

УДК 519.714.2

ББК 78.34

# АЛГОРИТМ ИДЕНТИФИКАЦИИ КОНФЛИКТНЫХ СИТУАЦИЙ ДВУХ ПРОТИВОБОРСТВУЮЩИХ КОАЛИЦИЙ

Гусев С.С.<sup>1</sup>

(Учреждение Российской академии наук  
Институт проблем управления РАН, Москва)

В статье рассматривается теоретико-игровая модель кооперативного взаимодействия двух противоборствующих коалиций, отражающих совместное принятие решений п агентами со стороны одной коалиции и т агентами со стороны второй коалиции. Предполагается, что каждый из объектов двухкоалиционной системы располагает собственным алгоритмом идентификации. Производиться доказательство условия точного определения параметров объекта.

Ключевые слова: идентификация, динамический объект, ошибки измерения.

## 1. Введение

В докладе рассматривается взаимодействие объектов двухкоалиционной динамической системы с редкими ошибками измерений на выходе. Для задач данного класса исследуется работа специального алгоритма, учитывающего вклад в оценки параметров отдельных строк блока данных. Получены условия возможности определения точных оценок.

---

<sup>1</sup> Гусев Сергей Сергеевич, аспирант ([gs-serg@mail.ru](mailto:gs-serg@mail.ru)).

## 2. Постановка задачи

Рассмотрим задачу взаимодействия двух противоборствующих объектов двухкоалиционной динамической системы. Цель каждого из объектов состоит в том, чтобы каждый из них стремился преодолеть и тем самым получить приоритет над противодействующим ему объектом.

Система уравнений задается следующим образом:

$$(1) \quad \begin{cases} y_{(1)}(t) = \sum_{i=1}^a h_i x_{i(2)}(t) + \sum_{i=1}^b h_{(a+i)} y_{i(1)}(t-i), \\ y_{(2)}(t) = \sum_{i=1}^c h_i x_{i(1)}(t) + \sum_{i=1}^d h_{(c+i)} y_{i(2)}(t-i) \end{cases},$$

где  $y(t)$  – скалярный выход объекта в момент времени  $t$ ,  $x(t)$  – скалярный вход объекта в момент времени  $t$ ,  $h_i$  –  $i$ -ый неизвестный параметр объекта,  $a, c$  - глубина памяти по входу,  $b, d$  - глубина памяти по выходу.

Системе уравнений (1) соответствует структура взаимодействия сторон на рис. 1.

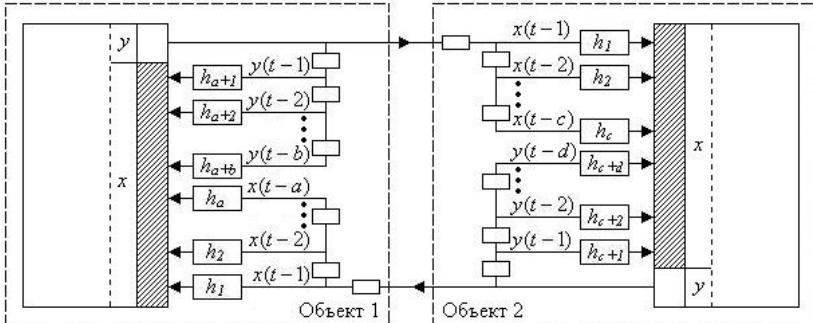


Рис. 1. Структура взаимодействия объектов двухкоалиционной системы

Введем обозначения:

Для объекта 1:

$X_1(t) = \begin{bmatrix} x(t-1) & x(t-2) & \dots & x(t-a+1) & x(t-a) \end{bmatrix}$  – вектор-строка входных переменных размерности  $a$ ,

$Y_1(t) = \begin{bmatrix} y(t-1) & y(t-2) & \dots & y(t-b+1) & y(t-b) \end{bmatrix}$  – вектор-строка входных переменных размерности  $b$ ,

$H_1 = \begin{bmatrix} h(1) & h(2) & \dots & h(a-1) & h(a) & h(a+1) & \dots & h(a+b-1) & h(n) \end{bmatrix}$  – вектор-строка неизвестных параметров объекта размерности  $n$ ,

$K_1(t) = \begin{bmatrix} k(1) & k(2) & \dots & k(a-1) & k(a) & k(a+1) & \dots & k(a+b-1) & k(n) \end{bmatrix}$  – вектор-строка оценок неизвестных параметров объекта размерности  $n$ .

