial q_1},$$

или

$$\frac{\partial q_r}{\partial q_1} = -1 - \frac{\partial Q_{-1}}{\partial q_1}, \quad r=2, \dots, h.$$

Суммируя левые и правые части последних равенств по  $r$  при  $r=2, \dots, h$ , получаем

$$\frac{\partial Q_{-1}}{\partial q_1} = -(h-1) - (h-1) \cdot \frac{\partial Q_{-1}}{\partial q_1},$$

$$(24) \quad \frac{\partial Q_{-1}}{\partial q_1} = -\frac{h-1}{h}.$$

Тогда

$$(25) \quad q_1 = \frac{f_1 - Q_{-1}}{2 - \frac{h-1}{h}},$$

или

$$q_1 = \frac{h \cdot (f_1 - Q + q_1)}{h+1},$$

$$(26) \quad q_1 = hf_1 - hQ.$$

Имеем также при  $r=2, \dots, h$

$$(27) \quad q_r = f_r - Q,$$

Суммируя левые и правые части равенств (27) по  $r$  ( $r=2, \dots, h$ ), а затем с (26), получаем

$$Q = (h-1)f_1 + \sum_{r=1}^h f_r - (2h-1)Q.$$

Используя ранее введенные обозначения (см. (7)) для  $f_1$  и  $f_r$ , получаем формальное выражение для  $Q$ .

Обозначим соответствующее равновесное по Штакельбергу решение верхним индексом “S”. Тогда:

$$(28) \quad Q^S = \frac{1}{2hb} \left( (2h-1)a - \frac{\sum_{r=1}^h c_r + (h-1)c_1}{k} \right);$$

$$(29) \quad p^S = \frac{1}{2h} \left( a + \frac{\sum_{r=1}^h c_r + (h-1)c_1}{k} \right);$$

$$(30) \quad q_1^S = \frac{1}{2b} \left( a + \frac{\sum_{r=1}^h c_r - (h+1)c_1}{k} \right);$$

$$(31) \quad q_r^S = \frac{1}{2hb} \left( a + \frac{\sum_{r=1}^h c_r - 2hc_r + (h-1)c_1}{k} \right), \quad r = 2, \dots, h;$$

$$(32) \quad \left\{ \begin{aligned} \Pi^S &= \frac{1-k}{4h^2b} \left( a + \frac{\sum_{r=1}^h c_r + (h-1)c_1}{k} \right) \left( (2h-1)a - \frac{\sum_{r=1}^h c_r + (h-1)c_1}{k} \right) - \\ &- \frac{c}{2hb} \left( (2h-1)a - \frac{\sum_{r=1}^h c_r + (h-1)c_1}{k} \right) - d; \end{aligned} \right.$$

$$(33) \quad \left\{ \begin{aligned} R_1^S &= \frac{k}{4hb} \left( a + \frac{\sum_{r=1}^h c_r + (h-1)c_1}{k} \right) \left( a + \frac{\sum_{r=1}^h c_r - (h+1)c_1}{k} \right) - \\ &- \frac{c_1}{2b} \left( a + \frac{\sum_{r=1}^h c_r - (h+1)c_1}{k} \right) - d_1; \end{aligned} \right.$$

$$(34) \quad \left\{ \begin{aligned} R_r^S &= \frac{k}{4h^2b} \left( a + \frac{\sum_{r=1}^h c_r + (h-1)c_1}{k} \right) \left( a + \frac{\sum_{r=1}^h c_r - 2hc_r + (h-1)c_1}{k} \right) - \\ &- \frac{c_r}{2hb} \left( a + \frac{\sum_{r=1}^h c_r - 2hc_r + (h-1)c_1}{k} \right) - d_r, \quad r=2, \dots, h; \end{aligned} \right.$$

$$(35) \quad \sigma_1^S = \frac{1-k}{4hb} \left( a + \frac{\sum_{r=1}^h c_r + (h-1)c_1}{k} \right) \left( a + \frac{\sum_{r=1}^h c_r - (h+1)c_1}{k} \right);$$

$$(36) \quad \left\{ \begin{aligned} \sigma_r^S &= \frac{1-k}{4h^2b} \left( a + \frac{\sum_{r=1}^h c_r + (h-1)c_1}{k} \right) \left( a + \frac{\sum_{r=1}^h c_r - 2hc_r + (h-1)c_1}{k} \right), \\ &r=2, \dots, h. \end{aligned} \right.$$

Аналогичным образом из условия  $\partial \Pi^S / \partial k = 0$  можно провести расчеты параметра  $k$  на основе игр  $\Gamma_1$ . Найденное значение этого параметра обозначим как  $k_{\Gamma_1}^S$ . Тогда соответствующие показатели равновесного состояния для конкурентного по Штакельбергу рынка, когда его участники следуют стратегиям  $\Gamma_1$ , определяются по (28)-(36) при  $k = k_{\Gamma_1}^S$ .

