

УДК 519.86

ББК 22.19

ИЕРАРХИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ МОДЕЛЕЙ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ ¹

Гурман В.И. ²

(Институт программных систем имени А.К. Айламазяна
РАН, Переславль-Залесский)

Расина И.В. ³,

(Сибирская академия права, экономики и управления,
Иркутск)

Трушкова Е.А. ⁴

(Институт программных систем имени А.К. Айламазяна
РАН, Переславль-Залесский)

Усенко О.В. ⁵,

(Сибирская академия права, экономики и управления,
Иркутск)

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РГНФ, проект № 11-02-00171 и РФФИ, проект № 12-01-00256

² Владимир Иосифович Гурман, д-р техн. наук, гл. науч. сотр., (head@head.botik.ru).

³ Ирина Викторовна Расина, канд. физ.-мат. наук, зав. каф. математических и естественно-научных дисциплин, (iras6547@mail.ru).

⁴ Екатерина Александровна Трушкова, канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр., (katerinatr@mail.ru).

⁵ Олег Валерьевич Усенко, преподаватель, (O.V.usenko@gmail.com).

Рассматривается концепция двухуровневой модели неоднородной управляемой системы и связанные с ней алгоритмы оптимизации управления. Предлагается использование имеющихся готовых программ путем создания над ними верхнего, дискретного, уровня, обеспечивающего заданное целенаправленное функционирование и текущую настройку. Это демонстрируется на примере моделирования инноваций в региональной социо-эколого-экономической модели, когда требуется варьирование параметров модели, изначально принятых постоянными.

Ключевые слова: сложные системы, моделирование, компьютерные программы, оптимальное управление.

Введение

Научно – технический прогресс, использование современных компьютерных и информационных технологий повлекли за собой усложнение управляемых систем и бурный рост их многообразия. Это приводит к необходимости, с одной стороны, построения новых моделей и методов с соответствующими алгоритмами и программами, а с другой — создания средств эффективного использования уже имеющихся действующих разработок. Не случайно в последнее время значительно возрос интерес к исследованию систем неоднородной структуры, актуализировались важные результаты отечественных исследований прошлых лет, полученных в работах С.В. Емельянова, В.Ф. Кротова, С.Н. Васильева и др. Среди них — условия оптимальности для абстрактной динамической модели [1] и сети операторов [2] и подход, основанный на иерархическом представлении дискретно-непрерывных систем (ДНС) с целью декомпозиции на отдельные однородные подсистемы [3–4], общие достаточные условия оптимальности типа Кротова и итерационные методы оптимизации для таких систем общего вида [5–6]. Такие модели успешно применялись в различных областях — космонавтика, робототехника, технологиче-

ские и производственные процессы, экономические, экологические, социо-эколого-экономические системы и т. п.

В данной работе рассматривается концепция двухуровневой модели дискретной неоднородной системы. Верхний дискретный уровень, учитывает неоднородность моделируемого объекта в целом, а нижний описывает дискретные однородные подсистемы. Первая ее версия и алгоритм оптимизации были предложены в [7, 8]. Рассматриваемая двухуровневая модель возникает, в частности, при естественной дискретизации нижнего уровня ДНС при проведении практических вычислений и поэтому имеет очевидные перспективы приложений, по крайней мере, в тех же областях.

Кратко описываются полученные на ее основе условия оптимальности и алгоритмы оптимизации, по аналогии с известными достаточными условиями оптимальности Кротова [1, 9]. Предлагается применить ее для использования имеющихся готовых программ путем создания над ними верхнего, дискретного, уровня, обеспечивающего заданное целенаправленное функционирование и текущую их надстройку. Это демонстрируется на достаточно общей процедуре моделирования инноваций с практической реализацией в региональной социо-эколого-экономической модели, рассматривавшейся ранее в [10] с других позиций.

1. Модель двухуровневой системы

Рассматриваемая модель представляет собой двухуровневую структуру. На верхнем уровне фигурирует дискретная модель общего вида

$$(1) \quad \begin{aligned} x(k+1) &= f(k, x(k), u(k)), \\ k \in \mathbf{K} &= \{k_I, k_I + 1, \dots, k_F\}, \quad u \in \mathbf{U}(k, x), \end{aligned}$$

где k — номер шага (этапа), x, u — переменные произвольной природы (возможно различной) для различных k , $\mathbf{U}(k, x)$ — заданное при каждом k и x множество.

