УДК 62.50
ББК Ж 30

СТАБИЛИЗИРУЮЩЕЕ УПРАВЛЕНИЕ С ПРОГНОЗИРОВАНИЕМ В СЕТИ С ВОЗМОЖНЫМИ ПОТЕРЯМИ ПАКЕТОВ ДАННЫХ[1]

Жучков Р.Н.[2]
(Арзамасский политехнический институт (филиал) Нижегородского Государственного технического университета им. Р.Е. Алексеева, Арзамас)

Рассматривается линейная система, в которой регулятор обменивается информацией с объектом управления через сеть, в которой возможны потери пакетов данных. Строится динамический регулятор с обратной связью по вектору выхода. При этом используются методы теории прогнозирующего управления, которые позволяет избежать необходимости явного учета смены структурного состояния системы в моменты потери пакетов данных.

Ключевые слова: Прогнозирующее управление, фильтр Калмана, сетевые системы управления, линейные матричные неравенства, линейные дискретные системы.

Основные идеи прогнозирующего управления

Прогнозирующее управление относится к классу алгоритмов управления, которые используют модели предсказания будущих реакций системы. Изначально подход разрабатывался для удовлетворения специфических потребностей управления электростанций и нефтеперерабатывающих заводов [1]. В настоящее время прогнозирующее управление можно

---

[1] *Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант 13-08-01092_а) и Министерства образования и науки РФ, ФЦП «КАДРЫ» (соглашение 8846).*
[2] *Роман Николаевич Жучков, аспирант, (roman_jkv@mail.ru)*

найти в самых различных областях применения: пищевой, автомобильной и аэрокосмической промышленности.

Суть подхода в следующем: на каждом интервале управления алгоритм пытается оптимизировать будущее поведение системы путем вычисления последовательности будущих управлений. Последовательность управлений рассчитывается таким образом, чтобы оптимизировать будущее поведение системы в течение интервала времени, получившего название горизонта предсказаний. Первое управление из полученной последовательности отправляется объекту, и в следующий момент времени задача управления решается заново, используя обновленные измерения.

Идеи прогнозирующего управления можно проследить до 1960х годов [2], но интерес к этим методам начал быстро расти только в 1980х годах после публикаций первых работ по прогнозирующему управлению: Identification and Command (IDCOM) [3], динамическому матричному управлению (Dynamic Matrix Control [4, 5]) и первому всестороннему изложению идей обобщенного прогнозирующего управления Generalized Predictive Control (GPC) [6, 7]. Хотя в изначальном виде идеи, лежащие в основе DMC и GPC схожи, DMC был задуман для многомерного управления с ограничениями, в то время как GPC в первую очередь подходит для одной переменной, а также адаптивного управления.

Рис. 1. Предсказательное управление

Следуя [8], наглядно продемонстрируем основную идею управления с предсказанием с помощью рисунка 1. Мы ограничимся обсуждением системы с одним входом и одним выходом. Будем рассматривать систему с дискретным временем. Текущее состояние обозначено как шаг t. На рисунке показаны две траектории: пунктирная - идеальная траектория и предсказанная траектория (обозначена точками). Предсказанная траектория начинается с текущего момента t и определяет траекторию, двигаясь по которой объект должен вернуться на идеальную траекторию. Прогнозирующий регулятор имеет собственную модель, которая используется для прогнозирования поведения системы внутри горизонта предсказаний. В простейшем случае мы можем попытаться выбрать предсказанную траекторию таким образом, чтобы совместить ее с идеальной в конце горизонта предсказаний.

Вопросы возможности оптимизации в реальном времени, устойчивости и качества широко изучены для систем, описываемых линейными моделями (книги [9–14]). Значительный прогресс в применении прогнозирующего управления для гибридных систем, дискретных систем, систем с логическими условиями, эвристического анализа был получен в [8].

1. Управление с прогнозированием в задачах сетевого управления

Приведем краткий анализ результатов, полученных в области управления с прогнозированием в задачах сетевого управления. В [15] предложено стабилизирующее управление для сетевой системы с потерями пакетов данных между сенсором и регулятором. В [16] предложен метод для случая двусторонней потери данных. В этой работе зависящая от потери пакетов данных функция Ляпунова используется для стабилизации замкнутой системы. В [17] авторы предложили сетевую систему управления, которая использует предсказания, чтобы компенсировать запаздывания сигналов и потери пакетов данных при передаче между объектом и системой управления. Для того, чтобы анализировать свойства системы они ввели понятие последовательности предсказаний, что позволяет определять свойства сети, необходимые для достижения устойчивости замкнутой системы.

