

УДК 510.644.4:519.23/.25:656.71
ББК В.1.2 О.5.1

ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ СИСТЕМЫ ТРАНСФЕРНЫХ АВИАПЕРЕВОЗОК С УЧЕТОМ НЕЧЕТКОЙ И СТОХАСТИЧЕСКОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЕЙ

Романенко В. А.¹

*(Самарский государственный аэрокосмический
университет им. академика С.П. Королева (национальный
исследовательский университет), Самара)*

На основе комбинации нечетко-множественного и теоретико-вероятностного подходов решена задача совместной оптимизации параметров расписания и графиков наземного обслуживания воздушных судов (ВС) для аэропорта, действующего в рамках трансферной системы авиаперевозок в условиях неопределенности. Рассмотрен модельный пример решения задачи.

Ключевые слова: параметрическая оптимизация, нечеткие числа, случайные величины, узловой аэропорт.

1. Введение.

Основными элементами трансферной системы пассажирских воздушных перевозок являются узловой аэропорт (хаб), играющий роль концентратора потоков пассажиров и обеспечивающий их массовые пересадки между рейсами, и одна или несколько хабообразующих авиакомпаний, осуществляющие продвижение пассажиропотоков через хаб. Главная цель формирования трансферной системы состоит в повышении коммерческих результатов деятельности ее организаторов за счет при-

¹ Владимир Алексеевич Романенко, докторант, кандидат технических наук, доцент (vla_rot@mail.ru).

влечения дополнительного числа трансферных пассажиров, совершающих пересадку в хабе.

Важным конкурентным преимуществом предлагаемой хабообразующей авиакомпании трансферной перевозки, способным привлечь трансферных пассажиров, является сбалансированная величина времени их пребывания в хабе, исключая неприемлемо длительное ожидание, но при этом достаточная для обеспечения гарантированной пересадки на стыковочные рейсы. Под стыковкой рейсов понимается такое совмещение времени прибытия предыдущего рейса и времени отправления следующего рейса, которое обеспечивает трансферному пассажиру возможность пройти обслуживание в хабе и успеть на стыковочный рейс на определенной авиасвязи. Под авиасвязью понимается пара аэропортов, между которыми возможна воздушная перевозка, т.е. имеются регулярные воздушные линии. Трансферная авиасвязь – это авиасвязь, предполагающая наличие стыковки рейсов в аэропорту трансфера.

С целью увеличения числа стыковок хабообразующие авиакомпании формируют свое расписание в соответствии с т.н. волновым принципом, предполагающим организацию в хабе волн прибытий-отправлений рейсов. Каждая волна начинается массовым прибытием рейсов в хаб, за которым следуют пересадки трансферных пассажиров на стыковочные рейсы. Завершается волна таким же массовым отправлением рейсов из хаба. Обычно расписание хаба предполагает несколько волн прибытий-отправлений в течение определенного интервала времени (суток или недели).

Формирование расписания хаба представляет собой одну из задач управления авиaperевозками, которая в свою очередь может быть разделена на две подзадачи, состоящие в оптимальном распределении рейсов сначала по волнам, а затем – внутри каждой из волн. Рассмотрим вторую подзадачу, считая, что мы располагаем результатами решения первой подзадачи.

Предполагается, что необходимо найти совокупность плановых (по расписанию) моментов прилетов и вылетов ВС в пределах определенной волны, обеспечивающую максимум суммарным доходам хабообразующей авиакомпании от пере-

возки трансферных пассажиров, пересеживающихся в хабе в течение рассматриваемой волны прилетов-вылетов.

Решение задачи связано с наличием неопределенности в исходных данных. Так, выбранная в качестве критерия величина суммарных доходов зависит от величины тарифа и уровня пассажиропотока на трансферных авиасвязях. Как первая, так и вторая величины носят неопределенный характер. Неопределенность тарифов является следствием отсутствия исчерпывающих данных по распределению пассажиров по классам обслуживания, результатам использования различных скидочных, рекламных тарифов и т.п. Пассажиропотоки по авиасвязям при составлении расписания достоверно неизвестны, поскольку формирование расписания предшествует началу выполнения перевозок. Неопределенной и трудноформализуемой является также степень привлекательности времени пребывания в хабе с точки зрения пересеживающегося пассажира, влияющая на уровень пассажиропотока. В большинстве случаев эти величины определяются путем экспертных оценок.

Неопределенными величинами являются также продолжительности наземного обслуживания ВС, пассажиров и багажа, которые необходимо учитывать при определении оптимальных плановых моментов прилетов и вылетов ВС. Отдельным источником неопределенности служат отклонения прилетов и вылетов от расписания, вызванные метеоусловиями, нарушениями технологического графика обслуживания рейсов, практикуемое авиаперевозчиками ожидание опаздывающих трансферных пассажиров и др. Как правило, для определения законов распределения случайных величин (СВ), имеющих природу времени, таких как продолжительности технологических операций или интервалы отклонений от расписания, могут быть использованы статистические данные, накапливаемые в аэропорту. Во многих аэропортах, особенно крупных, источником статистики могут служить компьютерные базы данных их производственных информационных систем.

В исходных данных рассматриваемой задачи различимы два вида неопределенности – нечеткость, присущая ценовым показателям и производственным результатам работы авиаком-

пани, и случайность, свойственная технологическим параметрам, имеющим временную природу. Возможное представление всех неопределенных величин в единой, нечеткой, форме, существенно упрощающее решение оптимизационной задачи, привело бы к заметному снижению точности результатов. Включение в оптимизационный алгоритм блока имитационного моделирования вызвало бы к чрезмерному увеличению затрат машинного времени. Поэтому предложенная методика решения задачи предполагает параллельное использование как нечетких чисел, так и частотных распределений, при этом операции с последними выполняются на базе численных методов. Сама задача оптимизации расписания сводится к задаче нечеткого математического программирования, решение которой, при незначительных затратах машинного времени, имеет точность, сравнимую с точностью, обеспечиваемой с помощью имитационного моделирования.

Как будет показано ниже, учет неопределенности временных характеристик аэропортового обслуживания рейсов требует включения некоторых из них в состав оптимизируемых параметров наряду с параметрами расписания. При этом задача оптимизации расписания преобразуется в задачу совместной оптимизации параметров расписания и технологических графиков аэропортового обслуживания перевозок.

Расписание движения самолетов является результатом решения комплекса задач управления авиaperевозками, описанию которых посвящено множество как отечественных, так и зарубежных работ, вышедших за последние шесть десятков лет. Изложение математических методов и моделей управления воздушными перевозками представлено, например, в [2]. С внедрением трансферных систем перевозок на основе хабов, весьма чувствительных к разного рода случайным нарушениям расписания, возросло число исследований, где задачи управления перевозками решаются в вероятностной постановке. Одной из последних обобщающих работ, посвященной оптимизации расписания с целью сокращения нерегулярности, в том числе в хабах, является монография [9].