На некотором подмножестве $\mathbf{K}' \subset \mathbf{K}$, $k_F \notin \mathbf{K}'$ $u(k)$ интерпретируется как пара $(u^d(k), m^c(k))$, где $m^c(k)$ — процесс $(x^c(k, t), u^c(k, t))$, $t \in \mathbf{T}(\mathbf{k}, \mathbf{z}(\mathbf{k}))$, $m^c(k) \in \mathbf{D}^c(k, z(k))$, а $\mathbf{D}^c$ — множество допустимых процессов m^c , удовлетворяющих системе нижнего уровня

$$(2) \quad \begin{aligned} x^c(t+1) &= f^c(k, z, t, x^c(t), u^c), \\ t \in \mathbf{T} &= \{t_I, t_I(z) + 1, \dots, t_F\}, \end{aligned}$$

$$x^c \in \mathbf{X}^c(k, z, t) \subset \mathbb{R}^{n(k)}, \quad u^c \in \mathbf{U}^c(k, z, t, x^c) \subset \mathbb{R}^{p(k)},$$

$$z = (x, u^d).$$

Оператор правой части (1) сводится к следующему:

$$f(k, x, u) = \theta(z, \gamma^c(z)), \quad \gamma^c = (t_I, x_I^c, t_F, x_F^c) \in \mathbf{\Gamma}^c(k, z),$$

$$\mathbf{\Gamma}^c(z) = \{\gamma^c: t_I = \tau(k, z), t_F = \vartheta(k, z),$$

$$x_I^c = \xi(k, z), \quad x_F^c \in \mathbf{\Gamma}_F^c(k, z)\}.$$

Здесь $z = (x, u^d)$ — совокупность переменных верхнего уровня, играющая на нижнем уровне роль параметров.

Будем рассматривать на множестве $\mathbf{D}$ процессов

$$m = (x(k), u(k), x^c(k, t), u^c(k, c)),$$

удовлетворяющих (1)–(2), задачу оптимального управления, минимизирующего конечной функционал $I = F(x(k_F))$ при фиксированных $k_I = 0$, k_F , $x(k_I)$ и дополнительных ограничениях $x(k) \in \mathbf{X}(k)$. Для решения этой задачи вводится множество $\mathbf{E}$ процессов m , где исключены дискретные цепочки, и обобщенный лагранжиан по аналогии с [6] Кротова для дискретных и непрерывных систем:

$$L = G(x(k_F)) - \sum_{\mathbf{K} \setminus \mathbf{K}' \setminus k_F} R(k, x(k), u(k)) +$$

$$+ \sum_{\mathbf{K}'} \left(G^c(z(k)) - \sum_{\mathbf{T}(z(k)) \setminus t_F} R^c(z(k), t, x^c(k, t), u^c(k, t)) \right),$$

$$G(x) = F(x) + \varphi(k_F, x) - \varphi(k_I, x(k_I)),$$

$$R(k, x, u) = \varphi(k+1, f(k, x, u)) - \varphi(k, x),$$

$$G^c(k, z, \gamma^c) = -\varphi(k+1, \theta(k, z, \gamma^c)) + \varphi(k, x(k)) +$$

$$+\varphi^c(k, z, t_F, x_F^c) - \varphi^c(k, z, t_I, x^c(t_I)),$$

$$R^c(k, z, t, x^c, u^c) = \varphi^c(k, z, t+1, f^c(k, z, t, x^c, u^c)) - \varphi^c(k, z, t, x^c),$$

Здесь $\varphi(k, x)$ — произвольный функционал, $\varphi^c(k, z, t, x^c)$ — произвольное параметрическое семейство скалярных функций, гладких при каждом t (с параметрами k, z).

Легко убедиться, что $L(m) = I(m)$ при $m \in \mathbf{D}$, т. е. при выполнении отброшенных связей $L(m)$ совпадает с $I(m)$. Действительно, при $m \in \mathbf{D}$, как видно,

$$R = \varphi(k+1, x(k+1)) - \varphi(k, x),$$

$$R^c = \varphi^c(k, z, t+1, x^c(t+1)) - \varphi^c(k, z, t, x^c),$$

$$L = F(x(k_F)) + \sum_{\mathbf{K} \setminus \mathbf{K}'} (\varphi(k, x) - \varphi(k, x)) +$$

$$+ \sum_{\mathbf{K}'} \left(\sum_{\mathbf{T}(k, z)} (\varphi^c(k, z, t, x^c) - \varphi^c(z, t, x^c)) \right).$$

Отсюда непосредственно вытекает следующее утверждение: если $m^I \in \mathbf{D}$, $L(m^I) \leq L(m^I)$, и $m^II \in \mathbf{D}$, то $I(m^II) \leq I(m^I)$.

