

БИСТАБИЛЬНОСТЬ ФИНАНСОВОГО РИСКА В УСЛОВИЯХ КОРОТКИХ КРЕДИТОВ КАК ОБОСНОВАНИЕ МОДЕЛИ АЛЬТМАНА

Кривошеев О. И.¹

*(Учреждение Российской академии наук
Институт проблем управления РАН, МФПА, МГУЭСИ,
Москва)*

Русановский А. О.²

*(Московская Финансово-Промышленная Академия (Синер-
гия), Москва)*

Аннотация

Рассматривается возможность возникновения сценария, при котором процентные ставки завышаются, в силу чего предприятия экономики оказываются в рискованной с финансовой точки зрения ситуации, что может обеспечить высокие ставки процента в относительно долгосрочном (среднесрочном) периоде, замкнув цепь обратной связи.

Предполагается, что время рефинансирования τ много меньше обратной скорости выбытия оборудования d^{-1} . Если банкротства, например, носят пуассоновский характер, то время до банкротства t_b в среднем есть обратная интенсивность этого потока r^{-1} . Оценив время до банкротства мы способны оценить рисковый процент $r=t_b^{-1}$ и построить, таким образом, отображение риска в себя. Исследование этого отображения приводит к ограничениям минимальной рентабельности в зависимости от доли собственных средств в активах и доли

¹ Олег Игоревич Кривошеев, и.о.н.с., преподаватель (okrivo-
sheev@mail.ru).

² Артём Олегович Русановский, выпускник МФПА.

постоянного капитала в общем объёме капитала. Хорошо известная эмпирическая модель Альтмана может быть интерпретирована в тех же терминах.

Ключевые слова: Мультистабильность, плохое равновесие, кабальный процент, процент, провалы рынка, институциональная ловушка, дерегулирование.

Введение.

Проблемы финансовой устойчивости исторически были важны для практики и находили преимущественно эмпирическое решение. Исторически первой в этом ряду была модель Э.Альтмана середины 70-х гг прошлого столетия. Она породила большой набор аналогичных моделей.

В одном из вариантов она выглядит следующим образом (приводим вариант для компаний, акции которых не котируются на бирже):

$$(1) Z = 0,717A + 0,847B + 3,107C + 0,42D + 0,995E, \text{ где}$$

A — отношение оборотного капитала/сумме активов, мы его интерпретируем как $(\dot{\omega})$

B — отношение нераспределенной прибыли/сумме активов (i)

C — отношение операционной прибыли/сумме активов (i)

D — отношение балансовой стоимости собственного капитала/привлеченному капиталу (для компаний, акции которых не котируются на бирже) $((1 - \theta)/\theta)$

E — отношение выручки с продаж/сумме активов $(i + \frac{d}{k_i})$.

Смысл величин в скобках мы поясним ниже.

Для полученных результатов, Альтман определил 3 интервала:

Для компаний, акции которых не котируются на бирже.

- $< 1,23$ — предприятия являются безусловно-несостоятельными
- $1,23-2,90$ — зона неопределенности
- $> 2,90$ — финансово устойчивые предприятия

Ниже мы построим простую Теоретическую модель, которая наверняка в чем-то хуже откалиброванной по экспериментальным данным модели Альтмановского типа, однако способна пролить свет на механизмы стоящие в основе явлений приводящих к единичному и коллективному банкротству.

Для компаний, акции которых котируются на бирже введена аналогичная модель

$$(2) \quad Z = 1,2x_1 + 1,4x_2 + 3,3x_3 + 0,6x_4 + 0,999x_5$$

Соответствующие пороги 1,80 и 3.

При этом изменено определение величины x_4 на отношение рыночной стоимости акций/задолженности (для компаний, акции которых котируются на бирже)

2. Обозначения

2.1 ПЕРЕМЕННЫЕ МОДЕЛИ

θ — объём долга в расчёте на цену реальных (производственных активов), безразмерный.

$\bar{\theta} = 1 - \theta$ — собственный капитал, безразмерный. Переменная θ - медленная,

r - риск, измеренный в процентах/год $[\frac{1}{год}]$,

$\hat{r} = \frac{r}{d}$ - риск, нормированный на скорость выбытия основных фондов (r - быстрая переменная в модели).

b - $[\frac{1}{год}]$, банковский процент (рисковый),

b_τ - рисковый банковский процент, сглаженный за время рефинансирования τ .

$b = b_0 + r$ - рисковый процент,

где b_0 - безрисковый процент: по умолчанию считаем $b_0 = 0$.

K - капитал,

F - финансовый поток, равный текущему доходу за вычетом текущих затрат, D - полный (абсолютный) долг,

$\theta = \frac{D}{p_K K}$ по определению.

2.2 ПАРАМЕТРЫ МОДЕЛИ

p_K - цена единицы основного капитала (производственных фондов),

τ - время рефинансирования долга - то время, на которое берутся кредиты, в силу $\tau \ll d^{-1}$ оно много меньше времени окупаемости, поэтому кредиты приходится возобновлять,

d - скорость выбытия основного производственного капитала $[\frac{1}{год}]$

i_F - рентабельность основного капитала³, $[\frac{1}{год}]$,

i_{ob} - рентабельность оборотного капитала, $[\frac{1}{год}]$.

ω - доля оборотного капитала в полном объеме капитала, безразмерная.

$\varpi = 1 - \omega$ - доля долгосрочных вложений в объеме капитала, безразмерная.

³ *IRR (рентабельность) есть максимальная процентная ставка обнуляющая NPV: $\max i : NPV(i) = 0$.*

s – расстояние от текущего уровня долга θ до порога банкротства (в качестве последнего может быть обозначен уровень $\theta=1$, т.е. 100% долга), безразмерное.