По мнению автора методы теории нечетких множеств незаслуженно слабо используются при решении теоретических задач управления авиаперевозками. К сожалению, русскоязычные публикации по данной тематике отсутствуют, а иностранные очень немногочисленны и посвящены решению довольно узких и разрозненных задач. В статье [13] предложена нечеткая модель, предназначенная для оценки уровня качества обслуживания пассажиров в аэропорту. Задача оптимизации пропускной способности элементов аэродрома в [11] решена как задача математического программирования в нечеткой постановке. В [12] рассмотрен пример использования метода нечеткого критического пути для анализа и оптимизации технологических процессов обработки грузов в аэропортах.

2. Постановка задачи

Рассматривается отдельная волна прибытий-отправлений рейсов, в течение которой в хаб прилетают, проходят в нем обслуживание и затем вылетают K ВС. Пусть, согласно существующей практике, перевозчик (или оператор аэропорта) имеет возможность по своему усмотрению задавать плановые моменты времени прибытия t_k^a и отправления t_k^d k -го ($k = 1, \dots, K$) ВС в течение рассматриваемой волны, а также такой параметр технологического графика наземного обслуживания ВС, как интервал времени Δt_k^Γ от момента наступления готовности ВС к посадке пассажиров до планового времени вылета. Плановые величины t_k^a и t_k^d , установленные расписанием, и величина Δt_k^Γ , установленная технологическим графиком, являются детерминированными. Наряду с плановыми, используем фактические – учитывающие отклонения от расписания, а, значит, стохастические – моменты времени прибытия T_k^a и отправления T_k^d k -го ВС в течение рассматриваемой волны. Детерминированные величины здесь и далее обозначены строчными буквами, стохастические – заглавными, а нечеткие – заглавными со знаком «тильда».

Используем, несколько видоизменив, нумерацию ВС для обозначения трансферных авиасвязей. Учитывая, что трансферная авиасвязь обеспечивается двумя рейсами, первым из которых трансферные пассажиры прибывают в хаб, а вторым – отправляются из хаба, будем для обозначения трансферной авиасвязи пользоваться парой индексов. Пусть ij – трансферная авиасвязь, поддерживаемая двумя рейсами, первый из которых выполняет ВС под номером $i = 1, \dots, K$, а второй – ВС под номером $j = 1, \dots, K$. Заметим, что оба рейса могут выполняться одним и тем же ВС, что никак не влияет на постановку задачи. Далее одинарная индексация используется для обозначения определенного ВС, а двойная – трансферной авиасвязи.

Известными предполагаются нечеткие величины трансферных тарифов \tilde{C}_{ij} и емкостей авиарынка \tilde{V}_{ij} ($i, j = 1, \dots, K$). Под \tilde{V}_{ij} понимается максимальное число потенциальных пассажиров, имеющих потребность и возможности совершить поездку на авиасвязи ij по установленному тарифу в течение рассматриваемой волны. Величины \tilde{C}_{ij} устанавливаются экспертно, а \tilde{V}_{ij} определяются предварительно на этапе оптимизации распределения рейсов по волнам.

Необходимо учесть, что не все пассажиры, составляющие \tilde{V}_{ij} , принесут доходы хабообразующей авиакомпании. Поскольку зачастую существует нескольких вариантов доставки пассажира из пункта i в пункт j , предлагаемых конкурирующими авиакомпаниями или видами транспорта, то часть пассажиров могут предпочесть перевозку, не предполагающую пересадку в рассматриваемом хабе. Фактором, влияющим на выбор пассажиром перевозки с пересадкой в рассматриваемом хабе, будем считать плановую продолжительность пребывания пассажира в хабе. Эта продолжительность устанавливается расписанием и, таким образом, становится известной пассажиру заранее – до начала перевозки. Пассажиры, которых не устраивает длительность пересадки в хабе, откажутся от услуг перевозчика и не принесут ему экономических результатов.

Предполагается, что не принесут доходов авиакомпании пассажиры рейсов, выполненных с нарушением расписания, – отправленных с опозданием. Опоздание вылета связано с потерями для авиакомпании, в первую очередь вызванными деформацией или разрушением всей волновой схемы движения ВС.

Также предполагается, что не принесут доходов трансферные пассажиры, недостаточно оперативно обслуженные авиакомпанией в хабе и опоздавшие к посадке на ВС. Наличие таких пассажиров вызовет необходимость бесплатного бронирования им мест на последующих рейсах, размещения в гостинице, выплат в их адрес компенсаций и т.п.

Учитывая изложенные соображения, введем величину \tilde{W}_{ij} , выражающую нечеткое число пассажиров, воспользовавшихся перевозкой на авиасвязи ij и при этом принесших доход авиакомпании:

$$(1) \quad \tilde{W}_{ij} = \tilde{V}_{ij} k_{ij}^{\Pi} k_j^C k_{ij}^T, \quad i, j = 1, \dots, K,$$

где k_{ij}^{Π} – доля пассажиров, воспользовавшихся трансферной перевозкой на авиасвязи ij , от общего числа потенциальных пассажиров этой авиасвязи; k_j^C – доля вылетов j -х ВС, выполненных без нарушения расписания, от общего числа вылетов j -х ВС, зафиксированных за некоторый интервал времени; k_{ij}^T – доля трансферных пассажиров авиасвязи ij , своевременно прошедших предполетное обслуживание в хабе и благодаря этому успевших к началу посадки на ВС, от общего числа трансферных пассажиров авиасвязи ij .

Ниже будет показано, что все три участвующих в формуле (1) коэффициента так или иначе зависят от t_k^a и t_k^d , а коэффициент k_k^C – еще и от Δt_k^{Γ} . Это означает, что нечеткое число пассажиров на трансферной авиасвязи может рассматриваться в качестве функции параметров расписания и технологического графика $\tilde{W}_{ij}(t_i^a, t_j^d, \Delta t_j^{\Gamma})$, $i, j = 1, \dots, K$.