Это утверждение может применяться для последовательного поиска улучшенных допустимых элементов. При этом m^II ищется из условия уменьшения без учета отброшенных связей, а функционал L задается посредством (φ, φ^c) так чтобы m^II им удовлетворял, т. е. был бы допустимым.

Здесь опишем метод улучшения, основанный на комбинации минимаксного принципа, предложенного в [11] и принципа локализации [8,12]. Предположим, что $\mathbf{X}(k) = \mathbb{R}^{n(k)}$, $\mathbf{X}^c(k, z, t) = \mathbb{R}^{n(k)}$, $x_I^c = \xi(z)$, t_I , t_F , k_I , x_I и k_F заданы, $x_F^c \in \mathbb{R}^{n(k)}$.

Минимаксный принцип применительно к данной задаче состоит в следующем. Задан элемент $m^I \in \mathbf{D}$. Функции $\varphi(k, x(k))$, $\varphi^c(k, z, t, x^c)$ задаются из условий:

$$1) R(k, x(k), u^I(k)) \rightarrow \min_x, \quad 2) G(x) \rightarrow \max,$$

$$3) R^c(k, z, t, x^c(k, t), u^{cl}(k, t)) \rightarrow \min_{x^c},$$

$$4) G^c(k, z, \tilde{x}^c(t_F, z)) -$$

$$- \sum_{\mathbf{T}(z) \setminus \vartheta(k, z)} R^c(k, z(k), t, \tilde{x}^c(k, z, t), u^{cl}(k, t)) \rightarrow \max_x,$$

где $\tilde{x}^c(k, z, t)$ — результат операции в 3). Минимизация и максимизация производится по областям, где ожидается прохождение улучшенной траектории. Эти условия могут быть выполнены неоднозначно и оставляют значительную свободу выбора функций φ и φ^c . Если потребовать, чтобы левые части в этих условиях не зависели от x , x^c , то на верхнем и нижнем уровнях получатся дискретные цепочки относительно φ , φ^c , описываемые уравнениями типа Беллмана, но не содержащими операции поиска максимума по u , u^c и, следовательно, линейными относительно φ , φ^c .

Из заданной иерархической системы и начальных условий при управлениях

$$\tilde{u}(k, x) = \arg \max_{u \in \mathbf{U}(k, x)} R(k, x(k), u(k)),$$

$$\tilde{u}^c(k, z, t, x^c) = \arg \max_{u^c \in \mathbf{U}^c(k, z, t, x^c)} R^c(k, z, t, x^c, u^c).$$

$$\begin{aligned} \tilde{u}^d(k, x) = \arg \min_{u^d \in \mathbf{U}^d(k)} & \left(G^c(z, \tilde{x}^c(k, z, t_F)) - \right. \\ & \left. - \sum_{\mathbf{T}(k, z) \setminus t_F} \tilde{R}^c(k, z, t) \right), \end{aligned}$$

где $\tilde{R}^c(k, z, t) = R^c(k, z, t, \tilde{x}^c(k, z, t), \tilde{u}^c(k, z, t, \tilde{x}^c(k, z, t)))$. Находятся функции $x^{\Pi}(k)$, $x^{c\Pi}(k, t)$ и программы управлений:

$$u^{\Pi}(k) = \tilde{u}(k, x^{\Pi}(k)), \quad u^{d\Pi}(k) = \tilde{u}^d(k, x^{\Pi}(k)),$$

$$u^{c\Pi}(k, t) = \tilde{u}^c(k, t, x^{\Pi}(k), x^{c\Pi}(k, t)),$$

т. е. элемент m^{Π} , такой что $I(m^{\Pi}) \leq I(m^{\text{I}})$. Повторяя итерационно эти операции, получим улучшающую последовательность $\{m_s\}$.

