УДК 519.876.2 + 656.6
ББК 32.81

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ОБСЛУЖИВАНИЕМ ПОТОКА ОБЪЕКТОВ В КРУПНОМАСШТАБНОЙ РАБОЧЕЙ ЗОНЕ ДВУХ ПРОЦЕССОРОВ

Резников М.Б.[1]**, Федосенко Ю.С.**[2]
(*Волжская государственная академия водного транспорта, Нижний Новгород*)

Рассматривается математическая модель обслуживания объектов бинарного детерминированного потока двумя независимыми процессорами. На содержательном уровне модель описывает технологию технического обслуживания речных грузовых судов при прохождении крупномасштабной зоны ответственности сервисного предприятия. Сформулирована экстремальная задача синтеза стратегий обслуживания, предложен решающий алгоритм, обеспечивающий максимизацию суммарного дохода за обслуживание, приведены оценки вычислительной сложности и примеры результатов расчета.

Ключевые слова: детерминированный поток объектов, дискретная модель обслуживания, синтез стратегий, максимизация дохода, оценка вычислительной сложности.

1. Введение

Технология технического обслуживания грузовых судов «на ходу» получает все большее распространение в деятельности сервисных предприятий внутреннего водного транспорта. В

---

[1] *Михаил Борисович Резников, аспирант (mikerez@mail.ru).*
[2] *Юрий Семенович Федосенко, заведующий кафедрой информатики, систем управления и телекоммуникаций, д. т. н., профессор (603600 Нижний Новгород, Нестерова 5а, ВГАВТ, fds@aqua.sci-nnov.ru).*

качестве обслуживающих выступают два независимых специализированных судна, каждое из которых предназначено для выполнения только одного, «своего» вида работ. Обслуживание судов осуществляется в процессе их транзитного прохождения зоны ответственности сервисного предприятия. При этом каждое транзитное судно может получить только один вид обслуживания, последовательно пройти оба вида обслуживания или не получить обслуживания вовсе.

Одна из задач диспетчера сервисного предприятия (лица, принимающего решения – ЛПР) заключается в реализации такой стратегии управления обслуживанием судов, которая в пределах горизонта оперативного планирования обеспечивает получение максимального суммарного дохода.

Существенным обстоятельством, оказывающим влияние на решения ЛПР, являются весьма жесткие ограничения на допустимую длительность штатного регламента формирования стратегии обслуживания.

В силу сказанного актуальной является проблема синтеза оптимальных и субоптимальных стратегий обслуживания путем решения соответствующей экстремальной задачи в online- или offline-режимах.

2. Модель обслуживания и постановка задачи

Имеется n-элементный детерминированный поток объектов $O(n) = \{o(1), o(2), \ldots, o(n)\}$, поступающих в общую рабочую зону Ξ двух независимых и не взаимно заменяемых процессоров P^1 и P^2 [1]. Рабочая зона представляет собой отрезок AB длиной L.

Поток $O(n)$ обладает свойством бинарности, т.е. состоит из двух подпотоков O_A и O_B таких, что $O_A \cup O_B = O(n)$ и $O_A \cap O_B = \varnothing$. Объекты подпотока O_A входят в зону Ξ через граничную точку A и проходят ее поступательно с постоянной скоростью в направлении точки B; объекты подпотока O_B поступают в рабочую зону через точку B и проходят ее аналогично в противоположном направлении. Соответственно объекты подпотока O_A покидают зону Ξ через точку B, а объекты подпотока O_B выходят из рабочей зоны через точку A (рис. 1).

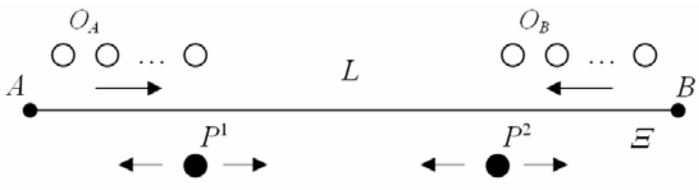

Рис. 1. Схема рабочей зоны

В дискретной идеализации считаем отрезок AB разбитым на целое число l элементарных участков длины $\lambda = L/l$; с необходимой точностью целочисленность l всегда может быть обеспечена выбором единицы измерения параметра L. Соответственно принятому разбиению элементарные участки отрезка AB последовательно пронумеруем числами 1, 2, … , $l-1$, l в направлении от точки A к точке B. При этом точка A входит в элементарный участок с номером 1, а точка B – в участок с номером l.