С использованием введенных выше обозначений формула для нечеткой суммы доходов авиакомпании от перевозки

трансферных пассажиров в течение одной волны прилетов-вылетов рейсов в хабе \tilde{D} запишется в виде:

$$(2) \quad \tilde{D} = \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^K \tilde{C}_{ij} \tilde{W}_{ij} (t_i^a, t_j^d, \Delta t_j^\Gamma), \quad i, j = 1, \dots, K.$$

При решении оптимизационной задачи, необходимо учитывать требования безопасности воздушного движения, согласно которым временные интервалы между взлетно-посадочными операциями (ВПО) на аэродроме не должны быть меньше заданного минимума Δt^{\min} . Для формализованной записи данного ограничения вводится множество плановых моментов выполнения ВПО размерностью $2K$ с элементами $t_m^{\text{ВПО}}$ ($m = 1, \dots, 2K$), определяемыми как

$$t_m^{\text{ВПО}} = \begin{cases} t_i^a, & m = i, \quad i = 1, \dots, K, \\ t_j^d, & m = K + j, \quad j = 1, \dots, K. \end{cases}$$

В этом случае для всех $m = 1, \dots, (2K - 1)$ должно выполняться условие безопасности

$$(3) \quad \Delta t^{\min} \leq |t_n^{\text{ВПО}} - t_m^{\text{ВПО}}|, \quad n = (m + 1), \dots, 2K.$$

Таким образом, рассматриваемая задача оптимизации состоит в определении переменных t_k^a , t_k^d и Δt_k^Γ ($k = 1, \dots, K$), обеспечивающих максимум целевой функции \tilde{D} (2), и удовлетворяющих ограничению (3).

Два из трех коэффициентов, используемых при расчетах целевой функции \tilde{D} , зависят от фактической продолжительности процессов аэропортового обслуживания пассажиров и ВС. Поэтому, прежде чем перейти к описанию методики определения \tilde{D} , рассмотрим вопросы, связанные с технологией обслуживания перевозок в хабе.

3. Модельный график обслуживания ВС в хабе

Полный технологический график наземного обслуживания ВС в аэропорту включает несколько десятков операций, одни из которых выполняются в обязательном порядке, а другие – толь-

ко в случае необходимости. Набор выполняемых операций, их последовательность и продолжительность зависят от типа ВС, категорий рейса и перевозки, насыщенности аэропорта средствами обслуживания и спецтехникой, сезона и т.д. Заметим, что наиболее полным составом операций отличаются технологические графики обслуживания ВС, выполняющих характерные для хаба обратные и транзитные рейсы. Использование математической модели полного графика приводит к значительному усложнению процедуры оптимизации, а в ряде случаев является вообще невозможным. Сформируем упрощенную модель графика, сделав его значительно менее детальным, для чего все технологические операции обслуживания ВС, выполняющего оборотный или транзитный рейс, объединим в четыре следующие работы.

Работа 1. Обслуживание ВС и его пассажиров, выполняемое по прилету в хаб (буксировка ВС, установка ВС на место стоянки, установка трапов, высадка пассажиров, выгрузка багажа).

Работа 2. Обслуживание ВС, выполняемое при отсутствии пассажиров на борту (заправка авиатопливом, спецжидкостями и газами; уборка салона и кабины; техобслуживание ВС).

Работа 3. Обслуживание трансферных пассажиров в терминале (досмотр, регистрация, перемещение в пределах пассажирского комплекса). Учитывая специфику организации обслуживания пассажиров в хабах, будем считать, что пассажиры, пересеживающиеся с одного ВС на другое, образуют группу, члены которой перемещаются и обслуживаются совместно. В этом случае под работой 3 для k -го ВС условно будем понимать совокупность работ по обслуживанию отдельных групп пассажиров, пересеживающихся с ряда прилетевших i -х ($i = 1, \dots, K$) ВС на вылетающее k -е ВС.

Работа 4. Обслуживание ВС и его пассажиров, выполняемое перед вылетом из хаба (посадка пассажиров, погрузка багажа, закрытие дверей и люков, отгон трапов).

Выделяемые для выполнения перечисленных работ ресурсы аэропорта предполагаются настолько многочисленными, что время ожидания обслуживания считается пренебрежимо малым.

С учетом введенного группирования операций, модельный график обслуживания ВС принимает вид, представленный на рис.1, где кружками обозначены события, а стрелками следующие работы и интервалы времени:

1-2 – интервал между плановым t_k^a и фактическим T_k^a моментами времени прилета k -го ВС продолжительностью $\Delta T_k^a = T_k^a - t_k^a$. Значения ΔT_k^a могут быть как положительными, означающими опоздание ВС, так и отрицательными, соответствующими его раннему прибытию;

2-3 – работа 1 фактической продолжительностью ΔT_k^Π , начинающаяся сразу по прибытии ВС;

4-5 – работа 2 фактической продолжительностью ΔT_k^C , начинающаяся сразу по окончании работы 1 и оканчивающаяся в момент времени T_k^{KC} ;

5-6 – интервал времени простоя ВС в ожидании начала выполнения работы 4, имеющий фактическую продолжительность ΔT_k^2 . Образование интервала обусловлено правилами формирования и выполнения технологического графика, в котором предусматривается жесткое задание интервала времени Δt_k^Γ от начала выполнения работы 4 до вылета. Посредством Δt_k^Γ задается плановый момент t_k^Γ готовности ВС к началу выполнения работы 4, определяемый как $t_k^\Gamma = t_k^d - \Delta t_k^\Gamma$. Если выполнение работы 2 завершается раньше t_k^Γ , то возникает необходимость в ожидании ВС начала выполнения работы 4, и фиктивная работа 5-6 имеет место. Если же наблюдается отставание от графика, когда работа 2 завершается позже t_k^Γ , то фиктивная работа 5-6 не реализуется;

7-11 – работа 4 фактической продолжительностью ΔT_k^B , начинающаяся, при соблюдении технологического графика, в момент t_k^Γ или, в случае отставания от графика, – по окончании

работы 2. Фактическое время окончания работы 4 совпадает с фактическим временем готовности ВС к вылету $T_k^{\Gamma d}$;

11-12 – интервал времени фактической продолжительностью ΔT_k^4 между готовностью ВС к вылету $T_k^{\Gamma d}$ и плановым временем вылета t_k^d . Может принимать как положительные, так и отрицательные значения. Положительная величина интервала означает ожидание ВС, отрицательная величина – опоздание вылета ВС;

8'-9' – технологические операции фактической продолжительностью ΔT_{kj}^T , по обслуживанию группы трансферных пассажиров, пересеживающихся с k -го на j -е ВС ($j = 1, \dots, K$). Как отмечалось выше, они не входят в состав графика обслуживания k -го ВС, поэтому обозначены штрихами и приводятся здесь для справки;

8-9 – входящие в состав работы 3 технологические операции фактической продолжительностью ΔT_{ik}^T по обслуживанию группы трансферных пассажиров, пересеживающихся на k -е с i -го ВС ($i = 1, \dots, K$). Фактическое время окончания работ 8-9 – $T_{ik}^{\Gamma T}$. Предполагается, что на k -е ВС успевают только те группы трансферных пассажиров, для которых работа 8-9 завершается до начала выполнения работы 4 k -го ВС. Окончание обслуживания трансферных пассажиров, пересеживающихся на k -е ВС, до начала предполетных операций не является обязательным. Подобное предположение вполне отвечает практикуемой авиакомпаниями схеме взаимоотношений с клиентурой. Таким образом, событие 6 не связано с событием 9.