Для определения оптимального числа посредников на рынке в состоянии равновесия Штакельберга также могут прини-

маться во внимание различные критерии. С точки зрения максимизации общей (суммарной) прибыли оптимальное число посредников находится из решения уравнения

$$\frac{\partial \Delta^S}{\partial h} = 0, (\Delta^S = p^S Q^S - c Q^S - d - \sum_{r=1}^h (c_r q_r^S + d_r));$$

максимизации общего дохода от реализованной продукции – из уравнения

$$\frac{\partial H^S}{\partial h} = 0, (H^S = p^S Q^S);$$

максимизации прибыли производителя – из уравнения  $\partial \Pi^S / \partial h = 0$ , где  $\Pi^S$  определяется по (32).

Так оптимальное число посредников с точки зрения максимизации общего дохода от реализованной продукции  $H^S$  определяется как

$$(37) \quad h_H^S = \frac{ka - e}{ka - 2e}.$$

По (37) при равенстве нулю предельных переменных издержек посредников оптимально иметь одного посредника.

Из неравенства

$$\frac{\partial Q^S}{\partial h} = \frac{1}{h^2 b} \left( a - \frac{e}{k} \right) > 0$$

следует, что в состоянии равновесия Штакельберга с ростом числа посредников также растет выпуск товара производителем; количество проданных товаров не изменяется для первого посредника, но падает для других посредников –

$$\frac{\partial q_1^S}{\partial h} = 0, \frac{\partial q_r^S}{\partial h} = -\frac{1}{2h^2 b} \left( a - \frac{e}{k} \right) < 0, r = 2, \dots, h.$$

Поэтому рост общего выпуска обеспечивается исключительно за счет новых посредников. С ростом же числа посредников цена товара падает –

$$\left( \frac{\partial p^S}{\partial h} = -\frac{1}{2h^2} \left( a - \frac{e}{k} \right) < 0 \right),$$

падают стоимость товара, закупленного каждым посредником у производителя

$$\left(\frac{\partial \sigma_1^s}{\partial h} = -\frac{1-k}{4h^2b} \left(a - \frac{e}{k}\right) < 0, \frac{\partial \sigma_r^s}{\partial h} = -\frac{1-k}{2h^3b} \left(a - \frac{e}{k}\right)^2 < 0, r = 2, \dots, h\right),$$

и их прибыли

$$\left(\frac{\partial R_1^s}{\partial h} = -\frac{k}{4h^2b} \left(a - \frac{e}{k}\right)^2 < 0, \frac{\partial R_r^s}{\partial h} = -\frac{k}{2h^3b} \left(a - \frac{e}{k}\right)^2 < 0, r = 2, \dots, h\right).$$

С ростом предельных переменных издержек посредников падает выпуск производителя, так как

$$\frac{\partial Q^s}{\partial e} = -\frac{2h-1}{2hbk} < 0,$$

но растет цена товара –

$$\left(\frac{\partial p^s}{\partial e} = \frac{2h-1}{2hk} > 0\right).$$

## 5. Неравновесие Штакельберга

Пусть остальные фирмы так же, как и первая, будут действовать по Штакельбергу, т. е. каждая фирма считает, что все другие действуют по Курно. Такая ситуация называется неравновесием по Штакельбергу [2].

В этом случае по (24) как для первой фирмы, так и для всех остальных будут выполняться соотношения

$$(38) \quad \frac{\partial Q_{-r}}{\partial q_r} = -\frac{h-1}{h}, \quad r = 1, \dots, h;$$

и согласно (9) имеем, что

$$q_r = \frac{f_r - Q_{-r}}{2 - \frac{h-1}{h}} = \frac{h}{h+1} (f_r - Q + q_r).$$

Далее следует:

$$(39) \quad q_r = h(f_r - Q), \quad r = 1, \dots, h.$$

Суммируя по  $r$  левые и правые части равенств (39), получаем

$$Q = h \sum_{r=1}^h f_r - h^2 Q; \quad Q = \frac{h}{(h^2 + 1)b} \left( ha - \frac{\sum_{r=1}^h c_r}{k} \right).$$