Каждый объект $o(i)$ $(i = \overline{1, n})$ характеризуется следующими целочисленными параметрами.

$t(i)$ – момент поступления в зону Ξ $(0 \le t(1) \le t(2) \le \ldots \le t(n))$;

$d(i)$ – указатель принадлежности подпотоку O_A или O_B: $d(i) = 1$, если $o(i) \in O_A$ и $d(i) = 0$, если $o(i) \in O_B$.;

$v(i)$ – величина скорости движения объекта, которая измеряется числом проходимых в единицу времени элементарных участков;

$\tau^1(i)$ $(\tau^2(i))$ – норма длительности обслуживания объектов работающим в зоне Ξ процессором P^1 (P^2); $\tau^1(i) \ge 0$, $\tau^2(i) \ge 0$, $\tau^1(i) + \tau^2(i) \ne 0$; при этом равенство $\tau^1(i) = 0$ $(\tau^2(i) = 0)$ соответствует случаю отсутствия заявки на обслуживание объекта $o(i)$ процессором P^1 (P^2);

$w^1(i)$ $(w^2(i))$ – величина дохода за обслуживание объекта соответствующим процессором $(w^1(i) > 0$, $w^2(i) > 0)$.

В пределах зоны Ξ процессоры P^1 и P^2 могут перемещаться как в автономном режиме с постоянной величиной скорости (соответственно $u^1{}_A$, $u^2{}_A$ – в направлении от A к B и $u^1{}_B$, $u^2{}_B$ – в противоположном направлении), так и в паре с обслуживаемым объектом со скоростью последнего. Возможен также простой процессора P^1 (P^2) в ожидании подхода объекта, назначенного на обслуживание. В начальный момент времени $t = 0$ процессор P^1 (P^2) находится на элементарном участке z^1 (z^2) ($z^1 \in \{1, 2, \ldots, l\}$, $z^2 \in \{1, 2, \ldots, l\}$).

Стратегию обслуживания объектов потока $O(n)$ процессорами P^1 и P^2 определим в виде совокупности $\rho = \{\rho^1, \rho^2\}$; при этом ρ^k ($k = \overline{1,2}$) представляет собой $m(k)$-элементный ($m(k) \in [0, n]$) кортеж

$$\rho^k = \begin{cases} (\varphi_1^k, \psi_1^k), (\varphi_2^k, \psi_2^k), \cdots, (\varphi_{m(k)}^k, \psi_{m(k)}^k) & \text{при } m(k) \geq 1, \\ \varnothing & \text{при } m(k) = 0, \end{cases}$$

в записи которого использованы следующие обозначения:

φ_j^k – номер объекта $o(\varphi_j^k)$, обслуживаемого процессором P^k в очередь j ($\varphi_j^k \in [1, n]$, $j = \overline{1, m(k)}$);

ψ_j^k – номер участка начала обслуживания объекта $o(\varphi_j^k)$ в очередь j ($\psi_j^k \in [1, l]$).

Суммарный доход $W(\rho)$ при реализации стратегии обслуживания ρ, определяется выражением

$$(1) \quad W(\rho) = \sum_{k=1}^{2} \sum_{j=1}^{m(k)} w^k(\varphi_j^k),$$

и экстремальная задача синтеза оптимальной стратегии ρ^* имеет вид

$$(2) \quad W(\rho^*) = \max_{\rho \in \Omega} W(\rho).$$

В формуле (2) через Ω обозначено множество всех допустимых, т. е. физически реализуемых стратегий обслуживания.

Задача (2) относится к классу NP-трудных, доказательство данного факта может быть получено сведением к ней, например, задачи о коммивояжере [2].

2. Алгоритм синтеза стратегии обслуживания

Для построения алгоритма синтеза стратегии ρ^* выполним вспомогательные технические действия и формализуем ограничения, вытекающие из рассматриваемой модели обслуживания.