9-10 – интервал времени фактической продолжительностью ΔT_k^3 между окончанием обслуживания трансферных пассажиров и плановым временем готовности ВС к выполнению предполетных операций. Может принимать как положительные, так и отрицательные значения. Положительная величина означает ожидание пассажирами посадки, отрицательная величина – опоздание пассажиров, пересеживающихся с i -го ВС, на посадку на k -е ВС.

Необходимо отметить, что в модельном графике намеренно не отражены операции, связанные с обслуживанием начальных и конечных пассажиров. Дело в том, что решение рассматриваемой оптимизационной задачи не требует их учета. Сравнительно небольшое изменение времени прибытия или отправления, вызванное оптимизацией расписания, никак не скажется на количестве этих пассажиров, в отличие от количества пассажиров трансферных. Чтобы не усложнять модельный график, предположим, что наличие начальных и конечных пассажиров учтено во временных характеристиках работ 1 и 4. А их аэровокзальное обслуживание, в соответствии с применяемой технологией, происходит отдельно от трансферных пассажиров, и не влияет на временные характеристики обслуживания последних.

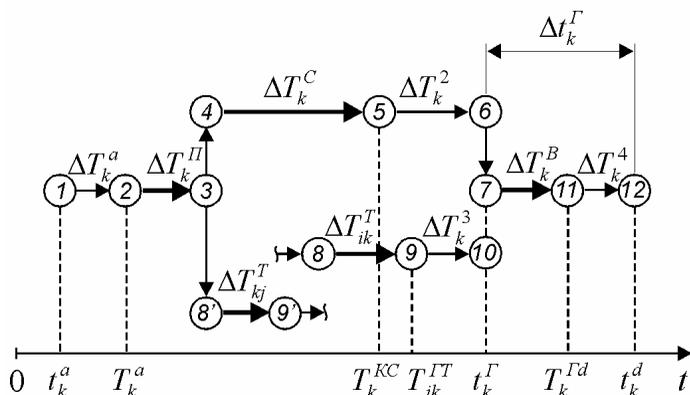


Рис. 1. Модельный технологический график обслуживания ВС

Как следует из представленного описания, модельный технологический график наземного обслуживания ВС в хабе не полностью соответствует стандартным требованиям, предъявляемым к сетевым графикам [5]. Так, он имеет не единственные исходные и завершающие события. Подобная нестандартность объясняется тем, что в узловом аэропорту, где происходят массовые пересадки пассажиров между ВС, графики обслуживания различных ВС связаны между собой посредством опера-

ций обслуживания пассажиров. Фактически графики обслуживания каждого из ВС слиты в единый сетевой график обслуживания перевозок в течение волны и могут рассматриваться как его фрагменты.

4. Определение целевой функции

Наличие нечеткости в параметрах целевой функции приводит к необходимости решения многокритериальной задачи оптимизации, отличающегося значительной трудоемкостью и требующего больших затрат машинного времени. При этом отсутствие единственного решения делают задачу с нечеткой целевой функцией малополезной для аэропортовой практики. Чтобы избежать многокритериальности производится дефазификация нечеткого значения целевой функции в соответствии с одним из известных методов. При использовании дефазифицированной целевой функции решение рассматриваемой здесь задачи не предполагает особых затруднений и достигается с помощью известных методов оптимизации. Предварительно однако необходимо установить зависимость нечеткой целевой функции от параметров оптимизации.

Как следует из формул (1) и (2), влияние параметров t_k^a , t_k^d , Δt_k^Γ ($k = 1, \dots, K$) на критерий \tilde{D} выражается посредством коэффициентов k_{ij}^Π , k_j^C , k_{ij}^T ($i, j = 1, \dots, K$), поэтому первым этапом определения \tilde{D} на каждом шаге оптимизационного алгоритма является определение указанных коэффициентов. Последующие этапы предполагают сначала вычисление \tilde{D} в соответствии с правилами нечеткой арифметики, а затем дефазификацию этой величины. Рассмотрим подробно первый этап, поскольку для расчетов на последующих этапах могут быть использованы известные методики [6,7].

Для определения коэффициента k_{ij}^Π используем введенное выше допущение о его зависимости только от длительности времени пребывания трансферных пассажиров в хабе

$\Delta t_{ij}^X = t_j^d - t_i^a$. Выразим предпочтения трансферных пассажиров в отношении Δt_{ij}^X посредством трапецидальной функции желательности [1] $\lambda_{T^X}(t)$ с четырьмя реперными точками $(t^{(1)}, t^{(2)}, t^{(3)}, t^{(4)})$ (рис.2а) и будем считать $k_{ij}^{\Pi}(t) \equiv \lambda_{T^X}(t)$.

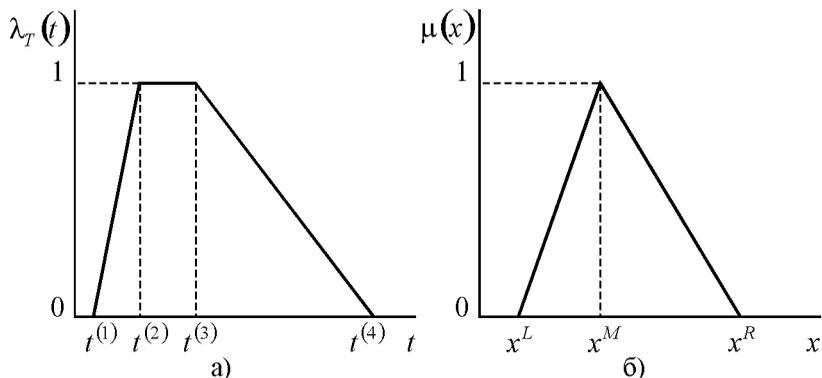


Рис. 2. Трапецидальная функция желательности (а), треугольная функция принадлежности (б)

Сочетания прибывших и отправляющихся рейсов со значениями $\Delta t_{ij}^X < t^{(1)}$ не рассматриваются ни одним из трансферных пассажиров в качестве возможных стыковок по причине слишком малого времени, отводимого на пересадку. Напротив, значения $\Delta t_{ij}^X > t^{(4)}$ предполагают чрезмерно продолжительное ожидание пересадки; желающих совершить перелет со столь длительным трансфером не находится. Наиболее комфортному времени пересадки – не слишком утомительному, с одной стороны, и достаточному для гарантированного выполнения всех этапов аэропортового обслуживания, с другой – соответствует интервал $[t^{(2)}, t^{(3)}]$. В интервале $[t^{(1)}, t^{(2)}]$ число желающих совершить поездку возрастает, а в интервале $[t^{(3)}, t^{(4)}]$ – сокращается. Такое интуитивно понятное поведение трансферных пас-

сажиров находит свое подтверждение в специальной литературе [10]. Выразим предпочтения авиапассажиров, совершивших или готовых совершить поездку с пересадкой в промежуточном аэропорту, функцией со следующими значениями параметров: $t^{(1)} = 45\text{мин.}$, $t^{(2)} = 75\text{мин.}$, $t^{(3)} = 90\text{мин.}$ $t^{(4)} = 360\text{мин.}$

Прежде, чем приступить к определению коэффициентов k_j^C и k_{ij}^T , условимся считать \tilde{V}_{ij} и \tilde{C}_{ij} ($i, j = 1, \dots, K$) нечеткими числами с треугольными функциями принадлежности. Следуя обозначениям, использованным на рис.2б, представим их в виде $\tilde{V}_{ij} = (v_{ij}^L, v_{ij}^M, v_{ij}^R)$ и $\tilde{C}_{ij} = (c_{ij}^L, c_{ij}^M, c_{ij}^R)$.

