

УДК 62.50
ББК Ж 30

СТАБИЛИЗИРУЮЩЕЕ СЕТЕВОЕ УПРАВЛЕНИЕ ЛИНЕЙНЫМИ ДИСКРЕТНЫМИ СИСТЕМАМИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ БАНКОВ СЕНСОРОВ И ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ ¹

Жучков Р.Н.²

*(Арзамасский Политехнический Институт (филиал)
Нижегородского Государственного Технического Университета
им. Р. Е. Алексеева, 607227, Арзамас, ул. Калинина, д.19.)*

Рассматривается линейная система, в которой регулятор обменивается информацией с объектом управления через сеть, содержащую множество банков сенсоров и исполнительных устройств. Совокупность сенсоров и исполнительных устройств рассматривается как система случайной структуры. Строится динамический регулятор с обратной связью по вектору выхода.

Ключевые слова: линейные дискретные системы, сетевое стабилизирующее управление, марковские цепи, линейные матричные неравенства.

Введение

В работе автора [1] рассматривался случай, когда объект управления получал информацию через единственный набор сенсоров и передавал управление через единственный набор исполнительных устройств. В реальных системах могут иметь место другие схемы. Например, в системе управления летательным аппаратом обычно содержатся основная и резервная система датчиков курса и вертикали. Кроме того, для

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, гранты 10-08-00843_а, 11-01-97025-р_поволжье_а.

² Роман Николаевич Жучков, аспирант, (roman_jkv@mail.ru)

корректировки текущего положения может использоваться информация со спутников и других внешних устройств. Таким образом, имеем многоуровневую систему резервирования, а, значит, и систему управления, в которой возможны переключения между различными наборами сенсоров и исполнительных устройств. Дополнительные сложности появляются в случае сетевого управления, т.к. часть передаваемых пакетов может быть повреждена или потеряна.

Предыдущий подход рассматривал сетевую систему управления с одним набором сенсоров и исполнительных устройств как марковскую цепь с двумя возможными состояниями: пакет получен либо потерян. В дальнейшем стабилизирующее управление находилось получалось из решения линейных матричных неравенств.

В данной работе рассматривается случай произвольного количества блоков сенсоров и исполнительных устройств, через которые происходит обмен данными между объектом и системой управления. Прямое обобщение результатов [1] на такие системы приводят к необходимости решения систем билинейных матричных неравенств сложной структуры, что связано со значительными трудностями.

Для получения эффективного алгоритма построения стабилизирующего управления предлагается новый подход, суть которого состоит в следующем. Как и ранее в [1] вводится гипотеза о возможности разделения процессов оценивания и управления. Затем вводится эвристическая модификация неравенств исходной системы, которая позволяет сравнительно легко получить решение.

Считается, что характеристики канала передачи данных известны, т.е. известны вероятности переключения между блоками сенсоров и регуляторов. Эта информация используется для построения матрицы переходов при построении марковской цепи.

1. Описание системы

Рассматривается система с множеством блоков сенсоров и регуляторов, схема которой представлена на рисунке 1.

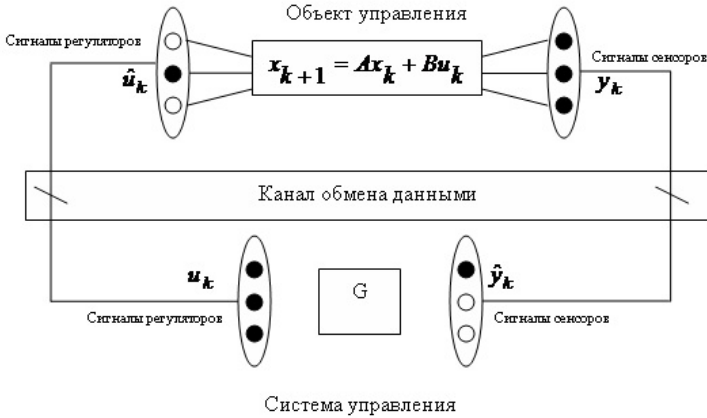


Рис. 1. Схема сетевой системы управления.

В этой системе объект управления формирует массив данных для основных и резервных сенсоров системы управления (y_k) и высылает их через сетевой канал данных. В процессе пересылки часть информации теряется либо портится (несовпадение контрольных сумм). Таким образом, система управления переключается на доступные в настоящий момент сенсоры ($\hat{y}_k$).