Введем в рассмотрение функции

$$(3)\quad \alpha(k,t,p,x)=\begin{cases}[(x-p)/u_A^k)]+t & \text{при } x\geq p,\\ [(p-x)/u_B^k)]+t & \text{при } x<p,\end{cases}$$

$$(4)\quad \beta(i,x)=\begin{cases}[(x-1)/v(i)]+t(i) & \text{при } d(i)=1,\\ [(l-x)/v(i)]+t(i) & \text{при } d(i)=0,\end{cases}$$

в записи которых квадратные скобки означают операцию округления с избытком ($k\in[1,2]$).

Функции (3), (4) определяют соответственно моменты времени поступления на участок с номером x ($x\in[1,l]$) процессора P^k, находящегося в момент времени t на участке с номером p ($p\in[1,l]$), и объекта $o(i)$. При этом координата $\gamma(i,t)$ последнего определяется соотношением

$$\gamma(i,t)=\begin{cases}1+v(i)(t-t(i)) & \text{при } d(i)=1,\\ l-v(i)(t-t(i)) & \text{при } d(i)=0.\end{cases}$$

Условие физической реализуемости начала процесса обслуживания объекта $o(i)$ процессором P^k на участке x опишем булевой функцией

$$\sigma(k,t,p,i,x)=\begin{cases}1 & \text{при } \alpha(k,t,p,x)\leq\beta(i,x),\\ 0 & \text{при } \alpha(k,t,p,x)>\beta(i,x),\end{cases}$$

единичное значение которой соответствует возможности обслуживания, а нулевое – противоположной ситуации.

Стратегия обслуживания $\rho\in\Omega$, т. е. является допустимой, если удовлетворяет нижеследующей системе ограничений a − d.

a) Стратегия содержит только заявленные к обслуживанию хотя бы одним процессором объекты $o(\varphi_j^k)$, т. е. для $m(k)\geq 1$ ($k\in[1,2]$) выполняется условие $\tau^k(\varphi_j^k)\neq 0$ ($j=\overline{1,m(k)}$).

b) Каждый объект $o(\varphi_j^k)$ в стратегии может быть обслужен процессором P^1 (P^2) не более одного раза, т. е. для $m(k) \geq 1$ ($k \in [1, 2]$) при $j \neq g$ ($j = \overline{1, m(k)}$, $g = \overline{1, m(k)}$) выполняется неравенство $\varphi_j^k \neq \varphi_g^k$.

c) Одновременное обслуживание одного объекта $o(\varphi_j^k)$ в стратегии обоими процессорами запрещено, т. е. в случае $m(k) \geq 1$ ($k = \overline{1,2}$) для $\varphi_j^1 = \varphi_g^2$ ($j = \overline{1, m(1)}$, $g = \overline{1, m(2)}$) выполняется соотношение

$$[\beta(\varphi_j^1, \psi_j^1), \beta(\varphi_j^1, \psi_j^1) + \tau^1(\varphi_j^1)) \cap [\beta(\varphi_g^2, \psi_g^2), \beta(\varphi_g^2, \psi_g^2) + \tau^2(\varphi_j^2)) = \varnothing.$$

d) Для каждого объекта $o(\varphi_j^k)$ ($k \in [1, 2]$) в стратегии ρ выполняются условия:

– физической реализуемости обслуживания

$$\sigma(k, 0, z^k, \varphi_1^k, \psi_1^k) = 1 \text{ для } m(k) = 1,$$

$$\sigma(k, 0, z^k, \varphi_1^k, \psi_1^k) \cdot \sigma(k, \varphi_{\mathrm{j}}^k, \psi_{\mathrm{j}}^k, \varphi_{j+1}^k, \psi_{j+1}^k) = 1 \text{ для } m(k) > 1$$

$$(j = \overline{1, m(k) - 1});$$

– завершения процесса обслуживания в границах зоны $\varXi$, т. е. $1 \leq \gamma(\varphi_j^k, \beta(\varphi_j^k, \psi_j^k) + \tau^k(\varphi_j^k)) \leq l$ ($j = \overline{1, m(k)}$).