Процедуру определения k_j^C и k_{ij}^T иллюстрирует рис.2, где схематично отображены графики функций распределения необходимых стохастических временных характеристик.

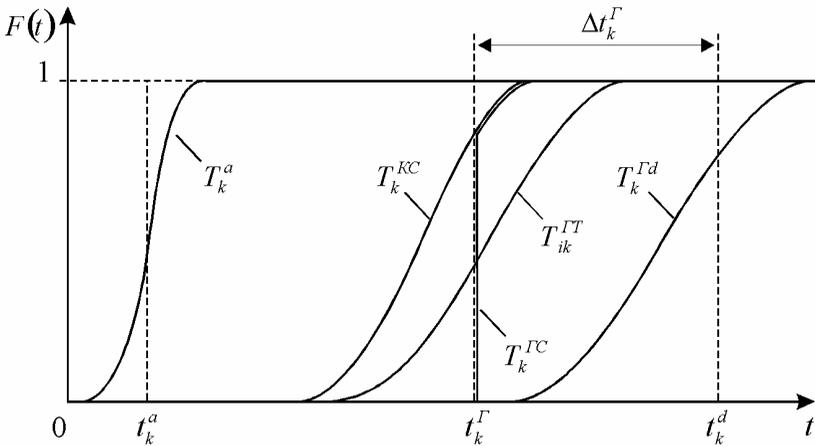


Рис. 3. К определению коэффициентов k_j^C и k_{ij}^T

Величину k_k^C будем трактовать как вероятность $P(T_k^{\Gamma d} < t_k^d)$ того, что фактическая готовность к вылету k -го ВС наступит раньше планового момента вылета t_k^d . При наличии

функции распределения $F_k^{\Gamma d}(t)$ случайного фактического времени готовности к вылету $T_k^{\Gamma d}$ искомый коэффициент определяется как $k_k^C = P(T_k^{\Gamma d} < t_k^d) \equiv F_k^{\Gamma d}(t_k^d)$.

СВ $T_k^{\Gamma d}$ представляет собой следующую сумму СВ:

$$(4) \quad T_k^{\Gamma d} = T_k^{\Gamma C} + \Delta T_k^B,$$

где $T_k^{\Gamma C}$ – фактическое время готовности ВС к началу выполнения работы 4.

Судя по представленному технологическому графику, случайное время $T_k^{\Gamma C}$ определяется как наибольшее из двух значений времени – случайного T_k^{KC} и детерминированного t_k^{Γ} :

$$T_k^{\Gamma C} = \max(T_k^{KC}, t_k^{\Gamma}).$$

При наличии известного закона распределения СВ T_k^{KC} , закон распределения СВ $T_k^{\Gamma C}$ может быть установлен с помощью следующего выражения, устанавливающего связь между величинами p -квантилей распределений двух указанных СВ:

$$t_k^{\Gamma C}(p) = \begin{cases} t_k^{\Gamma}, & p < F_k^{KC}(t_k^{\Gamma}), \\ t_k^{KC}(p), & p \geq F_k^{KC}(t_k^{\Gamma}), \end{cases}$$

где $F_k^{KC}(t)$ – функция распределения СВ T_k^{KC} ; $t_k^{KC}(p)$, $t_k^{\Gamma C}(p)$ – p -квантили распределений СВ T_k^{KC} и $T_k^{\Gamma C}$, соответственно.

СВ T_k^{KC} представляет собой следующую сумму

$$(5) \quad T_k^{KC} = T_k^a + \Delta T_k^{\Pi} + \Delta T_k^C = t_k^a + \Delta T_k^a + \Delta T_k^{\Pi} + \Delta T_k^C.$$

Коэффициент k_{ik}^T интерпретируем как вероятность того, что готовность к посадке на k -е ВС трансферных пассажиров, пересеживающихся с i -го ВС, наступит раньше, чем начнутся операции, выполняемые перед вылетом k -го ВС:

$$(6) \quad k_{ik}^T = P(T_{ik}^{\Gamma T} < T_k^{\Gamma C}),$$

где

$$(7) \quad T_{ik}^{\Gamma T} = T_k^a + \Delta T_k^{\Pi} + \Delta T_{ik}^T = t_k^a + \Delta T_k^a + \Delta T_k^{\Pi} + \Delta T_{ik}^T.$$

При определении ΔT_{ik}^T используем следующие допущения:

- величина ΔT_{ik}^T зависит от числа пассажиров в группе и продолжительности выполнения наиболее трудоемкой операции по их обслуживанию, в качестве которой, по результатам обработки аэропортовой статистики, выбрана регистрация;
- продолжительность регистрации трансферного пассажира ΔT^{nac} представляет собой СВ с математическим ожиданием $M[\Delta T^{nac}]$, которая, как показал анализ статистических данных, может быть описана показательным законом;
- при определении ΔT_{ik}^T число пассажиров в группе считается четким, полученным путем дефазификации соответствующего нечеткого числа.

Введение допущений позволяет избежать неоправданного усложнения расчетной модели, сохранив уровень детализации, соответствующий модельному графику.

При определении нечеткой численности \tilde{U}_{ik} группы пассажиров, проходящих регистрацию, необходимо учесть, что в ее состав входят все пассажиры из числа \tilde{V}_{ik} , кроме отказавшихся от перевозки по причине неудобного времени ожидания в хабе, т.е.

$$(8) \quad \tilde{U}_{ik} = \tilde{V}_{ik} k_{ik}^{\Pi}.$$

Учитывая допущения, представим ΔT_{ik}^T в виде суммы

$$\Delta T_{ik}^T = \sum_{u_{ik}} \Delta T^{nac},$$

где u_{ik} – округленное до целого дефазифицированное число пассажиров \tilde{U}_{ik} .

Распределение СВ ΔT_{ik}^T , представляющей собой сумму u_{ik} независимых СВ, каждая из которых распределена по показательному закону с одним и тем же параметром $(M[\Delta T^{nac}])^{-1}$, описывается распределением Эрланга $(u_{ik} - 1)$ -го порядка с параметром $(M[\Delta T^{nac}])^{-1}$. Функция распределения закона Эрланга легко определяется аналитически [3].