По принципу локализации будем выполнять указанные операции приближенно в достаточно малой окрестности траектории иерархического процесса m^{I} . Следует ввести регулятор улучшения, обеспечивающий принадлежность m^{Π} указанной окрестности. В данном случае, при использовании операции максимизации по управляющим переменным итерационной процедуры, удобно использовать сужения $\mathbf{U}_{\nu}$, $\mathbf{U}_{\nu}^d$, $\mathbf{U}_{\nu}^c$ множеств $\mathbf{U}$, $\mathbf{U}^d$, $\mathbf{U}^c$. Сужения могут задаваться различным образом в зависимости от специфики конкретных задач, например $\mathbf{U}_{\nu} = \mathbf{U} \cap \{u: |u - u_s(k)| \leq \nu\}$, и т. п.

Одна из схем — линейная тейлоровская аппроксимация функционала L .

Для выполнения условий 1) — 4) по крайней мере приближенно, в некоторой окрестности m^{I} достаточно потребовать

$$G_x^{\text{I}} = 0, \quad R_x^{\text{I}} = 0, \quad R_{x^c}^{\text{cl}} = 0, \quad R_{x^c z}^{\text{cl}} = 0, \quad G_x^{\text{cl}} + G_z^{\text{cl}} z_x = 0,$$

$$\varphi = \psi(k)x, \quad \varphi^c = \psi^c(z, t)x^c, \quad \psi^c(z, t) = \psi_0^c(k, t) + \psi_z^c(k, t)(z - z^{\text{I}}),$$

Значения переменных берутся на элементе m^{I} для соответствующих k и t .

Расшифровка этих условий приводит к следующей задаче Коши с начальными условиями на правом конце:

$$\psi(k_F) = -c, \quad \psi(k) = H_x^I, \quad k \in \mathbf{K} \setminus \mathbf{K}' \setminus k_F,$$

$$(3) \quad \psi(k) = H_x + (H^z - \psi_z^c(k, t_F)x_F^c + \psi_z^c(k, t_I)x_I^c)z_x, \quad k \in \mathbf{K}',$$

$$(4) \quad \begin{aligned} \psi_0^c(k, t) &= H_{x^c}^{\text{cl}}, & \psi_z^c(k, t) &= H_{x^c z}^{\text{cl}}, \\ \psi^c(k, t_F) &= H_{x_F^c}, & \psi_z^c(k, t_F) &= H_{x_F^c z}, \end{aligned}$$

$$H(k, x, \psi(k+1), u) = \psi(k+1)f(k, x, u), \quad k \in \mathbf{K} \setminus \mathbf{K}'$$

$$H = \psi(k+1)\theta(k, z, \gamma^c(z)),$$

$$H^c = \psi(k+1)f^c(k, z, t, x^c, u^c), \quad k \in \mathbf{K} \setminus \mathbf{K}'.$$

В целом получается следующая итерационная процедура.

1. «Слева направо» просчитывается (1), (2) при $u = u_s(k)$, $u^d = u_s^d(k)$, $u^c = u_s^c(k, t)$ и заданных начальных условиях, получается соответствующая траектория $x_s(k)$, $x_s^c(k, t)$.

2. «Справа налево» разрешается система (3), (4) относительно ψ , ψ^c .

3. Просчитывается «слева направо» исходная система (1), (2) при $\tilde{u}_\nu$, $\tilde{u}_\nu^d$, $\tilde{u}_\nu^c$ и начальном условии $x(k_I) = x_I$, для различных $0 \leq \nu \leq \nu_{\max}$, $\nu_{\max}$ — значение, при котором сужения покрывают исходные множества; находится ν_* , такое что $I(m_{\nu_*}) = \min_{\nu} I(m_{\nu})$ (с требуемой точностью).

Процесс итераций заканчивается, когда $|I_{s+1} - I_s| \approx 0$ с заданной точностью.

2. Применение концепции двухуровневой модели для повышения эффективности программного обеспечения

Рассмотренная выше модель имеет иерархическую структуру, и предлагаемые схемы решения задач оптимизации предусматривают взаимодействие уровней таким образом, что

общая задача оптимизации ставится для верхнего уровня, а на нижнем формируется опосредованно управление по «заданиям», поступающим на каждом этапе с верхнего уровня. При этом переменные верхнего уровня играют на нижнем роль постоянных параметров. Однако возможно применение такого представления и для других целей, в частности, для эффективной модификации имеющихся компьютерных программ. Предлагаемый подход состоит в следующем.