Для дальнейшего представим процесс обслуживания объектов потока $O(n)$ как рекуррентную цепочку переходов обслуживающей системы из состояния $\xi_h = \{t, s, p, r, \theta, \varOmega^1, \varOmega^2\}$ в состояние ξ_{h+1} ($h = \overline{1, H}$), где:

t – число тактов времени, прошедших от начала процесса обслуживания объектов потока $O(n)$;

s – номер свободного от обслуживания процессора, расположенного на участке с номером p ($s \in [1,2]$, $p \in [1, l]$);

r – номер объекта, обслуживаемого процессором $P^{(3-s)}$;

θ – число тактов дискретного времени, оставшихся до завершения обслуживания процессором $P^{(3-s)}$ объекта $o(r)$;

$\varOmega^k$ – множество обслуженных на момент времени t объектов процессором P^k ($k = \overline{1,2}$);

H – номер перехода обслуживающей системы в финальное состояние ξ_{H+1}.

Без ограничения общности полагаем, что ситуации, когда свободны оба процессора, соответствуют значения $s = 1$, $\theta = 0$, а параметры p и r задают номера участков расположения свободных от обслуживания процессоров P^1 и P^2 соответственно.

Как очевидно, при $t = 0$ состояние ξ_1 обслуживающей системы описывается набором $\{0, 1, z_1, z_2, 0, \varnothing, \varnothing\}$.

Определим управление на шаге h как пару (υ_h, ω_h), где υ_h – номер объекта, решение об обслуживании которого свободным процессором принимается в состоянии ξ_h, а ω_h, – номер участка начала обслуживания объекта $o(\upsilon_h)$ ($h = \overline{1,H}$). Тогда последовательность $<(\upsilon_1, \omega_1), (\upsilon_2, \omega_2), \dots , (\upsilon_H, \omega_H)>$ описывает вектор управлений.

По любому вектору управлений и им порождаемой последовательности состояний ξ_h однозначно определяется стратегия обслуживания ρ и значение суммарного дохода W.

Для определения оптимального вектора управлений построим соотношения динамического программирования [3].

С этой целью нижеследующей системой условий 1 – 4 введем оператор $\Delta_{\upsilon,\omega}$ перехода из состояния ξ_h в состояние ξ_{h+1}, полагая при этом $o(0) = \varnothing$.

1. Если $\theta = 0$, то $\xi_{h+1} = \{t, 2, r, \upsilon_h, \tau^1(\upsilon_h), \Omega^1 \cup o(\upsilon_h), \Omega^2\}$.

2. Если $t + \theta > \beta(\upsilon_h, \omega_h) + \tau^s(\upsilon_h)$, то $\xi_{h+1} = \{\beta(\upsilon_h, \omega_h) + \tau^s(\upsilon_h), s, \gamma(\upsilon_h, \beta(\upsilon_h, \omega_h) + \tau^s(\upsilon_h)), r, t + \theta - \beta(\upsilon_h, \omega_h) - \tau^s(\upsilon_h), \Omega^1 \cup o(\upsilon_h(2-s)), \Omega^2 \cup o(\upsilon_h(s-1))\}$.

3. Если $t + \theta < \beta(\upsilon_h, \omega_h) + \tau^s(\upsilon_h)$, то $\xi_{h+1} = \{t + \theta, 3-s, \gamma(r, t+\theta), \upsilon_h, \beta(\upsilon_h, \omega_h) + \tau^s(\upsilon_h) - t + \theta, \Omega^1 \cup o(r(2-s)), \Omega^2 \cup o(r(s-1))\}$.

4. Если $t + \theta = \beta(\upsilon_h, \omega_h) + \tau^s(\upsilon_h)$, то $\xi_{i+1} = \{t + \theta, 1, \gamma(\upsilon_h, t+\theta), \gamma(r, t+\theta), 0, \Omega^1 \cup o(\upsilon_h(2-s)), \Omega^2 \cup o(\upsilon_h(s-1))\}$.

Обозначим через $B(\{t, s, p, r, \theta, \Omega^1, \Omega^2\})$ функцию Беллмана, каждое значение которой суть максимально возможный суммарный доход по всем обслуженным объектам, начиная от состояния ξ_h. Очевидно, что $B(\{0, 1, z_1, z_2, 0, \varnothing, \varnothing\})$ – максимально возможный суммарный доход по обслуженным объектам потока $O(n)$. Тогда решающее рекуррентное соотношение записывается в виде

(5) $$B(\xi_h) = \max_{(\varphi_h,\psi_h)\in\Phi(\xi_h)} \{w^s(\varphi_h) + B(\xi_{h+1})\},$$

где $\Phi(\xi_h)$ – множество допустимых управлений (υ_h, ω_h).

