# Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН

# УПРАВЛЕНИЕ БОЛЬШИМИ СИСТЕМАМИ

Выпуск 104 Июль 2023

СБОРНИК ТРУДОВ

ISSN 1819-2467

Регистрационный номер Эл №ФС77-44158 от 09 марта 2011 г.

**Москва** – 2023

## РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова

# УПРАВЛЕНИЕ БОЛЬШИМИ СИСТЕМАМИ

СБОРНИК ТРУДОВ

Выпуск 104

Москва – 2023

УДК 519 ISSN 1819-2467 ББК 32.81

V 67

**Управление большими системами** / Сборник трудов. – Вып 104. – М.: ИПУ РАН, 2023. – 134 с. Дата опубликования: 31.07.2023.

#### КООРДИНАЦИОННЫЙ СОВЕТ

Академики: Васильев С.Н., Желтов С.Ю., Каляев И.А., Куржанский А.Б., Новиков Д.А., Попков Ю.С., Черноусько Ф.Л.; члены-корреспонденты РАН: Галяев А.А., Савватеев А.В.; д-ра техн. наук: Кузнецов О.П. (ИПУ РАН), Кульба В.В. (ИПУ РАН), Павлов Б.В. (ИПУ РАН), Поляк Б.Т. (ИПУ РАН), Рутковский В.Ю. (ИПУ РАН).

#### РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

**Главный редактор:** академик Новиков Д.А. **Зам. главного редактора:** д-р физ.-мат. наук Губко М.В. **Отв. секретарь:** канд. техн. наук Калимулина Э.Ю. **Редактор:** канд. техн. наук Квинто Я.И.

Д-ра техн. наук: проф. Алескеров Ф.Т. (ГУ ВШЭ), проф. Алчинов А.И. (ИПУ РАН), проф. Андриевский Б.Р. (ИТМО), проф. Афанасьев В.Н. (МИЭМ, ГУ ВШЭ), проф. Бахтадзе Н.Н. (ИПУ РАН), проф. Бурков В.Н. (ИПУ РАН), проф. Вишневский В.М. (ИПУ РАН), д-р физ.-мат. наук проф. Ерешко Ф.И. (ВЦ РАН), д-ра техн. наук: проф. Калянов Г.Н. (ИПУ РАН), проф. Каравай М.Ф. (ИПУ РАН); д-р экон. наук, проф. Клочков В.В. (ИПУ РАН); д-р техн. наук доцент Коргин Н.А. (ИПУ РАН); д-ра физ.-мат. наук: проф. Кушнер А.Г., проф. Лазарев А.А. (ИПУ РАН); д-ра техн. наук: проф. Лебедев В.Г. (ИПУ РАН), проф. Мандель А.С. (ИПУ РАН); д-р биол. наук проф. Михальский А.И. (ИПУ РАН); д-р экон. наук, проф. Нижегородцев Р.М. (ИПУ РАН); д-ра физ.-мат. наук: проф. Райгородский А.М. (МФТИ), проф. Рапопорт Л.Б. (ИПУ РАН); д-ра техн. наук: проф. Совлуков А.С. (ИПУ РАН); д-ра физ.-мат. наук: проф. Соловьев С.Ю. (МГУ), проф. Совлуков А.С. (ИПУ РАН); д-ра техн. наук: проф. Утольницкий Г.А. (ЮФУ); д-ра техн. наук: проф. Утольницкий Г.А. (ЮФУ); д-ра техн. наук: проф. Чхартишвили А.Г. (ИПУ РАН), проф. Хоботов Е.Н. (ИПУ РАН); д-ра физ.-мат. наук: проф. Чхартишвили А.Г. (ИПУ РАН), проф. Цербаков П.С. (ИПУ РАН),

#### РЕГИОНАЛЬНЫЕ РЕДАКЦИОННЫЕ СОВЕТЫ

Арзамас — д-р физ.-мат. наук проф. Пакшин П.В. (АПИ НГТУ); Волгоград — д-ра физ.-мат. наук: проф. Воронин А.А., проф. Лосев А.Г. (ВолГУ); Воронеж — д-р техн. наук, проф. Баркалов С.А., д-р физ.-мат. наук, проф. Головинский П.А. (ВГУ), д-р техн. наук, проф. Подвальный С.Л. (ВГТУ); Иркутск — д-р техн. наук проф. Зоркальцев В.И. (ЛИН СО РАН), д-р физ.-мат. наук, проф. Лакеев А.В. (ИДСТУ СО РАН); Казань — д-р физ.-мат. наук, проф. Маликов А.И., д-р техн. наук, проф. Сиразетдинов Р.Т. (КГТУ-КАИ); Липецк — д-ра техн. наук: проф. Погодаев А.К., проф. Сараев П.В. (ЛГТУ); Самара — д-ра зкон. наук: проф. Богатырев В.Д., проф. Гераськин М.И.; Петрозаводск — д-р физ.-мат. наук, проф. Мазалов В.В., д-р техн. наук, доц. Печников А.А. (ИПМИ КарНЦ РАН); Санкт-Петербург — д-р физ.-мат. наук: проф. Петросян Л.А. (СПбГУ), д-р техн. наук проф. Оуртат И.Б. (ИПМ РАН).

Адрес редакции: 117997, г. Москва, ул. Профсоюзная, д. 65.

Адрес в интернете: ubs.mtas.ru.

## СОДЕРЖАНИЕ

## Системный анализ

Касаткин А.А.	
Методы моделирования и оптимизации уровня	
автономности технического обслуживания	
и ремонта парка авиационной техники	
гражданского назначения	•
Анализ и синтез систем управления	
Богданов С.Д., Парсегов С.Э., Пугач М.А.	_
Ванадиевые проточные аккумуляторы: модели	
динамики и измерений	•
Управление в социально-экономических системах	•
Власенко А.О., Сухарев А.А., Урюпин И.В.	_
Оценка качества функционирования	
авиатранспортной системы как инструмент	
формирования требований к перспективной	
авиационной технике	
Управление техническими системами	
и технологическими процессами	_
Катаев Д.Е., Кутяков Е.Ю.	
Модальный анализ по Ляпунову на основе измерений	
с помощью Прони-анализа	•
Андрианов А.А., Андрианова О.Н.	
Ассимиляция данных в задачах моделирования	
нейтронно-физических процессов в объектах	
использования атомной энергии: текущее	
состояние и перспективы развития	

# МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ И ОПТИМИЗАЦИИ УРОВНЯ АВТОНОМНОСТИ ТЕХНИЧЕСКОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ И РЕМОНТА ПАРКА АВИАЦИОННОЙ ТЕХНИКИ ГРАЖДАНСКОГО НАЗНАЧЕНИЯ

#### **Касаткин А. А.** <sup>1</sup>

(ФГБУ «НИЦ «Институт имени Н.Е. Жуковского»)

Организация технического обслуживания и ремонта парка воздушных судов принципиально отличается для воздушных судов разных классов. Зачастую техническое обслуживание и ремонт рассматриваются лишь как часть полных эксплуатационных расходов, однако для воздушных судов, обладающих малыми дальностью и скоростью полета, перегон судна на специализированные ремонтные предприятия или предприятия-производители может быть причиной значительных временных издержек. В статье рассматривается проблема организации технического обслуживания и ремонта парка воздушных судов местных воздушных линий в отдаленных и малонаселенных регионах. Рассматриваются различные подходы к технической эксплуатации парка воздушных судов: эксплуатация по регламенту и по фактическому состоянию, проведение технического обслуживания и ремонта в соответствии с РТЭ и переход к более автономному проведению технического обслуживания и ремонта. Старение высоконагруженной техники, обуславливающее увеличение потока отказов техники с ростом наработки, в данной работе не рассматривается. Проводится моделирование выполнения пассажироперевозок в регионе с учетом технического обслуживания и ремонта парка воздушных судов. Рассчитываются экономические характеристики пассажироперевозок.

Ключевые слова: техническое обслуживание и ремонт авиационной техники, местные воздушные линии, авиатранспортная система.

#### 1. Введение

Значительная часть территории Российской Федерации относится к отдаленным, труднодоступным и малонаселенным регионам (ОТДМР), которые отличаются от прочих малыми плотностью и подвижностью населения. Для обеспечения транспортной связности в этих регионах организованы авиапе-

\_

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Андрей Алексеевич Касаткин, м.н.с.(kasatkinaa@nrczh.ru).

ревозки внутри регионов — местные воздушные линии (МВЛ). Актуальность МВЛ наиболее высока в отдаленных и малонаселенных регионах Российской федерации, например, Чукотский АО, республика Саха (Якутия), Сахалинская область.

Отличительными чертами воздушных судов (ВС) МВЛ являются: небольшая пассажировместимость (как правило, до 19 мест), небольшая практическая дальность (как правило, до 1500 км), небольшая потребная длина ВПП (до 1300 м). Следствием малой плотности и подвижности населения являются длительные межрейсовые интервалы, большое время ожидания рейса, высокая стоимость авиаперевозок в расчете на одного пассажира в силу необходимости содержания аэропортовой инфраструктуры в расчете на малое количество рейсов.

Техническое обслуживание и ремонт (ТОиР) ВС является неотъемлемой частью эксплуатации воздушного транспорта и требует определенной инфраструктуры для обеспечения функционирования авиатранспортной системы. Выполнение ТОиР конкретного ВС непосредственным образом влияет на его исправность и на безопасность выполняемых им полетов. Малая численность парков ВС МВЛ в конкретном регионе или аэропорту приводит к сложностям в организации проведения технического обслуживания и ремонта (ТОиР) парка ВС: может быть экономически невыгодно создавать специализированные центры для обслуживания в регионах, в силу чего профессиональное выполнение сложных форм ТОиР возможно только на заводе-изготовителе. В существующих работах, например, [1, 5, 6], при рассмотрении системы МВЛ в ОТДМР ТОиР учитывается только как одна из статей эксплуатационных расходов. Особенности организации ТОиР в ОТДМР, вызванные этим простои техники и другие аспекты эксплуатации, в основном, остаются вне поля исследований.

На текущий момент большинство типов ВС, в том числе и ВС МВЛ, обслуживается схожим образом: предполетные проверки и/или A-check проводятся экипажем на месте непосредственно перед вылетом, но более сложные формы обслуживания и ремонта, как правило, проводятся в специализированных технических центрах либо на заводе-изготовителе [2]. След-

ствием этого является необходимость планирования расписания полетов каждого борта с учетом его налета для обеспечения своевременного выполнения ТОиР, а продолжительность выполнения сложных форм ТОиР возрастает из-за необходимости перелета на завод-изготовитель или специализированный центр. В отличие от среднемагистральных и дальнемагистральных самолетов перелет для проведения ТОиР является существенным фактором при планировании эксплуатации самолетов МВЛ. Одним из основных типов самолетов МВЛ в настоящее время является Л 410-УВП, его практическая дальность составляет 1500 км. При постоянной эксплуатации в Чукотском АО перелет самолета Л-410-УВП на завод-изготовитель (УЗГА, г. Екатеринбург) для ТОиР будет состоять из 5 отрезков: Анадырь (Угольный) – Чокурдах – Саскылах – Норильск (Алыкель) – Новый Уренгой – Кольцово. Длительность такого перегона без учета отдыха экипажа, заправки ВС, прочих наземных этапов организации полета, а также погодных условий составит более 16 часов. При организации такого перелета с одним экипажем ВС будет недоступно несколько суток. Издержки времени такой схемы организации ТОиР существенны.

При рассмотрении задачи выполнения регулярных пассажироперевозок в конкретном регионе с заданным качеством предоставления услуг (зафиксированы объем транспортной работы и периодичность выполнения рейсов) различным схемам эксплуатации парка (как летной, так и технической) будут соответствовать различные уровни полных эксплуатационных расходов (ПЭР) и уровни аварийности полетов – основные характеристики авиатранспортной системы с точки зрения пассажира.

Описанная выше схема организации ТОиР эффективно применяется в густонаселенных регионах с развитой сервисной инфраструктурой. В дальнейшем будем рассматривать такой сценарий эксплуатации парка ВС как сценарий «А», отражающий наилучшее сочетание ПЭР и уровня аварийности полетов парка современных ВС (высокая интенсивность эксплуатации парка, сравнительно небольшие простои парка из-за проведения

ТОиР ввиду отсутствия длительного перелета на сервисную инфраструктуру).

При организации пассажироперевозок в ОТДМР с применением такого же современного парка ВС, техническая эксплуатация которого соответствует всем требованиям РТЭ, неизбежно возрастут полные эксплуатационные расходы. В силу специфики авиаперевозок МВЛ в ОТДМР (средние и большие расстояния, маленькие пассажиропотоки, малые плотность и подвижность населения) инфраструктура этой АТС является слаборазвитой. При этом создание существенно более развитой инфраструктуры (как аэродромной, так и сервисной) может быть экономически невыгодно в силу той же специфики. Увеличение ПЭР обусловлено значительными временными издержками организации технического обслуживания парка на специализированной инфраструктуре, но уровень аварийности полетов при этом остается схожим с таковым для сценария «А». Таким образом, можно считать, что регламентному обслуживанию парка ВС в рамках специализированной инфраструктуры, эксплуатируемого в ОТДМР, - сценарию «D» - соответствуют более высокие ПЭР при том же уровне аварийности полетов в сравнении со сценарием «А».

Перевозчики, очевидно, заинтересованы в снижении полных эксплуатационных расходов. При выполнении пассажироверевозок МВЛ в ОТДМР временные издержки организации проведения сложных форм ТОиР (с перелетами на предприятияизготовители и сервисные центры) чрезвычайно велики. Некоавиакомпании, совершающие пассажироперевозки торые в ОТДМР, стремясь избежать неприемлемо высоких временных и денежных затрат, на практике часто идут на нарушения установленных правил технической эксплуатации, превышение установленных и межремонтных ресурсов элементов ВС, пытаются выполнять своими силами операции ТОиР, которые по требованиям разработчиков и изготовителей должны выполняться исключительно в авторизованных организациях, располагающих сертифицированным оборудованием и квалифицированными кадрами.

На рис. 1 представлено сравнение числа авиационных происшествий (АП) из-за неисправности или отказа авиационной техники с общим числом АП в соответствующий год, произошедших с легкими и сверхлегкими ВС.

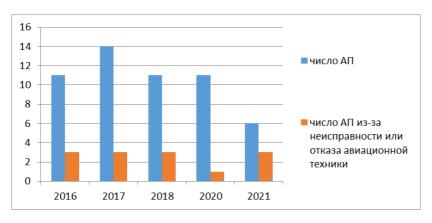


Рис. 1. Сравнение числа АП из-за неисправности или отказа авиационной техники с общим числом АП, произошедших с легкими и сверхлегкими ВС

Согласно статистике, собранной Межгосударственным авиационным комитетом, в 2016 г. произошло 11 авиационных происшествий (АП) с легкими и сверхлегкими ВС, среди которых 7 являются катастрофами с гибелью 12 человек. Из 11 АП 3 происшествия произошли из-за неисправности или отказа авиационной техники. В 2017 г. произошло 14 АП с легкими и сверхлегкими ВС, среди которых 8 являются катастрофами с гибелью 21 человека [7]. Из 14 АП 3 происшествия произошли из-за неисправности или отказа авиационной техники. В 2018 г. произошло 11 АП с легкими и сверхлегкими ВС, среди которых 4 являются катастрофами с гибелью 23 человека [8]. Из 11 АП 3 происшествия произошли из-за неисправности или отказа авиационной техники. [9] В 2020 г. произошло 11 АП с ВС взлетной массой менее 5700 кг, среди которых 7 являются катастрофами с гибелью 13 человек. Из 11 АП 1 происшествие про-

изошло из-за неисправности или отказа авиационной техники. [10]. В 2021 г. произошло 6 АП с ВС взлетной массой менее 5700 кг. Из 6 АП 3 происшествия произошло из-за неисправности или отказа авиационной техники. [11].

При этом в 2021 году в 31% случаев от суммарного числа всех авиационных происшествий с воздушными судами авиации общего назначения у воздушного судна отсутствовал или был просрочен сертификат летной годности, в 2020 году — в 41% случаев [10, 11]. В отчетах МАК неоднократно отмечается недостаточный контроль за поддержанием летной годности ВС, совершающих полеты в сфере АОН. [7, 8] Отмечается факт проведения ТОиР лицами, не имеющими соответствующей квалификации. [7, 8]

Иными словами, нынешняя альтернатива чрезвычайно дорогостоящей и неэффективной технической эксплуатации в соответствии с РТЭ — это нелегальная эксплуатация с грубыми нарушениями, негативно влияющими на безопасность полетов — сценарий «В».

Рассмотренные выше сценарии «В» и «D» в сравнении со сценарием «А» отражают проблематику технической эксплуатации современных ВС в ОТДМР: либо ВС обслуживается в полном соответствии с РТЭ, при этом мы имеем высокие расходы; либо для сокращения расходов мы отступаем от требований РТЭ, но уровень аварийности полетов значительно возрастает. Высокие расходы, соответствующие сценарию «D», обусловлены главным образом значительными временными издержками такой схемы организации ТОиР. Переход к нелегальной технической эксплуатации является попыткой эксплуатантов ВС МВЛ нивелировать эти временные издержки.

Чтобы сделать менее привлекательной такую альтернативу и снизить уровень аварийности, предлагается рассмотреть возможность:

- повышения автономности эксплуатации AT (путем увеличения объема работ по ТОиР, выполняемых самостоятельно);
- перехода от регламентного ТО к эксплуатации по фактическому состоянию.

Предлагаемым решением проблемы обеспечения безопасности полетов с приемлемым уровнем затрат для эксплуатантов является переход к технической эксплуатации по фактическому состоянию с возможностью автономного проведения определенных форм ТОиР (отдельно не рассматривались) — сценарий «С» [3].

Переход к эксплуатации по фактическому состоянию с возможностью самостоятельного проведения ТОиР требует создания соответствующих технологий (технологии мониторинга фактического состояния ВС и пр.) или создания новых ВС, изначально спроектированных с учетом возможности автономной технической эксплуатации. В любом случае речь идет о создании принципиально новой авиатранспортной системы, изначально рассчитанной на возможность автономного проведения ТОиР. Общий уровень развития технологий в этом случае остается тот же, что и у существующего парка ВС МВЛ в ОТДМР, в силу чего некоторые летно-технические характеристики «нового» ВС могут оказаться хуже, чем у его прообраза (например, меньшая пассажировместимость в силу добавления бортмеханика в экипаж, меньшая полезная нагрузка и т.д.). Тем не менее такой переход может обеспечить приемлемый уровень аварийности полетов при сравнительно небольшом увеличении полных эксплуатационных расходов.

Для удовлетворения запросов как авиакомпаний, так и пассажиров ПЭР для сценария «С» могут несколько превышать таковые для сценария «А» (но быть меньше ПЭР для сценария «D») при условии обеспечения того же уровня аварийности полетов.

На рис. 2 представлено сравнение уровней ПЭР и БП для различных подходов к технической эксплуатации при выполнении заданной транспортной работы с заданным качеством.

Цель перехода к эксплуатации по фактическому состоянию с возможностью самостоятельного проведения ТОиР — снизить полные эксплуатационные расходы при заданном ограничении на максимальный уровень аварийности полетов.

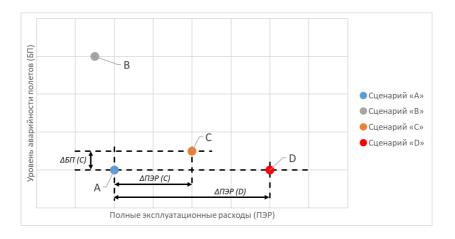


Рис. 2. Зависимость уровней аварийности полетов от ПЭР для различных стратегий и возможностей организации технического обслуживания и ремонта

Повышение уровня аварийности для точки С в сравнении с точкой А составило  $\Delta Б\Pi$  (C), повышение полных эксплуатационных расходов –  $\Delta \Pi \exists P$  (C). Увеличение  $\Pi \exists P$  для сценария, соответствующего регламентному обслуживанию BC МВЛ в ОТДМР, в сравнении со сценарием, соответствующим точке А, составило  $\Delta \Pi \exists P$  (D). Переход на эксплуатацию по фактическому состоянию с возможностью самостоятельного проведения ТОиР при обеспечении требуемого уровня аварийности полетов будет совершен только при условии снижения  $\Pi \exists P$ , обусловленного этим переходом (при  $\Delta \Pi \exists P$  (C) <  $\Delta \Pi \exists P$  (D)), и при обеспечении требуемого уровня аварийности полетов ( $\Delta B\Pi$  (C) <  $\max(\Delta B\Pi)$ ).

В действительности возможность автономного проведения ТОиР и возможность эксплуатации по фактическому состоянию не являются взаимосвязанными напрямую характеристиками, однако в данной работе при упоминании автономной технической эксплуатации будет подразумеваться техническая эксплуатация по фактическому состоянию с возможностью самостоятельного (автономного) проведения определенных форм ТОиР.

В данной работе определяются требования к характеристикам гипотетического ВС МВЛ, предусматривающего возможность самостоятельного выполнения экипажем более сложных форм ТОиР, при которых обеспечивается приемлемая стоимость его эксплуатации в сравнении с самолетом Л-410-УВП. Для решения поставленной задачи проведено моделирование выполнения пассажироперевозок МВЛ однотипным парком из таких ВС совместно с моделированием выполнения ТОиР парка. Задача разделена на следующие этапы, которые подробно описаны далее:

- составление расписания полетов (при его отсутствии);
- описание процесса организации ТОиР ВС;
- моделирование выполнения полетов рассматриваемым парком;
- моделирование выполнения ТОиР ВС рассматриваемого парка;
  - расчет технико-экономических характеристик.

## 2. Составление модельного расписания полетов

Расписание рейсов является одним из видов исходных данных, однако в силу его отсутствия (по причине отсутствия регулярных пассажироперевозок на МВЛ), модельное расписание составлялось самостоятельно. Рассматривается выполнение регулярных рейсов на местных воздушных линиях однотипным парком в одном регионе на примере Иркутской области. Для отсева маршрутов с большой интенсивностью местными воздушными линиями считаются линии, где суммарный годовой пассажиропоток ( $P_{year}$ ) не превышает 18000 человек. Пассажиропотоки в регионе были получены на основании модели подвижности населения [4].

Считается, что все самолеты совершают регулярные рейсы, расписание имеет недельную периодичность. Параметрами при составлении расписания являются: количество летных дней в неделю ( $N_{Days}$ ); количество летных часов в день ( $N_{Hours}$ ); ограничение на недельный налет одного ВС ( $Flytime_{lim}$ ); время руления по дорожкам и прочие наземные операции с включенными

двигателями ( $\Delta_{t1}$ ); время на наземную подготовку к полету, не включаемое в налет ( $\Delta_{t2}$ ); крейсерская скорость ВС (V); пассажировместимость ( $Pass_{capacity\ nominal}$ ); число механиков, которые добавляются в команду каждого ВС для самостоятельного проведения ТОиР сложнее первой формы ( $N_{mech}$ ); средняя заполняемость кресел ( $k_{fullfil}$ ). Исходными данными для составления расписания являются перечень линий местных авиаперевозок, протяженность этих линий (L) и пассажиропоток на этих линиях.

При составлении расписания были сделаны следующие допущения и предположения:

- изначально все ВС базируются в одном аэропорте в региональном центре, фактическое количество ВПП этого аэропорта не рассматривается как ограничение для составления расписания (ввиду относительно малой интенсивности перевозок на МВЛ);
- расписание составляется для каждого отдельного ВС, считается, что каждое ВС привязано к конкретной линии и по расписанию совершает полеты только на этой линии.
- все ВС согласно расписанию совершают каждый день только парные рейсы: из регионального центра в отдаленный аэропорт и обратно;
- считается, что количество экипажей достаточно для выполнения полетов согласно расписанию, т.е. нормы налета и отдыха летного состава не являются ограничением при составлении расписания.

#### 2.1. АЛГОРИТМ СОСТАВЛЕНИЯ РАСПИСАНИЯ

Одним из предположений, сделанных перед составлением расписания, является привязка каждого ВС к конкретной линии, на которой он совершает полеты. В силу этого достаточно описать составление расписания для одной линии, на остальных — аналогично.

Рассчитывается недельный пассажиропоток на линии:

$$(1) \quad P_{week} = \left[ \frac{P_{year}}{52 * k_{fullfil}} \right].$$

Рассчитывается полная длительность рейса:

(2) 
$$T_{full} = \frac{L}{V} + \Delta_{t1} + \Delta_{t2}.$$

Рассчитывается налет ВС за время рейса:

(3) 
$$T_{flight} = \frac{L}{V} + \Delta_{t1}$$
.

Рассчитывается фактическая пассажировместимость:

(4) 
$$Pass_{capacity} = Pass_{capacity nominal} - N_{mech}$$

Рассчитывается потребное количество пар рейсов в неделю для перевозки всех пассажиров:

(5) 
$$N_{flights\_week} = \left[ \frac{P_{week}}{Pass_{capacity}} \right].$$

Рассчитывается максимальное количество пар рейсов, которые может совершить одно BC за день:

(6) 
$$N_{flights\_aircraft} = \min \left[ \left\lfloor \frac{N_{Hours}}{2*T_{full}} \right\rfloor, \left\lceil \frac{Flytime_{lim}}{2*T_{full}*N_{Days}} \right\rceil \right].$$

Рассчитывается потребное количество ВС на данную линию:

(7) 
$$N_{aircrafts} = \left[ \frac{2*T_{full}*N_{flights\_week}}{Flytime_{lim}} \right].$$

Все рейсы распределяются равномерно по дням недели между выделенными ВС, на каждое ВС приходится следующее число рейсов:

(8) 
$$N_{fl_{each_{aircraft_{perday}}}} = \left| \frac{N_{flights\_week}}{N_{aircrafts} * N_{Days}} \right|.$$

Каждому ВС назначается  $N_{fl_{each_{aircraft}_{perday}}}$  парных рейсов

в расписание в каждый день недели. Рейсы начинаются с начала полетного дня и идут без перерывов.

