

СТРУКТУРНО-ПАРМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ СТОХАСТИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕПРЕРЫВНЫХ ДРОБЕЙ

Карташов В.Я., Новосельцева М.А.

(Кемеровский государственный университет, Кемерово)

kartash@ic.kemsu.ru, aanov@pochta.ru

В работе предлагается метод структурно-параметрической идентификации динамического объекта по измерениям случайных вход-выходных сигналов, основанный на теории непрерывных дробей. Метод включает в себя проверку стационарности вход-выходных процессов объекта, в случае необходимости их стационаризацию и получение дискретной модели стохастического объекта.

Ключевые слова: стохастический объект, стационарный и нестационарный случайный процесс, структурная функция, непрерывная дробь, стационаризация, структурно-параметрическая идентификация.

Введение

Современный уровень развития производственных процессов и объектов предъявляет повышенные требования к точности и качеству цифровых систем управления. Для получения необходимых характеристик цифровых систем управления часто используют методы идентификации производственных объектов. Зачастую отсутствуют априорные сведения о таких объектах, а измеряемые входные и выходные переменные являются стохастическими нестационарными процессами. Поэтому в рамках современной теории управления продолжается разработка методов идентификации сложных динамических объектов. Такая задача практически всегда возникает при проведении прикладных исследований в науке и промышленности и ее

отличительной особенностью является наличие случайных процессов на входе и выходе некоторой динамической системы.

В данной работе будет рассмотрен подход к структурно-параметрической идентификации стохастических объектов в условиях отсутствия априорной информации об исследуемом объекте и его вход-выходных процессах.

1. Анализ вход-выходных случайных процессов

В процессе идентификации динамических объектов источниками информации о них являются входные и выходные сигналы объекта. Поэтому корректность методов идентификации, а также интерпретация результатов анализа в значительной степени зависят от основных свойств анализируемых процессов. Это проблема существенно усложняется при наличии стохастических стационарных и нестационарных процессов на входе и выходе объекта. Поэтому на начальном этапе идентификации необходимо оценить основные свойства анализируемых процессов. К их числу относится стационарность случайного процесса, которая на практике обычно понимается в широком смысле, что означает постоянство математического ожидания и зависимость корреляционной функции только от интервала между любыми двумя сечениями, но не от положения этих сечений на оси времени [1, 4].

Ретроспективные методы анализа стационарности данных измерений разрабатывали многие ученые [1, 2, 3, 6, 11, 12]. Значительная часть из них основана на корреляционной теории случайных процессов, и не применима в нестационарных условиях, так как одним из основных требований корреляционной теории является постоянство среднего уровня случайного процесса. Кроме того, визуальное изучение кривой корреляционной функции с целью анализа стационарности затрудняет процесс обработки данных измерений и не позволяет произвести его автоматизацию [2, 3].

Стоит отметить, что рассматриваемая задача должна решаться на этапе предварительной статистической обработки данных. В связи с этим трудно рассчитывать на наличие достаточно подробной априорной статистической информации на начальном этапе процесса идентификации. Представляется, что в таких условиях наиболее эффективными окажутся непараметрические методы, не требующие знания априорных сведений о процессе.

В качестве критерия стационарности случайного процесса будем использовать структурную функцию [13], предложенную А.Н. Колмогоровым:

$$C_x(t, t + \tau) = M \{ x(t) - x(t + \tau) \}^2, \quad (1)$$

где $x(t)$ – некоторый случайный процесс. Очевидно, что функция всегда неотрицательна, четна и удовлетворяет условию $C_x(0) = 0$. В отличие от корреляционной функции, всегда являющейся ограниченной, структурная функция может неограниченно возрастать при $t \rightarrow \infty$. Рассмотрим частный случай, когда $x(t)$ представляет собой стационарный случайный процесс с нулевым средним. Тогда структурная функция будет иметь вид

$$\begin{aligned} C_x(t, t + \tau) &= M \{ x(t) - x(t + \tau) \}^2 = \\ &= M(x^2(t)) - 2M(x(t)x(t + \tau)) + M(x^2(t + \tau)) = \\ &= 2R_{xx}(0) - 2R_{xx}(\tau) = C_x(\tau) \end{aligned} \quad (2)$$