Пусть T – момент времени, когда последний объект потока $O(n)$ покидает зону Ξ (по состоянию на момент времени T оба процессора должны быть свободны). Как очевидно, для любого натурального C и любых целочисленных значений параметров p, r и $\xi_{H+1} = \{T+C, 1, p, r, 0, \varnothing, \varnothing\}$ имеет место равенство

(6) $B(\xi_{H+1}) = 0$.

Для корректной реализации вычислительного процесса Θ по соотношениям (5),(6) необходимо определить множество $\Phi(\xi_h)$ допустимых управлений (υ_h, ω_h) на шаге h. С этой целью введем вспомогательные функции $\varepsilon(k, t, p, i)$, $\chi(k, t, p, i)$, $\delta^-(k, t, p, i)$, $\delta^+(k, t, p, i)$, $\chi'(k, t, p, i, x)$.

$\varepsilon(k, t, p, i)$ – время, необходимое процессору P^k, освободившемуся в момент времени t на участке с номером p, чтобы приступить к обслуживанию объекта $o(i)$.

Если $\gamma(i, t) \geq p$, то

$$\varepsilon(k,t,p,i) = \begin{cases} [(\gamma(i,t)-p)/(u_A^k + v(i))] & \text{при } d(i)=0; \\ [(\gamma(i,t)-p)/(u_A^k - v(i))] & \text{при } d(i)=1, u_A^k \neq v(i); \\ p-\gamma(i,t), & \text{при } d(i)=1, u_A^k = v(i). \end{cases}$$

В противном случае

$$\varepsilon(k,t,p,i) = \begin{cases} [(p-\gamma(i,t))/(u_B^k + v(i))] & \text{при } d(i)=1; \\ [(p-\gamma(i,t))/(u_B^k - v(i))] & \text{при } d(i)=0, u_B^k \neq v(i); \\ -1, & \text{при } d(i)=0, u_B^k = v(i). \end{cases}$$

Последняя строка в определении $\varepsilon(k, t, p, i)$ формально описывает физически нереализуемую ситуацию.

$\chi(k, t, p, i)$ – условие физической реализуемости обслуживания объекта $o(i)$ процессором P^k, освободившимся в момент времени t на участке с номером p.

$$\chi(k,t,p,i)=\begin{cases}1 \text{ при } t<t(i);\\ 0 \text{ при } t\ge t(i),\ \varepsilon(k,t,p,i)<0;\\ 1 \text{ при } t\ge t(i),\ \varepsilon(k,t,p,i)\ge 0,\ d(i)=1,\ \varepsilon<\beta(i,l)-t;\\ 0 \text{ при } t\ge t(i),\ \varepsilon(k,t,p,i)\ge 0,\ d(i)=1,\ \varepsilon\ge\beta(i,l)-t;\\ 1 \text{ при } t\ge t(i),\ \varepsilon(k,t,p,i)\ge 0,\ d(i)=0,\ \varepsilon<\beta(i,1)-t;\\ 0 \text{ при } t\ge t(i),\ \varepsilon(k,t,p,i)\ge 0,\ d(i)=0,\ \varepsilon\ge\beta(i,1)-t.\end{cases}$$

Единичное значение в определении $\chi(k, t, p, i)$ соответствует физической реализуемости обслуживания, а нулевое – противоположной ситуации.

$\delta^-(k, t, p, i)$ – левая граница интервала участков зоны Ξ, в котором возможно начало обслуживания объекта процессором P^k, находящимся в момент времени t на участке с номером p.