Рассчитывается количество нераспределенных парных рейсов:

(9) 
$$N_{fl_{not \ distributed}} = N_{flights\_week} - N_{fl_{each_{aircraft \ per_{dav}}}} * N_{aircrafts} * N_{Days}$$
.

Нераспределенные рейсы в количестве  $N_{fl_{not\ distributed}}$  назначаются имеющимся BC по одному следующим образом: первому BC — начиная с первого дня недели, второму BC — начиная с последнего дня недели, третьему BC — начиная с первого дня недели и т.д.

## 3. Описание процесса организации ТОиР ВС

Рассматриваются два сценария технической эксплуатации: традиционный сценарий — установленный регламент обслуживания по часам налета, обслуживание и ремонт производятся централизованно на заводе-изготовителе; альтернативный сценарий — эксплуатация по фактическому состоянию, ремонт производится силами экипажа самостоятельно в том аэропорте, где они находятся.

Допускается совмещение этих двух стратегий: легкие формы ТОиР – альтернативный сценарий обслуживания, тяжелые формы ТОиР – традиционный сценарий обслуживания.

При традиционном сценарии обслуживания моменты возникновения необходимости ТОиР равномерно распределены по летным часам (например, проводим ТОиР один раз в 3000 л.ч.). При автономном сценарии обслуживания моменты возникновения необходимости ТОиР имеют пуассоновское распределение с заданным математическим ожиданием (например, в среднем раз в 3000 л.ч. возникает необходимость в проведении одной операции ТОиР).

Исходными данными для составления описания жизненного цикла ВС являются: перечень форм ТОиР (количество форм -n); периодичность возникновения форм ТОиР ( $T_i$  л.ч. для i-й формы); длительности проведения форм ТОиР ( $\tau_i$  ч. для i-й формы);  $k_{Poisson}$  — количество форм ТОиР, начиная с первой, обслуживаемых по фактическому состоянию.

Составляется последовательность моментов времени возникновения необходимости проведения рассматриваемых форм ТОиР на оси времени, исчисляемого в налете данного ВС. Для первых  $k_{Poisson}$  форм ТОиР моменты возникновения необходимости ТОиР имеют распределение Пуассона с математическим

ожиданием 
$$\lambda_i = \frac{1}{T_i}$$
,  $i = 1, ..., k_{Poisson}$ . Оставшиеся формы ТОиР

равномерно распределены с шагом  $T_i$ ,  $i = k_{Poisson} + 1, ..., n$ .

## 4. Моделирование выполнения полетов рассматриваемым парком

Исходные данные, необходимые для моделирования выполнения полетов, следующие: расписание полетов; места нахождения всех ВС; описания жизненного цикла всех ВС с учетом операций ТОиР;  $k_{Poisson}$ ;  $N_{reserve}$ — количество запасных ВС;  $T_{flight\_lim}$  — назначенный ресурс одного ВС, исчисляемый в часах налета.

Алгоритм моделирования выполнения полетов рассматриваемым парком таков. Моделирование производится по дням поочередно для всех BC.

- Если место нахождения BC не совпадает с аэропортом отправления, то рейс отменяется, если совпадает продолжаем проверки.
- Проверяем состояние BC: если за время рейса необходимость TOиP не возникает, то рейс выполняется, место нахождения BC изменяется на аэропорт прибытия, налет увеличивается на  $T_{flight}$  часов.
- Если момент возникновения ТОиР совпадает с началом рейса, то рейс отменяется, начинается выполнение ТОиР.
- При возникновении необходимости *i*-й формы ТОиР за время рейса проверяем тип необходимого обслуживания:
  - $\circ$  если  $i \leq k_{Poisson}$  обслуживание по фактическому состоянию, необходимость ТОиР будет обнаружена после посадки, рейс выполняется, сразу после него начинается выполнение ТОиР;

- $\circ$  если  $i > k_{Poisson}$  обслуживание производится по регламенту, о необходимости ТОиР известно до рейса, рейс отменяется, начинается выполнение ТОиР.
- После проверки выполнения всех рейсов за день соответствующими ВС составляется перечень отмененных рейсов. На основании перечня отмененных рейсов составляется расписание для замен отмененных рейсов.
- Расписание для замен составляется путем проверки парности отменённых рейсов (из регионального центра в отдаленный аэропорт и обратно), добавления недостающих парных рейсов при необходимости.
- Моделирование замен производится поочередно для всех BC, выполнивших свои плановые рейсы к моменту выполнения замены другого рейса. Проверки места нахождения BC и состояния BC при выполнении замен аналогичны описанным в пунктах 2) и 3).
- При выполнении полетов подсчитывается налет каждого ВС. При достижении налета, равного  $T_{flight\_lim}$ , ВС списывается, никакие полеты больше не совершает.

# 5. Моделирование выполнения TOuP BC рассматриваемого парка

Исходные данные, необходимые для моделирования выполнения ТОиР, следующие: расписание полетов; места нахождения всех ВС; описания жизненного цикла всех ВС;  $k_{self\ performed}$  –количество форм ТОиР, начиная с первой, которые экипаж может выполнять самостоятельно вне специализированной инфраструктуры.

Алгоритм моделирования выполнения ТОиР:

# 5.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СПОСОБА ВЫПОЛНЕНИЯ i-Й ФОРМЫ $TOUP^{\cdot}$

— если  $i \leq k_{self\ performed}$  — ТОиР производится на фактическом местоположении ВС, перелет на специализированную инфраструктуру не требуется;

- если  $i > k_{self\,performed}$  — ТОиР производится централизованно на заводе-изготовителе или аэропорте базирования (в данной постановке задачи не принципиально, где именно, так как изменяется только длительность проведения ТОиР из-за необходимости учета длительности перелета).

В случае, если ВС находится не в региональном центре, ВС принудительно перелетает в региональный центр, длительность проведения ТОиР увеличивается на длительность перелета.

ТОиР выполняется непрерывно в течении всего полетного времени во все рабочие дни недели. Все рейсы обслуживаемого ВС, попавшие в этот промежуток времени, отменяются.

#### 5.2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЗВРАТА ВС К ВЫПОЛНЕНИЮ РЕЙСОВ ПОСЛЕ ПРОВЕДЕНИЯ ТОИР:

После завершения выполнения ТОиР ВС возвращается к выполнению плановых полетов. Если ВС находится в отдаленном аэропорте и в этот день есть рейс в региональный центр, не выполненный к моменту завершения ТОиР, то ВС остается в отдаленном аэропорте, выполняет этот рейс в региональный центр, далее совершает полеты по плановому расписанию.

Если ВС находится в отдаленном аэропорте и в этот день нет рейса в региональный центр, не выполненного к моменту завершения ТОиР, то ВС летит в региональный центр, далее совершает полеты по плановому расписанию.

Если ВС находится в региональном центре, то перелет в отдаленный аэропорт не совершается, ВС совершает далее полеты по плановому расписанию.

## 6. Расчет экономических характеристик

Основной экономической характеристикой, рассматриваемой в данной работе, являются полные эксплуатационные расходы рассматриваемого парка за весь жизненный цикл, наряду с ними рассчитываются стоимость летного часа и стоимость пассажиро-километра.

Постоянные расходы состоят из расходов на выплату окладов экипажам, расходов на закупку парка ВС и прочих расходов.

(10)  $Cost_{const} = Cost_{other} + Cost_{zp\_const} + Cost_{AC\ park}$  — постоянные расходы, руб.;

 $Cost_{other}$  – прочие расходы, руб.;

(11) 
$$Cost_{zp_{const}} = (N_{pilot} *Wage_{rate pilot} + N_{mech} *Wage_{rate mech}) *N_{months_{fly}},$$

 $Cost_{zp_{const}}$  – расходы на заработную плату, руб.;

 $N_{pilot} = 2$  – число пилотов в одном экипаже;

 $Wage_{rate\ pilot} = 140000\ {
m py}$ б. – месячный оклад пилота;

 $Wage_{ratemech} = 70000$  руб. – месячный оклад механика;

 $N_{\it months_{\it fly}}$  — суммарное число месяцев выполнения полетов всеми экипажами в регионе;

(12) 
$$Cost_{AC\ park} = AC_{Cost} * N_{aircrafts\ total}$$
,

 $Cost_{AC\ park}$  – расходы на закупку парка BC, руб.;

 $AC_{Cost} = 420000000$  руб. – стоимость одного ВС;

 $N_{aircrafts\ total}$  — суммарное число ВС в парке.

Переменные расходы состоят из двух частей: пропорциональной числу взлетов и посадок и пропорциональной налету ВС. Часть, пропорциональная числу взлетов и посадок, включает в себя аэропортовые сборы за обслуживание и пр.:

(13) 
$$Cost_{per\ flight} = 7000*N_{flights}$$
,

 $Cost_{per\;flight}$  — переменные расходы, пропорциональные числу взлетов и посадок, руб.;

 $N_{\it flights}$  — суммарное число выполненных взлетов и посадок ВС рассматриваемой АС за рассматриваемый период;

(14) 
$$Cost_{per\ hour} = \left(Cost_{fuel} + Cost_{toir} + Cost_{zp_{bonus}}\right) * N_{flight\ hours},$$

*Cost* <sub>per hour</sub> – переменные расходы, пропорциональные суммарному налету всего парка, руб.;

 $N_{\it flight hours}$  — суммарный налет парка, ч;

(15) 
$$Cost_{fuel} = Fuel_{consumtion} *Fuel_{price}$$
,

$$Cost_{fuel}$$
 – расходы на ГСМ,  $\frac{py6.}{q}$ ;

$$Fuel_{consumtion} = 0.3 \frac{T}{y} -$$
расход топлива;

$$Fuel_{price} = 60000 \frac{\text{руб.}}{\text{т}}$$
 – цена топлива;

$$Cost_{toir} = 0,00001*AC_{Cost};$$

$$Cost_{toir}$$
 – стоимость ТОиР,  $\frac{pyб.}{q}$ ;

(16) 
$$Cost_{zp_{homus}} = N_{pilot} *Bonus_{rate pilot} + N_{mech} *Bonus_{ratemech}$$
,

$$Cost_{zp_{bonus}}$$
 – премиальная часть заработной платы,  $\frac{py6.}{q}$ ;

$$Bonus_{rate\ pilot} = 1400\ \frac{\mathrm{py6.}}{\mathrm{q}}$$
 — ставка премии пилота;

$$Bonus_{ratemech} = 700 \frac{\text{руб.}}{\text{ч}} - \text{ставка премии механика};$$

(17) 
$$TOC = Cost_{per\ hour} + Cost_{per\ flight} + Cost_{const}$$
,

ТОС – полные эксплуатационные расходы, руб.;

(18) 
$$Flyhour_{cost} = \frac{TOC}{N_{flight hours}},$$

$$Fly hour_{cost}$$
 – стоимость летного часа,  $\frac{py6}{4}$ ;

(19) 
$$Passenger km_{cost} = \frac{TOC}{\sum_{i} Pass_{i} * Fl_{disti}},$$

 $Passenger\,km_{cost} - \text{стоимость пассажиро-километра, } \frac{\text{руб.}}{\text{ч}}\,;$   $\sum_{i} Pass_{i} * Fl_{disti} - \text{совершенная транспортная работа;}$ 

 $Pass_i$  – число пассажиров, перевезенных i-м рейсом;

 $Fl_{dist i}$  – дальность i-го рейса, км;

i — индекс выполненного рейса;

В результате моделирования выполнения пассажироперевозок МВЛ однотипным парком определяются:

- расписание проведенных рейсов за рассматриваемый отрезок времени;
- перечень отмененных рейсов, которые не удалось совершить имеющимся парком BC;
- налет каждого BC и совершенная транспортная работа за рассматриваемый период времени;
- перечень выполненных форм ТОиР за рассматриваемый отрезок времени;
  - готовность парка за рассматриваемый отрезок времени;
  - полные эксплуатационные расходы, их структура;
  - стоимость летного часа, стоимость пассажиро-километра;

При расчетах ПЭР, включая расходы на оплату труда, ГСМ и пр., считалось, что все цены и ставки гипотетического ВС, допускающего автономное обслуживание, и Л-410 совпадают, если отдельно не отмечено обратное.

#### 7. Результаты расчетов

При моделировании во всех рассмотренных случаях рассматривались пять форм ТОиР, их длительности представлены в таблице 1. Периодичности выполнения этих пяти форм представлены в таблице 2 [2].

Таблица 1. Длительность выполнения рассматриваемых форм TOuP

$ au_{ m l}$	$ au_2$	$ au_3$	$ au_4$	$ au_5$
48 ч	72 ч	96 ч	120 ч	240 ч

TOUF					
	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	$T_5$
Первый набор	150 ч	500 ч	1000 ч	2000 ч	3000 ч
Второй набор	150 ч	500 ч	900 ч	1800 ч	2700 ч
Третий набор	150 ч	500 ч	800 ч	1600 ч	2400 ч

Таблица 2. Периодичность выполнения рассматриваемых форм TOuP

Различным ВС назначались различные периодичности форм ТОиР для предупреждения одновременного выхода на ТОиР тяжелой формы нескольких ВС, эксплуатируемых со схожими интенсивностями. 1-му и 4-му ВС назначается первый набор периодичностей, 2-му и 5-му – второй набор и т.д.

При  $k_{Poisson} \neq 0$  в качестве результатов представлено осреднение результатов 10 различных реализаций.

Во всех рассмотренных случаях  $N_{Days}=5$ ,  $N_{Hours}=10$ ,  $T_{flight\_lim}=20\,000$  л.ч., V=310 км/ч,  $\Delta_{t1}=0.5$  ч,  $\Delta_{t2}=1$  ч,  $Pass_{capacity\_nominal}=19$ . Рассматривается отрезок времени длительностью 22 года.

В дальнейшем сценарии, где  $k_{Poisson}=0$ ,  $k_{self\text{-}performed}=1$ ,  $N_{mech}=0$ , называются традиционным обслуживанием; сценарии, где  $k_{Poisson}=3$ ,  $k_{self\text{-}performed}=3$ ,  $N_{mech}=1$ , называются альтернативным обслуживанием. Сначала были рассмотрены различные значения коэффициента заполняемости салона  $k_{fullfil}$  и количества запасных ВС  $N_{reserve}$  для определения требуемых численностей парка, обеспечивающих требуемый уровень готовности парка.

На рис. 3 представлена зависимость коэффициента готовности парка от численности парка для различных значений коэффициента заполняемости салона и различных сценариев обслуживания.

Во всех рассмотренных сценариях увеличение численности парка за счет увеличения числа запасных ВС приводит к увеличению коэффициента готовности парка. При сравнении результатов для одинакового коэффициента заполняемости и различных сценариев обслуживания стоит отметить, что сценарии, соответствующие альтернативному обслуживанию, во всех рассмотренных случаях демонстрируют более высокий коэффици-

ент готовности парка, чем сценарии, соответствующие традиционному обслуживанию.

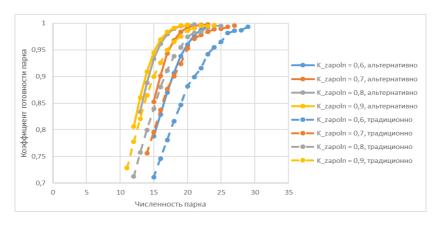


Рис. 3. Зависимость коэффициента готовности парка от парка

Иными словами, при выборе в пользу альтернативного обслуживания первых форм ТОиР при выполнении одной и той же транспортной работы для обеспечения требуемого коэффициента готовности парка потребуется меньшее число ВС, чем при традиционном обслуживании при прочих равных (например, коэффициент готовности парка 0,98 при коэффициенте заполняемости 0,7 достигается при численностях парка 19 ВС и 23 ВС для альтернативного и традиционного обслуживания соответственно).

На рис. 4 представлена зависимость полных эксплуатационных расходов от коэффициента готовности парка для различных коэффициентов заполняемости салона и различных сценариев обслуживания ВС. Во всех рассмотренных сценариях повышение коэффициента заполняемости салона при заданном коэффициенте готовности парка приводит к снижению полных эксплуатационных расходов.

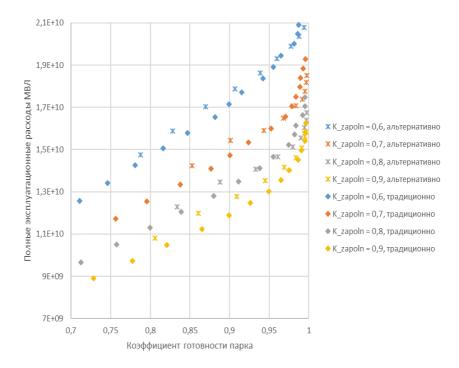


Рис. 4. Зависимость ПЭР от коэффициента готовности парка

Также при всех рассмотренных коэффициентах заполняемости салона применение традиционной схемы обслуживания оказывается дешевле перехода на альтернативное обслуживание при невысоких требуемых коэффициентах готовности парка. Полные эксплуатационные расходы для обеих схем обслуживания сравниваются при коэффициенте заполняемости салона 0,6 при обеспечении коэффициента готовности парка 0,98; при коэффициенте заполняемости салона 0,7 при обеспечении коэффициента готовности парка 0,97; при коэффициента готовности парка 0,95; при коэффициента готовности парка 0,95; при коэффициенте заполняемости салона 0,9 при обеспечении коэффициента готовности парка 0,99. При необходимости обеспечения более высоких коэффициентов готовности

парка переход на альтернативное обслуживание оказывается дешевле.

На рис. 5 представлена зависимость стоимости летного часа от коэффициента готовности парка для различных коэффициентов заполняемости салона и различных схем обслуживания ВС.

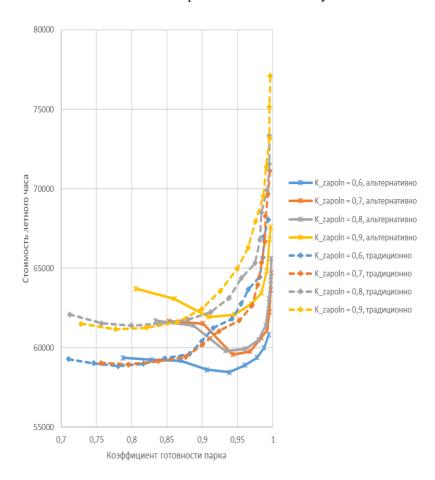


Рис. 5. Зависимость стоимости летного часа от коэффициента готовности парка

При необходимости обеспечения коэффициента готовности парка не менее чем 0,93 для всех коэффициентов заполняемости салона альтернативный сценарий выполнения ТОиР оказывается дешевле традиционного сценария выполнения ТОиР.

На рис. 6 представлена зависимость стоимости пассажирокилометра от коэффициента готовности парка для различных коэффициентов заполняемости салона и различных схем обслуживания ВС. Во всех рассмотренных сценариях повышение коэффициента заполняемости салона приводит к снижению стоимости пассажиро-километра. При сравнении различных схем проведения ТОиР при зафиксированном коэффициенте заполняемости салона переход к альтернативной схеме обслуживания оказывается дешевле при требовании высокого коэффициента готовности парка — от 0,95 до 0,98.

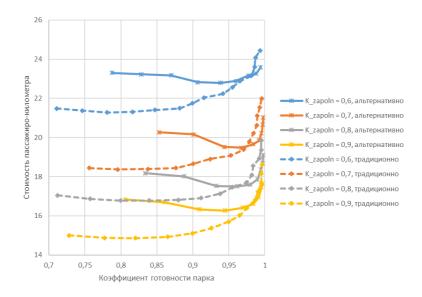


Рис. 6. Зависимость стоимости пассажиро-километра от коэффициента готовности парка

Во всех рассмотренных сценариях при применении альтернативной схемы обслуживания готовность обеспечивается меньшим числом BC, чем при традиционной схеме обслуживания. Средний налет при альтернативной схеме обслуживания выше, также при альтернативной схеме обслуживания часть BC полностью вырабатывает свой ресурс при выполнении пассажироперевозок. При  $k_{fullfil} = 0.6$  снижение полных эксплуатационных расходов составило 0.6 млрд руб., при  $k_{fullfil} = 0.7 - 1.5$  млрд руб., при  $k_{fullfil} = 0.8 - 1.1$  млрд руб., при  $k_{fullfil} = 0.9 - 0.2$  млрд руб. Полученные снижения полных эксплуатационных расходов могут быть использованы для определения допустимого увеличения стоимости гипотетического BC, ставки заработной платы персонала, расхода топлива.

Для определения допустимого увеличения стоимости гипотетического ВС, ставки заработной платы персонала, расхода топлива проводится сравнение суммарных затрат на обеспечение перевозок на МВЛ в регионе при обеспечении одинаковых уровней готовности.

В таблицах 3—6 приведено сравнение сценариев, соответствующих обеспечению одинаковых коэффициентов готовности парка при одинаковом коэффициенте заполняемости и при различных схемах проведения ТОиР. Сценарии с  $k_{Poisson} = 0$ ,  $k_{self-performed} = 1$  соответствуют традиционной схеме обслуживания, сценарии с  $k_{Poisson} = 3$ ,  $k_{self-performed} = 3$  соответствуют альтернативной схеме обслуживания.

В указанных таблицах 3—6 сравниваются сценарии, при которых переход к альтернативному обслуживанию приводит к снижению полных эксплуатационных расходов. Выбранные сценарии описываются следующим набором параметров:  $[k_{Poisson}, k_{self-performed}, k_{fullfil}, N_{reserve}, N_{mech}]$ .

Таблица 3. Результаты расчета сценариев

	, <u>1</u>	
Набор параметров сценария	Сценарий 1:	Сценарий 2:
	[0; 1; 0,6; 14;0]	[3; 3; 0,6; 8; 1]
Стоимость летного часа, руб.	68050	60800
Стоимость пассажиро-километра,	24,45	23,60
руб.		
Полные эксплуатационные	21,4	20,8
расходы, млрд. руб.		
Стоимость ВС, млрд. руб.	12,2	9,7
Затраты на з/п, млрд. руб.	0,9	1,5
Затраты на ГСМ, млрд. руб.	5,7	6,2
Готовность парка	0,993	0,994
ВС, выработавшие ресурс	0	6,2
Средний налет, ч	10840	14870
Суммарное число ВС	29	23

Таблица 4. Результаты расчета сценариев

Набор параметров сценария	Сценарий 3:	Сценарий 4:
	[0; 1; 0,7; 12;0]	[3; 3; 0,7; 5; 1]
Стоимость летного часа, руб.	69680	61120
Стоимость пассажиро-километра,	21,55	19,85
руб.		
Полные эксплуатационные	18,8	17,4
расходы, млрд. руб.		
Стоимость ВС, млрд. руб.	10,9	8,4
Затраты на з/п, млрд. руб.	0,8	1,2
Затраты на ГСМ, млрд. руб.	4,9	5,1
Готовность парка	0,993	0,992
ВС, выработавшие ресурс	0	2,8
Средний налет, ч	10400	14210
Суммарное число ВС	26	20

Таблица 5. Результаты расчета сценариев

- warming a comparison of the comment of the commen			
Набор параметров сценария	Сценарий 5:	Сценарий 6:	
	[0; 1; 0,8; 11;0]	[3; 3; 0,8; 5; 1]	
Стоимость летного часа, руб.	69900	61380	
Стоимость пассажиро-километра,			
руб.	18,93	17,86	

Таблица 5 (продолжение)

Полные эксплуатационные		
расходы, млрд. руб.	16,6	15,5
Стоимость ВС, млрд. руб.	9,7	7,6
Затраты на з/п, млрд. руб.	0,7	1,0
Затраты на ГСМ, млрд. руб.	4,3	4,6
Готовность парка	0,992	0,990
ВС, выработавшие ресурс	0	2,6
Средний налет, ч	10340	14070
Суммарное число ВС	23	18

Таблица 6. Результаты расчета сценариев

Набор параметров сценария	Сценарий 7	Сценарий 8:
	[0; 1; 0,9; 12;0]	[3; 3; 0,9; 7; 1]
Стоимость летного часа, руб.	75170	66810
Стоимость пассажиро-километра,	18,15	17,47
руб.		
Полные эксплуатационные	15,8	15,6
расходы, млрд. руб.		
Стоимость ВС, млрд. руб.	9,7	8,0
Затраты на з/п, млрд. руб.	0,6	1,1
Затраты на ГСМ, млрд. руб.	3,8	4,2
Готовность парка	0,995	0,995
ВС, выработавшие ресурс	0	4,6
Средний налет, ч	9160	12300
Суммарное число ВС	23	19

На рис. 7, 8, 9 приведены зависимости полных эксплуатационных расходов от относительного прироста стоимости ВС, затрат на заработную плату экипажа и расхода топлива соответственно. При  $k_{\mathit{fullfil}} = 0.7$  снижение полных эксплуатационных расходов было наибольшим, для этого сценария допускается увеличение стоимости ВС на 17%, или увеличение затрат на заработную плату экипажа на 120%, или увеличение расхода топлива на 28%.