Изложенная в данном разделе методика совместно с формулами (1) и (2) позволяет определять нечеткое значение целевой функции \tilde{D} для заданных t_k^a , t_k^d , Δt_k^Γ . Вычисления с участием нечетких чисел по формулам (1), (2) и (8) выполняются по правилам нечеткой арифметики.

Формулы (4), (5), (7) подразумевают необходимость вычисления закона распределения СВ, представляющей собой сумму нескольких СВ с известными законами распределения. Формула (6) предполагает выполнение операции взятия максимума двух СВ. В общем случае такого рода задачи решаются только численно. Здесь использованы вычислительные алгоритмы, разработанные на основе методов гистограммной арифметики. Суть методов, изложенная например в [4,8], состоит в представлении плотности распределения рассматриваемых СВ в виде гистограммы и численном выполнении над ними арифметических и других операций с получением результата, как правило, также в гистограммном виде. Гистограммные вычисления позволяют избежать необходимости использования имитационного моделирования методом Монте-Карло, при всех своих достоинствах обладающего низкой скоростью сходимости и требующего значительных затрат машинного времени. Эта особенность гистограммных вычислений делает особенно удачной их комбинацию с нечеткими вычислениями.

Дефазификация нечетких значений \tilde{D} и \tilde{U}_{ik} производится по методу центра тяжести [7].

5. Пример решения оптимизационной задачи

Ниже приведен пример оптимизации параметров модельный трансферной системы перевозок на базе одного из крупных аэропортов РФ. Рассмотрена волна прилетов-вылетов, в формировании которой участвуют 10 ВС. Нечеткие данные по потенциальному пассажиропотоку приведены в табл.1 и выборочно на рис.4. В целях экономии места в табл.1 приведены только значения v_{ij}^M , соответствующие ядрам нечетких множеств \tilde{V}_{ij} .

Прочерки означают авиасвязи, к которым отсутствует интерес со стороны потенциальных пассажиров.

Таблица 1. Характеристики трансферных авиасвязей, $\frac{v_{ij}^M}{c_{ij}^M}$, пас./у.е.

$i \backslash j$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	$\frac{16}{21,0}$	-	-	-	-	$\frac{4}{14,2}$	-	-	-	-
2	-	-	-	-	$\frac{6}{13,8}$	-	$\frac{18}{13,9}$	-	$\frac{2}{13,8}$	$\frac{3}{13,7}$
3	-	-	$\frac{26}{18,4}$	$\frac{9}{16,4}$	-	-	-	$\frac{2}{24,8}$	-	-
4	-	-	-	$\frac{18}{12,2}$	-	-	-	-	$\frac{16}{21,2}$	$\frac{19}{21,5}$
5	-	-	$\frac{48}{17,6}$	-	-	-	-	$\frac{6}{24,0}$	-	-
6	-	$\frac{11}{13,8}$	-	-	-	$\frac{21}{13,8}$	$\frac{5}{13,7}$	-	$\frac{19}{13,9}$	-
7	-	-	-	$\frac{53}{15,6}$	-	-	-	-	-	-
8	-	$\frac{24}{12,8}$	-	-	$\frac{3}{12,7}$	$\frac{10}{12,8}$	$\frac{2}{12,9}$	-	-	$\frac{82}{12,8}$
9	-	$\frac{2}{21,2}$	-	-	-	-	$\frac{11}{21,2}$	-	$\frac{3}{21,2}$	-
10	-	$\frac{35}{14,8}$	-	-	-	-	$\frac{45}{14,8}$	$\frac{4}{14,2}$	$\frac{35}{14,8}$	-

Графики функций принадлежности $\mu_{\tilde{v}_{ij}}(v)$ для некоторых авиасвязей, в качестве иллюстраций представленные на рис.4а, говорят о значительном разбросе уровней возможного пассажиропотока. Модельное суммарное число потенциальных трансферных пассажиров составляет $\tilde{V} = (192; 558; 1238)$ пас. Соот-

ношение между пассажиропотоками на авиасвязях установлено с использованием статистических данных аэропорта, однако абсолютные значения числа трансферных пассажиров в модели значительно превышают фактические. Модельные данные по трансферным тарифам, выраженным в некоторых условных единицах, представлены в табл.1 и на рис.4б.

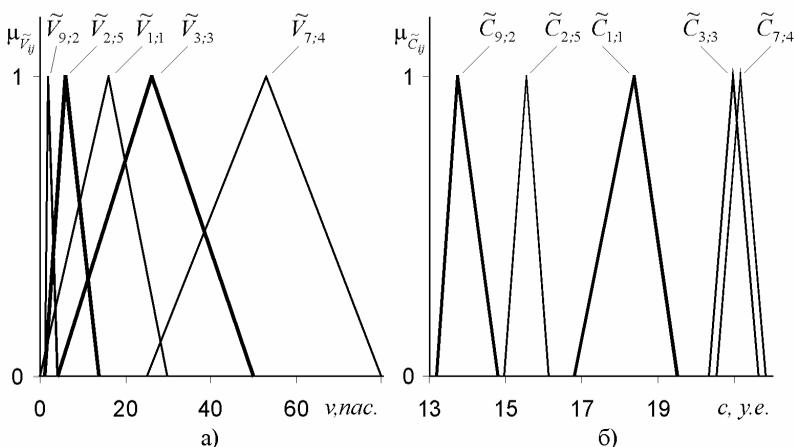


Рис. 4. Примеры нечетких исходных данных

В модельном примере все ВС разделены на две категории, различающиеся пассажироместимостью и временными параметрами технологического графика. ВС I категории, к которым отнесены последние 3 ВС, считаются большими, требующими больших затрат на аэропортовое обслуживание. Графики функций распределения времени выполнения работ 1,2 и 4 для обеих категорий ВС представлены на рис.5. На указанном рисунке приведен также пример вероятностного распределения отклонений времени прилета одного из ВС ($k = 2$) в хаб. Источником исходной информации по длительностям выполнения работ и нерегулярности прибытий послужила статистика базы данных информационной системы аэропорта.

Вероятностное распределение времени обслуживания одного трансферного пассажира со средним значением около 0,5 мин., использованное в модельном примере, получено по результатам непосредственных наблюдений в ряде аэропортов. График функции указанного распределения не приводится из-за слишком мелкого масштаба рис.5.