Для объекта 2:

$X_2(t) = \begin{bmatrix} x(t-1) & x(t-2) & \dots & x(t-c+1) & x(t-c) \end{bmatrix}$  – вектор-строка входных переменных размерности  $c$ ,

$Y_2(t) = \begin{bmatrix} y(t-1) & y(t-2) & \dots & y(t-d+1) & y(t-d) \end{bmatrix}$  – вектор-строка входных переменных размерности  $d$ ,

$H_2 = \begin{bmatrix} h(1) & h(2) & \dots & h(c-1) & h(c) & h(c+1) & \dots & h(c+d-1) & h(m) \end{bmatrix}$  – вектор-строка неизвестных параметров объекта размерности  $m$ ,

$K_2(t) = \begin{bmatrix} k(1) & k(2) & \dots & k(c-1) & k(c) & k(c+1) & \dots & k(c+d-1) & k(m) \end{bmatrix}$  – вектор-строка оценок неизвестных параметров объекта размерности  $m$ .

Задача получения программно-корректируемого закона управления при взаимодействии двух объектов, описанная в [2], представляет собой итерационную процедуру, на каждой итерации которой выполняются четыре шага:

- формирование конфигурации конфликта;
- целераспределение средств объектов;
- имитация конфликта;
- прогнозирование динамики конфликта.

Далее рассматривается упрощенный вариант последнего шага – прогноза динамики конфликта. В задаче естественным является поиск таких режимов функционирования двухкоалиционной системы, которые были бы конфликтно-оптимальными.

Рассмотрим теоретико-игровую модель кооперативного взаимодействия двух противоборствующих объектов, отражающую совместное принятие решений  $n$  агентами со

стороны первого объекта и  $m$  агентами со стороны второго объекта. Предполагая, что каждый из объектов двухкоалиционной системы располагает собственным алгоритмом идентификации, получим следующие варианты возможных конфликтных ситуаций:

- приоритет одного из противоборствующих объектов над другим;
- отсутствие приоритета влияния какой-либо одной из сторон над другой.

Случай приоритета одного из объектов над другим двухкоалиционной системы может быть выражен в изменении соотношения числа ошибок одного объекта к другому. Случай отсутствия приоритета влияния какой-либо одной из сторон двухкритериальной системы при идентичных свойствах оставляет ее в равновесном состоянии.

Представлены исходные экспериментальные данные в виде таблицы 1.

*Таблица 1. Исходные данные*

| $t$       | 1            | 2            | ... | $i$          | ... | $s$          |
|-----------|--------------|--------------|-----|--------------|-----|--------------|
| $x_{(1)}$ | $x_{(1)}(1)$ | $x_{(1)}(2)$ | ... | $x_{(1)}(i)$ | ... | $x_{(1)}(s)$ |
| $y_{(1)}$ | $y_{(1)}(1)$ | $y_{(1)}(2)$ | ... | $y_{(1)}(i)$ | ... | $y_{(1)}(s)$ |
| $x_{(2)}$ | $x_{(2)}(1)$ | $x_{(2)}(2)$ | ... | $x_{(2)}(i)$ | ... | $x_{(2)}(s)$ |
| $y_{(2)}$ | $y_{(2)}(1)$ | $y_{(2)}(2)$ | ... | $y_{(2)}(i)$ | ... | $y_{(2)}(s)$ |

Известно, что среди всех измерений выходов двух противоборствующих объектов  $y_{(1)}(t)$  и  $y_{(2)}(t)$  независимо друг от друга присутствует  $l_1$  и  $l_2$  ошибок, но где они располагаются – неизвестно.

По данным, приведенным в таблице 1 и известной структуре объекта (1) получить оценки  $K_1$ ,  $K_2$  параметров объекта (1). Найти условия, при которых возможно точное определение параметров объекта (1).

### 3. Алгоритм идентификации

Так как алгоритмы двух объектов идентичны, то реализацию алгоритма идентификации рассмотрим для одного из объектов. Преобразуем данные, приведенные в таблице 1 только для первого объекта к виду, в котором выход  $y_{(1)}(t)$  зависел бы только от переменных в этой же строке, как это показано в таблице 2.