$\sigma = \frac{i}{d}$ - рентабельность нормированная на скорость вы-

бытия производственных фондов, безразмерная.

k_i - доля капитальных затрат в структуре себестоимости.

2.3 ИНДЕКСЫ

$\cdot_{us}$ – (нестабильное) промежуточное равновесие,

$\cdot_0$ – начальное значение,

$\hat{x}$ - нормирование величины x на d – темп выбытия. Все использованные в статье величины с таким индексом безразмерные.

3.1 Формализация модели

Динамика θ без учёта инвестиций описывается обыкновенным дифференциальным уравнением:

$$(3) \quad \frac{d}{dt} \theta = \theta b_{\tau} - (i_F + d) + \theta d$$

В правой части первое слагаемое соответствует росту долга вследствие процентных выплат θb , второе уменьшающим долг поступлениям от экономической деятельности, третье θd перераспределению долга на меньший объём основных фондов вследствие выбытия последних.

Уравнение точное. Поясним свойства этого уравнения на примерах

При $i_F = 0$, $d = 0$ - нулевая рентабельность и отсутствие выбытия

$$\frac{d}{dt} \theta = \theta b$$

При $b = 0$, $i_F + d = 0$ - нулевой финансовый поток при нулевом проценте

$\frac{d}{dt}\theta = \theta \cdot d$ - остающийся неизменным в денежном выражении долг перераспределяется на меньшую базу собственно-го капитала, убывающего по закону $\frac{d}{dt}K = -K \cdot d$

В отсутствии выбытия $d = 0$ при нулевом проценте $b = 0$, $\frac{d}{dt}\theta = -i_F$, что переходит в $\frac{d}{dt}\theta = -(i_F + d) + \theta d$ при ненулевом выбытии.

Полное уравнение динамики долга выведено в приложении 3. $\frac{d}{dt}\theta = b\theta - (d + i) + d\theta + (1 - \theta)\frac{I}{pK}$, полагая $I = 0$ получаем требуемое выражение:

$$(4) \quad \frac{d}{dt}\theta = b\theta - (d + i) + d\theta$$

Мы можем определить процент риска r как обратную величину времени банкротства $r = \frac{1}{t_b}$, которое наступает при неподъёмно большом проценте, когда долг достигает порога $\theta = 1$, т.е.

$$t_b : \theta(t_b) = 1.$$

На самом деле пороговое значение может быть принято $\theta(t_b) = 1 + \sigma_{b0}$ ⁴, где $\sigma_{b0} = i_F / d$, что соответствует потере возможности платить по долгам.

Скажем три слова в защиту приведенного определения риска.

⁴ В дальнейшем ровно 1 раз мы позволим себе выбрать между этими правилами, когда σ перестанет быть параметром, станет переменной $\sigma < 0$

Если бы процесс банкротства представлял собой пуассоновский поток событий интенсивности r , то время до наступления банкротства описывалось бы $t_b = \frac{1}{r}$:

$$(5) \quad t_b = \int_0^{+\infty} r e^{-rt} dt = \frac{1}{r} \int_0^{+\infty} e^{-t} dt = \frac{1}{r} \text{ откуда следует}$$

$$(6) \quad r = \frac{1}{t_b}.$$

Мы получили дискретное отображение вида

$$r_{n+1} = \frac{1}{t_b(r_n)}$$

Весь дальнейший текст посвящен вопросам его исследования и вытекающим теоретическим следствиям.

Мы имеем два варианта расчёта времени банкротства $t_b(r)$ – приближённый и точный.

Точный вариант даётся в приложении 2, однако по ряду соображений мы используем **более простую модель**:

Примем скорость роста долга постоянной, положив её всегда равной величине, которая имеет место в начале траектории (т.е.

(7) $v = \theta b - (i_F + d) + \theta d$), т.е. считаем её примерно постоянной. Узнаем за какое время долг дорастёт до порога $\theta(t) = 1 + \sigma_{b0}$. Величине долга придется пройти расстояние $s = \theta(t_b) - \theta = 1 + \sigma_0 - \theta$: см. **рис. 1**.

Время пути есть расстояние на скорость:

$$t_b = s/v.$$

В результате получаем

$$t_b = \frac{1 + \sigma_0 - \theta}{\theta b_\tau - (i_F + d) + \theta d}$$

Помня, что $r = \frac{1}{t_b}$ получим

$$(8) \quad r = \frac{\theta b_\tau - (i_F + d) + \theta d}{1 + \sigma_0 - \theta} \quad (\text{см. рис. 1}).$$

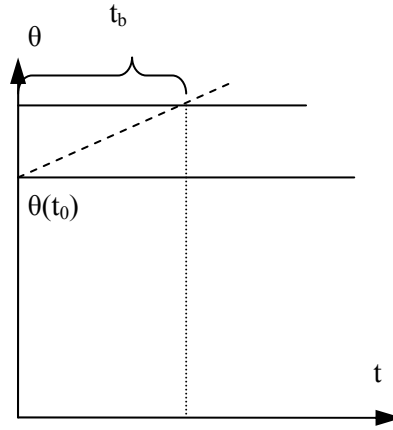


Рис.1. Время необходимое для достижения порога банкротства – отношение расстояния от текущего до банкрутного финансового состояния к скорости движения к нему.