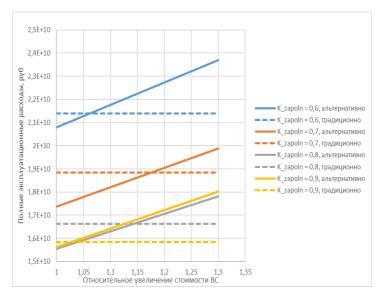


Рис. 7. Зависимость полных эксплуатационных расходов от относительного прироста стоимости ВС

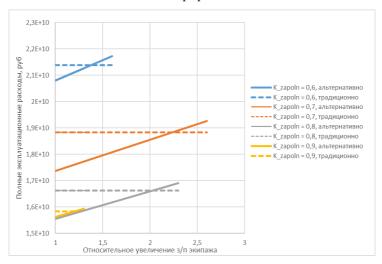


Рис. 8. Зависимость полных эксплуатационных расходов от относительного прироста затрат на заработную плату экипажу

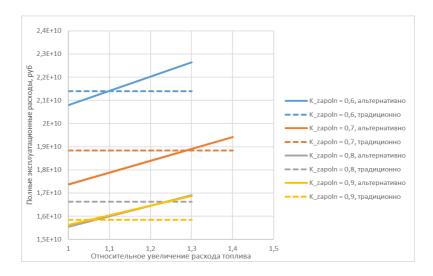


Рис. 9. Зависимость полных эксплуатационных расходов от относительного прироста расхода топлива

#### 8. Выводы

Отметим, что в данной работе принимается допущение о постоянстве интенсивности потока отказов на протяжении всего срока эксплуатации, несмотря на то, что в реальности имеет место старение изделий и увеличение интенсивности потока отказов с ростом наработки. В центре внимания находится именно повышение автономности ТОИР авиационной техники и возможные в связи с этим эффекты для эксплуатации в отдаленных регионах.

На основании полученных результатов можно сделать следующие выводы:

1. Возможность самостоятельного обслуживания  $(k_{self-performed} \neq 0)$  при выполнении легких форм ТОиР по фактическому состоянию  $(k_{Poisson} \neq 0)$  приводит к повышению готовности парка по сравнению с регламентным обслуживанием  $(k_{Poisson} = 0)$  на специализированной инфраструктуре  $(k_{self-performed} = 1)$ . При этом возрастает интенсивность эксплуата-

ции парка, как следствие возрастает число ВС выработавших назначенный ресурс за период моделирования.

- 2. При высоких требуемых значениях коэффициента готовности парка (0,99 и выше) переход к альтернативному обслуживанию приводит к снижению полных эксплуатационных расходов в сравнении с регламентным обслуживанием парка.
- 3. Наибольшее снижение полных эксплуатационных расходов было достигнуто при коэффициенте заполняемости салона, равным 0,7, при обеспечении коэффициента готовности парка, равного 0,99. Для этого сценария при переходе к альтернативному ТОиР ВС по состоянию допускается увеличение стоимости ВС на 17%, или увеличение затрат на заработную плату экипажа на 120%, или увеличение расхода топлива на 28%.

В дальнейшем в работах целесообразно учесть нарастание интенсивности потока отказов по мере увеличения наработки авиационной техники.

#### Литература

- 1. ГОРШКОВА И.В., КЛОЧКОВ В.В. Экономический анализ перспектив развития воздушного транспорта в малонаселенных регионах России // Проблемы прогнозирования. 2011. №6. С. 36—52.
- 2. ДАЛЕЦКИЙ С.В., ДЕРКАЧ О.Я., ПЕТРОВ А.Н. Эффективность технической эксплуатации самолетов гражданской авиации. – М.: «Воздушный транспорт», 2002.
- 3. ДАЛЕЦКИЙ Е.С. *Оценка эффективности эксплуатации из- делий авиатехники при эксплуатации до безопасного отка- за* // Научный вестник ГосНИИ ГА. 2008. №130. С. 180–187
- 4. ЕГОШИН С.Ф. Влияние особенностей моделирования пассажирских потоков на выбор оптимального воздушного судна местных воздушных линий // Научный вестник ГосНИИ ГА. – 2021. – №35. – С. 68–79.
- 5. КЛОЧКОВ В.В., РОЖДЕСТВЕНСКАЯ С.М., ФРИДЛЯНД А.А. Обоснование приоритетных направлений развития авиацион-

- ной техники для местных воздушных линий // Научный вестник ГосНИИ ГА. -2018. -№ 20(331). C. 93–102.
- 6. ФОМИНА И.В., ШЕВЕЛЕВА А.А. Повышение авиационной доступности территорий европейского и приуральского севера России // Материалы международной-научно-практической конференции «Транспорт России: проблемы и перспективы 2018», Санкт-Петербург, 13-14 ноября 2018 г. С. 81–83.
- 7. Межгосударственный авиационный комитет. Состояние безопасности полетов в гражданской авиации государствучастников соглашения о гражданской авиации и об использовании воздушного пространства в 2016 г. [Электронный ресурс]. 2017. URL: https://mak-iac.org/upload/iblock/552/bp-16-2.pdf (дата обращения: 05.12.2022).
- 8. Межгосударственный авиационный комитет. Состояние безопасности полетов в гражданской авиации государствучастников соглашения о гражданской авиации и об использовании воздушного пространства в 2017 г. [Электронный ресурс]. 2018. URL: https://mak-iac.org/upload/iblock/4b6/bp-17-2.pdf (дата обращения: 05.12.2022).
- 9. Межгосударственный авиационный комитет. Состояние безопасности полетов в гражданской авиации государствучастников соглашения о гражданской авиации и об использовании воздушного пространства в 2018 г. [Электронный ресурс]. 2019. URL: https://mak-iac.org/upload/iblock/03e/bp-18-2.pdf (дата обращения: 05.12.2022).
- 10. Межгосударственный авиационный комитет. Состояние безопасности полетов в гражданской авиации государствучастников соглашения о гражданской авиации и об использовании воздушного пространства в 2020 г. [Электронный ресурс]. 2021. URL: https://mak-iac.org/upload/iblock/1c1/bp-20-2.pdf (дата обращения: 05.12.2022).
- 11. Межгосударственный авиационный комитет. Состояние безопасности полетов в гражданской авиации государствучастников соглашения о гражданской авиации и об использовании воздушного пространства в 2021 г. [Электронный ресурс]. 2022. URL: https://mak-iac.org/upload/iblock/448/

cvhy5ylxegg5sghcxr6icz0irccnj2ge/bp-21.pdf (дата обращения: 05.12.2022).

#### METHODS FOR MODELLING AND OPTIMIZATION OF THE LEVEL OF AUTONOMY OF MAINTENANCE, OVER-HAUL AND REPAIR OF THE CIVIL AIRCRFAT FLEET

**Andrey Kasatkin,** National Research Center "Zhukovskiy Institute", Zhukovskiy (kasatkinaa@nrczh.ru).

Abstract: The organization of maintenance, repair and overhaul of the aircraft fleet is fundamentally different for different classes of aircraft. Frequently, maintenance and repairs are considered only as part of the total operating costs, but for aircraft with short range and speed, transferring the aircraft to specialized repair facilities or manufacturing facilities can cause significant time costs. The article deals with the problem of organizing maintenance and repair of the aircraft fleet of local airlines in remote and sparsely populated regions. Various approaches to the technical maintenance of the aircraft fleet are considered: operation according to the regulations and according to the actual state, maintenance and repair in accordance with the maintenance manual and the transition to a more autonomous maintenance and repair. The obsolescence of highly loaded equipment, which causes an increase in the arrival rate of equipment failures with an increase in operating time, is not considered in this paper. Simulation of the performance of passenger transportation in the region is carried out, taking into account the maintenance and repair of the aircraft fleet. The economic characteristics of passenger transportation are calculated.

Keywords: aircraft maintenance, repair and overhaul; local air lines; air transport system.

УДК 021.8 + 025.1

ББК 78.34

DOI: 10.25728/ubs.2023.104.1

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии Я.И. Квинто.

Поступила в редакцию 09.03.2023. Опубликована 31.07.2023.

# ВАНАДИЕВЫЕ ПРОТОЧНЫЕ АККУМУЛЯТОРЫ: МОДЕЛИ ДИНАМИКИ И ИЗМЕРЕНИЙ<sup>1</sup>

Богданов С. Д. $^{2}$ ,

(Сколковский институт науки и технологий, Москва) Парсегов С.Э.<sup>3</sup>,

(Сколковский институт науки и технологий,  $\Phi \Gamma БУН$  Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва) Пугач М.А.  $^4$ 

(Сколковский институт науки и технологий, Москва)

Статья знакомит читателей с ванадиевыми проточными аккумуляторами, принципами их работы и моделями в пространстве состояний. Ванадиевые проточные аккумуляторы (ВПА) — перспективная технология стационарных накопителей электрической энергии, имеющая ряд преимуществ перед традиционными накопителями на основе литий-ионных батарей. Одна из особенностей ВПА — наличие гидравлической системы с насосами, обеспечивающими непрерывную подачу электролита из резервуаров, где он хранится, в стек, где происходят электрохимические реакции. Это влечёт за собой необходимость построения динамических моделей таких систем, которые используются для задач мониторинга и управления. В статье приводятся основные модели динамики ванадиевых аккумуляторов с сосредоточенными параметрами, модели доступных измерений, анализируются их особенности. Кроме того, предлагаются новые модели, позволяющие более точно описывать изменение концентраций в процессе длительной работы ВПА.

Ключевые слова: ванадиевые проточные аккумуляторы, динамические модели, валидация моделей.

#### 1. Введение

Интенсивное развитие электроэнергетики требует разработки и внедрения новых технологических решений, обладающих высокой энергоэффективностью. При этом близкая к предель-

 $<sup>^{1}</sup>$  Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (про-ект № 23-29-00807).

 $<sup>^2</sup>$  Станислав Дмитриевич Богданов, аспирант (s.bogdanov@skoltech.ru).

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Сергей Эрнестович Парсегов, к.ф.-м.н., научный сотрудник (s.e.parsegov@gmail.com).

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Михаил Александрович Пугач, Ph.D, старший научный сотрудник (m.pugach@skoltech.ru).

ной экологическая нагрузка требует разработки новых технологий, которые характеризуются меньшими выбросами вредных веществ в окружающую среду и тем самым оказывают менее негативное влияние на экосистему. Более того, исчерпаемый характер ископаемых энергоносителей является мощным драйвером для развития альтернативных способов производства электричества с использованием возобновляемых источников энергии. Все эти факторы требуют формирования нового технологического уклада в энергетике, где накопители энергии являются одной из ключевых технологий для создания электросетей будущего поколения. Среди различных технологий накопления энергии электрохимические накопители проточного типа (проточные аккумуляторы (ПА)) рассматриваются как перспективное решение для создания стационарных накопителей больших масштабов. На сегодняшний день проводятся интенсивные исследования в области ПА, направленные как на поиск новых технологических решений, так и на развитие уже существующих конфигураций. За последние несколько десятилетий было предложено несколько типов ПА, которые используют различные окислительно-восстановительные пары. Большинство из них находится в стадии разработки, в то время как ванадиевые проточные аккумуляторы (ВПА) являются наиболее проработанной технологией, которая уже используется для различных задач в электросетях, начиная от сотен кВт до десятков МВт номинальной мощности. Например, в Китае недавно были введены в эксплуатацию крупнейшие в мире ВПА с показателями мощности и энергии 200 MBт/ 800 MBт·ч и 100 MBт/ 500 MBт·ч в городе Далянь и провинции Хубэй соответственно для повышения эффективности использования экологически чистой электроэнергии и поддержания стабильности электросети [12, 44]. Другой ВПА с показателем 4 МВт/ 6 МВт-ч, установленный в 2005 году в Японии для сглаживания генерирующей мощности ветряной электростанции, успешно отработал 20000 циклов, что является примером высокой надежности и долговечности [30, 41]. Более того, ВПА может стать ключевой технологией для будущего развития энергетики нашей страны, поскольку Россия является одним из мировых лидеров в области добычи и производства ванадия.

ВПА накапливают электрическую энергию в химической форме растворов ванадия, совершая преобразование внутри электрохимических ячеек и храня электролиты в двух отдельных внешних резервуарах. Преимущество такого технологического решения заключается в том, что емкость хранилища и номинальная мощность ВПА могут быть увеличены независимо друг от друга. Кроме того, ВПА имеют очень низкий саморазряд, длительный срок службы (более 20000 циклов и 20 лет) и не боятся глубокого разряда (могут быть полностью разряжены без риска протекания необратимых реакций).

Однако неверно подобранные условия эксплуатации могут приводить к быстрой деградации аккумулятора, потерям ёмкости и напряжения. Для избежания этого необходимо производить тщательный контроль аккумулятора на протяжении всей его работы. Исследование основных физических и химических процессов, протекающих в аккумуляторе, позволяет предсказать поведение динамики аккумулятора в тех или иных условиях и помогает подобрать верные стратегии контроля. Такими процессами являются переток электролита в системе из резервуара в стек и обратно, переход ионов между полуячейками через мембрану (кроссовер), а также омические и концентрационные перенапряжения, возникающие вследствие подключения батареи к нагрузке. Подробное описание этих процессов представлено в разделе 2.1. Численное моделирование ВПА является мощным инструментом для исследования этих систем, который позволяет изучить физические процессы, сокращая при этом потребность в экспериментальных испытаниях и пилотных установках. Более того, моделирование ВПА позволяет определить оптимальные параметры накопителя и соответствующие оптимальные условия его эксплуатации, что является важным аспектом для разработки накопительных систем на базе ВПА.

Данная работа преследует две цели: во-первых, это зна-комство читателя с ранее не представленными в русскоязыч-

ной литературе подходами к моделированию ванадиевых проточных аккумуляторов. Подробно описаны особенности динамики ВПА (см. раздел 2.2) и основные подходы к её моделированию (см. разделы 2.3, 2.5, 2.6). Во-вторых, в статье описаны новые результаты в области ВПА: предложен способ упрощения алгебро-дифференциальной модели, которой традиционно пользуются специалисты по электрохимии и накопителям, до модели в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений с учетом кроссовера ионов через мембрану (см. раздел 2.4), представлен новый способ моделирования потока кроссовера, учитывающий изменяющиеся в процессе работы характеристики мембраны (см. раздел 2.7). Также проведена валидация данной модели и показано, что предложенный подход может быть использован для моделирования динамики ВПА при циклической работе аккумулятора с высокой точностью.

# 2. Модели ВПА в пространстве состояний

# 2.1. МОДЕЛИРОВАНИЕ ВПА

Существует два основных подхода к моделированию ВПА: эквивалентные цепи и электрохимические модели. Первая группа моделей имитирует динамику ВПА, используя элементы электрической цепи (резисторы и конденсаторы). Эквивалентные цепи имеют простую структуры и не требуют значительных вычислительных ресурсов, поэтому они часто используются для задач управления аккумулятором. Причем в литературе встречаются как простые модели первого порядка с одной RC-цепочкой и последовательно соединенным резистором [6], так и более сложные модели n-го порядка, учитывающие также потери связанные с перенапряжениями и саморазрядом [4, 16, 20, 47, 54]. Первые обладают ограниченной точностью из-за невозможности учёта реальных механизмов потерь. Вторые же способны хорошо работать для моделирования выходного напряжения батареи, однако для достижения хорошей точности они требуют применения адаптивных алгоритмов идентификации параметров, таких как метод наименьших квадратов [47, 54] или

фильтр Калмана [16, 20]. Существенным недостатком эквивалентных цепей является то, что они не отражают деталей внутренних процессов, происходящих в ячейке. Поэтому использование эквивалентных цепей для моделирования реальных систем требует применения дополнительных методов оптимизации, позволяющих настраивать параметры модели в соответствии с текущими условиями эксплуатации. Электрохимические модели [3, 8, 17, 21, 27, 28, 39, 42, 43, 46, 49, 51, 53], наоборот, основаны на дифференциальных уравнениях, полученных из общих физических и химических законов. Эти модели позволяют отследить динамику внутренних процессов ВПА, проанализировать её влияние на работу аккумулятора и моделировать поведение системы для различных сценариев эксплуатации. Электрохимические модели, в свою очередь, подразделяются на распределенные и сосредоточенные. Распределенные модели (одномерные, двумерные или трёхмерные) используют пространственное распределение системных переменных по резервуарам и ячейкам, обеспечивая наиболее подробное описание работы аккумулятора. Сосредоточенные модели выводятся из распределенных путём усреднения по объему. Такие модели учитывают только эволюцию системы во времени, однако они способны симулировать динамическое поведение реальных систем в зависимости от различных условий эксплуатации, а также позволяют более точно оценить состояние заряда ВПА, что очень важно для задач управления и мониторинга.

Подход к моделированию динамики ВПА выбирается исходя из задач применения модели. Так, распределенные модели часто применялись на этапах конструирования ячеек аккумулятора для детального анализа производительности аккумулятора. В ряде работ [42, 46, 49, 51] для изучения распределения потока электролита по ячейкам и мембране использовалось трёхмерное моделирование как наиболее полное и точное. Такой подход является мощным инструментом для определения оптимальной конструкции аккумулятора, однако он требует значительных вычислительных ресурсов. Двумерные модели позволяют получить распре-

деления переменных в двух ортогональных проекциях, поэтому они часто использовались для анализа перетока ионов через мембрану перпендикулярно основному потоку в ячейке. Например, в статье [17] была разработана двумерная модель, учитывающая диффузию, миграцию и конвекцию ионов ванадия, протонов и сульфат групп через мембрану. Результаты этой работы позволили определить величину кроссовера в зависимости от различных условий эксплуатации. Другое применение двухмерных моделей было связано с задачами проектирования стека и оптимизацией производительности батареи. Так, в работах [8, 39, 53] были получены важные теоретические обоснования оптимальной конструкции батареи с учётом неравномерного распределения электролита по стеку. В [3] получили одномерную модель путем сочетания модели ячеек типа Ньюмена и сети шунтирующих токов, включая гидравлические потери и кроссовер. Эта модель может быть использована для оценки производительности батареи в зависимости от различных параметров. Таким образом, распределенные модели позволяют точно симулировать поведение компонентов батареи и производить анализ материалов, однако они требуют значительных ресурсов для получения пространственного распределения переменных. Поэтому они используются для задач проектирования аккумуляторов, но не для задач управления и мониторинга системы в режиме реального времени.

Модели ВПА в виде обыкновенных дифференциальных уравнений часто используются для задач мониторинга и управления из-за своей простоты. Например, в работах [28, 43] была получена модель, хорошо согласующаяся с экспериментальными данными, которая была использована для задачи нахождения оптимального потока электролита. В [31, 33, 34] с помощью модели со сосредоточенными параметрами было изучено влияние кроссовера на потери ёмкости аккумулятора при его длительной эксплуатации. Также такой подход применим для моделирования неизотермических процессов в ВПА большой мощности. Так, авторы работы [38] изучили влияние различных тепловых процессов на изменение температуры аккумулятора. Результаты этой ра-

боты прошли валидацию на установке мощностью 9 кВт и ёмкостью 27 кВт·ч. Таким образом, рассматриваемые модели являются наиболее подходящим инструментом как для моделирования динамики аккумуляторов, так и для задач управления.

Порядок выбираемой модели напрямую зависит от того, какие процессы будут учтены при моделировании. Так, в работах [2, 48, 54] была представлена модель первого порядка, использующая в качестве единственной переменной состояние заряда батареи. Эту модель также называют кулоновским счётчиком. Она учитывает только интегральный эффект воздействия электрического тока и, как правило, используется в связке с моделями в виде эквивалентных цепей. В предыдущей работе авторов [5] было показано, что данная модель применима только для достаточно больших потоков электролита. В других работах [21, 27, 28, 43] представлена модель второго порядка, описывающая динамику одного иона ванадия в резервуаре и в ячейке в следствие прокачки электролита по системе, в то время как динамика других ионов вычислялась алгебраически. Необходимо отметить, что такая модель не учитывает влияние паразитных процессов в ячейке и поэтому позволяет точно предсказать динамику системы только в рамках одного-двух циклов работы батареи. Подробное описание этой модели представлено в разделе 2.5. Для учета же паразитных процессов на длительных промежутках времени были использованы сложные модели восьмого порядка, описывающие состояние всех четырех ионов ванадия в резервуаре и в ячейке [14, 17, 19, 23, 24, 29, 33, 37, 50]. В разделе 2.3 представлен подробный вывод данной модели.

Однако, насколько известно авторам, все упомянутые выше модели с кроссовером не учитывали изменение характеристик ионообменной мембраны в процессе эксплуатации аккумулятора, а также использовали значения для её параметров только на основании физических свойств материалов или измеренные в отдельных экспериментах до установки мембраны в ячейку аккумулятора, что фактически может существенно отличаться от реальных значений.

#### 2.2. Динамика ВПА и ее особенности

Рассмотрим структуру ВПА, изображенную на рис. 1. Здесь в левой части рисунка изображены резервуар и полуячейка с отрицательным электролитом, в правой – с положительным электролитом. Система оборудована специальными ячейками меньшего размера для измерения входного и выходного напряжений разомкнутой цепи ( $OCV_{in}$  и  $OCV_{out}$  соответственно).

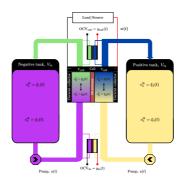


Рис. 1. Принципиальная схема ВПА

Как правило, такая система состоит из двух резервуаров или баков, заполненных отрицательным и положительным электролитами, ячейки, в которой протекают электрохимические реакции и вырабатывается/потребляется электроэнергия, а также гидравлической системы с насосами, обеспечивающей переток электролита между основными компонентами. Ячейка разделена полимерной мембраной на две полуячейки с положительным и отрицательным электродами. Таким образом, мембрана предотвращает перемешивание положительного и отрицательного электролитов, в то же время проводя протоны, тем самым замыкая электрическую цепь и обеспечивая непрерывный ток. Аккумуляторная батарея может включать в себя разные устройства измерения, например, напряжения на выходе батарея и напряжений холостого хода (англ. open-circuit voltage, OCV) на входе и/или выходе. Электрическая энергия генерируется за счет электрохимической реакции между ионами ванадия. Отрицательный резервуар содержит ионы  $V^{2+}$  и  $V^{3+}$ , положительный резервуар содержит ионы  $V^{4+}$  и  $V^{5+}$  в виде оксидов  $VO_2^+$  и  $VO^{2+}$  соответственно:

$$V^{2+}\Leftrightarrow V^{3+}+e^-,\ U_0=1c00\,\mathrm{B}$$
 (электрод —) 
$$VO_2^++2H^++e^-\Leftrightarrow VO^{2+}+H_2O,\ U_0=-0.26\,\mathrm{B}$$
 (электрод +)

гле  $U_0$  – стандартный потенциал окислительновосстановительной реакции. Одной из важнейших проблем эксплуатации реальных ВПА является кроссовер - перетекание ионов ванадия через ион-обменную мембрану. Этот процесс происходит вследствие деградации мембраны в ходе длительной эксплуатации аккумулятора. После перехода через мембрану ионы  $V^{2+}$  и  $V^{3+}$  становятся очень нестабильными в положительной полуячейке, в то время как противоположный процесс происходит для ионов  $VO^{2+}$  и  $VO_2^+$  в отрицательной полуячейке. В результате перенесенные ионы начинают реагировать с существующими в электролите, и происходят следующие химические реакции:

$$VO_2^+ + 2V^{2+} + 4H^+ \Leftrightarrow 3V^{3+} + 2H_2O$$
 $VO^{2+} + V^{2+} + 2H^+ \Leftrightarrow 2V^{3+} + H_2O$  (электрод –)
 $V^{2+} + 2VO_2^+ + 2H^+ \Leftrightarrow 3VO^{2+} + H_2O$ 
 $V^{3+} + 2VO_2^+ \Leftrightarrow 3VO^{2+}$  (электрод +)

В результате кроссовер приводит к увеличению концентрации ионов ванадия в одной полуячейке и к уменьшению в другой. Это в свою очередь влияет на ёмкость аккумулятора, которая определяется по полуячейке с меньшей концентрацией. Таким образом возникает потеря общей ёмкости аккумулятора. Для обеспечения надёжной длительной работы аккумулятора необходимо производить постоянный мониторинг полезной ёмкости и периодически её восстанавливать путём перемешивания электролитов в резервуарах.

Рассмотрим динамику системы, представленной на рис. 1. Количество энергии, производимой системой, напрямую связано с объемом электролита внутри резервуаров, а также концентрациями ионов ванадия. Пусть  $V_{\rm tk}$  – объем каждого резервуара, 44

а  $c_i^{\rm tk} \in \mathbb{R}_+ \cup \{0\}$ ,  $i \in \{2,\ldots,5\}$  – концентрация i-го иона в баке. Стек состоит из  $n_c$  ячеек, каждой из полуячеек соответствует объем, обозначаемый  $V_c$ . Концентрация i-го иона в ячейке обозначается  $c_i^c \in \mathbb{R}_+ \cup \{0\}, i \in \{2,\ldots,5\}$  (необходимо отметить, что на практике концентрации не достигают нулевых значений).