Как видно из (2), структурная функция стационарного случайного процесса не зависит от текущего момента времени. На основании (2) можно утверждать, что структурная функция стационарного случайного процесса с течением времени стремится к установившемуся значению:

$$C_x(\tau) \xrightarrow{\tau \rightarrow \infty} 2R_{xx}(0). \quad (3)$$

Практическое построение структурной функции более надежно по сравнению с корреляционной, поскольку на нее не влияют ошибки определения среднего значения процесса $x(t)$. Оно осуществляется по формуле

$$C_x(k) = \frac{1}{N-k} \sum_{i=1}^{N-k} (x(i) - x(i+k))^2, \quad (4)$$

где N – число измерений процесса $x(t)$.

Раздел теории случайных процессов, связанный с изучением случайных процессов на базе исследования структурных функций, носит название структурного анализа [13]. Структурный анализ случайных процессов в ряде случаев приводит к более устойчивым характеристикам по сравнению с корреляционными. Эффективность структурного анализа заключается в том, что параметры структурной функции обладают свойствами инвариантности относительно некоторых форм нестационарности, проявляющихся, например, при смещенности по математическому ожиданию, а также в случае квазистационарного характера случайного процесса.

Независимость оценки структурной функции от оценки среднего значения случайного процесса позволяет использовать ее для описания как стационарных, так и нестационарных процессов. Важными свойствами структурной функции, используемыми для анализа стационарности случайного процесса, являются следующие [8, 9]:

структурная функция стационарного процесса ограничена и с течением времени выходит на установившееся значение;

структурная функция нестационарного процесса с течением времени неограниченно возрастает.

Для обеспечения эффективной алгоритмической и программной реализации метода анализа стационарности и исключения визуального анализа кривых структурной функции возможно получение модели структурной функции сигнала в форме непрерывной дроби [8, 9]. Свойство стационарности случайного процесса отождествляется с устойчивостью полученной модели структурной функции в форме непрерывной дроби.

Для этого на основании значений структурной функции сигнала, полученных по формуле (4), расчетным путем определяется идентифицирующая матрица:

$$\begin{array}{l}
 (-1) - \text{строка} \\
 (0) - \text{строка} \\
 1 - \text{строка} \\
 \dots \\
 m - \text{строка} \\
 \dots
 \end{array}
 \left(\begin{array}{cccccc}
 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & \dots \\
 C_x(0) & C_x(\Delta t) & C_x(2\Delta t) & \dots & C_x(n\Delta t) & \dots \\
 \alpha_1(0) & \alpha_1(\Delta t) & \alpha_1(2\Delta t) & \dots & \alpha_1(n\Delta t) & \dots \\
 \alpha_2(0) & \alpha_2(\Delta t) & \alpha_2(2\Delta t) & \dots & \alpha_2(n\Delta t) & \dots \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 \alpha_m(0) & \alpha_m(\Delta t) & \alpha_m(2\Delta t) & \dots & \alpha_m(n\Delta t) & \dots \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots
 \end{array} \right), \quad (5)$$

в которой (-1) -строка содержит значения единичной функции $1(t)$, а (0) -строка – значения структурной функции входного сигнала $C_x(k\Delta t)$ в моменты времени $\{n\Delta t\}_0^N$, Δt – шаг дискретизации, а элементы $\alpha_m(n\Delta t)$ последовательно определяются с помощью соотношения:

$$\alpha_m(n) = \frac{\alpha_{m-2}(n+1)}{\alpha_{m-2}(0)} - \frac{\alpha_{m-1}(n+1)}{\alpha_{m-1}(0)}, \quad (6)$$

где $\alpha_{-1}(n) = 1(n\Delta t)$, $\alpha_0(n) = C_x(n\Delta t)$, $m=1,2,3,\dots$, $n=0,1,2,\dots$. Вычисление элементов $\alpha_m(n\Delta t)$ продолжается до появления нулевой строки.