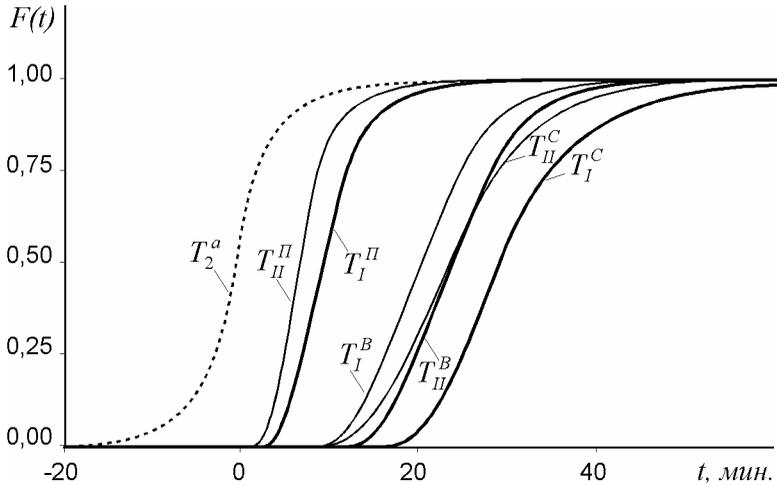


Рис. 5. Функции распределения временных характеристик

Минимальный модельный интервал времени между ВПО принят равным $\Delta t^{\min} = 1$ мин., что соответствует пропускной способности элементов летной полосы рассматриваемого аэропорта.

Модельное расписание прилетов и вылетов ВС в течение рассматриваемой волны, составляющее главный результат решения оптимизационной задачи, представлено в табл.2. В расписании за начало отсчета принят наиболее ранний момент прибытия ВС. Для наглядности расписание воспроизведено также в виде линейчатой диаграммы на рис.6, где длина каждого прямоугольника и его смещение вдоль горизонтальной оси отражают временные характеристики пребывания соответствующего ВС в хабе.

Таблица 2. Оптимальное модельное расписание

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t_k^a , МИН.	30	15	19	24	11	20	9	0	1	6
t_k^d , МИН.	104	92	99	101	83	112	95	91	105	116

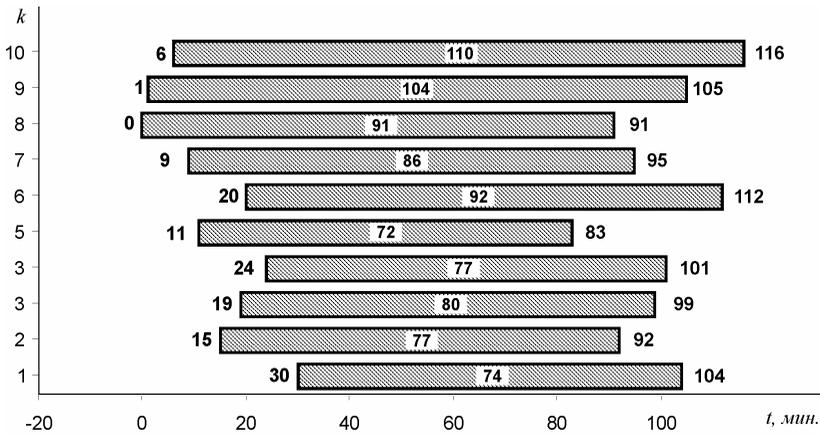


Рис. 6. Оптимальное модельное расписание

Решение модельной задачи было получено при наличии дополнительного ограничения, предполагающего равенство величин Δt_k^Γ для всех ВС одной категории. Оптимальные значения составляют для ВС I категории $\Delta t_I^\Gamma = 39$ мин. и – для ВС II категории $\Delta t_{II}^\Gamma = 35$ мин., что вполне соответствует практике.

Оптимальное расписание наглядно отражает групповой характер движения ВС, являющийся одним из атрибутов хаба. ВС прибывают и отправляются тесными группами с малыми интервалами между ВПО, что требует высокой пропускной способности элементов летной полосы и технологических комплексов хаба. В среднем ВС I категории прибывают раньше, чем ВС II

категории, и вылетают несколько позже, что объясняется большими временными затратами на их обслуживание.

Прокомментируем некоторые особенности модельного расписания. Значительно более поздний прилет и краткое время пребывания в хабе 1-го ВС объясняется малым числом трансферных авиасвязей, пассажиров которых перевозит рассматриваемое ВС. Как следует из табл.2, на 1-м ВС в хаб прибывают, кроме пассажиров, следующих далее транзитом, лишь пассажиры, пересаживающиеся на 6-е ВС. Это означает, что 1-е ВС может прибыть в хаб значительно позже других, чтобы только «успеть» передать пассажиров на 6-е ВС. При этом, поскольку трансферные пассажиры с других ВС не пересаживаются на 1-е ВС, оно может не «ожидая» вылететь сразу же по завершении собственного обслуживания.

Более раннее прибытие 5-го ВС среди ВС II категории объясняется большим числом трансферных пассажиров, пересаживающихся с 5-го на 3-е ВС. Обеспечив эту пересадку и не имея большого числа вылетающих пассажиров, совершающих трансфер с других ВС, 5-е ВС может вылететь раньше других.

Аналогичными причинами объясняется ранний прилет 7-го ВС. Однако, в отличие от 5-го ВС, оно вынуждено «ждать» большое число «дорогостоящих» пассажиров с других ВС, чем объясняется его самое длительное пребывание в аэропорту среди ВС II категории.

В табл.3 представлены полученные для рассмотренного набора исходных данных значения коэффициентов k_{ij}^{Π} , k_j^C , k_{ij}^T . Оптимальное решение обеспечивает значения коэффициента k_{ij}^{Π} , отражающего степень удовлетворенности пассажиров временем пребывания в хабе, не ниже 0,86. Самое большое относительное число опоздавших на стыковочный рейс пассажиров (самые низкие значения коэффициента k_j^C) на авиасвязях с наибольшим числом пассажиров, где причиной опоздания являются большие временные затраты на обслуживание пассажиров. Судя по полученным значениям k_{ij}^T , доля рейсов, для которых существует возможность вылета с опозданием, не

превышает 4%. Полученные значения коэффициентов представляются вполне приемлемыми, не противоречащими практике.