Если $\gamma(i, t) > p$, то

$$\delta^-(k,t,p,i)=\begin{cases}\gamma(i,t+\varepsilon(k,t,p,i)) & \text{при } d(i)=1;\\ \max\left(1,\left[\dfrac{pv(i)-\gamma(i,t)u_B^k}{(v(i)-u_B^k)}\right]\right) & \text{при } d(i)=0,\ v(i)>u_B^k;\\ 1 & \text{при } d(i)=0,\ v(i)\le u_B^k.\end{cases}$$

Если $\gamma(i, t) = p$, то

$$\delta^-(k,t,p,i)=\begin{cases}1 & \text{при } \gamma(i,t)\ge p,\ d(i)=0,\ v(i)\le u_B^k;\\ p & \text{при } \gamma(i,t)=p,\ d(i)=1;\\ p & \text{при } \gamma(i,t)=p,\ d(i)=0,\ v(i)>u_B^k.\end{cases}$$

Если $\gamma(i, t) < p$, то $\delta^-(k, t, p, i) = \max(1, \gamma(i, t + \varepsilon(k, t, p, i)))$.

$\delta^+(k, t, p, i)$ – правая граница интервала участков зоны Ξ, в котором возможно начало обслуживания объекта процессором P^k, находящимся в момент времени t на участке с номером p.

Если $\gamma(i, t) < p$, то

$$\delta^+(k,t,p,i)=\begin{cases}\gamma(i,t+\varepsilon(k,t,p,i)) & \text{при } d(i)=0;\\ \min\left(l,\left[\dfrac{pv(i)-\gamma(i,t)u_A^k}{(v(i)-u_A^k)}\right]\right) & \text{при } d(i)=1,\ v(i)>u_A^k;\\ l & \text{при } d(i)=1,\ v(i)\le u_A^k.\end{cases}$$

Если $\gamma(i, t) = p$, то

$$\delta^+(k,t,p,i) = \begin{cases} l & \text{если } \gamma(i,t) \le p,\ d(i) = 1,\ v(i) \le u_A^k; \\ p & \text{если } \gamma(i,t) = p,\ d(i) = 0; \\ p & \text{если } \gamma(i,t) = p,\ d(i) = 1,\ v(i) > u_A^k. \end{cases}$$

Если $\gamma(i, t) > p$, то $\delta^+(k, t, p, i) = \min(l, \gamma(i, t + \varepsilon(k, t, p, i)))$.

$\chi'(k, t, p, i, x)$ – условие физической реализуемости обслуживания объекта $o(i)$ процессором P^k, освободившимся в момент времени t на участке с номером p, при условии, что обслуживание начнется не ранее, чем на участке с номером x.

$$\chi'(k,t,p,i,x) = \begin{cases} 1, & \text{если } d(i) = 1,\ \delta^+(k,t,p,i) \ge x, \\ 0, & \text{если } d(i) = 1,\ \delta^+(k,t,p,i) < x, \\ 1, & \text{если } d(i) = 0,\ \delta^-(k,t,p,i) \le x, \\ 0, & \text{если } d(i) = 0,\ \delta^-(k,t,p,i) > x. \end{cases}$$

Единичное значение $\chi'(k, t, p, i, x)$ соответствует физической реализуемости обслуживания, а нулевое – противоположной ситуации.

Таким образом, множество допустимых управлений $\Phi(\xi_h)$ на шаге h описывается системой соотношений

$$\upsilon_h \notin \Omega^s,$$

$$\chi(m,t,p,\upsilon_h) = 1 \text{ при } \varphi_h \ne r,$$

$$\chi'(m,t,p,\upsilon_h,\gamma(\upsilon_h,t+\theta)) = 1 \text{ при } \varphi_h = r,$$

$$\omega_h \in [\delta^-(s, t, p, \upsilon_h),\ \delta^+(s, t, p, \upsilon_h)],$$

$$\gamma(\upsilon_h, \beta(\upsilon_h,\omega_h) + \tau^m(\upsilon_h)) \le l \text{ для } d = 1,$$

$$\gamma(\upsilon_h, \beta(\upsilon_h,\omega_h) + \tau^m(\upsilon_h)) \ge 1 \text{ для } d = 0.$$

Заметим, что в естественных для транспортных приложений условиях линейной зависимости от n суммарного времени процесса обслуживания объектов потока $O(n)$ на горизонте планирования временна́я вычислительная сложность алгоритма Θ синтеза стратегии ρ^*, реализующего соотношения (5) и (6), оценивается величиной $O(l^2 \cdot 2^{2n})$ [4].