Элементы первого столбца матрицы (5) позволяют получить модель структурной функции сигнала:

$$G(z) = \frac{C_x(1)z^{-1}}{1 + \frac{\alpha_1(0)z^{-1}}{1 + \frac{\alpha_2(0)z^{-1}}{1 + \frac{\alpha_3(0)z^{-1}}{\dots}}}}. \quad (7)$$

Далее производится проверка устойчивости полученной модели (7) с помощью любого из известных критериев устойчивости. В случае устойчивости объекта-преобразователя следует утверждать, что данный сигнал стационарен. В противном случае сигнал является нестационарным.

Поскольку потенциальной возможностью для определения причинно-следственных взаимосвязей стохастических процессов является понятие стационарности, на практике часто приме-

няют процедуру стационаризации нестационарных случайных процессов [2, 3]. Если данные измерений процесса $x(t)$ нестационарны, их можно привести к стационарным с помощью взятия правых

$$\Delta^d x(k) = \Delta^{d-1} x(k+1) - \Delta^{d-1} x(k), \quad (8)$$

или левых разностей

$$\nabla^d x(k) = \nabla^{d-1} x(k-1) - \nabla^{d-1} x(k), \quad (9)$$

где Δ – правая разность, ∇ – левая разность, d – порядок разности.

Порядок взятия разностей d будем определять по поведению структурной функции процесса, то есть по устойчивости модели структурной функции. Если модель устойчива, следует прекратить процесс взятия разностей, так как стационаризация сигнала произведена.

2. Идентификация стохастического объекта

Условия априорной неопределенности являются характерной чертой научных исследований и значительно затрудняют применение большого количества существующих методов идентификации [2, 3, 5, 10], в которых восстановление структуры модели является неочевидным процессом и приводит к процедуре перебора пробных моделей из множества общего класса. Это становится причиной актуальности задач структурно-параметрической (SP-) идентификации.

Линейный (линеаризованный) динамический объект описывается математической моделью в форме интеграла-свертки (интеграла Дюамеля) [5]:

$$y(t) = \int_0^t h(\tau) x(t-\tau) d\tau, \quad (10)$$

где $h(t)$ - весовая функция, $x(t)$ - входной стационарный случайный процесс, $y(t)$ - выходной стационарный случайный процесс. Известно соотношение, устанавливающее связь между

взаимной корреляционной функцией входного и выходного сигналов и корреляционной функцией входного сигнала (уравнение Винера-Хопфа) [5]:

$$R_{xy}(\tau) = \int_0^{\tau} h(t) R_{xx}(\tau - t) dt. \quad (11)$$

Применив преобразование Лапласа к соотношению (11), получим

$$R_{xy}(s) = G(s) R_{xx}(s), \quad (12)$$

где

$$R_{xy}(s) = L(R_{xy}(\tau)) = \int_0^{\infty} R_{xy}(\tau) e^{-s\tau} d\tau \quad (13)$$

- преобразование Лапласа взаимной корреляционной функции входного и выходного сигналов;

$$R_{xx}(s) = L(R_{xx}(\tau)) = \int_0^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{-s\tau} d\tau \quad (14)$$

- преобразование Лапласа корреляционной функции входного сигнала.

Формула (12) приводит к *математической модели стохастического объекта в форме непрерывной передаточной функции (НПФ)*, являющейся дробно-рациональной функцией от переменной s преобразования Лапласа:

$$G(s) = \frac{R_{xy}(s)}{R_{xx}(s)} = \frac{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \dots + a_0}{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_0}, \quad (15)$$

где m, n – целые положительные числа, причем $m \leq n$.

Найдя оценки несобственных интегралов (13) и (14) в виде интегральных сумм, можно оценить дискретную передаточную функцию (ДПФ) стохастического объекта:

$$G(z) = \frac{R_{xy}(z)}{R_{xx}(z)} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} R_{xy}(n\Delta t) z^{-n}}{\sum_{n=0}^{\infty} R_{xx}(n\Delta t) z^{-n}}, \quad (16)$$

где z - переменная z -преобразования $z = e^{s\Delta t}$, z^{-1} - оператор обратного сдвига.

Модель ДПФ стохастического объекта в форме дробно-рационального выражения имеет вид:

$$\{x(n\Delta t)\}, \quad (17)$$

где $P_m(z), Q_n(z)$ - полиномы от комплексной переменной z -преобразования, m, n - целые положительные числа – порядки этих полиномов.