Таким образом, вектор состояния модели концентраций имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \xi &= [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_8]^\top \in \mathbb{R}^8, \\ \xi_1 &= c_2^{\mathrm{tk}}, \ \xi_2 = c_3^{\mathrm{tk}}, \ \xi_3 = c_4^{\mathrm{tk}}, \ \xi_4 = c_5^{\mathrm{tk}}, \\ \xi_5 &= c_2^{\mathrm{c}}, \ \xi_6 = c_3^{\mathrm{c}}, \ \xi_7 = c_4^{\mathrm{c}}, \ \xi_8 = c_5^{\mathrm{c}}. \end{aligned}$$

В общем виде динамика концентраций ионов может быть описана уравнением переноса, записанного для концентраций ионов следующим образом:

(1) 
$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \nabla \mathcal{N} = -\mathcal{S},$$

где  ${\cal S}$  – вектор источникового члена, а  ${\cal N}$  – вектор плотности потока.

Для дальнейшего вывода системы баланса массы ионов сделаем следующие предположения:

- резервуары и ячейки считаются реакторами непрерывного перемешивания;
- физические свойства электродов, электролита и мембраны изотропны и однородны.

Эти предположения позволяют пренебречь неравномерностью распределения концентраций в рассматриваемом объеме и тем самым усреднить уравнение (1) по объему каждой области ВПА, таким образом получить модель динамики со сосредоточенными параметрами.

# 2.3. БАЗОВАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ КОНЦЕНТРАЦИЙ

После усреднения по объему динамика  $\xi$  может быть описана системой дифференциальных уравнений восьмого порядка

(2) 
$$\dot{\xi} = u\mathcal{A}\xi + \mathcal{J}\xi + \mathcal{D}w$$

с двумя алгебраическими ограничениями (из закона сохранения массы):

(3) 
$$\begin{cases} \xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + \xi_4 = 2c_b, \\ \xi_5 + \xi_6 + \xi_7 + \xi_8 = 2c_b, \end{cases}$$

где  $u \in \mathbb{R}_+ \cup \{0\}$  – поток электролита,  $w \in \mathbb{R}$  – плотность тока нагрузки (измеряемое возмущение),  $c_{\rm b} \in \mathbb{R}_+ \cup \{0\}$  – общая концентрация, которая полагается известной. Матрицы, входящие в уравнение, представлены ниже:

(4) 
$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} -a & a \\ b & -b \end{bmatrix} \otimes \mathbf{I}_{4},$$
(5) 
$$\mathcal{J} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} -J_{2} & 0 & -J_{4} & -2J_{5} \\ 0 & -J_{3} & 2J_{4} & 3J_{5} \\ 3J_{2} & 2J_{3} & -J_{4} & 0 \\ -2J_{2} & -J_{3} & 0 & -J_{5} \end{bmatrix},$$
(6) 
$$\mathcal{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{5} & d_{6} & d_{7} & d_{8} \end{bmatrix}^{\top},$$

$$\mathbf{r}_{\mathbf{J}} \mathbf{e} \ d_{5} = d_{8} = -d_{6} = -d_{7} = d.$$

Здесь константы  $d=\frac{S_e}{FV_c}$ ,  $a=\frac{1}{V_{\rm tk}}$ ,  $b=\frac{1}{n_eV_c}$ , где  $S_e$  – площадь электрода. Матрица  ${\mathcal J}$  описывает вклад кроссовера ионов ванадия в динамику батареи и составлена из значений потоков ионов через мембрану  $J_i$ .

модели. В одной из прошлых работ авторов [24] была создана сосредоточенная модель, учитывающая все три механизма кроссовера, которая показала хорошее согласование с экспериментальными данными. Необходимо отметить, что в данной модели, как и в других предыдущих, использовались параметры мембраны, которые были измерены до её установки в ячейку. Однако, как уже отмечалось ранее, реальные значения данных параметров могут довольно существенно отличаться от стандартных значений ввиду изменения физических свойств мембраны в процессе эксплуатации аккумулятора, что необходимо учитывать для более точного описания потока кроссовера. В связи с этим в разделе 2.7 представлена новая модель потока кроссовера, учитывающая эти изменения и позволяющая получить лучшее согласование с экспериментальными данными при моделировании циклической работы систем накопления на основе ВПА.

## 2.4. МОДЕЛЬ ШЕСТОГО ПОРЯДКА

Для моделирования ВПА с учетом кроссовера часто используют модель (2), согласовывая при этом начальные условия в соответствии с (3). Очевидно, что можно учесть алгебраическую часть и получить динамическую модель более низкого порядка путем перехода к новым координатам.

**Утверждение 1.** Динамика системы (2) с учетом (3) имеет

$$εuδ$$
(7)  $\dot{\widetilde{x}} = u\widetilde{A}\widetilde{x} + \widetilde{J}\widetilde{x} + \widetilde{D}w + v,$ 

где

(8) 
$$\widetilde{A} = \begin{bmatrix} -a & a \\ b & -b \end{bmatrix} \otimes \mathbf{I}_3,$$

(9) 
$$\widetilde{J} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} -J_3 & 2J_4 & 3J_5 \\ 2J_3 - 3J_2 & -J_4 - 3J_2 & -3J_2 \\ 2J_2 - J_3 & 2J_2 & -J_5 + 2J_2 \end{bmatrix},$$

(10) 
$$\widetilde{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & d_4 & d_5 & d_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & d_6 & d_7 & d_8 \end{bmatrix},$$

(11) 
$$v = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 6J_2c_b & -4J_2c_b \end{bmatrix}.$$

Получим желаемые выражения путём Доказательство. несложной замены переменных. Для этого введем новый вектор состояния  $\tilde{x} \in \mathbb{R}^6$ , где  $\tilde{x}_1 = \xi_2$ ,  $\tilde{x}_2 = \xi_3$ ,  $\tilde{x}_3 = \xi_4$ ,  $\tilde{x}_4 = \xi_6$ ,  $\widetilde{x}_5=\xi_7,\,\widetilde{x}_6=\xi_8.$  Тогда оставшиеся компоненты вектора  $\xi$  можно выразить через компоненты вектора  $\widetilde{x}$ :  $\xi_1 = 2c_b - \widetilde{x}_1 - \widetilde{x}_2 - \widetilde{x}_3$ ,  $\xi_5 = 2c_b - \widetilde{x}_4 - \widetilde{x}_5 - \widetilde{x}_6$ . Подставляя последние равенства в (2), получим выражения (7)-(11).

# 2.5. МОДЕЛЬ ВТОРОГО ПОРЯДКА БЕЗ УЧЕТА KPOCCOBEPA

Как правило, потоки ионов через мембрану имеют значение порядка  $10^{-11}$  и пренебрежимо малы на интервале работы батареи в несколько циклов заряда/разряда. Когда вторым членом (2) пренебрегают, можно увидеть, что система становится симметричной. Это означает, что концентрации положительных и отрицательных сторон имеют одинаковую динамику.

В этом случае алгебраические ограничения примут следующий вид:

(12) 
$$\xi_1 + \xi_2 = \xi_3 + \xi_4 = \xi_5 + \xi_6 = \xi_7 + \xi_8 = c_b, \\ \xi_1 = \xi_4, \ \xi_5 = \xi_8.$$

Перепишем уравнение динамики, учитывая ограничения (12):  $\dot{x} = uAx + Dw,$ 

где 
$$x_1=\xi_1, x_2=\xi_5,$$
 
$$A=\begin{bmatrix} -a & a \\ b & -b \end{bmatrix}, \quad D=\begin{bmatrix} 0 & d \end{bmatrix}^\top.$$

(13)

Отметим, что в простейшем случае, когда поток электролита является постоянным, а внешнее возмущение отсутствует (батарея не заряжается и не разряжается,  $w \equiv 0$ ), система (13) описывает простейший случай динамики консенсуса с матрицей Лапласа L = -uA. Такая матрица имеет единственное ненулевое собственое число  $\lambda = u(a+b)$ , динамика консенсуса описывает простое перемешивание с асимптотическим стремлением к единой постоянной концентрации как в ячейках, так и в резервуарах. 48

Замечание 1. Следует отметить, что существуют и другие модели динамики, описываемые обыкновенными дифференциальными уравнениями. Так, в работах [9, 11, 25] представлена модель с разными потоками в левой и правой частях батареи. Такая ситуация действительно возможна, когда отсутствует какойлибо регулятор потока, поскольку электролиты меняют вязкость в процессе работы аккумулятора. Кроме того, существуют и модели второго порядка, учитывающие кроссовер (см., например, [11]), они выводятся из предположений, что падение емкости за счет кроссовера в основном связано с транспортом инов ванадия  $V^{2+}$  и  $VO_2^{2+}$ , концентрация которых одинакова, и тем самым можно рассмотреть динамику только одного из этих ионов.

### 2.6. НАПРЯЖЕНИЕ НА ВЫХОДЕ БАТАРЕИ

В предыдущем разделе шла речь о моделях динамики концентраций в процессе работы аккумулятора. На данном этапе развития систем накопления концентрации не могут измеряться ни в режиме реального времени, ни в приближенном к нему режиме. Это сложная и дорогостоящая процедура, требующая специального лабораторного оборудования и временных затрат [7]. Доступными к измерению оказываются некоторые напряжения и ток, протекающий в цепи при подключении нагрузки. Ток может быть измерен и при достаточно точном его измерении может быть оценен заряд полученный или отданный аккумулятором за единицу времени.

В качестве основной измеряемой характеристики аккумулятора доступно полное напряжение батарей  $y(t)=U_{bat}$ . В модели его можно представить как сумму равновесного потенциала  $(U_{eq})$  и внутренних перенапряжений, представленных активационными  $(U_{act})$ , омическими  $(U_{ohm})$  и концентрационными  $(U_{conc})$  потерями [24].

Вклад каждого типа потерь напряжения меняется в зависимости от тока нагрузки [1] и может быть проанализирован с помощью поляризационной кривой, которая показывает зависимость напряжения аккумулятора от тока. Для этой кривой можно выделить три характерные области. В области меньших токов

преобладают активационные потери, что приводит к нелинейному падению напряжения. При средних токах омические потери более значительны, поэтому кривая ведет себя почти линейно, а в области больших токов более выражены концентрационные потери, которые приводят к резкому падению напряжения.

На рис. 2 представлена поляризационная кривая, полученная для установки, на которой проводились эксперименты для данного исследования (более детально параметры описаны в разделе 3.1), при SOC = 50% и потоке электролита 120 мл/мин.

(14) 
$$y(t) = U_{eq} \pm (U_{act} + U_{conc} + U_{ohm}),$$

где «+» относится к режиму заряда, а «-» – к режиму разряда.

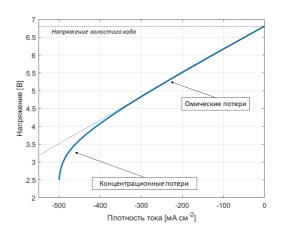


Рис. 2. Вид типичной поляризационной кривой стека ВПА

Из анализа этой кривой было установлено, что активационные потери вносят пренебрежимо малый вклад в напряжение. Из зоны омических потерь было оценено омическое сопротивление стека, которое было равным 0,31 Ом. Влияние концетрационных становилось существенными при плотностях тока, больших 400 мА/см<sup>2</sup>, при этом предельная плотность тока была равна  $523 \text{ mA/cm}^2$ .

Рассмотрим более подробно каждую составляющую напряжения батареи (14). Равновесный потенциал  $U_{eq}$  опре-50

деляется суммой стандартных потенциалов окислительновосстановительных пар  $U_0$  и логарифмом отношения мгновенных значений концентраций  $c_i$ , см. [13]:

(15) 
$$U_{eq} = U_0 + \frac{RT}{F} \ln \left[ \left( \frac{c_5 c_{H^+}^2 \gamma_5 \gamma_{H^+}^2}{c_4 \gamma_4} \right) \left( \frac{c_2 \gamma_2}{c_3 \gamma_3} \right) \right],$$

где R — газовая постоянная;  $\hat{F}$  — постоянная Фарадея; T — температура электролита;  $c_i^c$  — концентрация i-го иона ванадия;  $\gamma_i$  — коэффициент активности i-го иона;  $c_{H^+}$  и  $\gamma_{H^+}$  — концентрация и активность протонов водорода соответственно. Величина потенциала не зависит ни от каких внешних нагрузок, поэтому она равна напряжению холостого хода элемента.

Равновесный потенциал можно переформулировать с применением формального потенциала  $U_0^*$  следующим образом [10]:

(16) 
$$U_{eq} = U_0^* + \frac{RT}{F} \ln \left[ \left( \frac{c_5}{c_4} \right) \left( \frac{c_2}{c_3} \right) \right],$$

где формальный потенциал учитывает совместное влияние концентрации протонов и активности ионов ванадия и может быть получен из экспериментальных измерений напряжения холостого хода при SOC=50%. В случае 2 моль ванадия в 5 моль раствора сульфата формальный потенциал составляет около 1,4 В [15].

Активационное перенапряжение связано с энергетическим барьером активации для активных частиц на поверхности электрода. Эти потери более значительны при низких значениях плотности тока и могут быть описаны уравнением Батлера – Фольмера, которое учитывает кинетику реакции и обеспечивает соотношение «плотность тока – перенапряжение» [26]:

$$(17) \qquad w(t) = w_0 \left[ \exp\left(\frac{k_q \hat{F}}{RT} \eta(t)\right) - \exp\left(\frac{(1-k_q)F}{RT} \eta(t)\right) \right],$$
 где  $k_q$  – коэффициент переноса заряда,  $\eta$  – полное перенапряже-

ние,  $w_0$  – плотность тока обмена.

Природа концентрационного перенапряжения связана с ограничениями массопереноса из-за разницы концентраций реагентов на поверхности электрода и в прилегающем объеме электролита. Эти потери становятся доминирующими при высоких токах

нагрузки и низких концентрациях активных частиц, и, следовательно, как было отмечено ранее, они заметны в конце процесса заряда/разряда.

Концентрационные потери можно рассчитать следующим образом [35]:

(18) 
$$U_{conc} = \frac{RT}{F} \ln \left( 1 - \frac{w(t)}{F k_m c_{react}^b} \right),$$

где  $c^b_{react}$  – объемная концентрация в растворе,  $k_m$  – коэффициент массопереноса.

Основной сложностью при расчете концентрационных перенапряжений является определение коэффициента массообмена. Обычно это аппроксимируется экспериментальными кривыми с использованием следующего эмпирического уравнения [52]:

$$(19) k_m = \alpha v^{\beta},$$

где  $\alpha$ ,  $\beta$  — параметры, определяемые по измеренным данным, а v — скорость электролита.

Омические потери связаны с удельным электрическим сопротивлением внутренних частей ячейки  $r_c$ :

$$(20) U_{ohm} = wr_c.$$

Все указанные выше потери отражают лишь часть паразитных процессов в аккумуляторе. Например, существуют также потери, связанные с шунтирующими токами [36, 38, 40], которые напрямую влияют на напряжение батареи. Однако обычно они составляют лишь несколько процентов от общих потерь, и во многих случаях ими можно пренебречь [24, 28, 34]. В результате представленная модель напряжения использовалась во многих исследованиях [18, 24, 35] и продемонстрировала оптимальное соотношение между точностью и сложностью.

Значения перенапряжений недоступны в качестве измерений, поэтому экспериментально невозможно оценить вклад каждого вида потерь, а можно лишь судить об их интегральном эффекте. Для более детальной оценки используют дополнительные измерения, устанавливая в систему ячейку холостого хода [22, 32, 45], что даёт дополнительную информацию о состоянии аккумулятора. Так как в ВПА напряжение холостого хода связано

только с равновесным потенциалом, то данное измерение позволяет отельно оценить как вклад в напряжение, связанный с потерей емкости аккумулятора, так и вклад, связанный с омическим и концентрационным перенапряжением. Для системы, показанной на рис. 1, было произведено два дополнительных измерения: напряжение холостого хода на входе  $OCV_{in}$  и на выходе  $OCV_{out}$ из ячейки. В модели первое напряжение зависит от концентраций ионов ванадия в резервуаре и рассчитывается следующим образом:

(21) 
$$y_{in}(t) = OCV_{in} = U_0^* + \frac{RT}{F} \ln \left[ \left( \frac{c_5^{tk}}{c_4^{tk}} \right) \left( \frac{c_2^{tk}}{c_3^{tk}} \right) \right],$$

Второе же напряжение зависит от концентраций в ячейке:

(22) 
$$y_{out}(t) = OCV_{out} = U_0^* + \frac{RT}{F} \ln \left[ \left( \frac{c_5^c}{c_4^c} \right) \left( \frac{c_2^c}{c_3^c} \right) \right].$$

Таким образом, система имеет три независимых выхода y(t),  $y_{in}(t)$  и  $y_{out}(t)$ . В раделе 3 проводится валидация моделей путём сравнения экспериментального и расчитанного значений для всех трёх выходных параметров системы.

# 2.7. НОВАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ ПОТОКА КРОССОВЕРА

В связи с тем, что предыдущие модели динамики ВПА с учётом кроссовера не учитывали меняющиеся свойства мембраны, их точность может быть ограничена на длительном промежутке времени. Для увеличения точности модели нами представлен новый способ получения выражения для потока кроссовера, учитывающий вышеупомянутые свойства мембраны.

Утверждение 2. Выражение для потока кроссовера ионов ванадия через мембрану имеет следующий вид: (23)

$$J_i = \begin{cases} \frac{\delta_1 P_i}{d_m} \frac{\chi_i}{1 - \exp{(-\chi_i)}}, & \text{(миграция и конвекция } \uparrow \uparrow \text{ с диффузией)} \\ \frac{\delta_1 P_i}{d_m} \frac{\chi_i}{\exp{(\chi_i)} - 1}, & \text{(миграция и конвекция } \uparrow \downarrow \text{ с диффузией)} \end{cases}$$

где 
$$\chi_i$$
 – безразмерный коэффициент, определяемый как (24) 
$$\chi_i = \left(\frac{\delta_2}{\delta_1} \frac{z_i F}{\sigma R T} + \frac{\delta_3}{\delta_1} \frac{\varepsilon K_i}{P_i F \lambda c_f}\right) d_m w,$$

где  $\delta_1$ ,  $\delta_2$ ,  $\delta_3 \in [0,1]$  – эмпирические коэффициенты, позволяющие учитывать изменение физических свойств мембраны и их влияние на процессы диффузии, миграции и конвекции соответственно

Доказательство. Получим выражение (23) исходя из общих физических принципов. Рассмотрим полный поток кроссовера через мембрану, который описывается уравнением Нернста – Планка с весами:

(25) 
$$J_i = -\delta_1 D_i \nabla c_i^m - \delta_2 \frac{z_i c_i^m D_i}{RT} F \nabla \varphi + \delta_3 v c_i^m,$$

где  $c_i^m$  – концентрация i-го иона в мембране;  $D_i$  – коэффициент диффузии;  $z_i$  – валентность i-го иона; v – скорость потока электролита через мембрану;  $\varphi$  – электрический потенциал на мембране.

С учетом того, что поток по направлениям y и z пренебрежимо мал по сравнению с потоком в направлении x:

(26) 
$$J_{i} = -\delta_{1} D_{i} \frac{dc_{i}^{m}}{dx} - \delta_{2} \frac{z_{j} c_{i}^{m} D_{i}}{RT} F \frac{d\varphi}{dx} + \delta_{3} v c_{i}^{m},$$

Градиент электрического поля описывается законом Ома:

$$(27) w = -\sigma \frac{d\varphi}{dx},$$

где w — плотность тока,  $\sigma$  — проводимость мембраны. Также мы предполагаем, что конвекция в мембране вызывается потоком воды  $N_w$ , который, в свою очередь, вызывается электроосмотическим сопротивлением:

$$(28) N_w = c_w v = \frac{\varepsilon w}{F},$$

где  $c_w$  – концентрация воды в мембране,  $\varepsilon$  – электроосмотический коэффициент, определяемый как поток воды на протон в отсутствие градиента концентрации. Отсюда скорость потока может быть представлена как

(29) 
$$v = \frac{\varepsilon w}{Fc_w}.$$

Концентрация i-го иона в мембране  $c_i^m$  связана с его концентрацией в объеме электролита в ячейке  $c_i^c$  через коэффициент разделения  $K_i$ :

$$(30) c_i^m = K_i c_i^c.$$

Для учёта содержания воды в расстворе электролита введем коэффициент  $\lambda$ :

$$(31) c_w = \lambda c_f,$$

где  $c_f$  – концентрация сульфатных групп в растворе электролита. С учетом (27)–(31) уравнение (26) может быть переписано как

(32) 
$$J_{i} = -\delta_{1} P_{i} \frac{dc_{i}^{c}}{dx} - \left(\delta_{2} \frac{z_{i} P_{i} F c_{i}^{c}}{\sigma RT} + \delta_{3} \frac{K_{i} \varepsilon c_{i}^{c}}{F \lambda c_{f}}\right) w,$$

где  $P_i$  – коэффициент проницаемости i-го иона, равный произведению коэффицентов диффузии и разделения ( $P_i = K_i D_i$ ).

Решив аналитически уравнение (32) получим финальное выражение для потока кроссовера (23).

Замечание 2. Отметим, что эмпирические коэффициенты  $\delta_1$ ,  $\delta_2$ ,  $\delta_3$  определяются экспериментально исходя из конкретных условий эксплуатации аккумулятора. В простейшем случае каждый из коэффициентов полагают равным единице [23, 24]. В таком случае вклад от каждого из процессов кроссовера определяется стандартными значениями параметров, определенными из физических свойств материала мембраны. При этом для мембраны, работающей в ячейке, значения коэффициентов  $\delta_1$ ,  $\delta_2$ ,  $\delta_3$  могут отличаться от единицы на несколько порядков ввиду того, что реальные физические свойства мембраны (проводимость, коэффициенты проницаемости, концентрация свободных групп и т.д.) очень сильно зависят от процедуры первоначальной подготовки, а также от количества циклов, которые она проработала. Значения остальных параметров даны в таблице 1 (раздел 3).

Таким образом, предложенная модель динамики позволяет более точно предсказать поведение аккумулятора в течение длительного промежутка времени, что необходимо для применения продвинутых методик контроля аккумулятора и оценки его текущего состояния. В следующем разделе произведена валидация данной модели на реальных экспериментальных данных.

### 3. Валидация моделей

В данном разделе производится валидация динамических моделей ВПА. Рассматриваются три модели: модель второго порядка без учёта кроссовера (13), модель шестого порядка с постоянными значениями потока кроссовера (8) и новая модель шестого порядка с учётом изменяющихся свойств мембраны (25). Для валидации использовался экспериментальный стенд, описанный в следующем разделе.



Рис. 3. Общий вид экспериментальной установки

#### 3.1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Для экспериментальных исследований использовался лабораторный ВПА со стеком, состоящим из 5 ячеек. Его характеристики приведены в таблице 1. Резервуары содержали 350 мл раствора ванадиевого электролита концентрации 1,6 моль/л с качеством в массовых процентах:  $V\colon 5,5-6,5;\ SO_4^{2-}\colon 26-30;\ PO_4^{3-}\colon 0,3-0,5;$  и процентным содержанием отдельных ионов ванадия:  $V^{3+}\colon 50-52;\ V^{4+}\colon 48-50.$  Скорость потока электролита поддерживали на уровне 120 мл/мин с помощью перистальтического насоса (L/S Digital Miniflex Pump System, MasterFlex, США). Измерения и управление аккумулятором осуществлялись с помощью потенциостата (ST-200, BioLogic, Франция) с усилителем 10 A (VMP3B, BioLogic, Франция).

Для измерения состояния заряда аккумулятора была установлена ячейка холостого хода на выходе из стека (см. рис. 3). Ячейка имеет те же размеры, что и другие ячейки в основном стеке.

Таблица 1. Параметры экспериментальной установки

Величина	Единица измерения	Значение
F	$K$ л моль $^{-1}$	96485
R	Дж $K^{-1}$ моль $^{-1}$	8,31
$U_o^*$	В	1,4
Размеры электрода	$M \times M \times M$	$0.04 \times 0.05 \times 0.00375$
$V_c$	$M^3$	$3.6 \cdot 10^{-6}$
$V_{tk}$	$M^3$	$4 \cdot 10^{-4}$
N	-	5
T	К	298
$S_e$	$M^2$	0,002
$d_m$	M	$5 \cdot 10^{-5}$
$\sigma$	$C_{\rm M}~{\rm M}^{-1}$	10
$c_f$	моль ${\rm M}^{-3}$	1200
$\begin{cases} \xi \\ \lambda \end{cases}$	_	3,0
$\lambda$	_	22,0
$P_2$	$M^2 c^{-1}$	$8,77 \cdot 10^{-12}$
$P_3$	$M^2 c^{-1}$	$3,22 \cdot 10^{-12}$
$P_4$	$M^2 c^{-1}$	$6,83 \cdot 10^{-12}$
$P_5$	$M^2 c^{-1}$	$5,90 \cdot 10^{-12}$
$K_2$	_	1,15
$K_3$	_	0,76
$K_4$	_	0,60
$K_5$	_	0,77
$c_{ m b}$	моль $\pi^{-1}$	1500
$r_c$	Oм см <sup>2</sup>	$1.4 \cdot 10^{-4}$
$\alpha$	-	$4 \cdot 10^{-4}$
β	-	$1,16 \cdot 10^{-2}$
$\delta_1$	-	$9.8 \cdot 10^{-4}$
$\delta_2$	-	$2.1 \cdot 10^{-5}$
$\delta_2$	-	$1.8 \cdot 10^{-3}$

## 3.2. РЕЗУЛЬТАТЫ ВАЛИДАЦИИ

В данном разделе представлены результаты валидации трёх моделей с экспериментальными данными, полученными на установке, описанной в предыдущем разделе. Экспериментальные

данные представляют собой зависимость напряжения на выходе батареи от времени в процессе непрерывного циклирования аккумулятора с постоянной нагрузочной плотностью тока в 100 мА/см² и постоянным потоком электролита 120 мл/мин. В период между отдельными циклами заряда и разряда батарея некоторое время работала в режиме ожидания до установления равновесия. Начальное значение состояния заряда батареи определялось из напряжения холостого хода, измеренного в начале экспериментов.