При пересылке управляющей информации от системы управления объекту управления ситуация повторяется: система формирует сигналы для всех регуляторов (u_k), но использован будет только тот, который не был потерян либо испорчен при пересылке.

Модель системы задаётся линейным разностным уравнением следующего вида:

$$(1) \quad \begin{aligned} x_{k+1} &= Ax_k + B_i u_k, \\ y_k &= C_i x_k, \end{aligned}$$

где x_k - n -мерный вектор состояния, u_k - m -мерный вектор управления, y_k - l -мерный вектор измерений.

В каждый дискретный момент времени матрица выхода системы может находиться в одном из следующих структурных состояний:

$$(2) \quad \begin{aligned} S_1 : \quad C_i &= C_1, \\ S_2 : \quad C_i &= C_2, \\ S_N : \quad C_i &= C_N. \end{aligned}$$

Кроме того, в случае потери сигнала информация может отсутствовать ($C_i = 0$).

Аналогично, в зависимости от задействованного регулятора матрица B_i переходит в одно из возможных состояний:

$$(3) \quad \begin{aligned} T_1 : \quad B_i &= B_1, \\ T_2 : \quad B_i &= B_2, \\ T_M : \quad B_i &= B_M \end{aligned}$$

Закон управления формируется в виде обратной связи по оценке вектора состояния

$$(4) \quad u_{ki} = -G_i \hat{x}_k$$

где G_i - набор матриц усиления обратной связи, соответствующих матрицам B_i .

Таким образом получаем систему с расширенным вектором состояния:

$$(5) \quad \begin{bmatrix} x_{k+1} \\ \tilde{x}_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (A - B_i G_i) & -B_i G_i \\ 0 & (A - K_j C_j) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ \tilde{x}_k \end{bmatrix}$$

Аналогично подходу, изложенному в предыдущей статье [1], воспользуемся гипотезой о возможности разделения задач оценивания и управления и будем искать соответствующие матрицы усиления по отдельности. После того, как матрицы будут найдены для разделенных систем, подставим их в общую систему (5) и проверим её на устойчивость.

2. Построение стабилизирующего управления

В соответствии с подходом, изложенным в [4], набор матриц усиления обратной связи G_i , стабилизирующий систему (1) при условии переключения входов, может быть найден следующим образом:

$$(6) \quad G_i = [B_i^T S_i B_i + R_i]^{-1} [B_i^T S_i A_i + L_i]$$

где $R_i > 0$ и L_i - неизвестные матрицы, которые могут быть найдены из решения системы матричных уравнений и неравенств (7). Кроме того, матрицы $H_i = H_i^T > 0$ в системе (7) также являются неизвестными.

$$(7) \quad \begin{bmatrix} A^T S_i A - H_i + (1 + \mu_i) Q_i & A^T S_i B_i \\ B_i^T S_i A & B_i^T S_i B_i + R_i \end{bmatrix} > 0, \\ S_i = \sum H_i p_{ij}, \\ \begin{bmatrix} \mu_i Q_i & L_i^T \\ L_i & B_i^T S_i B_i + R_i \end{bmatrix} > 0, \\ [B_i^T S_i B_i + R_i] = [B_{i+1}^T S_{i+1} B_{i+1} + R_{i+1}], \\ [B_i^T S_i A + L_i] = [B_{i+1}^T S_{i+1} A + L_{i+1}], \\ R_i = R_i^T, i = 1, 2, \dots, N$$

Для того, чтобы удостовериться, что найденные матрицы усиления обеспечивают устойчивость замкнутой системе необходимо проверить на разрешимость следующую систему матричных неравенств:

$$(8) \quad (A - B_i G_i)^T \sum p_{ij} H_i (A - B_i G_i) - H_i < 0$$

где $H_i = H_i^T$ - неизвестная положительно определённая матрица. Данная система получена путём применения метода функций Ляпунова к системе (1) - (3).

3. Построение оценки вектора состояния

В ряде случаев, алгоритм, изложенный в предыдущем пункте может выдать идентичные матрицы усиления обратной

связи для различных входов системы. В этом случае хотелось бы сконструировать, такой алгоритм, который позволял бы получить единственную матрицу усиления и для построения оценки вектора состояния, с целью построить регулятор постоянной структуры.

Однако прежде чем рассмотреть частный случай, рассмотрим ситуацию, когда при решении задачи управления были получены различные матрицы усиления для различных структурных состояний системы.