Обозначим элементы полученного неравновесного по Штакельбергу состояния конкурентного рынка верхним индексом " $\bar{S}$ ". Тогда последовательно используя (7), (5), (39), а также формальные выражения доходов участников в задачах (1) и (2), получаем следующие соотношения:

$$(40) \quad Q^{\bar{S}} = \frac{h}{(h^2 + 1)b} \left( ha - \frac{\sum_{r=1}^h c_r}{k} \right);$$

$$(41) \quad p^{\bar{S}} = \frac{1}{h^2 + 1} \left( a + \frac{h \sum_{r=1}^h c_r}{k} \right);$$

$$(42) \quad q_r^{\bar{S}} = \frac{h}{(h^2 + 1)b} \left( a + \frac{h \sum_{r=1}^h c_r - (h^2 + 1)c_r}{k} \right), r = 1, \dots, h;$$

$$(43) \quad \left\{ \begin{aligned} \Pi^{\bar{S}} &= \frac{h(1-k)}{(h^2 + 1)^2 b} \left( a + \frac{h \sum_{r=1}^h c_r}{k} \right) \left( ha - \frac{\sum_{r=1}^h c_r}{k} \right) - \\ &- \frac{hc}{(h^2 + 1)b} \left( ha - \frac{\sum_{r=1}^h c_r}{k} \right) - d; \end{aligned} \right.$$

$$(44) \quad \left\{ \begin{aligned} R_r^{\bar{S}} &= \frac{hk}{(h^2 + 1)^2 b} \left( a + \frac{h \sum_{r=1}^h c_r}{k} \right) \left( a + \frac{h \sum_{r=1}^h c_r - (h^2 + 1)c_r}{k} \right) - \\ &- \frac{hc_r}{(h^2 + 1)b} \left( a + \frac{h \sum_{r=1}^h c_r - (h^2 + 1)c_r}{k} \right) - d_r, \quad r = 1, \dots, h; \end{aligned} \right.$$

$$(45) \begin{cases} \sigma_r^{\bar{s}} = \frac{h(1-k)}{(h^2+1)^2 b} \left( a + \frac{h \sum_{r=1}^h c_r}{k} \right) \left( a + \frac{h \sum_{r=1}^h c_r - (h^2+1)c_r}{k} \right), \\ r = 1, \dots, h. \end{cases}$$

Когда отношения производителя и посредников строятся на основе теоретико-игровых стратегий  $\Gamma_1$ , значение параметра скидки цены  $k$  для точки неравновесия Штакельберга находится из условия  $\partial \Pi^{\bar{s}} / \partial k = 0$ , где  $\Pi^{\bar{s}}$  определяется по (43). Соответствующие показатели функционирования рынка находятся из (40)-(45) при  $k = k_{\Gamma_1}^{\bar{s}}$ .

Оптимальное число посредников на данном рынке может быть найдено из условий:

$$\frac{\partial \Delta^{\bar{s}}}{\partial h} = 0, (\Delta^{\bar{s}} = p^{\bar{s}} Q^{\bar{s}} - c Q^{\bar{s}} - d - \sum_{r=1}^h (c_r q_r^{\bar{s}} + d_r)),$$

если критерием числа посредников является максимизация общей (суммарной) прибыли производителя и посредников;

$$\frac{\partial H^{\bar{s}}}{\partial h} = 0, (H^{\bar{s}} = p^{\bar{s}} Q^{\bar{s}}),$$

если критерием числа посредников является максимизация общего дохода от реализованной продукции;

$$\frac{\partial \Pi^{\bar{s}}}{\partial h} = 0$$

( $\Pi^{\bar{s}}$  определяется по (43)) – при максимизации прибыли производителя.

Рассмотрим подробнее случай, когда число посредников определяется по критерию максимизации дохода. Уравнение

$$\frac{\partial H^{\bar{s}}}{\partial h} = 0$$

после ряда несложных преобразований дает искомое решение:

$$(46) \left(h_{\bar{h}}^{\bar{s}}\right)^2 = \frac{a}{a - \frac{2e}{k}}.$$

Переходя к анализу рынка в состоянии неравновесия Штапельберга, отметим, что с ростом числа посредников также растет выпуск товара производителем. Это следует из неравенства

$$\frac{\partial Q^{\bar{s}}}{\partial h} = \frac{2h}{(h^2 + 1)^2 b} \left(a - \frac{e}{k}\right) > 0;$$

однако для посредников количество проданных товаров падает –

$$\left(\frac{\partial q_r^{\bar{s}}}{\partial h} = -\frac{h^2 - 1}{(h^2 + 1)^2 b} \left(a - \frac{e}{k}\right) \leq 0\right).$$