Производя преобразования

$$r = \frac{\theta b_\tau - (1 + \sigma_0 - \theta)d}{1 + \sigma_0 - \theta} \quad \text{или, что тоже}$$

$$(9) \quad r = b_\tau \frac{\theta}{1 + \sigma_0 - \theta} - d$$

предполагая безрисковую ставку равной 0 и, потому полную ставку b равной самому риску $b = r$ получим равенство, интерпретируемое как отображение величины процента или риска в себя

$$r_{n+1} = \frac{\theta}{1 + \sigma_0 - \theta} r_n - d.$$

разумеется не может иметь место ситуация отрицательного риска, поэтому сразу это отображение надлежит уточнить, введя обрезку снизу по 0:

$$(10) \quad r_{n+1} = \max(0, \frac{\theta}{1 + \sigma_0 - \theta} r_n - d).$$

3.1 СВОЙСТВА

Равновесие $r_{n+1} = r_n$ наступает при

$$r_{us} = \frac{1 + \sigma_0 - \theta}{2\theta - 1 - \sigma_0} d, \text{ если последнее неотрицательно и всегда}$$

при

$$r = 0.$$

При $\sigma_0 < 2\theta - 1$ - когда знаменатель отрицателен и отображение имеет только устойчивое равновесие $r = 0$.

При $\sigma_0 \geq 2\theta - 1$ к этому равновесию добавляется неустойчивое равновесие $r_{us} = \frac{1 + \sigma_0 - \theta}{2\theta - 1 - \sigma_0} d$. См рис. 2.

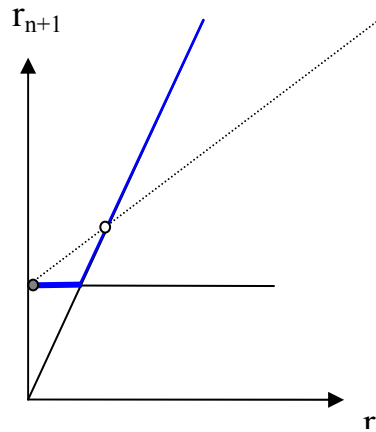


Рис. 2. график и равновесия отображения риска в себя

$$r_{n+1} = \max(0, \frac{\theta}{1 + \sigma_0 - \theta} r_n - d).$$

В практическом смысле это означает, что риск либо опускается до 0, либо, если $r > r_{us}$ рисковый процент уходит вверх. Ясно, что он не может уйти до бесконечности. По нашему мнению верхний порог находится на уровне рентабельности оборотного капитала. При уходе вверх все развивавшиеся за

счет коротких денег предприятия попадают в долговую кабалу. При взлёте процентных ставок, как правило, за малое характерное время τ предприятия вынуждены перекредитоваться под рыночный процент. Когда последний довольно высок, производства не могут выплачивать долг из поступлений и будут вынуждены заимствовать. С точки зрения долгосрочной перспективы займ под высокий процент, больше рентабельности не выгоден.

3.2 S-МОДЕЛЬ С ЭФФЕКТОМ НАСЫЩЕНИЯ ПРОЦЕНТА

В краткосрочной перспективе заимствовать выгодно пока процент и риск не превосходит рентабельность оборотного капитала. Что произойдет, когда риск будет больше, однозначно указать нельзя. Может быть, придётся объявить банкротство, а может быть, и мы это предполагаем, банки вынуждены, будут прекратить деятельность, либо давать деньги под проценты, равные рентабельности оборотного капитала.

Из определения рентабельности легко вывести – см. приложение 1, что краткосрочная i_{ob} и долгосрочная i_F рентабельности связаны соотношением $i_{ob} = (i_F + d) \frac{1}{\omega} - d$ или

$$(11) \quad i_{ob} = \left((\sigma + 1) \frac{1}{\omega} - 1 \right) d,$$

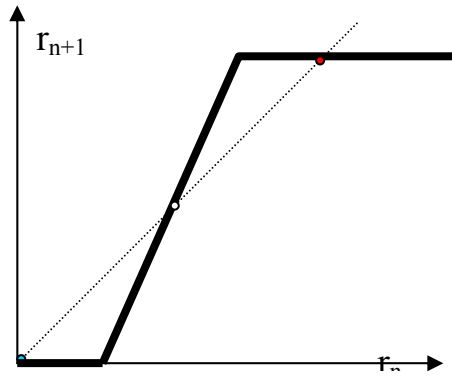
где ω - доля оборотного капитала в активах.

Если i_{ob} мы интерпретируем как максимальную премию за риск и заменим на $r_{\max}$, где,

$$(12) \quad r_{\max} = \left((\sigma + 1) \frac{1}{\omega} - 1 \right) d,$$

то получаем нижеприведённый вид отображения риска в себя: см. рис.3

$$(13) \quad r_{n+1} = \min \left(\max \left(0, \frac{\theta}{1 + \sigma_0 - \theta} r_n - d \right), r_{\max} \right).$$



На рис. 3 изображена ситуация, когда площади под и над кривой совпадают, значит потенциалы в крайних (устойчивых) равновесиях равны (при снижении доли ω и росте θ высокорисковое- кризисное равновесие начнёт являться основным).

Аналогично можно сформулировать кусочно заданный вид для точного расчета времени жизни

$$r_{n+1} = \min \left(\max \left(0, \frac{\hat{r}_n + 1}{\ln \frac{(\hat{r}_n + 1) - (\sigma_0 + 1)}{\theta_0(\hat{r}_n + 1) - (\sigma_0 + 1)}} d \right), r_{\max} \right)$$

из приложения 2, который изображён рис.4.

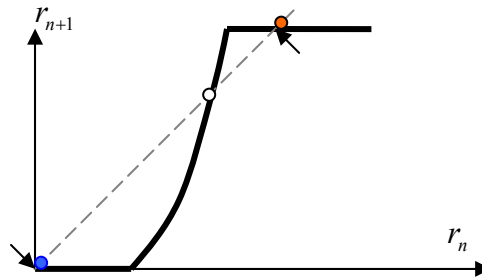


Рис. 4. отображение риска в себя.

В зависимости от θ и i_F оно может иметь от 1 до 3х равновесий. Крайние два в последнем случае устойчивы.