Таблица 2. Исходные данные, преобразованные для идентификации

| n   | $x_1$    | $x_2$    | ... | $x_a$    | $y_1$    | $y_2$    | ... | $y_b$    | $y_{(1)}(t)$ |
|-----|----------|----------|-----|----------|----------|----------|-----|----------|--------------|
| 1   | $x_{11}$ | $x_{12}$ | ... | $x_{1n}$ | $y_{11}$ | $y_{12}$ | ... | $y_{1n}$ | $y_1$        |
| 2   | $x_{21}$ | $x_{22}$ | ... | $x_{2n}$ | $y_{21}$ | $y_{22}$ | ... | $y_{2n}$ | $y_2$        |
| ... | ...      | ...      | ... | ...      | ...      | ...      | ... | ...      | ...          |
| i   | $x_{i1}$ | $x_{i2}$ | ... | $x_{in}$ | $y_{i1}$ | $y_{i2}$ | ... | $y_{in}$ | $y_i$        |
| ... | ...      | ...      | ... | ...      | ...      | ...      | ... | ...      | ...          |
| s   | $x_{s1}$ | $x_{s2}$ | ... | $x_{sn}$ | $y_{s1}$ | $y_{s2}$ | ... | $y_{sn}$ | $y_s$        |

Таблице 2 соответствует матрица

$$(2) \quad A = \begin{vmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} & y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1n} & y_1 \\ 2 & x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} & y_{21} & y_{22} & \dots & y_{2n} & y_2 \\ \dots & \dots \\ i & x_{i1} & x_{i2} & \dots & x_{in} & y_{i1} & y_{i2} & \dots & y_{in} & y_i \\ \dots & \dots \\ s & x_{s1} & x_{s2} & \dots & x_{sn} & y_{s-n} & y_{s2} & \dots & y_{sn} & y_s \end{vmatrix}.$$

Алгоритм идентификации, описанный в [1], состоит в следующем. Из матрицы исходных данных (2) выбираются блоки из произвольных  $n$  строк (по размерности объекта). Предполагается, что определители всех блоков не равны нулю. Для каждого блока составляется система уравнений. Ниже приведен первый из таких блоков

$$k_1x_{11}+k_2x_{12}+\dots+k_ax_{1n}+k_{a+1}y_{11}+k_{a+2}y_{12}+\dots+k_ny_{1n}=y_1$$

$$k_2x_{11}+k_2x_{22}+\dots+k_ax_{2n}+k_{a+1}y_{21}+k_{a+2}y_{22}+\dots+k_ny_{2n}=y_2$$

...

$$k_1x_{i1}+k_2x_{i2}+\dots+k_ax_{in}+k_{a+1}y_{i1}+k_{a+2}y_{i2}+\dots+k_ny_{in}=y_i .$$

...

$$k_1x_{n1}+k_2x_{n2}+\dots+k_ax_{nn}+k_{a+1}y_{n1}+k_{a+2}y_{n2}+\dots+k_ny_{nn}=y_n$$

По этому блоку данных строится система нормальных уравнений

$$X^T(t)X(t)K_1^T + X^T(t)Y(t-i)K_2^T = X^T(t)Y(t)$$

и вычисляются МНК оценки  $K_1$  параметров объекта (1).

Из матрицы (2) можно получить  $C_s^n$  таких  $n$ -мерных блоков, для каждого из которых строится свой вектор оценок параметров объекта (1).

*Таблица 3. Результаты идентификации по всем возможным  $n$ -мерным блокам*

| N   | Набор из любых $n$ строк |          |     |          | Оценки параметров |          |     |          |              |     |          |
|-----|--------------------------|----------|-----|----------|-------------------|----------|-----|----------|--------------|-----|----------|
|     | $n_1$                    | $n_2$    | ... | $n_n$    | $k_1$             | $k_2$    | ... | $k_a$    | $k_{a+1}$    | ... | $k_n$    |
| 1   | $a_{11}$                 | $a_{12}$ | ... | $a_{1n}$ | $k_{11}$          | $k_{12}$ | ... | $k_{1a}$ | $k_{1(a+1)}$ | ... | $k_{1n}$ |
| 2   | $a_{21}$                 | $a_{22}$ | ... | $a_{2n}$ | $k_{21}$          | $k_{22}$ | ... | $k_{2a}$ | $k_{2(a+1)}$ | ... | $k_{2n}$ |
| ... | ...                      | ...      | ... | ...      | ...               | ...      | ... | ...      | ...          | ... | ...      |
| i   | $a_{i1}$                 | $a_{i2}$ | ... | $a_{in}$ | $k_{i1}$          | $k_{i2}$ | ... | $k_{ia}$ | $k_{i(a+1)}$ | ... | $k_{in}$ |
| ... | ...                      | ...      | ... | ...      | ...               | ...      | ... | ...      | ...          | ... | ...      |
| L   | $a_{L1}$                 | $a_{L2}$ | ... | $a_{Ln}$ | $k_{L1}$          | $k_{L2}$ | ... | $k_{La}$ | $k_{L(a+1)}$ | ... | $k_{Ln}$ |