В предыдущих работах автора [18] потеря пакетов данных рассматривалась как одно из структурных состояний сетевой системы управления. Однако, если говорить об объекте управления, то в такие моменты он не переходит в какое-то новое состояние, продолжая функционировать в обычном режиме. Переключение сконструированной системы управления в другое структурное состояние характеризует не сам объект, для которого строится контур управления, но информацию о нем.

С этой точки зрения применение принципов прогнозирующего управления очень привлекательно из-за нахождения системы в одном структурном состоянии, когда информация о ней доступна. Хотя нужно помнить, что иногда эта информация будет предсказанной, а не истинной.

Сформулируем здесь основные идеи, использованные в предыдущей работе при построении алгоритмов управления сетевыми системами управления. Во-первых, принималась гипотеза о возможности разделения системы на объект и наблюдатель. После этого матрицы усиления для наблюдателя и регулятора находились по отдельности. Во-вторых, для наблюдателя и регулятора рассматривались возможности потери пакетов данных, и находились либо разные матрицы усиления для разных структурных состояний, либо единая матрица для всех структурных состояний.

Используя идеи прогнозирующего управления, алгоритм управления сетевой системой предлагается модифицировать следующим образом: введем горизонт предсказаний, равный максимально возможному количеству потерянных пакетов данных. Эта величина является характеристикой сетевого канала обмена данными и может быть выбрана с запасом. Далее вводятся два буфера: с измерениями и управлениями, в которых будут храниться предсказанные измерения и управления. Ниже будет показано, как для построения оценки вектора состояния с учётом прогнозирующего управления используется алгоритм фильтра Калмана. Основываясь на предсказаниях текущего и будущих состояний объекта управления строится последовательность управлений, которая высылается объекту. Обратим здесь внимание на то обстоятельство, что в отличие от работы [19], например, будет использоваться одна и та же матрица усиления обратной связи для текущего и будущих моментов времени. Сделано это из того предположения, что изначально для системы может быть найдена единая матрица усиления обратной связи и потери пакетов данных не меняют ее структуру.

2. Структура сетевого управления

На основании изложенного предлагается структура сетевого управления, представленная на рисунке 2. Она функционирует следующим образом:

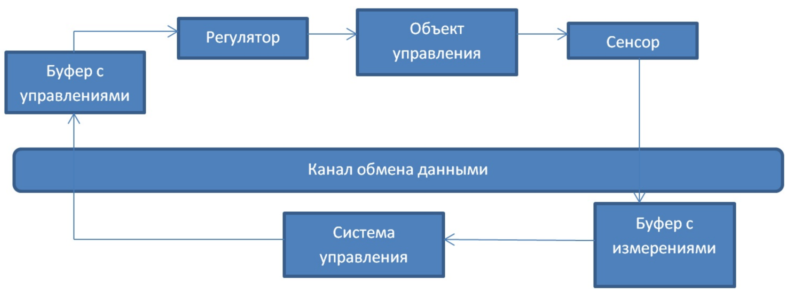

Рис. 2. Сетевая система управления

1) объект управления формирует измерения в виде текущего измерения и предсказанных измерений на несколько шагов вперед (горизонт событий);

2) объект управления пересылает сформированный пакет системе управления;

3) если потери пакета не произошло, принятый пакет записывается в буфер, в случае, если произошла потеря, берутся предсказанные для этого шага измерения из буфера;

4) строится наблюдатель;

5) формируется пакет из оценки состояния на текущий момент и предсказанные состояния на несколько шагов вперед;

6) пакет пересылается объекту управления;

7) на стороне объекта управления, если не произошло потери пакета, полученный пакет записывается в буфер;

8) управление берется либо с текущего момента, либо используются предсказания с предыдущих шагов.

3. Формулировка задачи

Рассмотрим линейную систему с разностным уравнением следующего вида:

$$
\begin{aligned}
x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k, \\
y_k &= Cx_k,
\end{aligned} \tag{1}
$$

где x_{k+1} – n-мерный вектор состояния перехода, x_k – n-мерный вектор исходного состояния, u_k – m-мерный вектор управления, y_k – l-мерный вектор измерений, k – дискретное время, выраженное в числе интервалов дискретности длительности Δt, матрицы $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ и $B \in \mathbb{R}^{n\times m}$ – матрицы перехода вектора состояния и усиления вектора управления соответственно.