Известно также другое определение ДПФ в виде

$$G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\Delta t \sum_{n=0}^{\infty} y(n\Delta t) z^{-n}}{\Delta t \sum_{n=0}^{\infty} x(n\Delta t) z^{-n}}, \quad (18)$$

где $X(z), Y(z)$ – z -преобразование числовых последовательностей значений случайного входного $\{x(n\Delta t)\}_{n=0}^{\infty}$ и случайного выходного $\{y(n\Delta t)\}_{n=0}^{\infty}$ сигналов, z^{-1} - оператор обратного сдвига.

Благодаря операторным свойствам z -преобразования $z^{-k} y(n\Delta t) = y((n-k)\Delta t)$ дискретную модель линейного объекта можно представить как в форме *стохастического разностного уравнения*

$$y(k\Delta t) = \sum_{i=0}^m a_i x((k-i)\Delta t) - \sum_{i=1}^n b_i y((k-i)\Delta t), \quad (19)$$

относящегося к классу процессов *авторегрессии со скользящим средним*, так и в форме *детерминированного разностного уравнения*

$$R_{xy}(k\Delta t) = \sum_{i=0}^m a_i R_{xx}((k-i)\Delta t) - \sum_{i=1}^n b_i R_{xy}((k-i)\Delta t). \quad (20)$$

Для решения задачи СП-идентификации стохастического объекта используем теорию непрерывных дробей [7] и модифицированный алгоритм В.Висковатова [7, 8, 9].

Будем считать, что $R_{xy}(0) \neq 0$ и $R_{xx}(0) \neq 0$. Будем определять идентифицирующую матрицу:

$$\begin{array}{l}
(-1)\text{--строка} \\
(0)\text{--строка} \\
1\text{--строка} \\
\vdots \\
\vdots \\
m\text{--строка} \\
\vdots
\end{array}
\begin{pmatrix}
R_{xx}(0) & R_{xx}(\Delta t) & R_{xx}(2\Delta t) & \dots & R_{xx}(n\Delta t) & \dots \\
R_{xy}(0) & R_{xy}(\Delta t) & R_{xy}(2\Delta t) & \dots & R_{xy}(n\Delta t) & \dots \\
\alpha_1(0) & \alpha_1(\Delta t) & \alpha_1(2\Delta t) & \dots & \alpha_1(n\Delta t) & \dots \\
\alpha_2(0) & \alpha_2(\Delta t) & \alpha_2(2\Delta t) & \dots & \alpha_2(n\Delta t) & \dots \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
\alpha_m(0) & \alpha_m(\Delta t) & \alpha_m(2\Delta t) & \dots & \alpha_m(n\Delta t) & \dots \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots
\end{pmatrix}, \quad (21)$$

в которой (-1)-строка и (0)-строка содержат значения корреляционной функции входного сигнала $R_{xx}(k\Delta t)$ и взаимной корреляционной функции входного и выходного сигналов $R_{xy}(k\Delta t)$ в моменты времени $\{n\Delta t\}_0^N$ и они являются начальными условиями при построении матрицы, а элементы $\alpha_m(m\Delta t)$ последовательно определяются с помощью соотношения:

$$\alpha_m(n\Delta t) = \frac{\alpha_{m-2}((n+1)\Delta t)}{\alpha_{m-2}(0)} - \frac{\alpha_{m-1}((n+1)\Delta t)}{\alpha_{m-1}(0)}, \quad (22)$$

где $\alpha_{-1}(n\Delta t) = R_{xx}(n\Delta t)$, $\alpha_0(n\Delta t) = R_{xy}(n\Delta t)$, $m=1,2,3,\dots$, а $n=0,1,2,\dots$ Тогда элементы первого столбца матрицы (21) порождают частные числители правильной С-дроби [7], что и позволяет получить ДПФ объекта:

$$G(z) = \frac{R_{xy}(0)/R_{xx}(0)}{1 + \frac{\alpha_1(0)z^{-1}}{1 + \frac{\alpha_2(0)z^{-1}}{1 + \dots}}}. \quad (23)$$

В модифицированном алгоритме В.Висковатова при аппроксимации дробно-рациональной функции конечного порядка в матрице (21) наблюдается появление нулевой строки, номер которой позволяет идентифицировать порядок функции.