Пусть имеется программа для модели вида

$$(5) \quad x_1^c(t+1) = f^c(t, x^c(t), u^c, q),$$

где q — некоторый постоянный параметр произвольной природы (вектор, матрица и т. п.). Требуется модификация этой программы при предположении, что добавляется уравнение

$$x_2^c(t+1) = f_1^c(t, x^c(t), u^c, q),$$

$q = q(a^c)$, а переменная a^c , задается в общем случае уравнением вида

$$(6) \quad a^c(t+1) = g^c(t, x^c(t), u^c, a^c(t), v^c(t)),$$

где v^c — дополнительное управление. В частности, может быть $a^c(t+1) = g^c(v^c(t))$, т. е. a^c задается экзогенно.

В этой ситуации можно построить двухуровневую дискретную систему разделив $\mathbf{T}$ на этапы $0, 1, \dots, k, \dots, k_F - 1$ так, что $t_I(0) = t_I$, $t_F(k_F - 1) = t_F$ (рис. 2). На каждом этапе a^c «замораживается» как некоторая константа $a(k)$. Вводятся переменные верхнего уровня $x_1(k) = x_{1I}^c(k)$, $x_2(k) = x_{2I}^c(k)$, $a(k) = a^c(t_I(k))$. В результате получаются уравнения верхнего уровня

$$(7) \quad x_1(k+1) = x_{1F}^c(k), \quad x_2(k+1) = x_{2F}^c(k), \quad a(k+1) = a(t_F(k))$$

и нижнего уровня

$$(8) \quad \begin{aligned} x_i^c(t+1) &= f_i^c(t, x^c(t), u^c, a(k)), \\ a^c(t+1) &= g^c(t, x^c(t), u^c, a(t), v^c(t)), \end{aligned}$$

В итоге получается модель, для которой не требуется перепрограммирование модифицированной системы; достаточно написать программу лишь для уравнений относительно x_2^c

и $a^c(t)$ и простых операций перехода на верхнем уровне, а затем использовать полученную двухуровневую модель.

Понятно, что решение при этом получается приближенным, связанным с «замораживанием» $a^c(t)$ на этапах, но точность при этом тем выше, чем больше дискретных шагов на верхнем уровне (очевидно, их число не должно превышать числа шагов на нижнем уровне).

Если речь идет изначально о модификации непрерывной модели, описываемой дифференциальной системой, а дискретная система (2) представляет ее численную реализацию, например, по методу Эйлера, Рунге-Кутты и т. п., то очевидно, за счет уменьшения шага дискретизации точность решения, получаемого на двухуровневой модели, можно повышать неограниченно.

Процедура по существу сводится к многократному обращению к готовой программе с постоянным параметром a и целенаправленным формированием данных на входе, предусмотренным для него. Если учесть, что перепрограммирование сколь-либо сложной модели с отладкой и тестированием — это весьма трудоемкий и дорогостоящий процесс, то экономия сил и средств при таком подходе очевидна.

Разумеется, речь здесь в целом идет не о стандартной для программирования операции обращения к известной подпрограмме, а о выделении такой подпрограммы на алгоритмическом уровне, где она непосредственно «не видна» программисту, путем существенного преобразования исходной модели с элементами аппроксимации.

Характерными для применения данного подхода являются математические модели управления различными объектами по экономическим критериям с учетом активных инновационных процессов, требующих определенных затрат [13–16]. Они представляют собой модификации уже известных, оправдавших себя в теории и приложениях моделей, не учитывающих инновации непосредственно, с добавлением инновационных блоков типа «затраты-выпуск», где «выпуск» трактуется

ся специфически как улучшение параметров исходной модели, как правило, путем введения агрегированных инновационных индексов. Затраты учитываются в интегральном критерии эффективности функционирования модифицированной системы. В вышеприведенных терминах (9) играет роль исходной модели с набором постоянных параметров q , а (10) — роль добавочного инновационного блока.

Предлагаемый подход был апробирован в вычислительных экспериментах с двумя последними версиями социо-эколого-экономической модели. Одна из них — полная многокомпонентная модель, подробно описанная в [10]. Другая — специализированная модель для поиска приближенно-оптимальных (магистральных) решений [16], полученная преобразованием при идеализирующих допущениях уравнений полной модели с многими линейными управлениями к производной системе с радикальным снижением порядка системы:

$$(9) \quad \dot{\zeta} = \kappa(\theta)y - pB\delta K - p(A^v(\theta)\gamma^v + B^v\delta^v)K^v - S(r) + \\ + \eta^z(\theta)(\dot{r} + N(r - \bar{r}) + im^r - ex^r) - \eta_{\theta}^z(\theta)r([\gamma^v K^v] + H)(\theta - \bar{\theta}),$$

$$(10) \quad \dot{\theta} = -([\gamma^v K^v] + H)(\theta - \bar{\theta}), \quad \zeta(t_I) = 0, \quad \theta(t_I) = 0.$$