3.1. Наблюдатель с переключаемой структурой

Рассмотрим выход системы как марковский процесс. Оценку вектора состояния будем искать в следующем виде:

$$(9) \quad \hat{x}_{k+1} = A\hat{x}_k + Bu_k + K_i(y_k - C_i\hat{x}_k),$$

где смена структурных состояний C_i описана ранее.

Наблюдатель (9) будет устойчив, если выполнено неравенство Ляпунова [4]:

$$(10) \quad (A - K_i C_i)^T \sum p_{ij} H_j (A - K_i C_i) - H_i < 0, i = 1 \dots N$$

где $H_i = H_i^T$ и K_i - неизвестные матрицы и p_{ij} - элементы матрицы вероятностей переходов между структурными состояниями системы. Непосредственное решение этого билинейного относительно неизвестных матриц приводит к связанной системе линейных матричных уравнений и неравенств. Однако можно ограничиться только решением линейных матричных неравенств, если использовать следующий эвристический прием. Рассмотрим систему неравенств

$$(11) \quad (A - K_i C_i) \sum p_{ij} H_j (A - K_i C_i)^T - H_i < 0, i = 1 \dots N$$

Эта система не является следствием применения какой-либо функции Ляпунова и сконструирована искусственно. Экспериментально было установлено, что решение системы (11) также является решением системы (10).

Система (11), при умножении ее слева и справа на $X_i = H_i^{-1}$ и применении теоремы о дополнении Шура может быть

приведена к следующему LMI.

(12)

$$\begin{bmatrix} X_i & (X_i A - Y_i C_i) \sqrt{p_{i1}} & (X_i A - Y_i C_i) \sqrt{p_{i2}} & \dots & (X_i A - Y_i C_i) \sqrt{p_{iN}} \\ (X_i A - Y_i C_i)^T \sqrt{p_{i1}} & X_1 & 0 & \dots & 0 \\ (X_i A - Y_i C_i)^T \sqrt{p_{i2}} & 0 & X_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (X_i A - Y_i C_i)^T \sqrt{p_{iN}} & 0 & 0 & \dots & X_N \end{bmatrix} \succ 0$$

где $Y_i = X_i K_i$. Если эти неравенства разрешимы и найденные значения K_i удовлетворяют неравенствам (10), в чем можно убедиться непосредственно, то они являются матрицами усиления наблюдателя.

3.2. Наблюдатель постоянной структуры

Попытаемся построить оценку состояния с помощью одной из модификаций робастного фильтра Калмана [2] - [3]. Отличительной его особенностью является то, что он не требует знания матриц ковариаций шумов. И хотя робастный фильтр Калмана дает субоптимальную оценку состояния системы, он будет гарантировать ограниченность ошибки оценивания в широком спектре параметров неопределенностей системы.

Приведем основные уравнения робастного фильтра Калмана, вывод которых содержится в [2].

Рассмотрим следующий класс дискретных систем с неопределенностями:

$$(13) \quad x_{k+1} = (A + \Delta A_k) x_k,$$

$$(14) \quad y_k = (C + \Delta C_k) x_k$$

где x_k - n -мерный вектор состояния, u_k - m -мерный вектор управления, A и C - известные матрицы соответствующей размерности.

Матрицы ΔA_k и ΔC_k - неизвестные матрицы, которые описывают неопределенности системы. Считается, что ΔA_k и ΔC_k имеют следующую структуру:

$$\begin{bmatrix} \Delta A_k \\ \Delta C_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix} F_k E,$$

где F_k - неизвестная матрица, удовлетворяющая соотношению:

$$(15) \quad F_k^T F_k \leq I$$

и H_1, H_2, E - известные матрицы подходящей размерности, показывающие, как элементы матриц A и C затрагиваются неопределенностями F_k .

Пример 1. В качестве иллюстрации приведем следующую линейную дискретную систему:

$$(16) \quad x_{k+1} = (1 + \delta)x_k$$

$$(17) \quad y_k = x_k$$

где δ - неизвестный параметр, удовлетворяющий $|\delta| \leq 0.1$, тогда матрицы робастного фильтра Калмана могут иметь следующий вид: $H_1 = 1, H_2 = 0, E = 0.1$ и F_k принимает значения в диапазоне $-1 \leq F_k \leq 1$.

Отметим еще раз достоинство подхода - здесь не требуется знания характеристик случайной последовательности F_k ; достаточно задать максимальное отклонение неопределенных параметров.