3.3 ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ИТОГОВОГО S-ОБРАЗНОГО ОТОБРАЖЕНИЯ ПРОЦЕНТА И РИСКА В СЕБЯ

Кусочно-линейное отображение исследовать, безусловно, легче и мы проведём полное исследование только для приближённого вида

$$(14) \quad r_{n+1} = \min \left(\max \left(0, \frac{\theta}{1 + \sigma_0 - \theta} r_n - d \right), r_{\max} \right).$$

В зависимости от сочетания параметров σ , θ и ω кривая этого отображения может иметь от 1 до 3х равновесий. При положительных σ всегда присутствует равновесие $r=0$. Верхнее равновесие появляется и сразу распадается на верхнее устойчивое и нижнее не устойчивое через прохождение бифуркации складка (рис.5) при сочетании параметров, которое отвечает равенству

$$r_{us} = r_{\max},$$

Где $r_{us} = \frac{1 + \sigma_0 - \theta}{2\theta - 1 - \sigma_0} d$, а

$$(15) \quad r_{\max} = \left((\sigma + 1) \frac{1}{\omega} - 1 \right) d \text{ из которого как условие полно-}$$

го отсутствия кризисного равновесия следует

$$(16) \quad \sigma + 1 > \theta + \sqrt{\theta^2 - \omega\theta},$$

при $\omega < \theta$, когда корень комплексный – верхнее равновесие отсутствует. Интересно изобразить эту границу на плоскости ω, θ . В сечении $\sigma=0$ это порождает простое неравенство $\omega > 2 - \theta^{-1}$, в котором граница представляет дугу. Она изображена на рис.6⁵.

⁵ $\omega > \theta^{-1}(2\theta - 1 - \sigma)(\sigma + 1)$

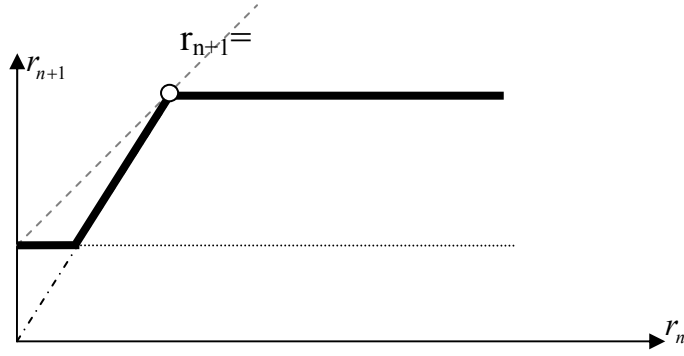


Рис.5 $r_{us} = r_{\max}$, $r_{us} = \frac{1+\sigma_0-\theta}{2\theta-1-\sigma_0}d$ момент появления верхнего равновесия (по мере роста θ).

Однако более интересной границей является граница превращения верхнего равновесия в основное (граница эквипотенциальности двух устойчивых равновесий). Если ввести шум, то можно провести отбор равновесий. Для этого необходимо записать уравнение Фоккера-Планка для дифференциального уравнения, соответствующего данной системе, векторное поле которого, получается посредством вычитания тождественного отображения из исходного отображения:

$r_{n+1} = f(r_n)$ переходит в $\frac{dr}{dt} = f(r) - r$, или, конкретно:

$$(17) \quad \frac{dr}{dt} = \min\left(\max\left(0, \frac{\theta}{1+\sigma-\theta}r - d\right), r_{\max}\right) - r$$

Основным равновесием при этом является, то у которого больше потенциал. Потенциал является интегралом векторного поля.

Таким образом, для равенства потенциалов необходимо равенство площадей фигур между графиком отображения и диагональю. В случае 3-х членного кусочно-линейного отображения, первая и третья компоненты которого константы

$$(18) \quad r_{n+1} = \min\left(\max\left(0, \frac{\theta}{1+\sigma-\theta}r_n - d\right), r_{\max}\right)$$

этому соответствует нахождение неустойчивого равновесия ровно посередине - на уровне половины высоты кризисного равновесия (см. рис. 3), что выражается как

$$(19) \quad 2r_{us} = r_{\max}$$

(уравнение эквипотенциальности равновесий⁶).

Это превращение происходит на рубеже

$$(20) \quad \sigma = 2\theta - 1 - \omega$$

(хорда на рисунке 6).

Переходя в вид неравенства, получаем, что некризисное равновесие основное, когда безразмерная рентабельность σ достаточно велика, чтобы выполнялось $\sigma > 2\theta - 1 - \omega$.

Соответствующие области изображены на рисунке 6. Отметим, что вторая граница имеет такой простой прямолинейный вид по чистой случайности: только при коэффициенте 2 в уравнении $2r_{us} = r_{\max}$ числители могут сокращаться, что и даёт уравнение первого порядка.

⁶ Оно имеет простой вид – только- для кусочно-линейной модели.

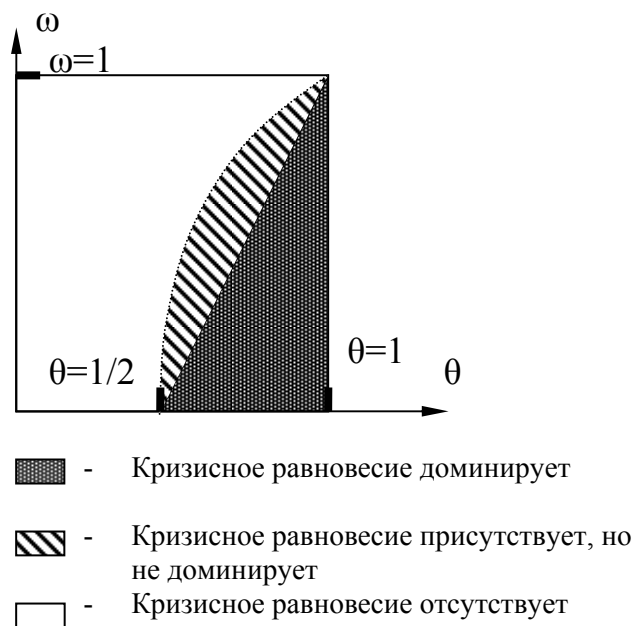


Рис. 6. Области, где кризис – основное равновесие, область, где кризис возможен, но представляет не основное равновесие, область отсутствия кризиса.