В рамках моделирования была использована модель напряжений, описанная в разделе 2.6, в которой активационные потери были учтены совместно с омическими посредством эквивалентного сопротивления ввиду их малого вклада в общее напряжение стека.

В начале была проведена идентификация неизвестных параметров аккумулятора в соответствии с процедурой, предложенной в одной из прошлых работ авторов [24]. В соответствии с этой процедурой была минимизирована квадратичная ошибка между экспериментальными и рассчитанными зависимостями напряжения, что позволило определить коэффициенты массопереноса  $(\alpha, \beta)$ , удельное сопротивление ячеек  $(r_c)$ , доступную концентрацию ионов ванадия  $(c_b)$ , а также эмпирические коэффициенты составляющих потока кроссовера  $(\delta_1, \delta_2, \delta_3)$ . Значения этих параметров представлены в таблице 1.

Затем была рассмотрена эволюция напряжения батареи на тридцати полных циклах заряд-разряд (рис. 4). Как видно из графиков, ошибка модели второго порядка увеличивается со временем, достигая наиболее высоких значений в конце циклов заряда и разряда. Средняя ошибка за цикл превышает значение в 15% уже на четвертом цикле работы аккумулятора. Модели шестого порядка имеют лучшую согласованность с экспериментальными данными, причем на первых циклах поведение модели с поправочными коэффициентами почти не отличается от поведения модели без них, что видно при более близком рассмотрении графика напряжения. Такое поведение можно объяснить выраженным эф-

фектом кроссовера, который приводит к падению емкости и, как следствие, к падению напряжения. Модели шестого порядка могут уловить этот эффект, тогда как модель второго порядка не учитывает такое уменьшение емкости.

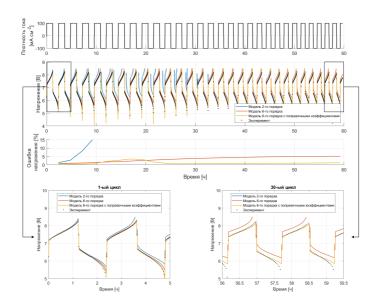


Рис. 4. Валидация динамических моделей ВПА с экспериментальными данными

Однако средняя ошибка стандартной модели шестого порядка увеличивается быстрее, чем ошибка модели с поправочными коэффициентами, достигая значения в 5% на последнем цикле. Как видно из более близкого рассмотрения графика напряжения на последнем цикле, такая ошибка приводит к ощутимому отклонению модели от эксперимента. В то время как значение ошибки модели с поправочными коэффициентами не превышает 2 % на протяжении всей работы аккумулятора. Это может свидетельствовать о том, что физические параметры мембраны, измеренные заранее (см. таблицу 1) не соответствуют реальным значениям. Предложенная модель шестого порядка с поправочными

коэффициентами учитывает эти изменения, а также различную степень вкладов диффузии, миграции и конвекции в общую потерю ёмкости. Поэтому данная модель имеет наименьшую среднюю ошибку и наилучшую точность на всех тридцати циклах.

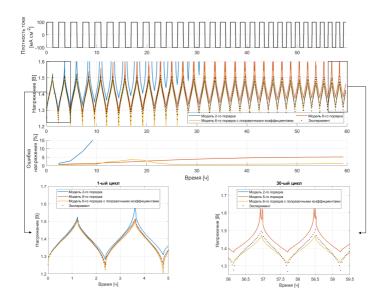


Рис. 5. Напряжение ячейки холостого хода.

Далее была проведена валидация моделей с измерениями, полученными от ячейки холостого хода. В рассматриваемых моделях напряжение холостого хода на выходе ячейки соответствует равновесному потенциалу, полученному из уравнения Нернста, где в качестве аргументов используются концентрации ионов ванадия в ячейке. В результате, поведение моделей имело схожий характер, что и при симуляции полного напряжения (см. рис. 5). А именно, ошибка модели второго порядка сильно возрастала, достигнув значения 15 % на четвертом цикле, стандартная модель шестого порядка имела хорошее согласование с экспериментом на первых циклах, но в конце работы её точность ухуд-

шилась, а модель шестого порядка с поправочными коэффициентами имела высокую точность (ошибка не более 2%) на протяжении всей работы аккумулятора.

Таким образом, предложенная нами модель шестого порядка показала хорошую точность как для моделирования напряжения холостого хода, так и для полного напряжения батареи. Результат моделирования напряжения холостого хода свидетельствует о том, что модель способна точно отражать эффекты всех механизмов кроссовера и общей потери ёмкости аккумулятора, а результат моделирования полного напряжения подтверждает способность модели учитывать эффекты концентрационных и омических перенапряжений, связанных с подключением батареи к нагрузке.

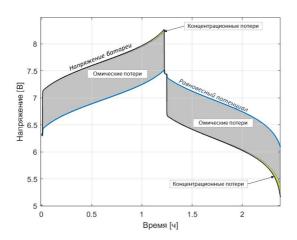


Рис. 6. Вклады от различных видов потерь в напряжение батареи на выходе

Рассмотрим подробнее, какой вклад вносят различные виды потерь в работу аккумулятора. Для этого с помощью новой модели шестого порядка произведем симуляцию работы аккумулятора при условиях, аналогичных первому циклу эксперимента, представленного на рис. 4 и рис. 5. Построим графики зависимостей

равновесного потенциала, напряжения батареи с учётом только омических потерь и напряжения батареи с учётом омических и концентрационных потерь (рис. 6). Из графиков видно, что доминирующими потерями являются омические (области серого цвета на графике), связанные с электрическим сопротивлением ячеек аккумулятора, которые вносят постоянный во времени вклад  $1,75~\mathrm{B}$  в напряжение аккумулятора, что связано с тем, что нагрузка в эксперименте была постоянной. Концентрационные потери (области оранжевого цвета на графике) незначительны в начале процессов заряда и разряда батареи, но увеличивают своё значение в конце этих процессов, внося вклад в общее напряжение до  $0,2~\mathrm{B}$ .

Затем проиллюстрируем поведение концентраций аккумулятора и рассмотрим более подробно механизм потери ёмкости. На рис. 7 представлены эволюции концентраций ионов отрицательной полуячейки  $V^{2+}$  и  $V^{3+}$  (a) и ионов положительной полуячейки  $V^{4+}$  и  $V^{5+}$  (б). В случае идеальной мембраны во время заряда аккумулятора активные ионы  $V^{3+}$  полностью переходили бы в ионы  $V^{2+}$  в отрицательной полуйчейке, а ионы  $V^{4+}$  – в ионы  $V^{5+}$  в положительной полуячейке (пунктирные линии на графике). При разряде аккумулятора происходит обратный процесс, и таким образом концентрации всех ионов вернулись бы к своим начальным значениям в конце полного цикла работы. В реальном же аккумуляторе возникает эффект кроссовера и часть ионов активных перетекает в противоположную полуйчейку через мембрану, вызывая дисбаланс в концентрациях. Поэтому в конце полного цикла концентрации ионов  $V^{3+}$  и  $V^{4+}$  будут увеличиваться по сравнению со своим первоначальным значением, а концентрации ионов  $V^{2+}$  и  $V^{5+}$  – уменьшаться (сплошные линии на графике), что будет приводить к потере общей емкости аккумулятора. Причем скорость кроссовера для каждого из ионов будет разная из-за различных значений коэффициентов диффузии (см. таблицу 1).

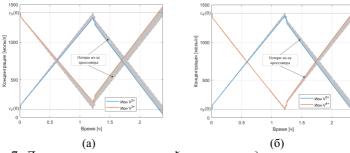


Рис. 7. Динамика концентраций ионов ванадия в отрицательной полуячейке (а), в положительной получячейке(б)

Таким образом, предложенная модель шестого порядка с эмпирическими коэффициентами для учёта вкладов от различных механизмов кроссовера показала хорошую точность на длительном циклировании батареи (средняя ошибка была менее 2%), что позволило использовать данную модель для детального анализа влияния перенапряжений и кроссовера на работу аккумулятора.

#### 4. Заключение

Моделирование ванадиевых проточных аккумуляторов (ВПА) является важной задачей для мониторинга и управления системами накопления энергии на их основе. Для точного прогнозирования поведения аккумулятора на длительном промежутке времени необходим правильный выбор модели в зависимости от условий его эксплуатации и рабочих характеристик.

Основные результаты данного исследования заключаются в следующем:

1. Произведен подробный обзор подходов к моделированию ВПА, в котором выделены следующие группы моделей: 1) базовая модель динамики восьмого порядка с алгебраическими ограничениями, основанная на эволюции концентраций четырёх типов ионов в ячейке и резервуаре; 2) модель динамики шестого порядка, полученная из базовой модели путём исключения алгебраических связей для общей концентрации ионов ванадия; 3)

модель динамики второго порядка, основанная на эволюции концентрации одного активного иона в ячейке и резервуаре. Модели высоких порядков применимы на длительном промежутке времени, так как они учитывают эффекты общей потери емкости аккумулятора, в то время как модель второго порядка применима только на коротком промежутке времени (до двух циклов).

- 2. Получена новая модель для потока кроссовера ионов ванадия, учитывающая изменяющиеся в процессе работы аккумулятора характеристики мембраны с помощью эмпирических коэффициентов, позволяющих учитывать изменение физических свойств мембраны и их влияние на вклад основных механизмов кроссовера (диффузия, миграция, конвекция).
- 3. Произведена валидация основных динамических моделей на тридцати циклах для экспериментальных данных, полученных на лабораторной установке, состоящей из пяти ячеек. Результаты показали, что новая модель с эмпирическими коэффициентами имеет наилучшую точность на протяжении всех циклов работы аккумулятора (средняя ошибка не более 2%). Ошибка модели второго порядка второго порядка быстро растет со временем, достигая значения более 15% уже к четвертому циклу работы аккумулятора. А базовая модель имеют хорошую точность на протяжении первых 10 циклов, однако к тридцатому циклу её ошибка становится более 5%.
- 4. С помощью новой модели детально рассмотрено влияние различных механизмов потерь на напряжение и емкость аккумулятора, а также на эволюцию концентраций ионов ванадия. Результаты анализа показали, что омическое перенапряжение, связанное электрическим сопротивлением ячеек аккумулятора, вносит доминирующий вклад, который не зависит от состояния заряда. Концентрационные потери, связанные разницей концентраций ионов на поверхности электрода и в прилегающем объеме электролита, вносят незначительный вклад в напряжение в конце циклов заряда и разряда аккумулятора. В результате кроссовера возникает дисбаланс концентраций ионов ванадия, что приводит к падению общей емкости аккумулятора.

Таким образом результаты данного исследования предоставляют базовые сведения о динамике ВПА и моделях измеряемых выходов. Предложенная авторами новая модель динамики аккумулятора с более точным описанием кроссовера может служить в качестве основы для создания прогрессивных алгоритмов наблюдения и управления системами накопления энергии.

# Литература

- AARON D., TANG Z., PAPANDREW A., ZAWODZINSKI T. Polarization curve analysis of all-vanadium redox flow batteries // Journal Of Applied Electrochemistry. – 2011. – Vol. 41. – P. 1175–1182.
- 2. BAROTE L., MARINESCU C. A new control method for VRB SOC estimation in stand-alone wind energy systems // Int. Conf. On Clean Electrical Power, (ICCEP-2009). 2009. P. 253–257.
- 3. BARTON J., BRUSHETT F. A one-dimensional stack model for redox flow battery analysis and operation // Batteries. 2019. Vol. 5.
- 4. BHATTACHARJEE A., ROY A., BANERJEE N., PATRA S., SAHA H. Precision dynamic equivalent circuit model of a Vanadium Redox Flow Battery and determination of circuit parameters for its optimal performance in renewable energy applications // Journal Of Power Sources. 2018. Vol. 396. P. 506–518.
- 5. BOGDANOV S., PUGACH M., PARSEGOV S., VLASOV V., IBANEZ F., STEVENSON K., VOROBEV P. Dynamic modeling of vanadium redox flow batteries: Practical approaches, their applications and limitations // Journal Of Energy Storage. 2023. Vol. 57, 106191.
- 6. CHAHWAN J., ABBEY C., JOOS G. *VRB modelling for the study of output terminal voltages, internal losses and performance* // IEEE Canada Electrical Power Conference (EPC-2007). 2007. P. 387–392.

- 7. CHANG W. The State of Charge Estimating Methods for Battery: A Review // ISRN Applied Mathematics. 2013. P. 1–7.
- 8. CHEN Y., XU Z., WANG C., BAO J., KOEPPEL B., YAN L., GAO P., WANG W. *Analytical modeling for redox flow battery design* // Journal Of Power Sources. 2021. Vol. 482. P. 228817.
- 9. CLEMENTE A., CECILIA A., COSTA-CASTELLO R. Online state of charge estimation for a vanadium redox flow battery with unequal flow rates // Journal Of Energy Storage. 2023. Vol. 60. P. 106503.
- 10. CLEMENTE A., COSTA-CASTELLO R. Redox flow batteries: A literature review oriented to automatic control // Energies. 2020. Vol. 13. P. 1–31.
- 11. CLEMENTE A., MONTIEL M., BARRERAS F., LOZANO A., COSTA-CASTELLO R. Vanadium Redox Flow Battery State of Charge Estimation Using a Concentration Model and a Sliding Mode Observer // IEEE Access. 2021. Vol. 9. P. 72368–72376.
- 12. COLTHORPE A. China's largest solar-plus-flow battery project will be accompanied by vrfb gigafactory [Электронный ресурс] // Energy Storage News. URL: https://www.energy-storage.news/chinas-largest-solar-plus-flow-battery-project-will-be-accompanied-by-vrfb-gigafactory (дата обращения: 04.04.2022).
- 13. CORCUERA S., SKYLLAS-KAZACOS M. State-of-Charge Monitoring and Electrolyte Rebalancing Methods for the Vanadium Redox Flow Battery // European Chemical Bulletin. 2012. Vol. 1. P. 511–519.
- JIENKULSAWAD P., JIRABOVORNWISUT T., CHEN Y., ARPORNWICHANOP A. Improving the Performance of an All-Vanadium Redox Flow Battery under Imbalance Conditions: Online Dynamic Optimization Approach // ACS Sustainable Chemistry And Engineering. – 2020. – Vol. 8. – P. 13610– 13622.

- 15. KAZACOS M., CHENG M., SKYLLAS-KAZACOS M. *Vanadium redox cell electrolyte optimization studies* // Journal Of Applied Electrochemistry. 1990. Vol. 20. P. 463–467.
- 16. KHAKI B., DAS P. An equivalent circuit model for Vanadium Redox Batteries via hybrid extended Kalman filter and Particle filter methods // Journal Of Energy Storage. 2021. Vol. 39. P. 102587.
- 17. KNEHR K., AGAR E., DENNISON C., KALIDINDI A., KUMBUR E. *A Transient Vanadium Flow Battery Model Incorporating Vanadium Crossover and Water Transport through the Membrane* // Journal Of The Electrochemical Society. 2012. Vol. 159. P. A1446–A1459.
- 18. KONIG S., SURIYAH M., LEIBFRIED T. Validating and improving a zero-dimensional stack voltage model of the Vanadium Redox Flow Battery // Journal Of Power Sources. 2018. Vol. 378. P. 10–18.
- 19. LI B., LUO Q., WEI X., NIE Z., THOMSEN E., CHEN B., SPRENKLE V., WANG W. Capacity decay mechanism of microporous separator-based all-vanadium redox flow batteries and its recovery // ChemSusChem. 2014. Vol. 7. P. 577–584.
- 20. MOHAMED M., AHMAD H., SEMAN M., RAZALI S., NAJIB M. *Electrical circuit model of a vanadium redox flow battery using extended Kalman filter* // Journal Of Power Sources. 2013. Vol. 239. P. 284–293.
- 21. MUNOZ C., DEWAGE H., YUFIT V., BRANDON N. *A Unit Cell Model of a Regenerative Hydrogen-Vanadium Fuel Cell* // Journal Of The Electrochemical Society. 2017. Vol. 164. P. F1717–F1732.
- 22. NGAMSAI K., ARPORNWICHANOP A. Measuring the state of charge of the electrolyte solution in a vanadium redox flow battery using a four-pole cell device // Journal Of Power Sources. 2015. Vol. 298. P. 150–157.
- 23. OH K., WON S., JU H. A comparative study of species migration and diffusion mechanisms in all-vanadium redox

- flow batteries // Electrochimica Acta. 2015. Vol. 181. P. 238–247.
- 24. PUGACH M., KONDRATENKO M., BRIOLA S., BISCHI A. Zero dimensional dynamic model of vanadium redox flow battery cell incorporating all modes of vanadium ions crossover // Applied Energy. 2018. Vol. 226. P. 560–569.
- 25. PULESTON T., CECILIA A., COSTA-CASTELLO R., SERRA M. Vanadium redox flow batteries real-time State of Charge and State of Health estimation under electrolyte imbalance condition // Journal Of Energy Storage. 2023. Vol. 68. P. 107666.
- 26. SEAMAN A., DAO T., MCPHEE J. A survey of mathematics-based equivalent-circuit and electrochemical battery models for hybrid and electric vehicle simulation // Journal Of Power Sources. 2014. Vol. 256. P. 410–423.
- 27. SEEPANA M., SAMUDRALA S., SURESH P., VOORADI R. *Unit Cell Modelling and Simulation of All Vanadium Redox Flow Battery* // Chemical Product And Process Modeling. 2018. Vol. 13. P. 1-13.
- 28. SHAH A., TANGIRALA R., SINGH R., WILLS R., WALSH F. *A Dynamic Unit Cell Model for the All-Vanadium Flow Battery* // Journal Of The Electrochemical Society. 2011. Vol. 158. P. A671.
- 29. SHI Y., WEI Z., LIU H., ZHAO J. Dynamic modeling of long-term operations of vanadium/air redox flow battery with different membranes // Journal Of Energy Storage. 2022. Vol. 50. P. 104171.
- 30. SKYLLAS-KAZACOS M., CHAKRABARTI M., HAJIMOLANA S., MJALLI F., SALEEM M. *Progress in flow battery research and development* // Journal Of The Electrochemical Society. 2011. Vol. 158. P. R55.
- 31. SKYLLAS-KAZACOS M., GOH L. Modeling of vanadium ion diffusion across the ion exchange membrane in the vanadium redox battery // Journal Of Membrane Science. 2012. Vol. 399. P. 43–48.

- 32. SKYLLAS-KAZACOS M., KAZACOS M. State of charge monitoring methods for vanadium redox flow battery control // Journal Of Power Sources. 2011. Vol. 196. P. 8822–8827.
- 33. TANG A., BAO J., SKYLLAS-KAZACOS M. Dynamic modelling of the effects of ion diffusion and side reactions on the capacity loss for vanadium redox flow battery // Journal Of Power Sources. 2011. Vol. 196. P. 10737–10747.
- 34. TANG A., BAO J., SKYLLAS-KAZACOS M. Thermal modelling of battery configuration and self-discharge reactions in vanadium redox flow battery // Journal Of Power Sources. 2012. Vol. 216. P. 489–501.
- 35. TANG A., BAO J., SKYLLAS-KAZACOS M. Studies on pressure losses and flow rate optimization in vanadium redox flow battery // Journal Of Power Sources. 2014. Vol. 248. P. 154–162.
- 36. TANG A., MCCANN J., BAO J., SKYLLAS-KAZACOS M. *Investigation of the effect of shunt current on battery efficiency and stack temperature in vanadium redox flow battery* // Journal Of Power Sources. 2013. Vol. 242. P. 349–356.
- 37. TROVO A., MARINI G., SUTTO A., ALOTTO P., GIOMO M., MORO F., GUARNIERI M. Standby thermal model of a vanadium redox flow battery stack with crossover and shunt-current effects // Applied Energy. 2019. Vol. 240. P. 893–906.
- 38. TROVO A., SACCARDO A., GIOMO M., GUARNIERI M. *Thermal modeling of industrial-scale vanadium redox flow batteries in high-current operations* // Journal Of Power Sources. 2019. Vol. 424. P. 204–214.
- 39. VYNNYCKY M. Analysis of a model for the operation of a vanadium redox battery // Energy. 2011. Vol. 36. P. 2242–2256.
- 40. WANDSCHNEIDER F., ROHM S., FISCHER P., PINKWART K., TUBKE J., NIRSCHL H. *A multi-stack simulation of shunt currents in vanadium redox flow batteries //* Journal Of Power Sources. 2014. Vol. 261. P. 64–74.

- 41. WANG H., POURMOUSAVI S., SOONG W., ZHANG X., ERTUGRUL N. Battery and energy management system for vanadium redox flow battery: A critical review and recommendations // Journal Of Energy Storage. 2023. Vol. 58.
- 42. WANG Q., QU Z., JIANG Z., YANG W. Numerical study on vanadium redox flow battery performance with non-uniformly compressed electrode and serpentine flow field // Applied Energy. 2018. Vol. 220. P. 106–116.
- 43. WANG T., FU J., ZHENG M., YU Z. Dynamic control strategy for the electrolyte flow rate of vanadium redox flow batteries // Applied Energy. 2018. Vol. 227. P. 613–623.
- 44. WEAVER J. World's largest battery: 200MW/800MWh vanadium flow battery—site work ongoing // Electrek. 2017
- 45. WEI Z., JET K., WAI N., MARIANA T., SKYLLAS-KAZACOS M. Adaptive estimation of state of charge and capacity with online identi fi ed battery model for vanadium redox fl ow battery // Journal Of Power Sources. 2016. Vol. 332. P. 389–398.
- 46. WU X., YUAN X., WANG Z., LIU J., HU Y., DENG Q., YIN X., ZHOU Q., ZHOU W., WU Y. *Electrochemical performance of 5 kW all-vanadium redox flow battery stack with a flow frame of multi-distribution channels* // Journal Of Solid State Electrochemistry. 2017. Vol. 21. P. 429–435.
- 47. XIONG B., YANG Y., TANG J., LI Y., WEI Z., SU Y., ZHANG Q. An Enhanced Equivalent Circuit Model of Vanadium Redox Flow Battery Energy Storage Systems Considering Thermal Effects // IEEE Access. 2019. Vol. 7. P. 162297–162308.
- 48. XIONG B., ZHAO J., SU Y., WEI Z., SKYLLAS-KAZACOS M. State of Charge Estimation of Vanadium Redox Flow Battery Based on Sliding Mode Observer and Dynamic Model Including Capacity Fading Factor // IEEE Trans. On Sustainable Energy. 2017. Vol. 8. P. 1658–1667.
- 49. XU Q., ZHAO T., LEUNG P. Numerical investigations of flow

- field designs for vanadium redox flow batteries // Applied Energy. 2013. Vol. 105. P. 47–56.
- 50. YANG X., YE Q., CHENG P., ZHAO T. Effects of the electric field on ion crossover in vanadium redox flow batteries // Applied Energy. 2015. Vol. 145. P. 306–319.
- 51. YIN C., GAO Y., XIE G., LI T., TANG H. Three dimensional multi-physical modeling study of interdigitated flow field in porous electrode for vanadium redox flow battery // Journal Of Power Sources. 2019. Vol. 438. P. 227023.
- 52. YOU X., YE Q., CHENG P. The Dependence of Mass Transfer Coefficient on the Electrolyte Velocity in Carbon Felt Electrodes: Determination and Validation // Journal Of The Electrochemical Society. 2017. Vol. 164. P. E3386–E3394.
- 53. ZHANG B., LEI Y., BAI B., XU A., ZHAO T. A two-dimensional mathematical model for vanadium redox flow battery stacks incorporating nonuniform electrolyte distribution in the flow frame // Applied Thermal Engineering. 2019. Vol. 151. P. 495–505.
- 54. ZHANG Y., ZHAO J., WANG P., SKYLLAS-KAZACOS M., XIONG B., BADRINARAYANAN R. *A comprehensive equivalent circuit model of all-vanadium redox flow battery for power system analysis* // Journal Of Power Sources. 2015. Vol. 290. P. 14–24.

# VANADIUM REDOX FLOW BATTERIES: MODELS OF DYNAMICS AND MEASUREMENTS

**Stanislav Bogdanov**, Skolkovo Institute of Science and Technology, Moscow, Ph.D student (s.bogdanov@skoltech.ru).

**Sergei Parsegov**, Skolkovo Institute of Science and Technology, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Cand.Sc., research scientist (s.e.parsegov@gmail.com).

**Mikhail Pugach**, Skolkovo Institute of Science and Technology, Moscow, Ph.D, senior research scientist (m.pugach@skoltech.ru).