Как и ранее [18] введем гипотезу о возможности разделения и будем искать управление и оценку вектора состояния по-отдельности. Полезным свойством использования прогнозирующего управления является то, что нет необходимости учитывать переключения системы при построении стабилизирующего управления $u_k = -G\hat{x}_k$, так как даже при потери пакета данных можно использовать сохраненную в буфере информацию с предыдущих шагов. В данном случае будем использовать метод функций Ляпунова и линейные матричные неравенства для нахождения матрицы усиления обратной связи G. В случае отсутствия переключений необходимо решить следующее матричное неравенство:

$$\begin{bmatrix} X & (AX - BY)^{\mathrm{T}} \\ (AX - BY) & X \end{bmatrix} > 0 \tag{2}$$

где $X = X^{\mathrm{T}} > 0$ и $Y = GX$.

<u>Замечание 1.</u> Обратим внимание на то, что в отличие от предыдущей работы [18], где система меняла свои структурные состояния, гипотеза о возможности разделения системы может быть легко доказана. Для этого рассмотрим систему (1) и наблюдатель, записанный для этой системы:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Ax_k - BG\hat{x}_k, \\ \hat{x}_{k+1} &= Ax_k - BG\hat{x}_k + K(y_k - C\hat{x}_k), \end{aligned} \tag{3}$$

Можно показать, что, перейдя во втором уравнении от вектора оценки к вектору ошибки $\tilde{x} = x - \hat{x}$, система (3) запишется в следующем виде:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= (A - BG)x_k + BG\tilde{x}_k, \\ \tilde{x}_{k+1} &= (A - KC)\tilde{x}_k, \end{aligned} \tag{4}$$

или в матричном виде:

$$\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ \tilde{x}_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BG & BG \\ 0 & A - KC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ \tilde{x}_k \end{bmatrix} \tag{5}$$

Видно, что система (5) имеет блочную верхнетреугольную матрицу, собственные значения которой равны собственным значениям блочно-диагональной матрицы (или собственным значениям разделенной системы).

4. Основной результат

Итак, основная задача теперь состоит в том, чтобы получить оценку вектора состояния для любого дискретного момента времени k, независимо от того, замкнут ли сетевой канал обмена данными. Для этого, опираясь на идеи прогнозирующего управления, сформируем расширенный вектор состояния:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k, \\ x_{k+2} - Ax_{k+1} &= Bu_{k+1} \\ x_{k+N+1} - Ax_{k+N} &= Bu_{k+N} \end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned} y_k &= Cx_k \\ y_{k+1} &= Cx_{k+1} \\ y_{k+2} &= Cx_{k+2} \\ &\vdots \\ y_{k+N} &= Cx_{k+N} \end{aligned} \tag{7}$$

здесь N – размер буфера (горизонта событий).

Перепишем систему (6) в следующем виде:

$$\begin{bmatrix} I & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ -A & I & 0 & \ldots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \ldots & -A & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{k+1} \\ x_{k+2} \\ x_{k+3} \\ \vdots \\ x_{k+N+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ x_{k+1} \\ x_{k+2} \\ \vdots \\ x_{k+N} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & B & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & B & \ldots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_k \\ u_{k+1} \\ u_{k+2} \\ \vdots \\ u_{k+N} \end{bmatrix} \tag{8}$$

$$
(9) \qquad \begin{bmatrix} y_k \\ y_{k+1} \\ y_{k+2} \\ \vdots \\ y_{k+N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & 0 & 0 & ... & 0 \\ 0 & C & 0 & ... & 0 \\ 0 & 0 & C & ... & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & ... & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ x_{k+1} \\ x_{k+2} \\ \vdots \\ x_{k+N} \end{bmatrix}
$$

Введем расширенные вектора состояния и измерений $X = [x_k \ x_{k+1} \ ... \ x_{k+N}]$, $Y = [y_k \ y_{k+1} \ ... \ y_{k+N}]$, тогда система (8) запишется в следующем виде:

$$
(10) \qquad \begin{aligned} A_+ X_{k+1} &= A_0 X_k + B_0 u_k \\ Y_k &= C_0 X_k \end{aligned}
$$

Для определения состояния системы (10) будем использовать уравнения линейного фильтра Калмана:

$$
(11) \qquad \hat{X}_{k+1} = A_+^{-1} A_0 \hat{X}_k + A_+^{-1} B U_k + K(Y - C_0 \hat{X}_k)
$$

В случае потери пакета данных матрица C_0 не меняется.