Попадание предприятия в долговую ловушку сулит ему существенные неприятности, после которых оно перестаёт быть известным: такое предприятие изменяет структуру собственности, уменьшается или меняет название, входит в другую корпорацию, попадая под поглощение. Однако те же проблемы испытывают государства, которые в гораздо большей мере на слуху: многие помнят ставки 100% в год в пирамиде ГКО России, а Пол Кругман в книге «Возвращение великой депрессии» приводит пример Мексики, вынужденной рефинансироваться под 75% годовых в валюте.

Вернёмся к исходному неравенству $\sigma > 2\theta - 1 - \omega$. Оно может быть переписано в виде $\sigma > \varpi - 2\bar{\theta}$ ⁷, где собственный капитал $\bar{\theta} = 1 - \theta$ и доля долгосрочных вложений $\varpi = 1 - \omega$.

Такая закономерность не противоречит здравому смыслу – ибо, чем больше $\bar{\omega}$, тем больше возможности брать с предприятия кабальные проценты, и, чем больше собственный капитал, тем более экономика и (или) предприятие устойчиво. Интересно, что данный результат совпадает с результатом $\sigma > 1 - \omega$ при $\theta = 1$, который возникает для сценария олигополистического завышения процента в случае, когда банки образуют олигополию предложенным в работе [5]

4. Макро-интерпретация модели. Опыт регулирования процента

Вопросы борьбы с кабально-ростовщическим процентом вытекающие из перманентного появления и существования заёмщиков готовых кредитоваться под любые проценты – в т.ч. под проценты, которые много выше долгосрочной рентабельности этих заёмщиков были предметом общественной полемики за долго до формирования макроэкономики как науки. Наличие в споре разных компонент (долгосрочной и экстренной) означает необходимость разделения заемщиков. Первый опыт в этом направлении имел место в 12 веке на территории древней Руси, когда в силу особенностей законодательства кредит имело смысл выдавать либо под малый процент на любой (бесконечный) срок, либо на законодательно ограниченный срок под любой процент, причём ключевой чертой, неявно встроенной в законодательство, являлся приблизительно двукратный разрыв между нижней планкой ставки процента коротких кредитов и верхней планкой длинных.

Значительно проще поступили власти США. До 80х гг. XX века действовала норма ограничивающая процент для пер-

⁷ То же $\sigma > (1 - \omega) - 2(1 - \theta)$

вокласных заёмщиков (что крайне логично, потому что рискованный процент всегда отсчитывается от цены, по которой удалось дать кредит первоклассным заёмщикам. А последние способны переложить издержки на потребителя, и из-за этого менее всего склонны торговаться, об условиях заимствования и могут «испортить» рынок).

Исследования финансовой устойчивости фирм. Микроэкономическая интерпретация.

В этой статье мы сконцентрировались на теоретическом аспекте исследований, так как эмпирика здесь намного обогнала теорию. В этом плане наше исследование можно рассматривать как шаг к пониманию модели Альтмана. Впоследствии было разработано довольно много моделей такого типа, но все они были чисто эмпирическими. Мы приведём исходную модель Альтмана как исторически первую.

$$(21) \quad Z = 0,717A + 0,847B + 3,107C + 0,42D + 0,995E, \text{ где}$$

A – оборотный капитал/ сумма активов ω

B – не распределенная прибыль/ сумма активов i

C – операционная прибыль/ сумма активов $i + d$

D – балансовая стоимость собственного капитала/ заемные пассивы $\frac{1-\theta}{\theta}$

E – выручка/ сумма активов $i + \frac{d}{k_i}$

где Z является мерой близости банкротству.

В исходных координатах

Перепишем эту модель,

$$(22) \quad Z = 0,717\omega + (0,847 + 3,107 + 0,995)i_F + 3,107d + 0,995 \cdot \frac{d}{k_i} + 0,42 \frac{1-\theta}{\theta}$$

Где все обозначения знакомы, k_i - доля инвестиций в себестоимости.

Выпишем поверхности равных Z

$$\omega = -\frac{1}{0,717}(0,847 + 3,107 + 0,995)i_F - \frac{1}{0,717}3,107d - \frac{1}{0,717}0,995 \cdot d \cdot k_i - \frac{1}{0,717}0,42\frac{1-\theta}{\theta} + \frac{1}{0,717}Z$$

или

$$\begin{aligned}\omega &= -6,9 \cdot i_F - 4,3 \cdot d - 1,39 \cdot \frac{d}{k_i} - 0,58 \frac{1-\theta}{\theta} + 1,39 \cdot Z = \\ &= -6,9 \cdot i_F - 4,3 \cdot d - 1,39 \cdot \frac{d}{k_i} - 0,58 \frac{1}{\theta} + 1,39 \cdot Z + 0,58.\end{aligned}$$

Переходная зона $Z=1,23$ (граница полной несостоятельности), до $Z=2,90$ – граница полной состоятельности.