•

Доказано, что робастный фильтр, гарантирующий ограниченность верхней границы ошибки оценивания, определяется следующими соотношениями:

$$(18) \quad \hat{x}_{k+1} = (A + \Delta A_{ek})\hat{x}_k + K_f[y_k - (C + \Delta C_{ek})\hat{x}_k],$$

где

$$(19) \quad \Delta A_{ek} = \epsilon_k A S_k E^T (I - \epsilon E S_k E^T)^{-1} E$$

$$(20) \quad \Delta C_{ek} = \epsilon_k C S_k E^T (I - \epsilon E S_k E^T)^{-1} E$$

$$(21) \quad K_f = (A Q_k C^T + \frac{1}{\epsilon_k} H_1 H_2^T) (\frac{1}{\epsilon_k} H_2 H_2^T + C Q_k C^T)^{-1}$$

и $S_k = S_k^T > 0$ является решением уравнения Рикатти (22) и удовлетворяет $Q_k^{-1} = S_k^{-1} - \epsilon_k E^T E > 0$.

Указанное уравнение Рикатти имеет следующий вид:

$$(22) \quad S_{k+1} = A Q_k A^T - (A Q_k C^T + \frac{1}{\epsilon_k} H_1 H_2^T) \cdot (\frac{1}{\epsilon_k} H_2 H_2^T + C Q_k C^T)^{-1} (A Q_k C^T + \frac{1}{\epsilon_k} H_1 H_2^T)^T + \frac{1}{\epsilon_k} H_1 H_1^T$$

В уравнениях (18)-(22) параметр ϵ_k должен быть положительным.

Здесь необходимо отметить то обстоятельство, что хотя робастный фильтр Калмана и свободен от необходимости задания матриц ковариации шумов состояния и измерений, однако набор матриц H_1, H_2, E не является уникальным для каждой задачи, и, более того, не при всех наборах этих матриц и параметра ϵ_k неравенство $S_k^{-1} - \epsilon_k E^T E > 0$ будет выполняться. Тем не менее, структура робастного фильтра Калмана хорошо подходит для построения оценки вектора состояния с изменяемой структурой.

Аналогично случаю с наблюдателем переключаемой структуры найденную матрицу усиления K_f вместе с матрицей усиления обратной связи G необходимо подставить в исходную систему (5) для проверки её на устойчивость.

4. Пример

В качестве примера рассмотрим линейную дискретную систему с двумя регуляторами:

$$x_{k+1} = A x_k + B_i u_k$$

где

$$A = \begin{bmatrix} 1.0194 & 0.0199 & 0.0008 \\ -0.0829 & 0.9696 & 0.0821 \\ 0.0154 & 0.0002 & 0.9847 \end{bmatrix}$$

$$B1 = [-0.0015 \quad -0.1458 \quad 0.0000]^T$$

$$B2 = [-0.2565 \quad 0.0106 \quad -0.0020]^T$$

Кроме того будем считать, что информация о системе может приходить с двух сенсоров:

$$y_k = C_i x_k$$

$$C1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

В данном случае модель поведения - цепь смены состояний, в которой входы и выходы системы переключаются синхронно, т.е. матрицы измерений и управлений взаимосвязаны: $B_1 - C_1$; $B_2 - C_2$. Рассмотрим две модели поведения: в первой входы/выходы переключились единожды; во второй переключение между состояниями происходит случайным образом. Ниже приведены матрицы вероятностей переходов:

$$p1 = \begin{bmatrix} 0.99 & 0.01 \\ 0.01 & 0.99 \end{bmatrix}$$

$$p2 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}$$

В результате решения системы (6) - (7) получаем, что $G_1 = G_2 = [-4.2589 - 5.9491 - 83.3282]$. Далее наблюдатель строился с использованием двух изложенных подходов.

При построении робастного фильтра Калмана матрицы H_1, H_2, E , базовую матрицу C и величину ϵ выберем следующим образом: $H_1 = 0, H_2 = [10 \ -1], E = 0.005, C = [0.5 \ 0 \ 0.5], \epsilon = 1.00$. При этом была найдена следующая матрица усиления $K = [0.0162 \ -0.01080.0116]$

При построении с использованием марковской цепи были найдены следующие матрицы усиления обратной связи: $K_1 = [1.0200 \ -0.05460.0016], K_2 = [0.01460.16770.9849]$.

Будем моделировать поведение системы в течение 200 итераций. Для первой системы для переключения входов выберем 100-ую итерацию, вторая система может переключиться каждую итерацию.

Рисунки 2 и 3 содержат траектории стабилизированных систем.