#### Управление большими системами. Выпуск 104

Abstract: This article introduces readers to vanadium redox flow batteries, their operating principles, and state-space models. Vanadium redox flow batteries (VRFBs) are a promising technology for stationary storage of electric energy, which has a number of advantages over traditional storage batteries based on lithiumion batteries. One of the features of VRFBs is a hydraulic system with pumps that provide a continuous supply of electrolyte from the tanks where it is stored to the stacks where the electrochemical reactions take place. This entails the need to build dynamic models of such systems, which are used for monitoring and control tasks. The article presents the basic models of vanadium battery dynamics with concentrated parameters, along with models of available measurements, and analyzes their features. In addition, new models are proposed that allow a more accurate and convenient description of the change in concentrations during VRFB operation.

Keywords: vanadium redox flow batteries, dynamical models, model validation.

УДК 681.5 ББК 31.251

DOI: 10.25728/ubs.2023.104.2

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии А.А. Галяевым.

> Поступила в редакцию 20.06.2023. Дата опубликования 31.07.2023.

# ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ АВИАТРАНСПОРТНОЙ СИСТЕМЫ КАК ИНСТРУМЕНТ ФОРМИРОВАНИЯ ТРЕБОВАНИЙ К ПЕРСПЕКТИВНОЙ АВИАЦИОННОЙ ТЕХНИКЕ

Власенко А. О.1,

(ООО «Межотраслевой аналитический центр», Москва) Сухарев А. А.<sup>2</sup>

(Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Москва)

## **Урюпин** И. В.<sup>3</sup>

(Федеральное государственное учреждение «Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» РАН», Москва)

Предложены новые метрики «качества» авиатранспортной системы – физической и экономической доступности авиаперевозки для пассажира, применение которых в стратегическом планировании для постановки согласованной системы целей и задач долгосрочного развития гражданской авиационной деятельности и научно-технологического развития авиастроения позволит гармонизировать интересы ее ключевых стейкхолдеров – государства, конечных пользователей авиатранспорта, эксплуатантов, производителей гражданской авиатехники и организаций авиационной науки. Описана методика получения точечной и интегральной оценок качества авиатранспортной системы для пассажира по выбранной мере преодоления пространства, математическая модель и алгоритм их вычисления. Реализация методики продемонстрирована на базе разработанного программного комплекса, оперирующего доступной для сбора или приобретения статистической информацией. Возможности применения метрик к задаче формирования требований к перспективной авиатехнике показаны на примере количественной оценки влияния на качество авиатранспортной системы замены региональных самолетов с газотурбинными двигателями на «более электрические» самолеты вдвое меньшей вместимости.

Ключевые слова: стратегическое планирование, доступность авиаперевозки, оценка качества авиатранспортной системы, математическое моделирование, гарантированное время путешествия, требования к перспективным самолетам.

73

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Андрей Олегович Власенко, с.н.с. (andrey.vlasenko84@gmail.com).

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Алексей Александрович Сухарев, аспирант (alx.sukharev@gmail.com).

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Илья Вадимович Урюпин, м.н.с., к.ф.-м.н. (uryupin93@yandex.ru).

#### 1. Введение

Гражданская авиационная деятельность в России осуществляется в ходе взаимодействия между собой и со внешней средой трех взаимосвязанных открытых систем: авиатранспортной системы (АТС), авиапромышленности и (3) авиационной науки. Наблюдаемая в России период до начала 2022 года полицентричность стратегического управления указанными системами, свободный доступ участников гражданской авиационной деятельности к зарубежным рынкам авиатехники и технологий обусловили развитие следующих последовательно связанных друг с другом дисбалансов, оказывающих взаимное отрицательное воздействие на достижение целей государства в области развития всех компонентов гражданской авиационной деятельности. В АТС – антагонизма физической и экономической доступности перевозок для населения: авиакомпании, планирующие расписание исходя из максимизации дохода при приемлемой стоимости билета, часто делают выбор в пользу сокращения частот полетов (до 1-3 в неделю и менее), производя их на обладающих лучшей удельной экономичностью наиболее вместительных в классе зарубежных самолетах. В авиапромышленности – ориентации на требования к размерности самолетов, формируемые эксплуатантами, исходя из максимизации дохода от перевозок; в то же время – слабой заинтересованности в результатах деятельности организаций отраслевой науки. В авиационной науке – рассогласования развиваемых технологических направлений с реальными потребностями авиапрома.

Наблюдаемое в настоящее время усиление роли государства как регулятора, проводника интересов населения, основного интересанта развития и спонсора всех трех систем, участвующих в гражданской авиационной деятельности, создает предпосылки к устранению описанных дисбалансов за счет перехода к согласованному стратегическому целеполаганию. Среди представителей рассматриваемых отраслей экономики и заинтересованных органов государственной власти растет понимание того, что в новых экономических условиях единой долгосрочной целью гражданской авиационной деятельности, соответствующей балансу интересов авиатранспортного и авиапромышленного комплексов

с интересами населения, целесообразно считать обеспечение авиатранспортной связности территории РФ при сохранении приемлемой доходности вовлеченного в нее бизнеса.

Декомпозиция указанной цели на упомянутые выше три основные системы гражданской авиационной деятельности может быть осуществлена в следующей последовательности. Во-первых, для системы авиаперевозок целесообразно задать и установить «эталонное» значение критериев авиационной связности территории, сформировать под него целевой облик авиатранспортной сети. Во-вторых, для авиапромышленности – на основе целевого облика сети определить требования к характеристикам, потребные структуру и объемы выпуска авиатехники. В-третьих, для авиационной науки, руководствуясь требованиями к перспективной технике, выделить спектр ключевых технологий, который бы обеспечил возможность её создания. Каждый из указанных шагов требует введения в оборот метрик качества АТС для населения. Целью исследования, описанного в настоящей статье, являлось формирование состава и методики расчета показателей, характеризующих качество АТС для населения.

Для долгосрочного целеполагания в области гражданской авиационной деятельности одной из актуальных задач является совершенствование методов научного обоснования требований к технико-экономическим характеристикам перспективной гражданской авиатехники [9] с учетом целевых показателей качества АТС для пассажира. На практике задание требований к авиатранспорту сводится к моделированию применения воздушных судов с различными характеристиками в АТС и сравнению получаемых параметров АТС, которое в конечном итоге позволяет сформировать рациональный перечень функциональных платформ (разрабатываемых типов перспективных воздушных судов) и потребных для их создания технологий [3].

Наиболее распространенный подход к определению требований к перспективному самолету заключается в анализе сети и оценке доли работы, доступной для воздушного судна в зависимости от его характеристик. Подобный подход использован, например, в работе [14], в результате которой на основе анализа европейской сети аэропортов были определены требования

к дальности полета международного проекта FutPrInt50, предусматривавшего формирование облика регионального самолета с гибридной силовой установкой.

На анализе существующей сети аэропортов построены исследования [13] и [25], в ходе которых определялись предварительные требования к основным характеристикам перспективного магистрального самолета. Процесс определения требований к перспективному самолету включал как сравнение с существующими воздушными судами (ВС), так и моделирование на сети аэропортов, используемое для определения потребной длины взлетно-посадочной полосы.

Более комплексный подход к определению требований к характеристикам перспективных ВС состоит в постановке и решении задачи оптимизации. В зарубежных исследованиях характеристики ВС выбираются, как правило, в результате решения задачи максимизации прибыли авиакомпании. Подобный подход был применен, например, в работах [11, 15, 16], в ходе которых проводилась совместная оптимизация авиационной сети и семейства самолетов на сети между 20 крупнейшими аэропортами Бразилии. В качестве критерия выступала прибыль на сети, а в число оптимизируемых параметров входили характеристики самолетов. Похожий подход к определению технического лица перспективного воздушного судна путем моделирования его эксплуатации и максимизации прибыли авиакомпаний также был применен в [22].

В то же время, как указано в [12], выбор характеристик гражданских самолетов не должен производиться исходя исключительно из экономической эффективности авиаперевозок. Не менее важно, чтобы при применении самолета были обеспечены доступность и качество услуг авиационного транспорта для населения [10], т.е. возможность добраться до нужного пункта назначения за приемлемое время.

В зарубежных публикациях критериям доступности перевозок для населения уделено большое внимание. Например, в общеевропейском стратегическом документе Flightpath 2050 [28] среди долгосрочных целей в области доступности и качества перспективной АТС Европейского Союза (ЕС) фигурирует обеспечение для 90% пассажиров возможности осуществлять поездки

по территории ЕС за время путешествия «от двери до двери», не превышающее 4 часа. Проведенная в [18] оценка показывает, что достижение показателя «время поездки для 90% пассажиров составляет не более 4 часов» будет весьма затруднительно или невозможно без масштабного внедрения летательных аппаратов, разработанных с применением инновационных технологий. Аналогичные показатели для других регионов мира рассмотрены, например, в работе [25].

Для условий Российской Федерации подход для частного случая определения времени поездки, необходимого для достижения столицы субъекта РФ из его населенных пунктов, представлен в [5]. Задача оценки транспортной связанности и качества транспортного обслуживания поставлена также в работе [4].

Для случая малонаселенных труднодоступных регионов Российской Федерации при допущении о равномерном размещении населения и аэропортов местных линий по территории в работе [7] построена экономико-математическая модель, позволяющая оценивать влияние технико-экономических характеристик используемых на местных линиях воздушных судов на АТС. Похожий подход применен и в [6] при оценке требований к основным технико-экономическим характеристикам скоростных винтокрылых летательных аппаратов, предназначенных для эксплуатации в условиях удаленных и труднодоступных регионов. При этом дополнительно в работах [6, 7] решалась задача оптимизации размещения аэропортов из условий равномерной плотности населения.

В то же время необходимо отметить, что допущение о равномерном распределении населения в рамках субъекта РФ может оказывать существенное влияние на результаты моделирования для АТС в целом, поскольку население живет преимущественно в поселениях, соединенных с пунктами вылета и прилета наземным сообщением. В настоящей статье предлагаются пути устранения этого недостатка учетом в моделировании фактического расположения населения и объектов транспортной инфраструктуры.

В целом выбор оптимального расположения аэропортов является достаточно сложной задачей и тесно связан с анализом существующей сети аэропортов, дорог, населенных пунктов

и предполагаемым использованием аэропортов. Примером ее решения может быть опубликованный в 2020 г. и обновленный в 2022 г. Федеральной авиационной администрацией США (FAA) Национальный план по созданию интегрированной аэропортовой системы [29]. Одной из целей работы была разработка плана расширения доступа населения к авиатранспортной инфраструктуре. Для этого из всех существующих аэропортов США были выбраны около 3,29 тыс. (включая 8 новых аэропортов, запланированных к созданию), из которых около 380 являлись «основными», а 2,9 тыс. – «неосновными» аэропортами, преимущественно аэропортами авиации общего назначения, не вовлеченными пока в систему коммерческих авиаперевозок США. В работе показано, что добавление в систему «неосновных» аэропортов позволит повысить долю населения, проживающего в 30 милях от аэропорта (принятый в работе критерий доступности), с 95% до 99,7%. Именно на этих 3,3 тыс. аэропортах будет реализована концепция будущей региональной авиационной мобильности NASA [30], предусматривающая масштабный возврат воздушных судов малой авиации, но уже оснащенных гибридными или электрическими двигателями, в сегмент коммерческих авиаперевозок.

Таким образом, на базе рассмотренных источников можно заключить, что наиболее распространенные подходы к определению требований к перспективной авиатехнике ориентированы на выбор характеристик ВС и построение (моделирование) АТС исходя из максимизации доступной доли транспортной работы и/или прибыли авиакомпаний. Их недостаток заключается в отсутствии учета необходимости обеспечить приемлемые для населения время путешествия «от двери до двери» и физическую доступность перевозок. В то же время существующие подходы к оценке качества АТС либо слишком требовательны к детализации данных и не вполне применимы в задачах прогнозирования, либо не затрагивают всю АТС в целом, либо не учитывают фактические географические данные о населении и объектах транспортной инфраструктуры.

Предлагаемый в статье подход к оценке качества ATC для пассажира способен устранить вышеописанные недостатки. В нем используется алгоритм нахождения численных оценок

критериев на основе фактических данных о расположении населения и объектов наземной транспортной инфраструктуры, а также годовом количестве рейсов по линиям. Подобный перечень данных может быть получен как для существующих, так и для перспективных состояний АТС, что делает алгоритм применимым в задачах моделирования различных сценариев развития АТС. Результаты оценки качества функционирования АТС могут быть использованы в качестве граничного условия оптимизационных задачах определения требований к перспективным разрабатываемым моделям авиатехники, а также при сравнении результатов применения в АТС альтернативных обликов гипотетических воздушных судов, требующих применения разных портфелей технологий.

# 2. Методический подход к оценке качества функционирования АТС для населения

Для характеристики качества АТС для населения предлагается использовать меры преодоления пространства — время, стоимость и расстояние. В рамках статьи подход к оценке качества АТС продемонстрирован на примере одной из этих мер — времени путешествия, — однако большинство приведенных далее расчетных формул могут быть в равной степени использованы и для оценки стоимости или дальности поездки.

Суммарное время путешествия «от двери до двери» T складывается из двух компонентов: времени подвоза  $T_{\text{подв}}$  (от населенного пункта отправления до аэропорта вылета и от аэропорта назначения до конечного населенного пункта) и времени  $T_{\text{авиа}}$ , которое пассажир проводит в авиатранспортной системе:

(1) 
$$T = T_{\text{подв}} + T_{\text{авиа}}$$
.

Поскольку значительное влияние на достижимость показателя времени путешествия «от двери до двери» может оказывать время доступа к аэропорту [24], нахождение времени T разбивается на две подзадачи:

1) оценка транспортной доступности аэропортов для населения,

2) оценка связности и характеристик маршрутов путешествий в авиатранспортной сети – требуемого времени, стоимости, количества пересадок и др.

Последовательно рассмотрим алгоритм решения указанных подзадач.

#### 2.1. ОЦЕНКА ДОСТУПНОСТИ АЭРОПОРТОВ

Подзадача решается с целью нахождения следующих характеристик зон подбора аэропортов: численности населения, проживающего в зоне подбора аэропорта, и среднего взвешенного по населению времени подвоза в аэропорт или из него. Для упрощения принято допущение, что время движения по дороге от аэропорта и до аэропорта равны.

Поскольку в окрестностях населенного пункта может быть больше одного аэропорта, возникает задача оценки потоков из населенного пункта в аэропорты. Для решения этой задачи выполнена оценка транспортной доступности.

Методы оценки транспортной доступности, описанные, например, в [1, 2, 8, 23], сводятся к определению степени взаимодействия между множествами начальных и конечных пунктов. В нашей подзадаче начальные пункты совпадают с населенными пунктами, конечные пункты — с доступными из них аэропортами.

Для оценки транспортной доступности аэропортов из населенных пунктов применен метод расчета корреспонденций на основе модифицированной гравитационной модели, называемый в литературе по экономике транспорта и пространственной экономике также методом инверсионных балансов. Данный метод позволяет учесть характеристики как начальных, так и конечных пунктов. Общая формула, описывающая связи между начальными и конечными пунктами, имеет вид

(2) 
$$L_{i,j} = a_i b_j O_i D_j f(c_{i,j}),$$

где  $L_{i,j}$  – показатель оценки взаимодействия между пунктами i и j;  $O_i$  – количественный показатель начального пункта i (доля численности населения в населенном пункте от общей численности населения);  $D_j$  – количественный показатель конечного пункта j (доля исходящего пассажиропотока из аэропорта от суммарного

пассажиропотока в системе);  $a_i$  и  $b_j$  — балансировочные коэффициенты, обеспечивающие необходимое соотношение между количественными показателями начальных точек и конечных точек;  $c_{i,j}$  — мера преодоления пространства между i и j (время, стоимость или расстояние);  $f(c_{i,j})$  — функция меры преодоления пространства.

Балансировочный коэффициент  $a_i$  обеспечивает соответствие суммарного исходящего потока из начального пункта i его количественному показателю  $O_i$ , а коэффициент  $b_j$  — входящего в пункт j потока  $D_j$ . Балансировочные коэффициенты являются взаимозависимыми и с учетом соотношений  $O_i = \sum_{j=1}^m L_{i,j}$  и  $D_i = \sum_{i=1}^n L_{i,j}$  описываются формулами

(3) 
$$a_i = \left[ \sum_{j=1}^m b_j D_j f(c_{i,j}) \right]^{-1},$$

(4) 
$$b_j = \left[\sum_{i=1}^n a_i O_i f(c_{i,j})\right]^{-1}$$
.

Процедура получения коэффициентов  $a_i$  и  $b_j$  носит итерационный характер. На первом шаге значения  $b_j$  приравниваются единице. Далее по формулам (3) и (4) последовательно вычисляются  $a_i$  и  $b_j$ . Вычисления повторяются до тех пор, пока значения  $a_i$  и  $b_j$  перестают существенно изменяться. Данное условие описывается формулой

(5) 
$$\sum_{i=1}^{n} \frac{|a^{(k)}_{i} - a^{(k-1)}_{i}|}{n} + \sum_{j=1}^{m} \frac{|b^{(k)}_{j} - b^{(k-1)}_{j}|}{m} < \varepsilon,$$

где  $\varepsilon$  — заданное значение изменения коэффициентов; k — номер итерации; m — количество аэропортов; n — количество населенных пунктов.

Естественной и наиболее универсальной мерой преодоления пространства  $c_{i,j}$  выступает время, необходимое для движения между i и j. В качестве функции от меры преодоления пространства в методах оценки транспортной доступности рекомендуется выбирать быстро убывающую функцию (обычно экспоненциальную с отрицательной степенью). В нашем случае дополнительно необходимо учитывать предельное время подвоза до аэропорта, начиная с которого данный аэропорт становится не актуален для населенного пункта — аналог изохроны:

(6) 
$$f(c_{i,j}) = \max(0, sign(t_0 - c_{i,j})) e^{-c_{i,j}},$$

где  $t_0$  — предельное максимальное время от населенного пункта до аэропорта, начиная с которого принимается, что связи между населенным пунктом и аэропортом нет.

После нахождения коэффициентов  $a_i$  и  $b_j$  для каждой из конечных точек (аэропортов) численность населения в зоне подбора и среднее взвешенное по населению значение времени подвоза определяются по формулам

(7) 
$$Pop_{\mathrm{an},j} = \sum_{i=1}^{n} a_i b_j D_j f(c_{i,j}) Pop_i,$$

(8) 
$$T_{\text{подв},j} = \sum_{i=1}^{n} a_i b_j D_j f(c_{i,j}) Pop_i T_{i,j} / Pop_{\text{ап},j}$$
,

где  $Pop_{\text{A}\Pi,j}$  — численность населения в зоне подбора аэропорта j;  $T_{\text{подв},j}$  — среднее взвешенное время подвоза для аэропорта j;  $Pop_i$  — численность населения в населенном пункте i;  $T_{i,j}$  — время пути между населенным пунктом i и аэропортом j.

Полученные значения численности населения в зонах подбора  $Pop_{\text{A}\Pi,j}$  и времени подвоза для аэропортов  $T_{\text{подв},j}$  используются при оценке качества функционирования ATC.

Аналогично формуле (8) для аэропортов могут быть вычислены средние взвешенные по населению стоимость подвоза  $S_{\text{подв},j}$  и расстояние подвоза  $d_{\text{подв},j}$ .

Поскольку основным результатом решения подзадачи является определение  $Pop_{\text{AII},j}$ , условие (5) может быть переписано в виде

$$(9) \quad \textstyle \sum_{j=1}^{m} \left| Pop^{(k)}_{\text{an},j} - Pop^{(k-1)}_{\text{an},j} \right| < \varepsilon_{pop},$$

где  $\mathcal{E}_{pop}$  — заданное значение изменения численности населения в зонах подбора.

## 2.2. ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ АВИАТРАНСПОРТНОЙ СИСТЕМЫ В ЦЕЛОМ

Основной целью подзадачи является получение числового значения оценки качества функционирования существующей или гипотетической АТС для пассажира по выбранной мере преодоления пространства (время, стоимость или расстояние). В дальнейшем данную оценку предлагается использовать в качестве граничных условий или в качестве оптимизируемого функционала в оптимизационной задаче определения требований к перспективной авиационной технике для сравнения состояний АТС при использование альтернативных обликов воздушных судов.

При решении подзадачи учтено, что она должна позволять производить расчет качества АТС на основе информации о количестве рейсов между пунктами полета, а не между отдельными аэропортами авиаузла (если их больше одного), детальной статистики пассажиропотока между которыми не публикуется.

Тогда зона подбора пункта полета, соответствующего обособленному (не входящему в авиаузел) аэропорту, совпадает с зоной подбора этого аэропорта; зона подбора пункта полета, соответствующего авиационному узлу, является объединением зон подбора аэропортов узла. Численность населения  $Pop_{\Pi\Pi p}$  и время подвоза  $T_{\Piодв,\Pi\Pi p}$  пункта полета определяются по формулам

(10) 
$$Pop_{\Pi\Pi p} = \sum_{j \in J(\Pi\Pi p)} Pop_{\text{an},j}$$
,  
(11)  $T_{\Pi O J B, \Pi\Pi p} = \frac{\sum_{j \in J(p)} T_{\Pi O J B, j} Pop_{\text{an},j}}{\sum_{j \in J(p)} Pop_{\text{an},j}}$ ,

где J(p) — подмножество аэропортов, соответствующих пункту полета p.

Аналогично формуле (11) для пунктов полета могут быть вычислены средние взвешенные по населению стоимость подвоза  $S_{\text{подв,}\Pi\Pi p}$  и расстояние подвоза  $d_{\text{подв,}\Pi\Pi p}$ .

Для оценки качества используются оценки суммарных затрат на полное путешествие в ATC из зоны подбора одного пункта полета в зону подбора другого пункта полета выбранной меры преодоления пространства (времени, стоимости, расстояния).

В общем виде для произвольной меры преодоления пространства суммарные затраты могут быть записаны в виде (12)  $C_{\Pi OЛH,|j_0,j_K} = C_{\Pi \Pi O} + \sum_{j1,j2 \in L} C_{\Pi \Pi j1|j2} + C_{\text{авиа}j1,j2} + C_{\Pi \Pi K}$ , где L – маршрут пассажира, состоящий из пар пунктов вылета (j1) и прилета (j2);  $C_{\Pi \Pi j1|j2}$  – затраты в пункте полета j1 при условии, что из него нужно вылететь в пункт полета j2 (затраты на ожидание рейса);  $C_{\text{авиа}j1,j2}$  – затраты на перелет между пунктами вылета (j1) и прилета (j2), зависящие от используемого типа воздушного судна;  $C_{\Pi \Pi O}$  – затраты в начальном пункте маршрута, включая подвоз;  $C_{\Pi \Pi K}$  – затраты в конечном пункте маршрута, включая подвоз.

Если в качестве меры преодоления пространства выбрано время, то временные затраты на полное путешествие пассажира в общем случае описываются формулой

(13) 
$$T_{\text{полн.}|j_0,j_K} = T_{\text{подв,ППо}} + \sum_{j_1,j_2 \in L} (T_{\Pi\Pi j_1|j_2} + T_{\text{авиа } j_1,j_2}) + T_{\Pi\Pi K} + T_{\Pi O J B,\Pi\Pi K},$$

где  $T_{\Pi\Pi j1|j2}$ — среднее время ожидания в пункте j1 при условии, что из него нужно вылететь в пункте j2;  $T_{\Pi\Pi IK}$  — время в конечном пункте маршрута (на получение багажа и выполнение формальностей);  $T_{\text{авиа}\,j1,j2}$  — время перелета между пунктами вылета (j1) и прилета (j2), зависящее от используемого типа воздушного судна;  $T_{\text{подв,\Pi\Pi IO}}$  — среднее взвешенное время подвоза в начальном пункте маршрута;  $T_{\text{подв,\Pi\Pi IK}}$  — среднее взвешенное время подвоза в конечном пункте маршрута.

Наиболее сложным для определения слагаемым в формуле (13) является  $T_{\Pi\Pi_j\Pi_j2}$ . При известном расписании данное слагаемое легко находится. Однако расписания движения воздушных судов формируются каждой авиакомпанией в отдельности и в общем случае не синхронизированы между собой, что делает задачу определения гипотетического расписания весьма сложной.

Поскольку предлагаемая методика оценки качества ATC должна быть применима для оценки гипотетической ATC, было принято допущение о равномерном распределении количества рейсов в течение года и случайном характере спроса. Похожий подход к определению времени ожидания между рейсами применен, например, в [7]. Тогда среднее время ожидания в пункте полета можно найти по формуле

(14) 
$$T_{\Pi\Pi j1|j2} = \frac{24*365}{2*N_{j1|j2}} + T_{\text{обсл},j1},$$

где  $N_{j1|j2}$  — количество рейсов в год между пунктами j1 и j2;  $T_{{\rm oбсn},j1}$  — время, необходимо на обслуживание в пункте j1 (в случае первого пункте маршрута — это время регистрации на рейс, в случае промежуточных пунктов маршрута — время для пересадки).