3. Результаты вычислительных экспериментов

Алгоритм Θ при ограничении длительности отработки в 10 минут позволил выполнять синтез стратегий ρ^* для потоков объектов $O(n)$ размерности $n \le 10$. Требуемый по ходу вычислений объем оперативной памяти уже при $n = 11$ превышал $1Gb$. Поэтому была разработана и параллельная кластерная версия Θ' алгоритма Θ для синтеза оптимальной стратегии с одновременным использованием нескольких персональных компьютеров (ПК).

Для алгоритма Θ и его версии Θ' зависимости продолжительности синтеза Q оптимальной стратегии от значения n при числе дискретов $l = 30$ представлена на рис. 2; данные экспериментов усреднялись по 10 выборкам из практически значимых интервалов значений параметров рассматриваемой модели обслуживания.

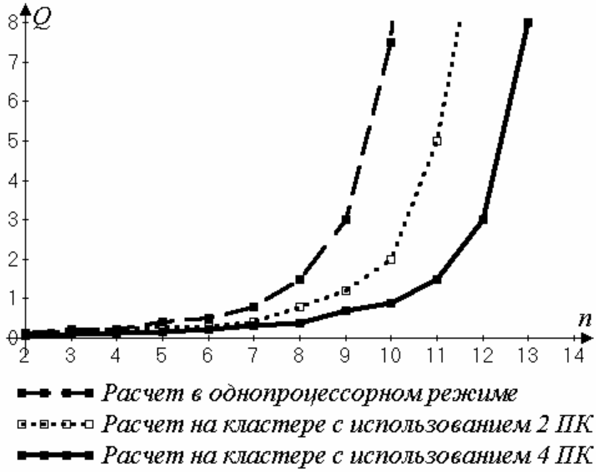

Рис. 2. Зависимость продолжительности синтеза оптимальной стратегии от размерности потока объектов

В качестве иллюстрации на рис. 3 представлена оптимальная стратегия обслуживания потока объектов $O(8)$ с характеристиками из таблицы 1 и следующими значениями параметров: $l = 30$, $z^1 = 1$; $z^2 = 30$; $u^1_A = u^2_A = 2.44$; $u^1_B = u^2_B = 1.95$.

Таблица 1. Параметры потока объектов $O(8)$

i	$t(i)$	$\tau^1(i)$	$\tau^2(i)$	$d(i)$	$v(i)$	$w^1(i)$	$w^2(i)$
1	0	2	3	1	3.41	10	40
2	4	3	3	0	2.93	30	20
3	17	2	2	1	2.93	14	10
4	12	2	3	0	1.96	12	12
5	24	1	2	0	1.22	23	43
6	29	3	1	1	2.44	12	32
7	36	2	3	0	2.93	54	43
8	41	2	2	1	3.66	23	21

Пунктирными линиями изображены траектории движения, а сплошными – зоны обслуживания объектов процессорами; при этом, чем выше доход за обслуживание, тем больше толщина линии, отображающей соответствующий участок траектории.

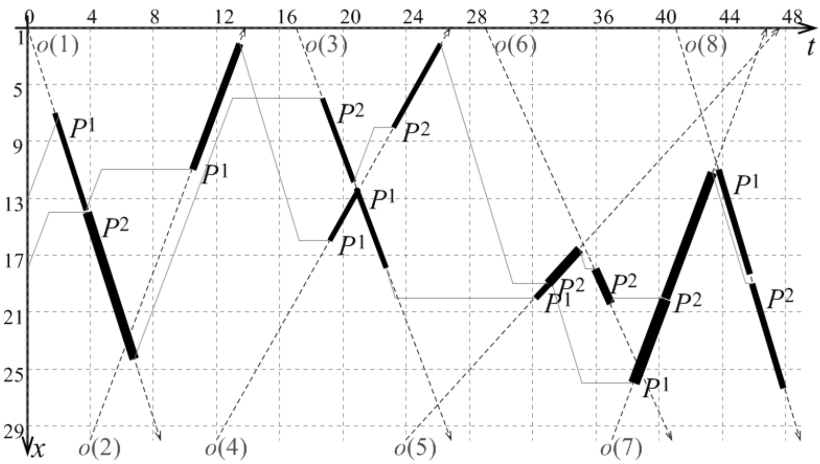

Рис. 3. Оптимальный график обслуживания

Оптимальной стратегии ρ^* соответствуют две компоненты: ρ^{1*} = (1, 7), (2, 11), (4, 16), (3, 12), (5, 20), (7, 26), (8, 11) – для процессора P^1 и ρ^{2*} = (1, 14), (3, 6), (4, 8), (5, 19), (6, 18), (7, 20), (8, 19) – для процессора P^2, суммарный доход $W^* = 367$.