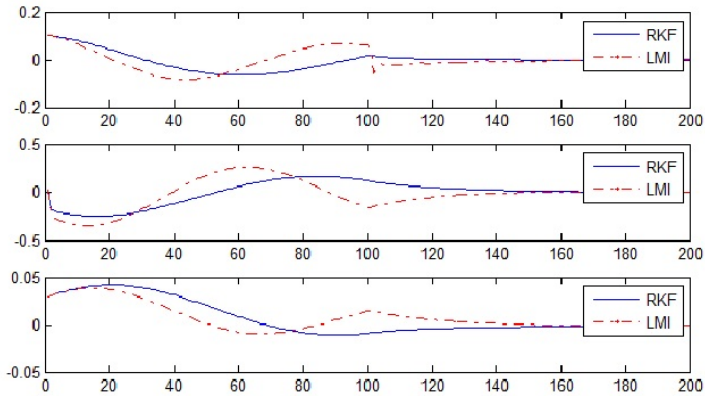


Рис. 2. Переключение по достижении 100 итераций

Анализируя полученные траектории системы, можно отметить, что оба предложенных алгоритма стабилизировали исходную систему. В данном случае сложно сказать, какой из методов лучше справился с задачей, т.к. переходные процессы обладают близкими характеристиками.

Литература

1. ЖУЧКОВ Р.Н., ПАКШИН П.В. *Стабилизирующее сетевое управление линейными дискретными системами в условиях потери пакетов данных* // Управление большими системами. Выпуск 33. М.: ИПУ РАН, 2011. С.113-126.
2. ZHU X. *Design and analysis of discrete-time robust Kalman filters* / Soh Y. C., Xie L. // Automatica. 2007, Vol. 38, P. 1069-1077.
3. XIE L. *Robust Kalman filtering for uncertain discrete-time systems* / Soh Y. C., de Souza C. E. // IEEE Transactions on Automatic Control. 1994, Vol. 39, No. 6, PP. 1310-1314.
4. ПАКШИН П.В. *Дискретные системы со случайными параметрами и структурой* М.: Физматлит, 1994

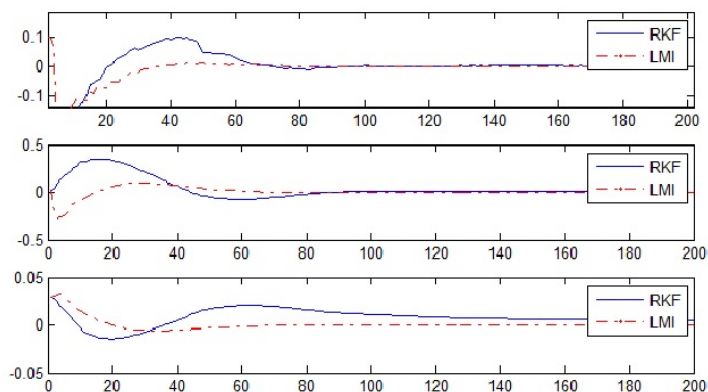


Рис. 3. Случайные переключения между входами

5. MARYAM MOAYEDI *LQG Control for Networked Control Systems with Random Packet Delays and Dropouts via Multiple Predictive-Input Control Packets* / Yung K. Foo, Yeng C. Soh // *Proceedings of the 18th IFAC World Congress*. 2011, Vol. 18, PP. 72-77.
6. JIA WANG *Robust Dissipative Control for Networked Control Systems with Multiple Packet Dropouts* / Qing-Long Han, Fuwen Yang // *Proceedings of the 18th IFAC World Congress*. 2011, Vol. 18, PP. 78-83.
7. HOUNKPEVI F. O., YAZ E. E. *Robust minimum variance linear state estimators for multiple sensors with different failure rates*, *Automatica*. 2007, Vol. 43, PP. 1274-1280
8. KALMAN R. E. *Kalman R. E. . A new approach to linear filtering and prediction problems* // *Journal of Basic Engineering Transactions of the ASME*, 1960 Vol. 82, No. 1, PP. 35-45,

STABILIZING NETWORKED CONTROL OF LINEAR DISCRETE-TIME SYSTEMS WITH SENSORS AND ACTUATORS BANKS

Roman Zhuchkov, graduate student (roman_jkv@mail.ru)

Abstract: The paper considers the stabilization problem for networked control systems with several banks of sensors and actuators. Banks of sensors and regulators are shown as stochastic system. Linear matrix inequalities are used for Dynamic feedback control is built using system outputs.

Keywords: linear discrete systems, networked stabilizing control, Markov chains, Robust Kalman filter, linear matrix inequalities..