где, напомним, y — вектор выпусков продукции по отраслям, (K, K^z, K^v) , $(\Gamma(K), \Gamma^z(K^z), \Gamma^v(K^v))$, (u, u^z, u^v) , $(\delta, \delta^z, \delta^v)$ — основные фонды, мощности (векторы) и темпы амортизации в экономическом, природо-социо-восстановительном и инновационном секторах (диагональные матрицы); p — матрица-строка цен (ценовых поправок); r — вектор индексов состояния природной среды и социума; A, A^z, A^v — матрицы прямых затрат в экономическом, природо-социо-восстановительном и инновационном секторах; B, B^z, B^v — матрицы фондообразующих затрат в указанных секторах; N — матрица коэффициентов взаимовлияния компонентов природной и социальной подсистем; C — матрица коэффициентов прямого воздействия отраслей экономики на компоненты природной и социальной подсистем; $\theta, \bar{\theta}$ — векторы инновационных индексов (агрегированное описание изменения за счет инноваций элементов

матриц A, A^z, B, B^z, C , и других параметров) и их предельно достижимых значений. $\bar{r}(t)$ — заданная функция (опорная), например получаемая из статистического прогноза; im^r , ex^r — миграционные потоки загрязнений и ресурсов; H — диагональная матрица, отражающая влияние диффузии инноваций; $[X]$ — обозначение диагональной матрицы, построенной из компонент вектора X , $\eta^z = p(A^z\gamma^z + \delta^z B^z)(C^z\gamma^z)^{-1}$, $\kappa = p(E - A(\theta)) - \eta^z C(\theta)$.

В отличие от предшествующих аналогов, в этой модели предполагается, что восстановительный и инновационный секторы работают на полную мощность, линейно зависящей от основных фондов.

В соответствие с выше изложенным построим двухуровневую модель. Разобьем уравнение для переменной ζ на два уравнения, что допустимо в силу независимости правой части этого уравнения от переменной состояния ζ . Имеем

$$\begin{aligned} \dot{\zeta}_1 = & \kappa(\theta)y - pB\delta K - p(A^v(\theta)\gamma^v + B^v\delta^v)K^v - S(r) + \\ & + \eta^z(\theta)(\dot{\bar{r}} + N(r - \bar{r}) + im^r - ex^r), \end{aligned}$$

$$(11) \quad \dot{\zeta}_2 = -\eta_{\theta}^z(\theta)r([\gamma^v K^v] + H)(\theta - \bar{\theta}), \quad \zeta_1(t_I) = 0, \quad \zeta_2(t_I) = 0.$$

Введем в рассмотрение переменные верхнего уровня $x(k)$, $a(k)$, где $x(k) = \zeta_1(k, t_I) + \zeta_2(k, t_I)$, $a(k) = \theta(k, t_I)$. Тогда на верхнем уровне получаются уравнения

$$x(k+1) = \zeta_1(k, t_F) + \zeta_2(k, t_F), \quad a(k+1) = \theta(k, t_F),$$

а нижний уровень составляют уравнения (11) и уравнение относительно θ из (10), дискретизованные стандартным образом по методу Эйлера.

Полная модель учитывает инновационные изменения лишь наиболее значимых групп параметров — матриц прямых производственных затрат A и прямых воздействий отраслей экономики на компоненты природы и социума C . Для нее были проведены расчеты по оценке чувствительности к

инновационным изменениям следующей по значимости группы параметров — матрицы прямых затрат в восстановительном секторе A^z . Преобразование к иерархической модели по описанной выше схеме предусматривало присоединение к исходной модели уравнения (в указанных обозначениях)

$$(12) \quad \dot{\theta}^z = ([v^z] + H)(\theta^z - \bar{\theta}^z), \quad \theta^z(0) = \theta_0^z$$

(с последующей дискретизацией), где v^z — вектор темпов инноваций, и добавление члена $pA^{vz}v^z$ к сумме затрат в уравнении эволюции накопленного дохода, где A^{vz} — матрица соответствующих прямых инновационных затрат.