В координатах $\omega(\theta)$ это возрастающие ветви гипербол вида

$$\omega = A(Z) - 0,58 \frac{1}{\theta}, \text{ где}$$

$$A(Z) = -1,39 \cdot Z + (-6,9 \cdot i_F - 4,3 \cdot d - 1,39 \cdot \frac{d}{k_i} + 0,58)$$

В построенной модели $\sigma = 2\theta - 1 - \omega$

$$\omega = -\frac{i_F}{d} + 2\theta - 1$$

Известно, что время выбытия 5-7 лет

$$0,14 \leq d \leq 0,20,$$

показатель теоретической модели 6,9 соответствует 7 годам, $d = 0,14$, поэтому, осталось рассмотреть сечение

$$i_F = 0,$$

как на рис. 6 – если в $i_F = 0$ достаточно совпадёт, то та же картина примерно растиражируется на сечения $i_F \neq 0$ (при $d = 0,14$ просто имеет место сдвиг на константу)

$$\omega = -4,3 \cdot d - 1,39 \cdot \frac{d}{k_i} - 0,58 \cdot \frac{1}{\theta} + 1,39 \cdot Z + 0,58.$$

Возьмем $d = 0,2$, $k_i = 0,2$,

$$\omega = -0,86 - 1,39 - 0,58 \cdot \frac{1}{\theta} + 1,39 \cdot Z + 0,58 = -0,58 \cdot \frac{1}{\theta} - 1,67 + 1,39 \cdot Z$$

и два варианта $Z = 2,9$, $Z = 1,23$

$$\omega = -0,58 \cdot \frac{1}{\theta} - 1,67 + 1,39 \cdot 2,9 = 2,3 - 0,58 \cdot \frac{1}{\theta}$$

$$\omega = -0,58 \cdot \frac{1}{\theta} - 1,67 + 1,39 \cdot 1,23 \sim 0 - 0,58 \cdot \frac{1}{\theta}$$

$$Z_{1/2} = \frac{1,23 + 2,90}{2} = 2,06$$

$$\omega = -0,58 \cdot \frac{1}{\theta} - 1,67 + 1,39 \cdot 2,06 \sim 1 - 0,58 \cdot \frac{1}{\theta}$$

На рис. 7 данные линии изображены в сечении $i_F = 0$.

-  Кризисное равновесие доминирует
-  Кризисное равновесие присутствует, но не доминирует
-  Кризисное равновесие отсутствует

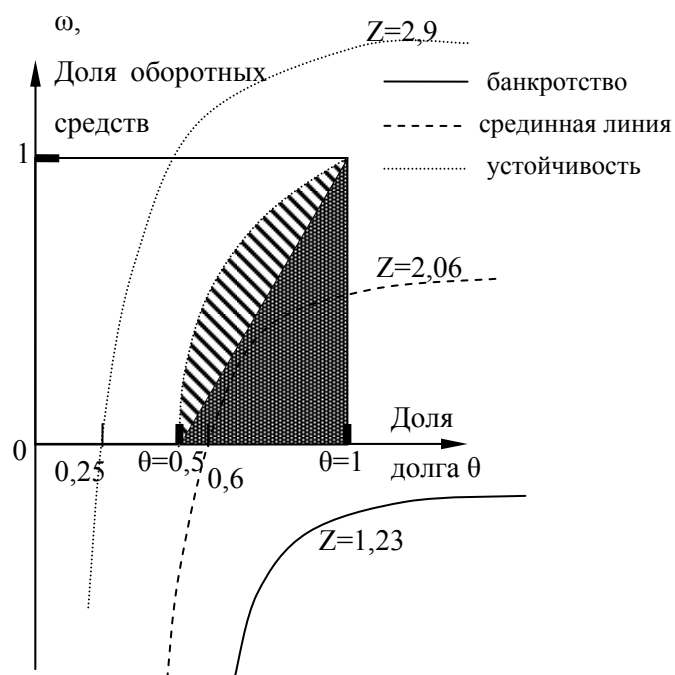


Рис. 7. Z-изолинии модели Альтмана при $Z=1,23$ (банкротство), $Z=1,23$, $Z=2,90$ (устойчивость) и $Z=2,06$ (промежуточное состояние) на диаграмме рис 6.

4. Выводы.

Мы получили ограничение на безразмерную рентабельность

$$(23) \quad \sigma > 2\theta - 1 - \omega$$

или $\sigma > \varpi - 2\bar{\theta}$ ⁸.

И $\sigma + 1 > \theta + \sqrt{\theta^2 - \omega\theta}$ как условие полного отсутствия кризисного равновесия, как видно в сечении $i_F = 0$ эти кривые на качественном уровне весьма неплохо совпали с теоретической моделью, в других сечениях $i_F \neq 0$ при характерном темпе $d = 0,14$ (время выбытия 7 лет), который в экономике величиной «по умолчанию», картины просто сместятся на одинаковый вектор.

Неравенство

$\sigma > 2\theta - 1 - \omega$ означает, что в условиях не сильно нестабильной экономики для избежания дополнительной платы за риск доля долгосрочных вложений $\bar{\omega}$, должна быть скомпенсирована объёмом собственных средств на уровне половины от этой величины

$$(24) \quad \bar{\theta} = \frac{1}{2} \bar{\omega}.$$

Ограничение весьма актуально для больших распределённых экономик типа Российской, с присущими большими издержками на капитальную производственную и транспортную инфраструктуру.

⁸ Для экономики старых эпох 17-18 вв. капитал совпадал с оборотным, $\omega \sim 1$, а $1 - \omega \sim 0$. В результате, как легко видеть, данное ограничение почти перестаёт иметь место.

Если коридор разброса обезразмеренной рентабельности составляет δ , то условие непримирения к границе эквипотенциальности (равносильности) равновесий приобретает вид.

$$(25) \quad \sigma > \delta + \varpi - 2\bar{\theta}$$

Данный вид может быть актуален в экономиках с сильно нестабильной внутренней средой (к таким экономикам относятся периферийные распределённые экономики типа Российской), а параметр δ в этих экономиках может быть близок к 1.