Замечание 2. В случае потери пакета данных логично бы выглядело использование матрицы C_0 следующего вида:

$$
(12) \qquad Y = \begin{bmatrix} C & 0 & 0 & ... & 0 \\ 0 & C & 0 & ... & 0 \\ 0 & 0 & C & ... & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & ... & 0 \end{bmatrix}
$$

где нули соответствуют потере пакета данных. Однако численные эксперименты показали, что такая замена ухудшает характеристики процесса сходимости фильтра Калмана, оригинальная версия которого, чувствительна к сменам структурных состояний системы.

Неизменная же матрица C_0 говорит о том, что вместо потерянных измерений используются не нулевые данные, а последние полученные измерения.

5. Пример

В качестве примера рассмотрим задачу построения стабилизирующего управления полетом квадрокоптера. Линейная система, характеризующая малые отклонения от положения равновесия по каналу угла крена и исходного положения $x = 0$, была взята из [20].

Для непрерывного времени система может быть записана следующим образом:

$$\ddot{\phi} = \frac{1}{I}\Gamma \tag{13}$$

$$\ddot{x} = -g\phi + \frac{1}{Lm}\Gamma + \frac{1}{m}d_t \tag{14}$$

Здесь m - масса квадрокоптера, I - момент инерции относительно оси X, L - расстояние от плоскости винтов до двигателя, d_t - случайное воздействие, которое может характеризовать, например, силу ветра.

Введем новый вектор неизвестных $X = \begin{bmatrix}\phi & \dot{\phi} & x & \dot{x}\end{bmatrix}$ и положим в качестве измеряемых величин $\dot{\phi}$ и x.

Для внесения возмущений в систему будем использовать функцию d_t следующего вида:

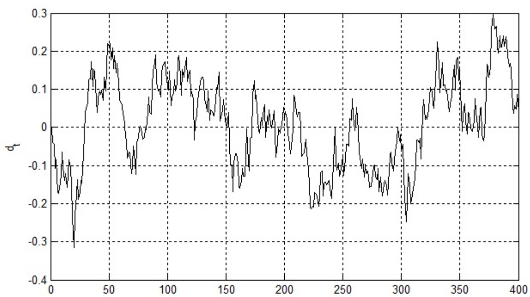

Рис. 3. Случайное воздействие

В качестве параметров системы (13) выберем следующие значения: $m = 6$кг, $L = 200$мм., $I = 0{,}24$кг $\cdot$ м^2. Тогда матрицы дискретной системы примут следующий вид:

$$A = \begin{bmatrix} 1{,}0000 & 0{,}0200 & 0{,}0000 & 0{,}0000 \\ 0{,}0000 & 1{,}0000 & 0{,}0000 & 0{,}0000 \\ -0{,}0020 & -0{,}0000 & 1{,}0000 & 0{,}0200 \\ -0{,}1962 & -0{,}0020 & 0{,}0000 & 1{,}0000 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0{,}0008 \\ 0{,}0833 \\ 0{,}0002 \\ 0{,}0166 \end{bmatrix}$$

В работе [20] показано, что при выбранных параметрах система (13) является неустойчивой.

При построении системы выберем размер буфера N=5.

Ниже приведем траектории стабилизированной системы. Видно, что при воздействии внешнего возмущения отклонение от нулевого состояния не превышает 2 градусов и 1 метра.

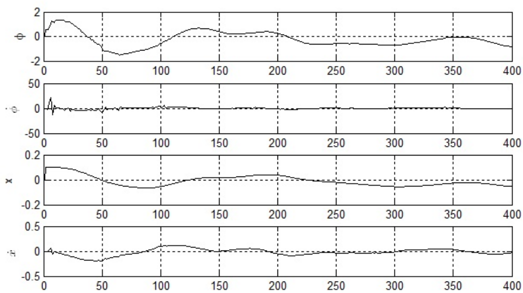

Рис. 4. Траектории стабилизированной системы

Кроме того приведем распределение количества потерянных пакетов данных. В этом распределении ненулевые величины показывают количество потерянных пакетов данных, начиная с последней удачной передачи. В приведённом примере из 400 пакетов было потеряно 208.

Видно, что система стабилизирована, не смотря на большое количество потерянных пакетов данных.