Поэтому рост выпуска товара обеспечивается исключительно за счет новых посредников. С ростом числа посредников также падают цена товара –

$$\left(\frac{\partial p^{\bar{s}}}{\partial h} = -\frac{2h}{h^2 + 1} \left(a + \frac{(h^2 - 1)e}{k}\right) < 0\right)$$

и прибыль каждого посредника –

$$\left(\frac{\partial R_r^{\bar{s}}}{\partial h} = -\frac{k(3h^2 - 1)}{(h^2 + 1)^3 b} \left(a - \frac{e}{k}\right)^2 < 0, r = 1, \dots, h\right).$$

С ростом числа посредников может неоднозначно вести себя стоимость товара, закупленного каждым посредником у производителя, так как имеем

$$\frac{\partial \sigma_r^{\bar{s}}}{\partial h} = \frac{h(1-k)}{(h^2 + 1)^3 b} \left[ (1-h^2) \left(a - \frac{e}{k}\right) + \frac{(h^2 + 1)^2 e}{k} \right] \left(a - \frac{e}{k}\right), r = 1, \dots, h.$$

При  $h=1$  последнее выражение положительно, т. е. стоимость закупленного товара растет; при небольших значениях  $h$  знак выражения зависит от соотношения между параметрами  $a, e, k$  и при значительных значениях  $h$  очевидно, что опять последнее выражение положительно, что означает рост стоимости товара, закупаемого каждым посредником у производителя.

В состоянии неравновесия Штакельберга с ростом предельных переменных издержек посредников падает выпуск производителя, так как

$$\frac{\partial Q^{\bar{s}}}{\partial e} = -\frac{h^2}{(h^2 + 1)k} < 0,$$

но цена товара растет –

$$\left(\frac{\partial p^{\bar{s}}}{\partial e} = \frac{h^2}{(h^2 + 1)k} > 0\right).$$

## 6. Заключение

В работе описывается модель функционирования рынка однородного товара, состоящего из одного производителя и ряда конкурирующих друг с другом торговых посредников. На основе этой модели получены аналитические оценки ряда основных характеристик рынка в условиях конкурентного равновесия Курно, конкурентного равновесия Штакельберга и неравновесия Штакельберга, включающих: объем производства товара; объем закупаемого у производителя и реализованного потребителям товара каждым посредником; рыночная цена продукции; прибыль производителя и посредников и др. Предложены математические модели организации отношений между производителем и посредниками на основе теоретико-игрового подхода с применением стратегий  $\Gamma_1$  (гамма-один). Осуществлена постановка и приведено решение задачи оптимизации числа посредников на региональном конкурентном рынке по различным критериям: максимизация общей (суммарной) прибыли производителя и посредников; максимизация общего (суммарного) дохода; максимизация прибыли производителя. Проведен анализ рынка в состоянии равновесия Курно, равновесия Штакельберга и неравновесия Штакельберга.

Работа выполнена при содействии гранта Президента РФ (проект МК-3166.2009.6) и гранта РФФИ (проект № 10-01-98005 «р\_сибирь\_а»).

## **Литература**

1. АЛГАЗИН Г.И., АЛГАЗИНА Д.Г. *Моделирование много-агентных франчайзинговых систем*: монография. – Барнаул: АлтГУ, 2009. – 91 с.
2. КОЛЕМАЕВ В.А. *Математическая экономика*: учеб. для вузов. – М.: ЮНИТИ, 1998. – 240 с.
3. НОВИКОВ Д.А. *Стимулирование в организационных системах*. – М.: СИНТЕГ, 2003. – 312 с.

## **MODELLING OF MEDIATOR'S BEHAVIOR IN THE COMPETITIVE ENVIRONMENT**

**Gennady Algazin**, Altai State University, Barnaul, Doctor of Science, professor (algazin@socio.asu.ru).

**Julia Algazina**, Altai State University, Barnaul, Cand.Sc. assistant professor (algazina@inbox.ru).

*Abstract: In the competitive environment to each of the numerous agents, aspiring to get the maximum profit and a market share, at definition of the market strategy it is necessary to pay attention to competitor's behavior. In article modeling researches of trading mediator's behavior in the conditions of a competition between them for advancement of the goods from the manufacturer to consumers are presented. Such researches can be interest at the organization of interaction between agents and optimization of mediator's network in the regional competitive markets.*

**Keywords:** manufacturer, trading mediators, interaction, modeling researches, competitive equilibrium, Curno, Stakelberg, strategy gamma-one