Указанные обстоятельства в практике Российской экономики, когда предприятие избегает дорогих денег ведут к $\bar{\theta} = 1$ (т.е. $\theta = 0$), и замедленному развитию на собственные средства и к сверхвысокому проценту ($\sigma \geq 1$) в противном случае, когда предприятие предпочитает высокий кредитный рычаг, устремляя долю займа к 100%: $\theta \rightarrow 1$.

Из модели следует необходимость регулирования процентных ставок. На этом настаивает сам апологет дерегулирования Адам Смит приводя в пример современное ему законодательство Англии [2], где правительству ссужали под 3,1 %/год, лучшим заёмщикам под 4%/год, а максимальный процент был законодательно ограничен на уровне 5% в год. При этом Смит делает конкретное различие между регулированием цен, против которого он, как известно, резко возражает, и регулированием процента. Адам Смит безусловно одобряет именно практику регулирования процента⁹, указывая, что иначе процент, по его мнению, возрастет до 8-10%/год, т.е. более чем в два раза.

Приложение 1. Вывод рентабельности (полного и оборотного) капитала

⁹ Также он указывает, что процент не может быть меньше величины как бы мы сказали долгосрочной рентабельности, и подробно объясняет негативные последствия неоправданного ограничения величины банковского процента сверху, приводя соответствующие примеры в экономиках современной ему Европы.

Рентабельность (долгосрочная рентабельность) определяется формулой

$$(26) \quad i = \frac{F}{Kp_k} - d \cdot$$

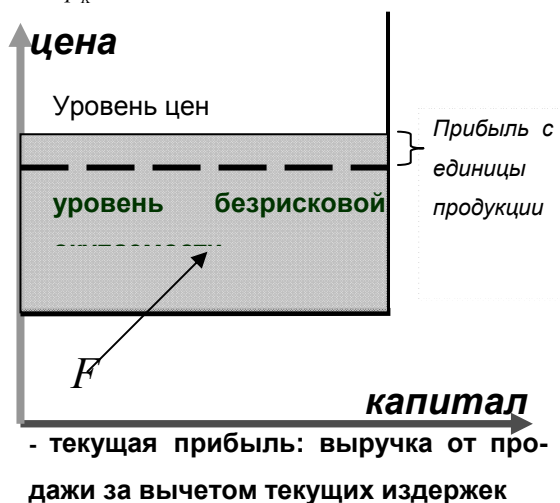


Рис. 8: текущая прибыль F - выручка за вычетом текущих издержек. В равновесии её часть составляет прибыль.

Её можно вывести из определения рентабельности

$$(27) \quad NPV(b) = \int_0^{+\infty} F e^{-\bar{d}\tau} e^{-b\tau} d\tau - Kp_k.$$

$$NPV(i) = 0$$

Упрощаем правую часть определяющей NPV формулы посредством взятия интеграла.

$$NPV(i) = \int_0^{+\infty} F e^{-\bar{d}\tau} e^{-b\tau} d\tau - Kp_k = \frac{1}{i+d} F - Kp_k$$

и уже в полученной аналитической форме ищем 0 функции: $\frac{1}{i+d} F - Kp_k = 0$. Откуда получа-

ем

$$(28) \quad i = \frac{F}{Kp_k} - d \cdot$$

Отметим, что точки зрения классической экономики эта величина стремится к нулю.

Трансформация кривой спроса на оборотные средства - гипотеза постоянства.

Итак, представим себе, что мы оказались владельцами основного капитала – недвижимое имущество – здания, сооружения, который, за вычетом цены текущих факторов производства порождает финансовый поток F (см. рисунок 6), но в отсутствии оборотного капитала, это небольшая доля всего капитала - его надо инвестировать. Теперь, решая при каких условиях инвестировать, а когда отказаться, мы должны задать-ся вопросом, а какова рентабельность этого оборотного капитала, в условиях, когда только он и остаётся ограниченным ресурсом.

$$(29) \quad i_{об} = \frac{F}{K\omega p_k} - d, \text{ где } \omega - \text{доля оборотного капитала}$$

во всем производственном капитале. При этом если мы не учтем другие существенные факторы нам потребуется меньше капитала. В результате функция или кривая спроса в общем случае преобразуется как $i_{об}(I) = \omega^{-1}(i_F(I \cdot \omega^{-1}) + d) - d$.

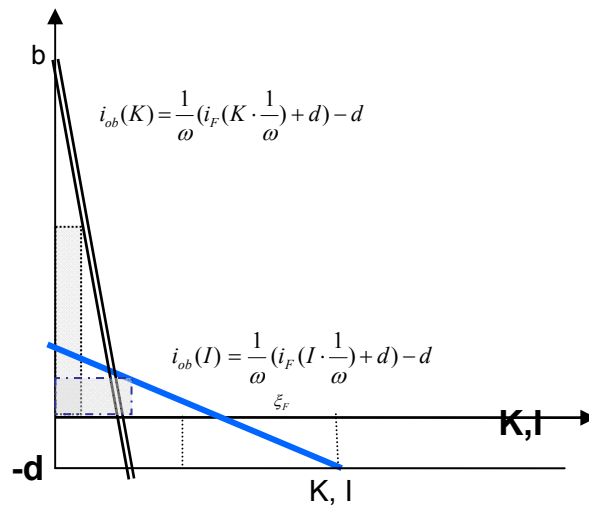


Рис. 9: долгосрочная – пологая и краткосрочная – более крутая кривые спроса на кредит.