Если в некоторой i -ой строке ($i=0, 1, 2, \dots$) матрицы (21) конечное число k_i первых элементов равны 0, а последующие

элементы отличны от нуля, то необходимо осуществить сдвиг влево на k_i элементов до появления в нулевом столбце ненулевого элемента и далее продолжить определение других элементов матрицы (21) по правилу (22). Для i -ой строки при восстановлении правильной С-доби (23) элемент $\alpha_i(0)$ умножается на z^{-k_i} .

Пример.

Объект идентификации имеет НПФ

$$G(s) = \frac{1}{s}. \quad (24)$$

На вход объекта подается случайный сигнал, дискретная модель которого имеет вид:

$$x(k) = 2a(k) + 0.36788x(k-1), \quad (25)$$

где $a(k)$ - белый шум с математическим ожиданием $M_a = 0$ и дисперсией $D_a = 1$. На выходе имеется случайный сигнал

$$y(k) = 0.63212x(k-1) + y(k-1). \quad (26)$$

На основании дискретных моделей (25), (26) моделировались реализации $x(k\Delta t)$ и $y(k\Delta t)$ с шагом дискретизации $\Delta t = 1$ объемом $N = 100$.

Построим структурные функции процессов $x(t)$ и $y(t)$ по формуле (4) и применим модифицированный алгоритм В.Висковатова для аппроксимации непрерывными дробями их моделей. Определим матрицу (5) для $C_x(k\Delta t)$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \dots \\ 6.46566 & 8.59372 & 9.58143 & 9.62135 & 9.70000 & \dots \\ -0.32913 & -0.48190 & -0.048807 & -0.50023 & \dots & \\ 0.13500 & -0.00102 & -0.03178 & \dots & & \end{pmatrix}$$

в которой 2-ую строку можно считать нулевой. На основании элементов первого столбца матрицы аппроксимируем непрерывной дробью модель структурной функции входного сигнала

$$G_x(z) = \frac{6.46566 z^{-1}}{1 - 0.32913 z^{-1}}.$$

ДПФ имеет один полюс $z'' = 0.32913$, на основании значения которого можно сделать вывод об устойчивости объекта-преобразователя и, следовательно, - о стационарности входного сигнала.

Аналогичным образом определим матрицу вида (5) для $C_y(k \Delta t)$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \dots \\ 2.50000 & 5.13043 & 8.79223 & 12.49554 & 16.30433 & \dots \\ -1.05217 & -2.51689 & -3.99822 & -5.52173 & \dots & \\ -0.33992 & -0.28307 & -0.24972 & \dots & & \end{pmatrix}$$

в которой 2-ую строку можно считать близкой к нулевой (при расчете элементов следующей строки их значения резко возрастают). Тогда модель структурной функции выходного сигнала имеет вид

$$G_y(z) = \frac{2.50000 z^{-1}}{1 - 1.05217 z^{-1}}.$$

Так как полюс ДПФ объекта-преобразователя лежит вне единичной окружности, можно сделать вывод о неустойчивости объекта. Следовательно, выходной сигнал нестационарен. Применим процедуру стационаризации

$$\Delta y(k) = y(k+1) - y(k), \quad k = \overline{1, N-1},$$

после чего вновь вычислим структурную функцию выходного сигнала. Матрица (5) будет иметь вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \dots \\ 2.52426 & 3.46965 & 3.87024 & 3.88968 & 3.90000 & \dots \\ -0.37453 & -0.53322 & -0.54093 & -0.54501 & \dots & \\ -0.0492 & 0.08894 & 0.08572 & \dots & & \end{pmatrix}.$$

ДПФ объекта-преобразователя имеет вид

$$G_y(z) = \frac{2.52426 z^{-1}}{1 - 0.37453 z^{-1}},$$

$z^n = 0.37453$, следовательно, сигнал стационарен.

Вычисляем статистические характеристики на каждом из интервалов стационарности: корреляционную функцию входного сигнала $R_{xx}(k)$ и взаимную корреляционную функцию входного и выходного сигналов $R_{xy}(k)$.