В эксперименте с полной моделью был использован тот же программный комплекс DSEEmodel 1.0, что и в [10] и с тем же набором данных (табл. 1 из [10]). Весь горизонт планирования в 20 лет был разделен на четыре 5-летних этапа. Матрицы A^z и A^{vz} на этапах были взяты пропорциональными матрицам A и A^v соответственно (с учетом их близкого смысла, а вектор v^z определялся из уравнения (11)). С учетом возможностей высокопроизводительных параллельных вычислений агрегирования в инновационном блоке не производилось. При этом размерность вектора состояния в модифицированной модели составила 66, вектора управления — 68.

В результате не произошло никаких изменений в исходных приближенных программах управлений и соответствующей эволюции переменных состояния, за исключением накопленного дохода (рис. 1). Это вполне ожидаемый эффект, поскольку элементы матрицы A^z входят лишь в уравнение накопленного дохода и присоединенное уравнение и не входят в выражения начальных приближений законов управлений для данной версии модели. По существу получается некоторый компромисс между непосредственным эффектом снижения затрат за счет инноваций и общими затратами на инновационную деятельность (при достаточно низком уровне заданных удельных затрат — коэффициентов матрицы A^{vz}). Проведенный эксперимент имеет, таким образом, методическую ценность, подтверждая работоспособность предлагаемой схе-

мы применительно к сложному программному комплексу.

На второй модели решалась задача улучшения магистрали, полученной из наиболее простых, конечномерных, соотношений при постоянных матрицах, за исключением, матриц A и C , при предположении, что инновационным изменениям дополнительно подвержены все матрицы прямых затрат. Была построена двухуровневая модель и к ней был применен итерационный алгоритм улучшения, описанный в разделе 2. Расчеты проводились для агрегированного набора данных условного региона, близкого к Байкальскому [15]:

$$t_F = 20, p = 1, \delta = \delta^z = \delta^v = 0.05, A_0 = 0.5, A(\theta) = (1 + \theta)A_0,$$

$$C_0 = 0.0004, C(\theta) = (1 + \theta)C_0, B = 1, A^z(\theta) = (1 + \theta)A_0^z,$$

$$B^z = 1, A^v(\theta) = (1 + \theta)A_0^v = 350, B^v = 1, C^z = 1, K_0 = 400,$$

$$K_0^z = 10, K_0^v = 6, \theta_0 = 0, \bar{\theta} = -0.8, r_0 = 0.8, r_F = 0.9, \bar{r} = 1,$$

$$N = -0.001, im^r = 0.1, ex^r = 0.1, S(r) = s(r - \bar{r})^2, s = 5000,$$

$$y_l = 0, k_l = 0, y_u = \gamma k^\alpha, \gamma = 10, \alpha = 0.75 \gamma^z = 0.0002,$$

$$H = 0.03, \gamma^v = 0.0015.$$

Процесс улучшения закончился практически на второй итерации. Соответствующее изменение функционала представлено в таблице. Программы изменения инновационного индекса θ и управлений K и r на последней итерации показаны на графиках (рис. 2–4). Видно, что на начальных этапах происходит достаточно интенсивное изменение параметров модели за счет инноваций; в результате преодолевается порог рентабельности $\kappa = 0$, однако при данном значении коэффициента инновационных затрат A_0^v процесс инноваций прекращается примерно в середине планового периода. Это означает, что дальнейшие инновационные затраты малоэффективны.

Таблица

Номер итерации	0	1	2
Значение функционала ζ_F	37.3	251.8	298.4

3. Заключение

В целом на основании проведенных исследований можно заключить, что предложенный иерархический принцип описания моделей неоднородных систем позволяет декомпонировать их на однородные и применить с соответствующими модификациями методы исследования однородных систем. В частности, двухуровневая дискретная модель, последняя версия которой представлена в разделе 1 расширяет возможности эффективного использования уже зарекомендовавшей себя модели дискретно-непрерывной системы (ДНС), поскольку охватывает разнообразные случаи «нестандартной» дискретизации дифференциальной системы нижнего уровня, учитывающей особенности конкретных объектов.

Данный принцип может быть эффективно использован также для модификации сложных программных комплексов с целью замены тех или иных постоянных параметров на эволюционирующие переменные. При этом исходная программа сохраняется, но для решения задачи создается верхний уровень, с которого происходит многократное обращение к этой программе как самостоятельной с нужным входным значением параметра при конкретном обращении. Эта схема не может быть реализована чисто программными средствами и требует алгоритмических преобразований, как правило, приближенных.