Таблица 3. Результаты оптимизации

		$\frac{k_{ij}^{\Pi}}{k_{ij}^{\Gamma}}$									k_i^C
$i \backslash j$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	$\frac{0,99}{1,00}$	-	-	-	-	$\frac{1,00}{1,00}$	-	-	-	-	0,96
2	-	-	-	-	$\frac{0,95}{1,00}$	-	$\frac{1,00}{1,00}$	-	$\frac{1,00}{1,00}$	$\frac{0,92}{1,00}$	0,97
3	-	-	$\frac{1,00}{1,00}$	$\frac{1,00}{1,00}$	-	-	-	$\frac{0,97}{1,00}$	-	-	0,97
4	-	-	-	$\frac{1,00}{1,00}$	-	-	-	-	$\frac{1,00}{0,99}$	$\frac{0,99}{1,00}$	0,97
5	-	-	$\frac{1,00}{0,99}$	-	-	-	-	$\frac{1,00}{1,00}$	-	-	0,96
6	-	$\frac{0,98}{1,00}$	-	-	-	$\frac{0,98}{1,00}$	$\frac{1,00}{1,00}$	-	$\frac{1,00}{0,99}$	-	0,97
7	-	-	-	$\frac{0,98}{0,99}$	-	-	-	-	-	-	0,98
8	-	$\frac{0,91}{1,00}$	-	-	$\frac{0,99}{1,00}$	$\frac{0,89}{1,00}$	$\frac{0,96}{1,00}$	-	-	$\frac{0,86}{0,98}$	0,96
9	-	$\frac{0,92}{1,00}$	-	-	-	-	$\frac{0,95}{1,00}$	-	$\frac{0,91}{1,00}$	-	0,97
10	-	$\frac{1,00}{0,98}$	-	-	-	-	$\frac{1,00}{0,97}$	$\frac{1,00}{0,99}$	$\frac{0,93}{0,99}$	-	0,98

Оптимизация расписания позволила в целом сохранить потенциальный трансферный пассажиропоток. Так, полученное модельное нечеткое суммарное число трансферных пассажиров, принесших доходы авиакомпании в течение волны, составившее $\tilde{W}_{opt} = (182; 520; 1148)$ пас., всего на 6-8% меньше их заданного потенциального числа.

Оптимальное решение обеспечило значение нечеткого критерия $\tilde{D}_{opt} = (1226; 7638; 17803)$ у.е. С целью оценки эффекта от оптимизации, был произведен расчет величины \tilde{C} для исходных данных, имитирующих традиционное расписание на узлового аэропорта. Предполагалось, что описанные выше ВС прибывают в аэропорт в порядке возрастания номеров через каждые 10 мин., проходят обслуживание в течение 2 ч., а затем в той же последовательности через каждые 10 мин. вылетают из аэропорта. Определенное в этом случае нечеткое значение целевой функции составило $\tilde{D} = (647; 4018; 9403)$ у.е., что почти в 2 раза ниже оптимального значения. Таким образом хабообразующая авиакомпания имеет возможность существенно повысить собственные доходы только за счет оптимизации расписания без каких бы то ни было финансовых затрат.

Продолжительность решения рассмотренной задачи оптимизации с использованием современной персональной вычислительной техники не превысила 12 мин.

6. Заключение

Представленные результаты подтверждают правомерность постановки и работоспособность предложенного алгоритма решения задачи совместной оптимизации параметров расписания и технологических графиков обслуживания ВС для аэропорта, действующего в рамках трансферной системы перевозок. Сочетание теоретико-вероятностного и нечетко-множественного подходов позволяет на базе стандартной вычислительной техники быстро получать оптимальные решения, учитывающие неопределенность исходных данных, доступных в условиях работы реальных аэропортовых и авиатранспортных предприятий.

Следует помнить, что рассмотренная задача является только одной из составляющих общей проблемы управления авиаперевозками в рамках трансферной системы, включающей такие оптимизационные подзадачи, как расстановка ВС по авиалиниям с учетом величин прямых и трансферных пассажиропотоков;

определение частот движения ВС; распределение рейсов по интервалам времени, соответствующим волнам их прибытий-отправлений в хабе и др. Являясь итоговым этапом в процессе решения последовательности перечисленных задач, рассмотренная задача, несмотря на частный характер, имеет особую значимость. Ее грамотное решение служит залогом успешной реализации оптимальных решений всех предыдущих задач и, таким образом, позволяет обеспечить эффективность всей трансферной системы воздушных перевозок.

Литература

1. АДЛЕР Ю.П., МАРКОВА Е.В., ГРАНОВСКИЙ Ю.В. *Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий*. – М.: Наука, 1976. – 279 с.
2. АНДРОНОВ А.М., ХИЖНЯК А.Н. *Математические методы планирования и управления производственно-хозяйственной деятельностью предприятий гражданской авиации*. – М.: Транспорт, 1977. – 215 с.
3. ВАДЗИНСКИЙ Р.Н. *Справочник по вероятностным распределениям*. – СПб.: Наука, 2001. – 295 с.
4. ГЕРАСИМОВ В.А., ДОБРОНЕЦ Б.С., ШУСТРОВ М.Ю. *Численные операции гистограммной арифметики и их применения* // *АиТ*. – 1991. – №2. – С. 83-88.
5. ГОЛЕНКО Д.И. *Статистические методы сетевого планирования и управления*. – М.: Наука, 1968. – 400 с. 3
6. ДЮБУА Д., ПРАД А. *Теория возможностей. Приложения к представлению знаний в информатике*. – М.: Радио и связь, 1990. – 288 с. 4
7. РУТКОВСКАЯ Д., ПИЛИНСКИЙ М., РУТКОВСКИЙ Л. *Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы*. – М.: Горячая линия – Телеком, 2006. – 452 с.
8. BERLEANT, D. *Automatically verified reasoning with both intervals and probability density functions* // *Interval Computations*. – 1993. – №2. – P.48-70.

9. CHENG-LUNG WU *Airline operations and delay management : insight from airline economics, networks, and strategic schedule planning*. – Ashgate, 2010. – 241 p.
10. DANESI A. *Spatial concentration, temporal co-ordination and profitability of airline hub-and-spoke networks*. Ph.D. thesis. – Università di Bologna, 2006. – 143 p.
11. TEODOROVIC D., TRANI A., KANE A., BAIK H. *Fuzzy mathematical programming model for optimizing airport capacity utilization* // Journal of Air Transport Management. – 2002. – Vol. 8. – P. 73-87.
12. TZEU-CHEN HAN, CHENG-CHI CHUNG, GIN-SHUH LIANG *Application of fuzzy critical path method to airports cargo ground operation systems* // Journal of Marine Science and Technology. – 2006. – Vol. 14, №3. – P. 139–146.
13. YEH C.H., KUO Y.L. *Evaluating passenger services of Asia-Pacific International Airports* // Transportation Research. – 2003. – Part E 39. – P. 35–45.

OPTIMIZING OF TRANSFER AIR TRANSPORTATION SYSTEM PARAMETERS TAKING ACCOUNT OF FUZZY AND STOCHASTIC UNCERTAINTIES

Vladimir Romanenko, Samara State Aerospace University named after academician S.P.Korolyov (National Research University), Samara, Cand.Sci., associate professor, the person working for doctor's degree (vla_rom@mail.ru).

Abstract: Based on fuzzy sets theory and probability theory combination the problem of joint optimization of flight timetable and aircrafts ground handling activity network parameters for hub-and-spokes system in conditions of uncertainty is solved. The model example of a problem solution is considered.

Keywords: parametric optimizing, fuzzy numbers, variates, hub airport.