Применяем модифицированный алгоритм В.Висковатова для получения модели стохастического объекта. Идентифицирующая матрица имеет вид:

$$\begin{pmatrix} 4.62763 & 1.39002 & 0.25001 & -0.20262 & -0.17472 & \dots \\ 2.92955 & 0.87866 & 0.15804 & -0.12808 & -0.11044 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \end{pmatrix}$$

Тогда ДПФ преобразователя разностей

$$G_{\Delta}(z) = \frac{2.92955}{4.62763} = 0.63306 \quad (27)$$

позволяет записать разностное уравнение:

$$\Delta y^m(k) = 0.63306 x(k). \quad (28)$$

Для получения ДПФ объекта применим процедуру взятия обратных разностей. Получим модель выходного процесса

$$y^m(k) = 0.63306 x(k-1) + y^m(k-1). \quad (29)$$

Тогда ДПФ объекта примет вид:

$$G(z) = \frac{0.63306 z^{-1}}{1 - z^{-1}}. \quad (30)$$

ДПФ имеет полюс $z^n = 1$, который согласно соотношению

$$s = \frac{1}{\Delta t} \ln |z| + i \frac{1}{\Delta t} \arg z \quad [51, 36], \text{ соответствует полюсу НПФ}$$

$s^n = 0$, совпадающему с полюсом истинной НПФ (24).

Модель стохастического объекта (24) восстановлена достоверно. Произведя сравнение модели (29) с истинной моделью

выходного процесса (24), можно сделать вывод о том, что структура модели восстановлена верно, а ее параметры определены с относительной погрешностью 0.15%.

Таким образом, идентификация стохастического объекта, достигающаяся поэтапно посредством предварительной классификации исходных данных и построения дискретных моделей в форме соответствующих непрерывных дробей, позволяет достоверно получить его модель в условиях априорной неопределенности.

Литература

1. БЕНДАТ Д., ПИРСОЛ А. *Измерение и анализ случайных процессов*. М.: Мир, 1974. – 464 с.
2. БОКС Д., ДЖЕНКИНС Г. *Анализ временных рядов. Прогноз и управление*. М.: Мир, 1974. Выпуск 1. – 406 с.
3. БОКС Д., ДЖЕНКИНС Г. *Анализ временных рядов. Прогноз и управление*. М.: Мир, 1974. Выпуск 2. – 199 с.
4. *Вероятностные методы в ВТ.* / Под ред. А.Н. Лебедева, Е.А. Чернявского. – М.: Высшая школа, 1986. – 312 с.
5. ДЕЙЧ А.М. *Методы идентификации динамических объектов*. – М.: Наука, 1985. – 240 с.
6. ЖОВИНСКИЙ А.Н., ЖОВИНСКИЙ В.Н. *Инженерный экспресс-анализ случайных процессов*. – М.: Энергия, 1979. – 112 с.
7. КАРТАШОВ В.Я. *Непрерывные дроби (определения и свойства)*. – Кемерово: Изд-во Кемеровского госуниверситета, 1999. – 88 с.
8. КАРТАШОВ В.Я., НОВОСЕЛЫЦЕВА М.А. *Анализ стационарности случайного процесса с помощью модели структурной функции в форме непрерывной дроби* // Вестник Томского Государственного Университета. 2002. №1. С. 55 - 60.
9. КАРТАШОВ В.Я., НОВОСЕЛЫЦЕВА М.А. *Способ идентификации объекта*. Патент № 2189622 Российская Федерация, МПК 7 G 05 B 17/02. Заявитель и патентообладатель КемГУ и Карта-

шов В.Я. – № 2001108830/09; заявл. 02.04.01; опубл. 20.09.02, Бюл. N 26. – 34 с.

10. КАШЬЯП Р.Л., РАО А.Р. *Построение динамических стохастических моделей по экспериментальным данным.* – М.: Наука, 1983. – 384 с.
11. НИКИФОРОВ И.В. *Последовательное обнаружение изменения свойств временных рядов.* – М.: Наука, 1983. – 200 с.
12. *Обнаружение изменения свойств сигналов и динамических систем.* / Под ред. М. Бассвиль, А. Банвениста. – М.: Мир, 1989. – 278 с.
13. РОМАНЕНКО А.Ф., СЕРГЕЕВ Г.А. *Вопросы прикладного анализа случайных процессов.* – М.: Советское радио, 1968. – 247 с.