Важная область приложений предлагаемого подхода — модели управления различными объектами с учетом активных инновационных процессов, оцениваемых по экономическим критериям. Это продемонстрировано в компьютерных экспериментах на двух версиях социо-эколого-экономической

модели с наборами данных, характерных для конкретных регионов.

Литература

1. КРОТОВ В.Ф. Достаточные условия оптимальности для дискретных управляемых систем // ДАН СССР. 1967. Т. 172, № 1. С. 18–21.
2. ГУРМАН В.И. К теории оптимальных дискретных процессов // АиТ. 1973. № 6. С. 53–58.
3. ГУРМАН В.И. Оптимизация дискретных систем - Учебное пособие. Изд-во ИГУ. Иркутск, 1976.
4. ОРЛОВ А.Г., РАСИНА И.В. Сложные процессы и достаточные условия относительной оптимальности // Управляемые системы. 1979. Вып. 18. Новосибирск: ИМ СО АН СССР. С. 39–46.
5. РАСИНА И.В. Дискретно-непрерывные модели и оптимизация управляемых процессов // Программные системы: теория и приложения: электрон. научн. журн. 2011. № 5(9). С. 49–72. URL: http://psta.psiras.ru/read/psta2011_5_49-72.pdf.
6. РАСИНА И.В. Итерационные алгоритмы оптимизации дискретно-непрерывных процессов // АиТ. 2012. (в печати)
7. РАСИНА И.В. Сложные дискретные процессы // В кн. Методы оптимизации и исследование операций (прикладная математика). Иркутск, СЭИ СО АН СССР, 1976. С. 64–70.
8. ГУРМАН В.И., БАТУРИН В.А., РАСИНА И.В. Приближенные методы оптимального управления - Иркутск: Изд-во Иркут. ун-та, 1983.
9. КРОТОВ В.Ф., ГУРМАН В.И. Методы и задачи оптимального управления - М.: Наука, 1973.
10. ГУРМАН В.И., МАТВЕЕВ Г.А., ТРУШКОВА Е.А. Социо-эколого-экономическая модель региона в парал-

- тельных вычислениях // Управление большими системами. Выпуск 32. М.: ИПУ РАН, 2011. С. 109–130.
11. КРОТОВ В.Ф., ФЕЛЬДМАН И.Н. Итерационный метод решения задач оптимального управления // Техн. кибернетика. 1983. № 2. С. 160–168.
12. ГУРМАН В.И. Абстрактные задачи оптимизации и улучшения // Программные системы: теория и приложения. Электрон. науч. журн. 2011. № 5(9). С. 21–29. URL: http://psta.psiras.ru/read/psta2011_5_21-29.pdf.
13. GURMAN V.I. Modeling and Optimization Sustainable Strategies on Regional Level // Proceedings of LI Int. Conference Econometrics of Environment and Transdisciplinarity. Lisbon, Portugal, April 1996. V. 5.
14. ГУРМАН В.И., РЮМИНА Е.В. Моделирование социально-эколого-экономической системы региона - Под ред. В.И. Гурмана, Е.В. Рюминой. М.: Наука, 2001. – 175 с.
15. ГУРМАН В.И., ХАЛТАР Д. Оптимальное управление ресурсами с учетом инноваций // АиТ. 2008. № 3. С. 178–189.
16. РАСИНА И.В., БЛИНОВ А.О. Улучшение импульсных процессов на основе дискретно-непрерывной модели // Вестник БГУ. 2012. № 1. С. 42–51.

HIERARCHICAL REPRESENTSTION OF COMPLEX SYSTEMS MODELS

Vladimir Gurman, Institute of Programm Systems of RAS,
Pereslavl, Doct.Sc., professor (@botik.ru).

Irina Rasina, Siberian Academy of Law, Economics and
Management, Cand.Sc., (@mail.ru).

Ekaterina Trushkova, Institute of Programm Systems of RAS,
Pereslavl, Cand.Sc., (@mail.ru).

Oleg Usenko, Siberian Academy of Law, Economics and
Management, (@gmail.com).

Abstract: The concept of a two-level model of heterogeneous control system and associated optimal control algorithms are considered. The use of existing programs after creating an upper discrete level, providing a targeted set operation and the current setting, it is proposed. This is demonstrated by the example of modeling of innovations in the regional socio-ecological-economic model that require variation of originally constant parameters of the model.

Keywords: complex systems, modelling, computer programming, optimal control.