Таблице 3 соответствует матрица  $B$ , содержащая  $C_s^n$  строк и  $2n$  столбцов

$$(3) \quad B = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1a} & k_{1(a+1)} & k_{1(a+2)} & \dots & k_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2a} & k_{2(a+1)} & k_{2(a+2)} & \dots & k_{2n} \\ \dots & \dots \\ a_{L1} & a_{L2} & \dots & a_{Ln} & k_{L1} & k_{L2} & \dots & k_{La} & k_{L(a+1)} & k_{L(a+2)} & \dots & k_{Ln} \end{vmatrix},$$

где  $L = C_s^n$ .

В каждой строке матрицы  $B$  в первых  $n$  позициях перечислены номера строк  $a_{ij}$  матрицы  $A$  ( $i$  – номер строки матрицы  $B$ ,  $j$  – номер строки матрицы  $A$ ), использованные для вычисления  $n$  оценок  $k_{ij}$  таблицы 2, вычисленных по этим строкам и расположенных в (3) на последних  $n$  позициях.

#### **4. Условие точного определения параметров объекта**

Строки матрицы исходных данных независимы в том смысле, что все  $C_s^n$  определителей линейно-независимых блоков  $n \times n$  не равны нулю.

Рассмотренный алгоритм идентификации при соблюдении некоторых условий дает возможность по экспериментальным данным (2) точно определить неизвестные параметры  $h$  объекта (1).

Имеет место следующая теорема.

*Теорема.* Если в блоке исходных данных, содержащем  $s$  строк, только  $l_1$  выходных переменных измеряются с ошибками, то параметры объекта (1) можно определить точно, если выполняется неравенство

$$s-n-l_1 b > 1.$$

*Доказательство.* В наихудшем случае все  $l_1$  ошибок будут распределены по разным строкам матрицы исходных данных (2) и будут занимать  $l_1 b$  строк. Оставшиеся, по крайней мере,  $(n+1)$  строк не будут содержать ошибок. Следовательно, построенные по этим строкам оценки будут точными. В каких именно строках не было ошибок заранее не известно. Но матрица (3) будет содержать

$$r = C_{n+1}^n$$

строк, в которых вектора оценок  $k$  будут совпадать. Совпадающие оценки и будут точными параметрами объекта.

## **5. Заключение**

Рассмотрен алгоритм идентификации динамического объекта с редкими ошибками измерения. Показано, что при использовании рассмотренного алгоритма возможно точное определение неизвестных параметров динамического объекта при условиях, которые найдены в докладе. В целях практического применения разработанный алгоритм подходит для решения социально-экономических, аналитических задач.

## ***Литература***

1. ЧАДЕЕВ В.М., ИЛЮШИН В.Б. *Метод идентификации, учитывающий априорную информацию о параметрах объекта* // Труды V Международной конференции "Идентификация систем и задачи управления". М.: ИПУ РАН, 2006. С. 1091-1105.
2. *Методы классической и современной теории автоматического управления*: Учебник в 5-и тт.; 2-е изд., перераб. и доп. Т.4: Теория оптимизации систем автоматического управления / Под ред. К.А. Пупкова и Н.Д. Егупова. – М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 744 с.; ил.

## **ARTICLE TITLE (THE ALGORITHM OF IDENTIFICATION OF CONFLICT SITUATIONS OF TWO CONTRADICTORY COALITIONS)**

Sergey Gusev, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, post-graduated ([gs-serg@mail.ru](mailto:gs-serg@mail.ru)).

*Abstract. In article the theoretic-game model cooperative interactions of two confronting coalitions, reflecting joint decision-making n agents from outside one coalition and m agents from outside the second coalition is considered. It is supposed, that each of objects double coalitions systems has own algorithm of identification. To be*

*made the proof of a condition of exact definition of parameters of object.*

Keywords: identification, dynamic object, measurements errors.