Приложение 2. Точный вариант расчёта времени до достижения порога банкротства

Уравнение $\frac{d}{dt} \xi = \alpha \xi - \gamma$ имеет решение

$$\xi = A \exp(\alpha t) + \frac{\gamma}{\alpha}, A = -\frac{\gamma}{\alpha} + \xi_0.$$

Время можно легко посчитать, решив неоднородное линейное уравнение с постоянной частью. Уравнение

$\frac{d}{dt} \theta = \theta(b + d) - (i_F + d)$ имеет решение

$$\theta = \left(\theta_0 - \frac{i_F + d}{b + d} \right) e^{t(b + d)} + \frac{i_F + d}{b + d}.$$

Характерное время банкротства есть

$$t_b = \frac{1}{b+d} \ln \frac{(b+d)-(i_F+d)}{\theta_0(b+d)-(i_F+d)} \quad (\text{оно определяется из}$$

$$1 = (\theta_0 - \frac{i_F+d}{b+d}) e^{\frac{t_b(b+d)}{b+d}} + \frac{i_F+d}{b+d}), \text{ а риск}$$

$$r = \frac{b+d}{\ln \frac{(b+d)-(i_F+d)}{\theta_0(b+d)-(i_F+d)}} \quad \text{или}$$

$$r = \frac{r+d}{\ln \frac{(r+d)-(i_F+d)}{\theta_0(r+d)-(i_F+d)}} \quad - \text{ при условии, что знаменатель}$$

под логарифмом положителен, иначе предприятие может вернуть все долги. Далее мы всегда подразумеваем, что это условие выполнено.

Аналогичное решение для $\theta(t_b) = 1 + \sigma_0$ есть

$$r = \frac{\hat{r}+1}{\ln \frac{\hat{r}+1}{\theta_0 \frac{\hat{r}+1}{\sigma+1} - 1}} d, \text{ где } \hat{r} = \frac{r}{d}.$$

Приложение 3. Вывод динамики долга

Полный вывод получится дифференцированием выражения $\theta = \frac{D}{p_K K}$ с учетом $\frac{d}{dt} D = Db - F$, $i_F = \frac{F}{K \cdot p_K} - d$ (определение рентабельности), уравнение выбытия $\frac{d}{dt} K = -K \cdot d$. В данном уравнении опущены инвестиции, т.к. при попадании предприятия под кабальные проценты они не производятся. их учет приведет к уравнению выбытия $\frac{d}{dt} K = \frac{I}{p} - d \cdot K$ - и уравнению долга $\frac{d}{dt} D = I + Db - F$: $\frac{d}{dt} \theta = \frac{d}{dt} D \cdot \frac{1}{p_K K} - \frac{D}{p_K K} \frac{\frac{d}{dt} K}{K}$ или

$$\frac{d}{dt}\theta = \frac{\frac{d}{dt}D}{pK} - \theta \frac{\frac{d}{dt}K}{K} = \frac{-F + bD + I}{pK} - \theta \left(\frac{I}{pK} - d \right) = \frac{-pK(d+i) + bD + I}{pK} - \theta \left(\frac{I}{pK} - d \right)$$

$$\frac{d}{dt}\theta = b\theta - (d+i) + d\theta + (1-\theta)\frac{I}{pK}. \text{ Мы предполагали } I = 0.$$

Литература

1. КРИВОШЕЕВ О.И. *Мультистабильная самосогласованная модель финансовых рисков в экономике*. Ежегодная конференция профессорско-преподавательского состава МФПА, сборник. Москва 2008 год. 16 с.
2. КРИВОШЕЕВ О.И. *Построение моделей влияния инвестиций на скорость экономического роста и предрасположенность к кризису*. Вестник УГАТУ, Т 13 № 2(35), стр. 148-159.
3. КРИВОШЕЕВ О.И. *Границы применимости политики либерального дерегулирования (laissez-fair) в аграрном обществе (I часть)*. 2-я Международная конференция «Моделирование нелинейных процессов и систем», М.: Янус-К, 2011 2с. (с.130-131).
4. КРУГМАН П. *Возвращение Великой депрессии?* — М.: Эксмо, 2009. — 336 с.
5. СМИТ А. *Исследование о причинах богатства народов*. М. Эксмо, 2009. (Антология экономической мысли).
6. ALTMAN E. *Managing Credit Risk, 2nd Edition*. — John Wiley and Sons, 2008. — [ISBN 0470118725](#)
7. ALTMAN E. *Corporate Financial Distress and Bankruptcy, 3rd edition*. — John Wiley and Sons, 2005.
8. ALTMAN E. *Recovery Risk*. — 2005.

DUAL EQUILIBRIUMS OF FINANCIAL RISK DUE TO THE SHORT CREDITS AS A THEORETICAL ALTMAN MODEL JUSTIFICATION

Oleg Krivosheev, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, (Moscow, Profsoyuznaya st., 65, posylki@mail.ru).

Artem Rusanovskiy, Moscow Academy of Finance And Industry, Moscow, student (rusanovskii1990@mail.ru).

Key words: underdevelopment trap, risky bank rate, multiple equilibriums, market failures.

Abstract.

We consider a possibility that too high bank rate move firms to bankruptcy at time T . We consider a partially qualitative dependence risk is reciprocal to T : $r=1/T$ and we consider r is the only or the main part of bank rate a firm should pay. It led us to 1d discrete mapping of risk to itself. And this mapping (depending on the parameters like internal rate of return (IRR), debt and a share of fixed capital in total capital) has up to two stable equilibriums (separated with the unstable one). This led to a complex bifurcation map in a parameter space, with boarders between likely safe and likely risky regions.

Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии ...заполняется редактором...

Поступила в редакцию ...заполняется редактором...
Опубликована ...заполняется редактором...