Для сравнения на рис. 4 представлена стратегия обслуживания потока $O(8)$, синтезированная «жадным» алгоритмом ϑ, близким к используемому в практике диспетчерского управления правилом управления обслуживанием. Идея алгоритма ϑ заключается в назначении на обслуживание ближайшего к процессору P^1 (P^2) объекта.

Стратегия обслуживания, синтезированная алгоритмом ϑ, включает в себя компоненты $\rho^{1\vartheta}$ = (1, 7), (2, 21), (3, 1), (4, 10), (5, 21), (6, 15), (7, 21), (8, 11) – для процессора P^1 и $\rho^{2\vartheta}$ = (1, 14), (4, 30), (5, 30), (6, 13), (8, 4) – для процессора P^2; при этом суммарный доход $W^\vartheta = 326$, т.е. на 12% ниже.

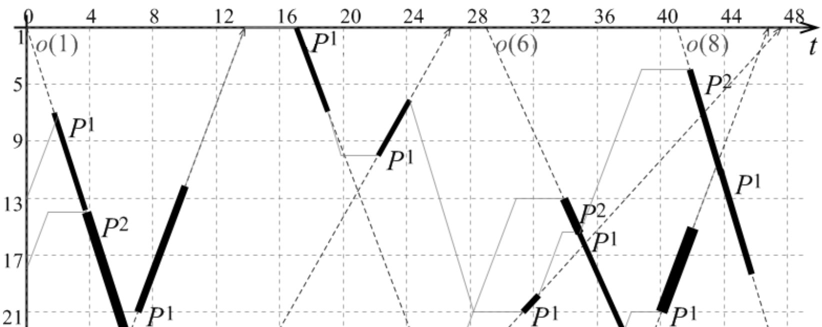

Рис. 4. График обслуживания, полученный алгоритмом ϑ

Заметим, что в рассматриваемом примере компонента ρ^{1*} оптимальной стратегии ρ^* остается неизменной при увеличении шага дискретизации параметра L (вплоть до $l = 15$), а также с его уменьшением (по крайней мере, до $l = 35$).

Литература

1. КОГАН Д.И., ФЕДОСЕНКО Ю.С. *Задача синтеза оптимального расписания обслуживания бинарного потока объектов в рабочей зоне mobile-процессора* // Вестник Нижегородского университета. Математическое моделирование и оптимальное управление: Вестник ННГУ им. Н.И.Лобачевского, 1999. Вып. 1(20). – С. 179 – 187.
2. ГЭРИ М., ДЖОНСОН Д. *Вычислительные машины и труднорешаемые задачи*. М.: МИР, 1982. – 416 с.
3. БЕЛЛМАН, Р., ДРЕЙФУС, С. *Динамическое программирование.* М.: ИЛ, 1960. – 400 с.
4. КОГАН Д.И., ФЕДОСЕНКО Ю.С. *Задача диспетчеризации: анализ вычислительной сложности и полиномиально разрешимые подклассы* // Дискретная математика, 1996. Т. 8. №3. – С. 135 – 147.

OPTIMAL SERVICING OF THE OBJECT FLOW BY TWO PROCESSORS IN EXTENDED WORKING REGION

Mikhail Reznikov, Volga State Academy of Water Transport, Nizhny Novgorod, postgraduate (mikerez@mail.ru).
Yuriy S. Fedosenko, Volga State Academy of Water Transport, Nizhny Novgorod, the head of the Department for Computer Sciences, Control Systems and Telecommunication, Doctor of Science, full professor (fds@aqua.sci-nnov.ru).

Abstract: The determined binary object flow servicing model is considered. The servicing is provided by two independent mobile processors. The model is taken from cargo ships servicing technology while they are passing a responsibility region of large servicing industry. The servicing strategy income optimization task is defined, the solution algorithm is developed and described and the algorithm complexity investigation was done.

Keywords: determined object flow, discrete servicing model, strategy synthesis, income maximization, algorithm complexity investigation.