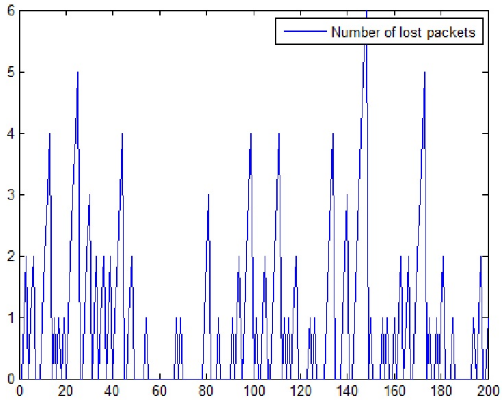

Рис. 5. Number of lost packets

Литература

1. QIN S.JOE, BADGWELL THOMAS A. *A survey of industrial model predictive control technology* // Control Engineering Practice, Volume 11, Issue 7, July 2003, P. 733-764
2. GARCIA C.E. *Model predictive control: Theory and practice - a survey* / D.M. Prett and M. Morari // Automatica. 1989, Vol. 25, P. 335-348
3. RICHALET J. *Model predictive heuristic control: applications to industrial processes.* / A. Rault, J.L. Testud and J. Papon // Automatica. 1978, Vol. 14, P. 413-428.
4. CUTLER C.R., RAMAKER B.L. *Dynamic matrix control - A computer control algorithm.* // AIChE 86th National Meeting. Houston. 1979
5. CUTLER C.R., RAMAKER B.L. *Dynamic matrix control - A computer control algorithm.* // Joint Automatic Control Conf. San Francisco. 1980
6. CLARKE D.W. *Generalized predictive control - I. The basic algorithm.* / C. Mohtadi and P. S. Tuffs // Automatica. 1987, Vol. 23, P. 137-148.
7. CLARKE D.W. *Generalized predictive control - II. Exten-*

sions and interpretations. / C. Mohtadi and P. S. Tuffs // Automatica. 1987, Vol. 23, P. 149-160.

8. BEMPORAD A., MORARI M. *Control of systems integrating logic, dynamics, and constraints* // Automatica. 1999, Vol. 35, P. 407-427.
9. BITMEAD R.R. *Adaptive Optimal Control. The Thinking Man's GPC* International Series in Systems and Control Engineering, 1990
10. SOETERBOEK R. *Predictive Control - A United Approach.* International Series in Systems and Control Engineering, 1992
11. MARTIN SANCHEZ J.M., RODELLAR J. *Adaptive Predictive Control* International Series in Systems and Control Engineering, 1996
12. CLARKE D.W. *Advances in Model-Based Predictive Control.* Oxford University Press, 1994
13. BERBER R. *Methods of Model Based Process Control. Vol. 293 of NATO ASI Series E: Applied Sciences.* Kluwer Academic Publications. Dortrecht, 1995
14. CAMACHO E.F., BORDONS C. *Model Predictive Control in the Process Industry* Advances in Industrial Control. Springer Verlag, 1995
15. LI Z.J. *A stabilizing model predictive control for network control system with data packet dropout* / Sun D.H., Shi Y.T., Wang L.F. // Journal of Control Theory and Application. 2009, Vol. 7, P. 281-284.
16. DING B. *Stabilization of linear systems over networks with bounded packet loss and its use in synthesizing model predictive control* // In: Proceedings of 8th, International Conference on Control and Automation. 2010, P. 2258-2263
17. GRUNE L. *A networked unconstrained nonlinear mpc scheme* / Pannek J., and Worthmann K. // In: Proceedings of the European Control Conference. 2009, P. 91-96
18. ЖУЧКОВ Р.Н. *Стабилизирующее сетевое управление линейными дискретными оъектами с использованием банков сенсоров и исполнительных устройств* //

Управление большими системами. Выпуск 43. М.: ИПУ РАН, 2013. С.124-137.

19. NGUYEN Q.T., VESELY V. *Design of Robust Networked Predictive Control Systems with Packet Loss* // Preprints of 4th IFAC Nonlinear Model Predictive Control Conference International Federation of Automatic Control. 2012, P. 362-357
20. HUA MINH-DUC *Introduction to Feedback Control of Underactuated VTOL Vehicles: A Review of Basic Control Design Ideas and Principles* / Hamel T., Morin P., Samson C. // Control Systems, IEEE , vol.33, no.1, pp.61,75, Feb. 2013

STABILIZING PREDICTIVE CONTROL IN NETWORKS WITH THE LOSS OF DATA PACKETS

Roman Zhuchkov,graduate student (Arzamas Polytechnic Institute of R.E. Alekseev Nizhny Novgorod State Technical University ,19, Kalinina Street, Arzamas, 607227, Russia, (roman_jkv@mail.ru)).

Abstract: The paper considers the stabilization problem for networked control systems with packets dropouts. Dynamic feedback control is built using system outputs. Predictive Control approach is used to obtain estimate of plant state. So it is not necessary to take in account plant state switching when packet dropout occurs.

Keywords: Predictive control, Kalman filter, networked control systems, linear matrix inequalities, linear discrete systems.