В случае выбора стоимости в качестве меры преодоления пространства затраты на ожидание рейса в пункте j1 при условии дальнейшего следования в пункт j2  $S_{\Pi\Pi j1 | j2}$  могут быть оценены через среднее время ожидания  $T_{\Pi\Pi j1 | j2}$  и среднюю часовую стоимость ожидания  $S_{\Pi\Pi j1}$ :

## (15) $S_{\Pi\Pi j1|j2} = T_{\Pi\Pi j1|j2} S_{\Pi\Pi j1}$ .

Входными данными для проведения расчетов является таблица прямых связей M, полученная на основе данных о годовом количестве прямых рейсов между пунктами полета, содержащая следующие столбцы:

Начальный пункт полета і (пункт отправления).

Конечный пункт полета ј2 (пункт прибытия).

Расстояние по ортодромии между пунктами полета  $d_{j1,j2}$ .

Среднее время перелета  $T_{\text{авиа } j1, j2}$  из пункта j1 в пункт j2.

Средняя стоимость перелета  $S_{\text{авиа } j1,j2}$  из пункта j1 в пункт j2.

Среднее время ожидания рейса  $T_{j1|j2}$  в пункте j1 при условии дальнейшего полета в пункт j2.

Средняя часовая стоимость ожидания рейса  $S_{\Pi\Pi j1|j2}$  в пункте j1 при условии дальнейшего полета в пункт j2.

Среднее взвешенное время подвоза по дороге  $T_{\text{подв,}\Pi\Pi j1}$  в зоне подбора пункта j1.

Среднее взвешенное время подвоза по дороге  $T_{\text{подв,}\Pi\Pi j2}$  в зоне подбора пункта j2.

Средняя взвешенная стоимость подвоза по дороге  $S_{\text{подв,}\Pi\Pi j1}$  в зоне подбора пункта j1.

Средняя взвешенная стоимость подвоза по дороге  $S_{\text{подв,ПП}j2}$  в зоне подбора пункта j2.

Среднее взвешенное расстояние подвоза по дороге от населенного пункта до аэропорта  $d_{\text{подв,\Pi\Pi}j1}$  в зоне подбора пункта полета j1.

Среднее взвешенное расстояние подвоза по дороге от населенного пункта до аэропорта  $d_{\text{подв,\Pi\Pi}j2}$  в зоне подбора пункта полета j2.

Так как количество пунктов полета конечно, то для каждой пары начальных и конечных пунктов можно выбрать оптимальные маршруты по суммарному времени в пути, суммарной стоимости поездки или по суммарной длине маршрута. Для определения оптимальных маршрутов был разработан программный модуль, в котором реализован следующий алгоритм:

1. Выбирается критерий оптимальности маршрута  $C_{\text{полн.}|\ j1,j2}$  (суммарное время, стоимость или расстояние на путешествие от двери до двери).

- 2. Количество пересадок l=0. Таблица оптимальных маршрутов и их характеристик  $U^{(0)}$  совпадает с таблицей прямых связей M, которая дополняется столбцом, содержащим количество пересадок (равное 0).
- 3. Количество пересадок l=l+1. С учетом таблицы M по формулам (12), (13) вычисляется таблица параметров всех возможных маршрутов из конечных точек оптимальных маршрутов  $U^{(l-1)}$ , которые записываются в таблицу  $R_0$ .  $R_0 = U^{(l-1)} \bullet M$ . При этом перечни столбцов  $R_0$  и  $U^{(l-1)}$  совпадают.
- 4. Формируется таблица R, состоящая из объединения строк таблиц  $U^{(l-1)}$  и  $R_0$ .  $R = U^{(l-1)} \cup R_0$ .
- 5. Из объединенной таблицы маршрутов R для каждой пары начальных и конечных пунктов полета, присутствующих в таблице, выбираются строки, обладающие минимальным значением выбранного в п.1 критерия. Эти строки образуют новое множество оптимальных маршрутов  $U^{(l)} = \operatorname{argmin}|_{\forall \ j1, j2 \in R} C_{\text{полн.}|j1, j2}(R)$
- 6. Шаги 3–5 алгоритма выполняются, пока количество оптимальных маршрутов продолжает увеличиваться.

В результате работы представленного выше алгоритма получается множество всех оптимальных маршрутов (по выбранному критерию), соединяющих все достижимые пункты сети между собой. При этом для каждого оптимального маршрута получены оценки суммарного времени, стоимости и расстояния.

На базе полученного по представленному выше алгоритму множества всех оптимальных маршрутов оценка качества ATC может быть найдена следующим образом:

- 1. Пункты полета упорядочиваются по убыванию численности населения в их зонах подбора.
- 2. Последовательно для групп из K крупнейших пунктов полета (K = 2, ..., n) определяются:
  - 2.1. перечень пунктов полета J(K), образующих группу из K крупнейших пунктов полета;
  - 2.2. доля численности населения, проживающего в зонах подбора этих *К* пунктов полета, относительно общей численности населения:

(16) 
$$dPop_K = \sum_{j \in J(K)} Pop_{\Pi\Pi j} / \sum_{j \in J(n)} Pop_{\Pi\Pi j};$$

2.3. максимальное из значений критерия на маршрутах из перечня оптимальных маршрутов между K пунктами полета  $C_{max,K}$ :

(17) 
$$C_{max,K} = \max_{j1,j2 \in J(K)} C_{\text{полн.}|j1,j2}$$
.

Таким образом получается n пар значений ( $dPop_K$ ,  $C_{max,K}$ ), первое из которых соответствует доле от общей численности населения, а второе — гарантированному значению критерия, не превышая которое население зон подбора пунктов отправления и назначения может добраться друг до друга с учетом перелетов, ожиданий рейсов и подвоза, то есть «от двери до двери». Если в качестве критерия выбрано время, то гарантированное значение критерия — это время, не превышая которое данная доля населения может добираться друг до друга.

Отображая пары значений на декартовой плоскости, где по оси абсцисс отложена доля населения  $dPop_K$ , а по оси ординат — гарантированное значению критерия  $C_{max,K}$ , получим график неубывающей функции C(x), характеризующей качество АТС в целом.

На основе неубывающей функции C(x) могут быть построены числовые метрики q для количественной оценки качества ATC, к которой можно применить операцию сравнения и ввести отношение порядка. Это позволит оценивать изменение качества авиатранспортной системы при моделировании вариантов ее гипотетического облика: чем меньше значение q, тем лучше качество ATC.

В зависимости от задачи для нахождения метрики могут быть применены два следующих подхода:

- 1. По аналогии с подходом [28] фиксируется некоторая доля населения  $x_0$  и в этой точке определяется значение функции C(x): (18)  $q_{\text{точ}} = C(x_0)$ .
- 2. По аналогии с подходом из задач машинного обучения [26] для неубывающей функции C(x) можно найти площадь под графиком функции и сравнивать уже интегральные значения (19): (19)  $q_{\text{интегр}} = \int_0^{x_0} C(x) \, dx$ .

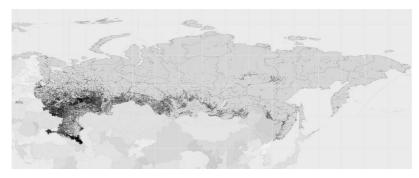
Целесообразно использовать комбинацию указанных подходов ввиду следующих особенностей. Первый подход представля-

ется более наглядным, однако он не покажет различия, если улучшение критерия произошло только в левой части графика. Второй подход позволяет зафиксировать изменения показателя качества на всем промежутке значений  $dPop_K$ . Значение интеграла соответствует среднему по населению значению критерия, однако не позволяет установить гарантированное значение для заданной доли населения и будет в большей степени отражать повышение качества сети за счет улучшений в пунктах с большой численностью населения.

# 3. Сбор данных для тестирования методического подхода и проведения моделирования

Описанный выше подход для своей реализации потребовал сбора в рамках настоящего исследования значительного массива данных о фактическом расположении населения, расположении аэропортов, времени в пути между объектами.

Для моделирования распределения населения по территории РФ были собраны данные о численности населения и географических координатах 19,8 тыс. сельских и городских муниципальных образований (поселениях) на территории России (см. рис. 1).



 $Puc.\ 1.\ \Gamma$ еографическое расположение населенных пунктов  $P\Phi$ 

Базу данных об аэропортах составили характеристики взлетно-посадочной полосы и географические координаты 853 существующих аэропортов, см. рис. 2.



Рис. 2. Географическое расположение аэропортов на территории РФ

Сбор данных о протяженности и времени в пути по дороге между поселениями и аэропортами произведен с помощью программы на языке R, формирующей запрос к API маршрутизатора OpenStreetMap, который является некоммерческим картографическим проектом. По запросу, содержащему координаты двух точек, возвращается длина маршрута по дороге и продолжительность маршрута по дороге (с учетом ограничений скорости движения) между этими двумя точками. Всего было собрана информация о протяженности и продолжительности маршрутов для более чем 1 млн пар «поселение — аэропорт», которые были проложены по описываемой OpenStreetMap автодорожной сети, основные магистрали которой представлены на рис. 3.

В качестве данных о авиатранспортных участках маршрутов между населенными пунктами было использовано расписание 2021 года, доступ к которому предоставляет Центр расписания и тарифов АО «ТКП». Расписание включало авиасвязи между 269 аэропортами, из которых осуществлялись рейсы воздушных судов на внутренних воздушных линиях. Эти 269 аэропортов образуют 266 пунктов полета (4 аэропорта московского авиаузла относятся к пункту полета «Москва»). На основе расписания для каждой линии было определено количество рейсов в год.



Puc. 3. Основные автомобильные дороги по данным ресурса OpenStreetMap

# 4. Тестирование методического подхода - результаты численного моделирования

В рамках тестирование предложенного подхода была решена прикладная задача — оценка потенциала изменения качества АТС для пассажира за счет появления на рынке региональных перевозок инновационных самолетов с электрической или гибридной силовой установкой вместо используемых в настоящее время газотурбинных самолетов. Оценка изменения характеристик АТС проводилась по критерию времени.

В рамках решения указанной задачи методом численного моделирования был получен облик АТС России в двух гипотетических сценариях, один из которых предполагает, а второй — не предполагает внедрения в эксплуатацию в АТС РФ перспективных самолетов. В сценарии внедрения перспективных самолетов предполагается следующее:

- 1. Развитие технологий «более электрического» самолета позволило создать летательные аппараты в классе местных и региональных самолетов пассажировместимостью в 2 раза меньше, чем у традиционных самолетов (вместимостью до 60 мест), но с сопоставимым уровнем расходов на кресло-километр.
- 2. «Более электрические» самолеты применимы на дальностях до 1200 км. При паритете по затратам в 2 раза более вмести-

тельные самолеты предшествующих поколений замещены новыми, в результате чего в 2 раза увеличились частоты полетов на линиях применения региональных и местных самолетов.

На основе данных о географическом положении и численности населения в населенных пунктах, данных о расположении аэропортов и времени движения между населенными пунктами и аэропортами были найдены численности населения и среднее время подвоза в зонах подбора аэропортов. На рис. 4 представлен график изменения численности населения в зонах подвоза аэропортов, соответствующий левой части в формуле (9). Начиная с 1700 итерации сумма модулей изменения зон подбора аэропортов сокращается до менее чем 1 человека. С 4969-й итерации изменение становится равным нулю.



Рис. 4. Сумма модулей изменения численности населения в зонах подбора аэропортов

На следующем шаге получено распределение аэропортов и численности населения в их зонах подбора по среднему времени подвоза. В соответствии с представленными на рис. 5 результатами моделирования выявлено, что среднее время подвоза в 73% исследованных аэропортов РФ не превышает 3 часов.

Около 82% населения проживает в зонах подбора аэропортов со средним временем подвоза от 1 до 3 часов.

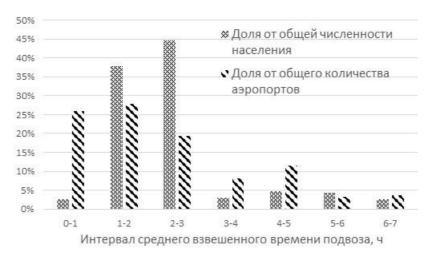


Рис. 5. Распределение численности населения в зонах подбора и количества аэропортов по среднему времени подвоза

Графики гарантированного времени от доли населения были рассчитаны по описанному выше алгоритму для случаев внедрения и отказа от использования инновационных типов региональных самолетов в АТС РФ (см. рис. 6). Их анализ показывает, что увеличение количества рейсов региональных самолетов практически не окажет влияния на сокращение времени в пути при использовании авиатранспорта для 86% населения. Данное обстоятельство объясняется тем, что это население проживает в зонах подбора наиболее крупных пунктов полета, для перевозок из которых самолеты исследуемой вместимости менее 60 кресел применяются ограниченно. Снижение расчетного времени начинает наблюдаться только начиная с доли населения 0,86, т.е. для 14% населения, проживающих в зонах подбора пунктов полета с наименьшими численностями населения.

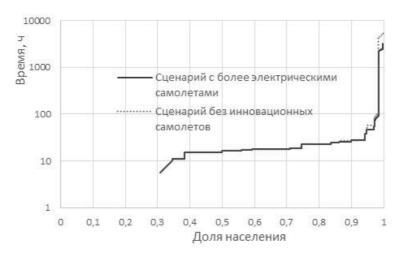


Рис. 6. Гарантированное время от доли населения

На рис. 7 представлены графики интегральной метрики  $q(x_0)$ , вычисленной по формуле (19) для двух сценариев, и их разница.

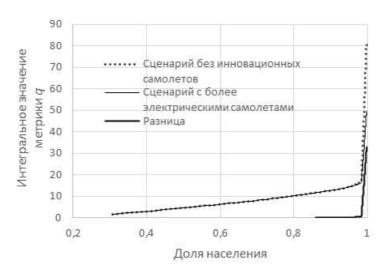


Рис. 7. Интегральная оценка качества q

Разница перестает быть нулевой начиная с доли населения 0.86. Наибольший рост разницы наблюдается начиная с доли населения 0.98. Для 2% населения, относящихся к пунктам полета с самыми малочисленными зонами подбора, увеличение количества рейсов даст улучшение интегральной оценки качества q. Как раз на маршруты с такими пунктами приходится основное применение самолетов, на которых в сценарии внедрения инновационных самолетов двукратно возросла частота рейсов.

Необходимо отметить, что значение интегральной метрики качества  $q_{\rm интегр}$  в точке 1 соответствует среднему взвешенному по населению значению критерия. Гипотетическое внедрение «более электрических» самолетов приводит к сокращению этого показателя с 81 до 50 часов.

Таким образом, с помощью предложенной в статье методики оценки качества АТС для пассажира получена количественная оценка эффекта от внедрения инновационного самолета размерности 30 и менее мест в российскую систему авиаперевозок. Установлено, что при внедрении инновационных типов самолетов значимое сокращение времени путешествия авиационным транспортом может быть получено для 2% населения РФ.

Продемонстрировано, что предлагаемый подход позволяет получить численную оценку качества функционирования АТС по выбранному критерию (в данном случае по критерию суммарного времени на путешествие «от двери до двери»).

#### 5. Основные выводы

1. Обзор источников показал, что как в РФ, так и за рубежом в наиболее распространенных подходах к выбору требований к пассажирским самолетам недостаточно учитываются критерии, характеризующие качество АТС для пассажира, соответствующие требованиям, предъявляемым к перспективным АТС. Наиболее распространенные подходы к определению требований к перспективным воздушным судам основаны на оптимизации денежных потоков авиакомпаний (минимизации расходов на перевозки или максимизации прибыли авиакомпании). Тем самым доказана актуальность настоящей работы.

- 2. Представлено детальное изложение предлагаемой методики оценки качества АТС для пассажиров, применимой как для существующих, так и для гипотетических обликов АТС. Показано, что в отношении АТС РФ методика реализуема на доступном для приобретения или находящемся в свободном доступе массиве информации об объеме авиаперевозок пассажиров по направлениям, характеристиках аэродромной сети, численности проживающих в населенных пунктах, времени движения от населенных пунктов до аэропортов.
- 3. Продемонстрирована возможность автоматизации методики и сбора части исходных данных для ее реализации. Модуль расчета зон подбора аэропортов реализован на языке Python, модуль получения зависимости гарантированного значения критерия от доли населения на языке R.
- 4. В ходе тестирования методики решена прикладная задача оценки приращения качества АТС для пассажира в гипотетическом сценарии замены современных региональных самолетов и самолетов местных линий на перспективные «более электрические» самолеты. Показано, что сокращение времени путешествия авиационным транспортом может быть получено для 14% населения, а в особенности для 2% населения РФ, проживающих на территориях с малой численностью населения в зоне подбора аэропорта (как правило, удаленные и труднодоступные регионы).
- 5. Представлены рекомендации по использованию интегрального критерия качества ATC ( $q_{\rm интегр}$ ) при оценке изменения качества ATC в целом; точечных оценок качества ATC ( $q_{\rm точ}$ ) при задачах, оперирующих ограничением вида «обеспечение для m% населения предельного времени в пути не более t часов».
- 6. Анализ результатов вычислительного эксперимента показал, что интегральная оценка качества авиатранспортной системы более полно показывает изменение качества авиатранспортной системы. В то же время использование точечных оценок качества интуитивно более понятно и позволяет задавать ограничения в формате требований, предъявляемых к перспективным АТС.

#### Литература

- 1. ГОРБУНОВ В.П. Эволюция представлений о транспортной доступности // Бюллетень транспортной информации. 2019. №8. С. 10–14.
- 2. ДУБОВИК В.О. *Методы оценки транспортной доступности территории* // Региональные исследования. 2013. №4. С. 11—18.
- 3. ДУТОВ А.В., КЛОЧКОВ В.В. Методы оценки влияния технологий на характеристики перспективной продукции и достижение целей научно-технологического развития (на примере гражданского авиастроения) //Экономика науки. 2020. Т. 6, №1-2.
- 4. ДУТОВ А.В., КЛОЧКОВ В.В., РОЖДЕСТВЕНСКАЯ С.М. Измерение и нормирование транспортной связанности и качества транспортного обслуживания страны и ее регионов // Россия: тенденции и перспективы развития. 2019. №14-2. С. 43—48.
- 5. ЕГОШИН С.Ф., СМИРНОВ А.В. *Авиатранспортная доступность и транспортная дискриминация населения в субъектах Российской Федерации* // Научный вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации. 2018. Т. 21. №3.
- 6. КАРПОВ А.Е., КЛОЧКОВ В.В. Моделирование и оптимизация системы регулярных местных воздушных перевозок с использованием скоростных винтокрылых летательных аппаратов // Труды конференции «Управление развитием крупномасштабных систем MLSD'2020». 2020. С. 1220—1231.
- 7. КЛОЧКОВ В.В., РОЖДЕСТВЕНСКАЯ С.М., ФРИД-ЛЯНД А.А. Обоснование приоритетных направлений развития авиационной техники для местных воздушных линий // Научный вестник ГосНИИ ГА. 2018. №20. С. 93–102.
- 8. МАЛАЩУК П.А. *Зарубежный опыт оценки транспортной доступности* // Актуальные проблемы, направления и механизмы развития производительных сил Севера-2018. 2018. C. 220—224.
- 9. МАНТУРОВ Д.В., КЛОЧКОВ В.В. Методологические проблемы стратегического планирования развития российской

- *авиационной промышленности* // Труды МАИ. 2012. №53. С. 17.
- 10. РОЖДЕСТВЕНСКАЯ С.М., СЫПАЛО К.И. Обоснование целей и приоритетных направлений научно-технологического развития авиастроения // Россия: тенденции и перспективы развития. 2018. №13-1.
- 11. ALEXANDRE J. et al. *An innovative approach for integrated airline network and aircraft family optimization* // Chinese Journal of Aeronautics. 2020. Vol. 33. No. 2. P. 634–663.
- 12. BARON A. *Air transport efficiency and its measures* // Prace Instytutu Lotnictwa. 2010. No. 3(205). P. 119–132.
- 13. DZIKUS N.M. et al. *Market-driven Derivation of Field Performance Requirements for Conceptual Aircraft Design //* Aviation Technology, Integration, and Operations Conference 2018. P. 3499.
- 14. EISENHUT D. et al. *Aircraft requirements for sustainable regional aviation* // Aerospace. 2021. Vol. 8, No. 3. P. 61.
- 15. FREGNANI J.A.T.G., DE MATTOS B.S., HERNANDES J.A. *Multidisciplinary and Multi-Objective Optimization Considering Aircraft Program Cost and Airline Network* // Journal of Air Transportation. 2021. Vol. 29, No. 1. P. 27–41.
- 16. FREGNANI J.A., MATTOS B.S., HERNANDES J.A. *An Innovative Approach for integrated Airline Network and Aircraft Family Optimization* // AIAA Aviation 2019 Forum. 2019. P. 2865.
- 17. GEURS K.T., VAN WEE B. *Accessibility evaluation of land-use and transport strategies: review and research directions* // Journal of Transport geography. 2004. Vol. 12, No. 2. P. 127–140.
- 18. GRIMME W., MAERTENS S. Flightpath 2050 revisited—An analysis of the 4-hour-goal using flight schedules and origin-destination passenger demand data // Transportation Research Procedia. 2019. Vol. 43. P. 147–155.
- 19. HASAN Y.J., SACHS F. *Performance-based preliminary design* and selection of aircraft configurations for unmanned cargo operations // Automated Low-Altitude Air Delivery. Springer, Cham, 2022. P. 107–131.
- 20. HOELZEN J. et al. *Hydrogen-powered aviation and its reliance* on green hydrogen infrastructure—Review and research gaps // Int. Journal of Hydrogen Energy. 2021.

- 21. HUANG J. *Growth, Evolution and Scaling in Transport Networks*: PhD Thesis. University of Leeds, 2015.
- 22. ROY S. et al. *Monolithic Approach for Next-Generation Aircraft Design Considering Airline Operations and Economics //* Journal of Aircraft. 2019. Vol. 56, No. 4. P. 1565–1576.
- 23. SAIF M.A., ZEFREH M.M., TOROK A. *Public transport accessibility: a literature review* // Periodica Polytechnica Transportation Engineering. 2019. Vol. 47, No. 1. P. 36–43.
- 24. SUN X., WANDELT S., HANSEN M. Airport road access at planet scale using population grid and openstreetmap // Networks and Spatial Economics. 2020. Vol. 20, No. 1. P. 273–299.
- 25. WÖHLER S. et al. Preliminary aircraft design for a midrange reference aircraft taking advanced technologies into account as part of the AVACON project for an entry into service in 2028. Deutsche Gesellschaft für Luft-und Raumfahrt-Lilienthal-Oberth eV, 2019.
- 26. YANG T., YING Y. *AUC maximization in the era of big data and AI: A survey //* ACM Computing Surveys (CSUR). 2022.
- 27. YIA P., WANDELTA S., SUNA X. Flightpath 2050 door-to-door travel time goal: A comparative study on Europe and China // 8th Int. Conf. on Air Transport INAIR 2019 GLOBAL TRENDS IN AVIATION.
- 28. https://www.acare4europe.org/sria/flightpath-2050-goals (дата обращения: 01.09.2021)
- 29. https://www.faa.gov/sites/faa.gov/files/npias-2023-2027-narrative.pdf (дата обращения: 15.12.2022).
- 30. https://sacd.larc.nasa.gov//sacd/wp-content/uploads/sites/102/2021/04/2021-04-20-RAM.pdf (дата обращения: 03.11.2021).

# DEVELOPING THE AIR TRANSPORTATION SYSTEM QUALITY ASSESSMENT TOOLS TO DEFINE THE MAIN REQUIREMENTS FOR FUTURE AIRCRAFT

**Andrey Vlasenko,** Intersectoral analytical center, Moscow, Senior research officer (andrey.vlasenko84@gmail.com).

**Alexey Sukharev,** National Research University Higher School of Economics, Moscow, Postgraduate (alx.sukharev@gmail.com).

**Ilia Uryupin,** Federal Research Center "Computer Science and Control" of the Russian Academy of Sciences, Moscow, PhD, First category mathematician (uryupin93@yandex.ru).

Abstract: The aim of this article is to define and to describe the calculation methodology for both on-point and general quantitative indicators of air transportation system quality for a passenger. The indicators can be based on any of the three common measures of path-passing (time, cost, and distance). The pair of values that is proposed to be used as indicators is (1) a guaranteed value of the selected measure of path-passing defined for (2) a share of the population inside the air transportation system. As an application example the article describes the use of program module based on the proposed methodology to assess the potential benefits from the substitution of a Russia-based fleet of gas turbine powered regional aircraft with a fleet of "more electric" aircraft that have a twice less passenger capacity. The proposed indicators may be used as either optimization criteria or a boundary condition while developing the requirements for future civil aircraft.

Keywords: strategic planning, air transportation accessibility, quality evaluation of air transportation, mathematical modelling, guaranteed trip-time, advanced aircraft requirements.

УДК 656.7 ББК 39.58

DOI: 10.25728/ubs.2023.104.3

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии А.В. Горбуновой.

Поступила в редакцию 13.01.2023. Опубликована 31.07.2023.

# МОДАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ПО ЛЯПУНОВУ НА ОСНОВЕ ИЗМЕРЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ ПРОНИ-АНАЛИЗА<sup>1</sup>

Катаев Д. Е. $^2$ , Кутяков Е. Ю. $^3$ 

(ФГБУН Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

Для современных электроэнергетических систем (ЭЭС) проблема исследования их устойчивости продолжает быть особо актуальной в связи с тенденциями развития структур генерации и потребления. Модальный анализ по Ляпунову совмещает два подхода к оценке устойчивости систем и ЭЭС в частности: модальный анализ и спектральные разложения функций Ляпунова. Существующие исследования, связанные с ним, предполагают наличие линейной модели системы. В то же время существует большой интерес к методам исследования устойчивости ЭЭС, основанным на измерениях, а не моделях. Это мотивирует изучить возможности модального анализа по Ляпунову на основе измерений. Данная работа представляет пример реализации такого подхода с помощью Прони-анализа. Получены выражения для вычисления модальных вкладов по Ляпунову на основе данных, получаемых методом Прони из измерений в нелинейной системе. Представлены результаты вычислительных экспериментов, проведенных с помощью созданной программной реализации измерительной модификации модального анализа по Ляпунову. Проведено исследование переходных процессов напряжения в узлах сети тестовой модели IEEE 68. Также представлены результаты сравнения измерительной и модельной модификаций.

Ключевые слова: электроэнергетическая система, модальный анализ, Прони-анализ, уравнение Ляпунова, спектральное разложение.

#### 1. Введение

Современные электроэнергетические системы (ЭЭС) — сложнейшие технические объекты, включающие большое число генераторов электроэнергии, объединяемых на совместную работу электрической сетью и роторы которых в нормальном режиме вращаются с синхронной угловой скоростью. Со времени создания первых ЭЭС одной из важнейших проблем было и остается обеспечение их устойчивости. Для современных ЭЭС

 $<sup>^{1}</sup>$  Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ, грант 19-19-00673 $\Pi$ .

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Дмитрий Евгеньевич Катаев, к.т.н., с.н.с. (dekataev@ipu.ru).

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Евгений Юрьевич Кутяков, н.с. (evgeniykutyakov@gmail.com).

эта проблема особенно актуальна в связи с ростом влияния новых факторов, определяемых нестационарностью генерации возобновляемых источников электроэнергии, меняющейся активностью потребителей, нарастающим использованием устройств на базе силовой электроники в системе, что существенно ухудшает свойства ЭЭС с точки зрения возможностей обеспечения их устойчивости. Ситуацию усугубляет расширение использования в ЭЭС установок распределенной генерации с малыми постоянными инерции роторов либо подключаемых к электрической сети через выпрямительно-инверторные блоки, что существенно снижает инерционность системы и повышает опасность нарушений ее устойчивости. Нарушение устойчивости сложной системы может привести к каскадному развитию аварийного процесса с массовым нарушением питания потребителей и тяжелыми последствиями для системы [1, 8, 13, 17].

При исследовании устойчивости ЭЭС при малых возмущениях используется классический подход математической теории устойчивости динамических систем, важным аспектом которого является определение собственных чисел матрицы линейной или, как в случае ЭЭС, линеаризованной системы. В широком смысле как спектральный анализ, так и модальный анализ подразумевают изучение свойств динамических систем в терминах частот и связанных с ними величин, таких как энергии, собственные значения и векторы [1].

В общем случае существует два базовых подхода: методы, основанные на модели, и методы, основанные на измерениях. Важно помнить, что построение модели большой сложной энергосистемы является нетривиальной задачей. Так, в [12] отмечается, что во время аварии 10 августа 1996 года в американской Западной Электроэнергетической системе (WSCC) данные, получаемые диспетчерским центром от модели, разнились с реальными данными измерений. Измерительные методы, напротив, могут обновлять оценки мод системы, исходя из потоков измерительных данных в реальном времени. Таким образом, они имеют определенные преимущества перед модельными в области мони-

торинга системных мод в реальном времени [2, 16].

К измерительным методам, помимо прочего, относятся различные методы построения спектрограмм и периодограмм, однако в рамках данной работы интересны методы, идентифицирующие систему, ее передаточную функцию или спектр. К таковым относятся Прони-анализ [20], метод Юла – Уокера [14], авторегрессионные алгоритмы [15], искусственные нейронные сети [18], разложение по динамическим модам (dynamic mode decomposition) [6] и алгоритм ERA (Eigensystem Realization Algorithm) [19] и др. [5, 16].

Модальный анализ по Ляпунову совмещает два подхода к оценке устойчивости: модальный анализ и спектральные разложения функций Ляпунова [4, 9]. Он позволяет оценивать колебания в системе в терминах вариации энергии. Также существует его обобщение для билинейных систем [10]. Существующие исследования модального анализа по Ляпунову и предшествующие им исследования методов спектрального разложения грамианов требуют наличия линейной модели исследуемой системы. Однако на практике, в частности, в электроэнергетике широко распространены методы, основанные не на моделях, а на измерениях. Это и послужило основной мотивацией для выполнения исследования, представляемого в данной статье.

Применение модального анализа по Ляпунову совместно с методами, идентифицирующими целиком систему в пространстве состояний или ее передаточную функцию не требует дополнительных исследований, так как формально работа с ними ничем не отличается от работы с вручную созданной моделью. Для первичного изучения совместного с измерительными методами использования наиболее удачным представляется Прони-анализ. Он сравнительно прост в использовании, при этом обладает уникальной структурой результатов, требующей некоторой теоретической доработки. Также он предоставляет всю необходимую информацию для получения наиболее детализированных оценок, которые можно получить с помощью модального анализа по Ляпунову.

#### 2. Постановка задачи

Пусть есть линеаризуемая система, представимая в виде возмущаемой начальными условиями линейной системы с одним выходом:

(1) 
$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t), \mathbf{x}(0) = \mathbf{x_0}, \\
y(t) = C\mathbf{x}(t),$$

 $g(v) = C \mathbf{A}(v),$  Пусть матрица A диагонализируема и имеет простой спектр  $\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$ :

(2) 
$$A = U\Lambda V = (\mathbf{u_1}\mathbf{u_1}\dots\mathbf{u_n}) \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{v_1}^\top \\ \mathbf{v_2}^\top \\ \vdots \\ \mathbf{v_n}^\top \end{pmatrix},$$

Добавим условие нормировки:

$$(3) UV = VU = I.$$

Определение 1. Грамианом наблюдаемости системы (1) называется решение P уравнения Ляпунова [3]

$$A^*P + PA = -C^\top C.$$

Определение 2. Субграмианы наблюдаемости  $P_i$  и парные субграмианы наблюдаемости  $P_{ij}$  являются элементами разложения грамиана наблюдаемости P по спектру  $\Lambda$  и определяются следующим образом [9]:

(5) 
$$P_i = \sum_j P_{ij} = -\sum_j \frac{\mathbf{v}_i^*(\mathbf{u}_i^\top)^* C^\top C \mathbf{u}_j \mathbf{v}_j^\top}{\lambda_i^* + \lambda_j}, P = \sum_i P_i.$$

Определение 3. Модальный вклад по Ляпунову (МВЛ)  $\hat{E}_i$  определяется так [9]:

(6) 
$$\int_0^\infty y^2(\tau)d\tau = \sum_{ij} (\mathbf{x}_0^\top P_{ij}\mathbf{x}_0) =$$

$$= \sum_i (\mathbf{x}_0^\top \sum_j P_{ij}\mathbf{x}_0) = \sum_i \hat{E}_i, \hat{E}_i = \mathbf{x}_0^\top P_i\mathbf{x}_0.$$

<u>Определение 4.</u> Парный модальный вклад по Ляпунову  $\hat{E}_{ij}$  [9]:

$$\hat{E}_{ij} = \mathbf{x}_{\mathbf{0}}^{\top} P_{ij} \mathbf{x}_{\mathbf{0}}.$$

Определение 5. Конечные субграмианы наблюдаемости  $P_i(t)$  и парные субграмианы наблюдаемости определяются как  $P_{ij}(t)$  [11]:

(8) 
$$P_{i}(t) = \sum_{j} P_{ij}(t) = -\sum_{j} \frac{\mathbf{v}_{i}^{*}(\mathbf{u}_{i}^{\top})^{*} C^{\top} C \mathbf{u}_{j} \mathbf{v}_{j}^{\top}}{\lambda_{i}^{*} + \lambda_{j}} (1 - e^{(\lambda_{i}^{*} + \lambda_{j})t}),$$
$$P(t) = \sum_{i} P_{i}(t).$$

<u>Определение 6.</u> Соотвествующие МВЛ на конечном интервале времени  $\hat{E}_i(t)$  и  $\hat{E}_{ij}(t)$  [11]:

(9) 
$$\int_0^t y^2(\tau)d\tau = \sum_i \hat{E}_i(t), \hat{E}_i(t) = \mathbf{x}_0^\top P_i(t)\mathbf{x}_0.$$

(10) 
$$\hat{E}_{ij}(t) = \mathbf{x}_0^{\top} P_{ij}(t) \mathbf{x}_0.$$

Выражения (6)–(7) и (9)–(10) задают отношение между МВЛ и выходным сигналом системы y. Для определения аналогичного отношения, порождаемого методом Прони, рассмотрим его основные свойства ниже.

Классический метод Прони аппроксимирует дискретную последовательность значений суммой комплексных экспоненциальных функций с различными амплитудами, коэффициентами демпфирования, частотами и начальными фазами. Основная особенность классического метода заключается в замене задачи нелинейной аппроксимации решением линейной системы уравнений и нахождением корней многочлена. Помимо классического существуют модификации с решением переопределенной системы уравнений методами наименьших квадратов и полных наименьших квадратов, а также метод пучка матриц, во многом сводящий задачу аппроксимации к поиску собственных чисел. Модификации в основном различаются вычислительными свойствами и характером чувствительности к шуму в аппроксимируемом сигнале [7].

Хотя входными данными для Прони анализа является дискретный сигнал, аппроксимация оказывается непрерывной. Таким образом, метод Прони способен идентифицировать спектр непрерывной системы по переходному процессу. Одним из возможных представлений результата работы Прони-анализа в идеальном случае является разложение выходного сигнала вида [20]:

$$(11) y(t) = \sum_{i} c_i e^{\lambda_i t},$$

где  $c_i$  – комплексная амплитуда экспоненты, а  $\lambda_i$  – показатель комплексной экспоненты, т.е. элемент идентифицированного спектра системы. Такое представление позволяет сформулировать задачу данной работы. Сформулируем теоретическую часть задачи выполнения модального анализа по Ляпунову на основе измерений с помощью Прони-анализа.

**Задача 1.** Выразить модальные вклады по Ляпунову  $\hat{E}_i$ ,  $\hat{E}_{ij}$ ,  $\hat{E}_i(t)$  и  $\hat{E}_{ij}(t)$  через получаемые методом Прони амплитуды  $c_i$  и показатели  $\lambda_i$  аппроксимирущих экспоненциальных функций.

#### 3. Решение задачи

Рассмотрим идеализированный случай, когда аппроксимированный методом Прони сигнал полностью совпадает с оригиналом. В соответствии с (11) квадрат выходной реакции системы можно выразить как

(12) 
$$y^{2}(t) = y^{*}(t)y(t) = \sum_{i} \sum_{j} c_{i}^{*} c_{j} e^{(\lambda_{i}^{*} + \lambda_{j})t},$$

а его интеграл по времени -

(13) 
$$\int_0^t y^2(\tau)d\tau = -\sum_i \sum_j \frac{1}{\lambda_i^* + \lambda_j} c_i^* c_j (1 - e^{(\lambda_i^* + \lambda_j)t}).$$

Прямая подстановка (13) в (9)–(10) дает

$$(14) \quad -\sum_{i} \sum_{j} \frac{1}{\lambda_{i}^{*} + \lambda_{j}} c_{i}^{*} c_{j} (1 - e^{(\lambda_{i}^{*} + \lambda_{j})t}) =$$

$$= -\sum_{i} \sum_{j} \frac{\mathbf{x}_{\mathbf{0}}^{\top} \mathbf{v}_{i}^{*} (\mathbf{u}_{i}^{\top})^{*} C^{\top} C \mathbf{u}_{j} \mathbf{v}_{j}^{\top} \mathbf{x}_{\mathbf{0}}}{\lambda_{i}^{*} + \lambda_{j}} (1 - e^{(\lambda_{i}^{*} + \lambda_{j})t}),$$

из чего можно заключить, что

$$(15) c_i = Cu_i v_i^{\top} x_0.$$

Это позволяет вывести выражения для модального анализа по Ляпунову на базе Прони-анализа:

(16) 
$$E_{ij} = -\frac{1}{\lambda_i^* + \lambda_j} c_i^* c_j, E_i = \sum_j E_{ij}, \int_0^\infty y^2(\tau) d\tau = \sum_i E_i,$$

(17) 
$$E_{ij}(t) = -\frac{1}{\lambda_i^* + \lambda_j} c_i^* c_j (1 - e^{(\lambda_i^* + \lambda_j)t}),$$
$$E_i(t) = \sum_i E_{ij}(t), \int_0^t y^2(\tau) d\tau = \sum_i E_i(t).$$

В рассматриваемом случае идеально точной аппроксимации считаем, что

(18) 
$$\hat{E}_i = E_i, \hat{E}_{ij} = E_{ij}, \hat{E}_i(t) = E_i(t), \hat{E}_{ij}(t) = E_{ij}(t).$$

## 4. Практическое применение

### 4.1. МЕТОДОЛОГИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Отправной точкой в проведении модального анализа по Ляпунову на основе измерений является получение сигнала, по которому будет проводиться идентификация системы. В данной работе использовались измерения комплексного напряжения в узлах ЭЭС, по которым отдельно определялись амплитуды напряжения, непосредственно использовавшиеся в идентификации. Сигналы снимались с нелинейной компьютерной модели ЭЭС, вследствие чего, как зачастую бывает в реальных системах, получаемые переходные процессы имели характерные нелинейные искажения. Одним таким искажением, наибольшим образом влияющим на результаты идентификации, является различие между точками равновесия до возмущения и после. Это приводит к ошибочной идентификации неустойчивых мод в устойчивой системе. Для коррекции этого искажения мы вычитали из каждого исходного сигнала его линейный тренд. Также на результаты Пронианализа оказывает существенное влияние соотношения доступных точек к количеству идентифицируемых мод, поэтому требуется повторная дискретизация (resampling).

Прони-анализ требует настройки некоторых параметров под решаемую задачу. В данной работе исследуемый сигнал не был зашумлен, поэтому выбран вариант Прони-анализа на основе метода наименьших квадратов как представившийся наименее чувствительным к изменениям настроек в исследованном случае. Временное окно было выбрано длиной в 10 с после возмущения. Количество идентифицируемых мод установлено равным 20, что позволяет стабильно идентифицировать 3 наиболее ярко выраженные низкочастотные моды без лишней вычислительной нагрузки и не наполняя получаемые спектры слишком большим количеством избыточных результатов. Исследуемый сигнал после предобработки должен обеспечивать количество точек, не менее чем вдвое превышающее количество идентифицируемых мод. При этом слишком большое количество точек способно нарушить вычислительную устойчивость алгоритма. В данной работе выбран период повторной дискретизации в 0,2 секунды, обеспечивающий новый сигнал из 51 точки. Указанные выше настройки в итоге не позволяли получать высококачественные аппроксимации, но существенные отклонения от них приводили к нарушению вычислительной устойчивости метода Прони при обработке сигналов из тех или иных узлов.

Данное исследование предполагает работу не с одним сигналом, а сразу с набором сигналов, полученных в различных узлах ЭЭС в ответ на одно и то же возмущение. Таким образом, в использованной системе с 68 узлами получается 68 разных спектров, которые в нашей задаче требуется так или иначе рассматривать как один. Для проведения модального анализа мы пользовались эталонным спектром линеаризованной системы. Для выбранной эталонной моды в каждом идентифицированном спектре искалась мода, наиближайшая к эталонной среди входящих в ее заданную окрестность. Если таковая не находилась, то МВЛ в данном узле по данной моде считался нулевым.

В качестве тестовой модели использовалась стандартная модель IEEE 68. Она состоит из 16 генераторов, 68 узлов и 86 линий, образующих 5 энергорайонов (см. рис. 1). Модель реа-

лизована с помощью пакета Power System Toolbox (PST) для MATLAB.

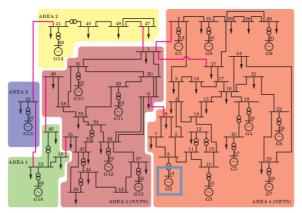


Рис. 1. Диаграмма тестовой модели IEEE 68

Начальным возмущением во всех рассмотренных случаях было возмущение угла ротора генератора №2 (узел 54 на графе) на 0,1 от равновесного значения. Для аналитического решения использовалась линеаризованная модель системы с выходами, показывающими амплитуду напрядежения в каждом узле сети. Для решения по измерениям идентифицируемыми сигналами были амплитуды напряжения, снятые в каждом узле сети нелинейной модели.

#### 4.2. РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

После предобработки сигналы из всех узлов подвергаются Прони-анализу. Первичным результатом, позволяющим оценить качество работы, является идентифицированная часть спектра системы. Графическое сравнение интересующей в рамках решаемой задачи части эталонного спектра с результатами идентификации представлено на рис. 2. Данные результаты в целом не выглядят точными, тем не менее, четыре наиболее ярко выраженных слабоустойчивых колебания идентифицируются с приемлемой точностью.

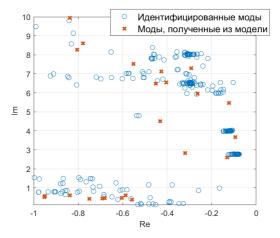


Рис. 2. Слабоустойчивые низкочастотные моды, полученные аналитическим образом из модели и из измерений (во всех узлах сразу)

Пример графического представления результатов приведен на рис. 3.

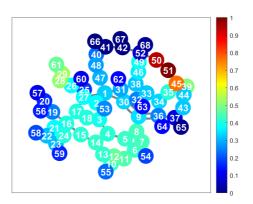


Рис. 3. Нормированное распределение МВЛ  $E_3$  по графу сети (по измерениям)

На рис. З изображено нормированное распределение модального вклада по Ляпунову моды 3 по графу сети исследуемой ЭЭС. Оно позволяет оценить географию влияния этого колебания на вариацию амплитуды напряжения в узлах. Представленный граф получен для конкретного входного возмущения, однако изменение точки входа приводит к достаточно слабым, визуально неразличимым изменениям.

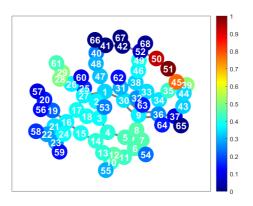


Рис. 4. Нормированное распределение МВЛ  $\hat{E}_3$  по графу сети (по модели)

Граф на рис. 3 обладает высокой степенью визуальной схожести со своим аналитически полученным аналогом на рис. 4. Однако это справедливо для нормированных данных. При рассмотрении абсолютных величин (см. рис. 5) видна существенная разница. Характер отклонений для моды 3 таков, что нормировка способна существенно смягчить их влияние на результаты анализа в целом. Так, на рис. 6 графически представлены нормированные ошибки вычисления МВЛ, которые позволяют заключить, что они существенно коррелируют с величинами МВЛ в узлах и не должны качественно искажать результаты. Тем не менее даже для корректно идентифицированных мод не гарантируется хотя бы такой уровень однородности ошибок.

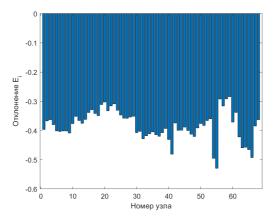


Рис. 5. Отклонение МВЛ  $E_3$  по данным от модельного эталона  $\hat{E}_3$  (в долях от эталона)

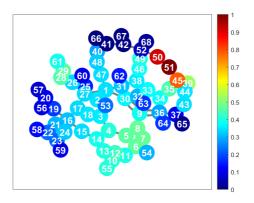


Рис. 6. Нормированное распределение ошибки МВЛ  $E_3$ , полученных по измерениям по графу сети

При проведении аналогичного вычислительного эксперимента на другом наборе данных, основанном на иных настройках той же модели, получены значительно более точные результаты. Уровень ошибок был достаточно низким, чтобы было возможно распознавание источника возмущения по измерениям путем сравнения с эталонными разложениями МВЛ по графу сети. Однако при переходе к более реалистичным настройкам, использовавшимся для получения приведенных выше результатов, качество итогового анализа серьезно пострадало.

Как уже показано на рис. 2, метод Прони позволяет адекватно идентифицировать наиболее интересные для анализа колебательные моды. Помимо собственных чисел также идентифицируются соответствующие им комплексные амплитуды, содержащие информацию о начальных действительных амплитудах и начальных фазах колебаний. Логично допустить, что основной источник ранее упомянутых ошибок заключен именно в этом аспекте Прони-анализа. В рамках типичного использования метода Прони для проведения модального анализа электроэнергетических систем для идентификации потенциально опасных колебаний ошибки в оценке амплитуд и фаз обычно не имеют значения [20]. Для модального анализа по Ляпунову их корректная оценка, напротив, имеет существенное значение. Это также важно при использовании метода Прони для фильтрации сигналов. Например, хотя авторам работы [7] удалось построить эффективную систему аппроксимации и фильтрации определенного класса сигналов с помощью метода Прони, они также указывают на большое количество довольно разнообразных проблем с вычислительной устойчивостью метода. Последнее наблюдалось и наших вычислительных экспериментов и серьезно ограничивало множество значений параметров, при которых метод Прони был работоспособен.

#### 5. Выводы и перспективы

Рассмотрена задача проведения модального анализа по Ляпунову на основе измерений.

Получены выражения, позволяющие вычислять модальные вклады по Ляпунову (МВЛ) исходя только из доступных после применения метода Прони данных.

Проведены вычислительные эксперименты, реализующие проведение модального анализа по Ляпунову по данным измерений нелинейной модели ЭЭС.

По результатам вычислительных экспериментов можно заключить, что:

- 1. Метод Прони способен устойчиво идентифицировать наиболее выраженную часть спектра системы по переходному процессу с умеренными ошибками. Этого достаточно для классического модального анализа. Однако ошибки при оценке амплитуд и начальных фаз колебаний оказались менее предсказуемы и оказывают серьезное влияние на результаты модального анализа по Ляпунову.
- 2. Предложенный подход принципиально жизнеспособен, однако труднопредсказуемый характер влияния ошибок идентификации на результат анализа представляет собой существенное препятствие для практического использования.
- 3. Повышение точности аппроксимации сигнала путем подбора оптимальных значений параметров может серьезно ограничиваться недостаточной вычислительной устойчивостью рассмотренных модификаций метода Прони.
- 4. Целесообразно продолжать исследование, испытывая другие методы идентификации.

#### Литература

- 1. ВОРОПАЙ Н.И., ГОЛУБ И.И., ЕФИМОВ Д.Н., ИСКА-КОВ А.Б., ЯДЫКИН И.Б. Спектральный и модальный методы в исследованиях устойчивости электроэнергетических систем и управлении ими // Автоматика и телемеханика. – 2020. – №10. – С. 3–34.
- 2. КАТАЕВ Д.Е. *Развитие и применение метода суб-грамианов для анализа устойчивости электроэнергетических систем*: Дис. канд. техн. наук. Москва, 2018. –

- 127 с. URL: https://viewer.rsl.ru/ru/rsl01009824744 (дата обращения: 16.03.2023).
- 3. ЯДЫКИН И.Б. *О свойствах грамианов непрерывных систем управления* // Автоматика и телемеханика. 2010. №6. С. 39–50
- 4. ЯДЫКИН И.Б., ИСКАКОВ А.Б. Новые методы оценивания устойчивости и управления в сложных электроэнергетических системах на основе спектрального и структурного анализа // Труды 13-й Международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем» (MLSD'2020, Москва). 2020. С. 1977–1982.
- 5. CHAKRABORTY R., JAIN H., SEO G.-S. *A review of active probing-based system identification techniques with applications in power systems* // Int. Journal of Electrical Power and Energy Systems. 2022. Vol. 140. URL: https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2022.108008 (дата обращения: 17.03.2023).
- 6. DELGADO FERNANDEZ O., TIISTOLA S., GUSRIALDI A. Real-Time Data-Driven Electromechanical Oscillation Monitoring using Dynamic Mode Decomposition with Sliding Window // IFAC-PapersOnLine. 2022. Vol. 55, Iss. 9. URL: https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2022.07.028 (дата обращения: 17.03.2023).
- 7. FERNANDEZ RODRIGUEZ A., DE SANTIAGO RODRIGO L., LOPEZ GUILLEN E., RODRIGUEZ ASCARIZ J.M., MIGUEL JIMENEZ J.M., BOQUETE L. Coding Prony's method in MATLAB and applying it to biomedical signal filtering // BMC Bioinformatics. 2018. 19:451. URL: https://doi.org/10.1186/s12859-018-2473-y (дата обращения: 06.03.2022).
- 8. HATZIARGYRIOU N. ET AL. Definition and Classification of Power System Stability Revisited & Extended // IEEE Trans. on Power Systems. 2021. Vol. 36, No. 4. P. 3271–3281. URL: https://ieeexplore.ieee.org/document/9286772 (дата обращения: 17.03.2022).

- 9. ISKAKOV A.B., YADYKIN I.B. Lyapunov modal analysis and participation factors applied to small-signal stability of power systems // Automatica. 2021. Vol. 132. C. Art. No. 109814.
- 10. ISKAKOV A.B., YADYKIN I.B. On Spectral Decomposition of States and Gramians of Bilinear Dynamical Systems // Mathematics. 2021. Vol. 9(24). URL: https://www.mdpi.com/2227-7390/9/24/3288 (дата обращения: 17.03.2022).
- 11. KATAEV D.E., KUTYAKOV E.Y. *Physically meaningful Lyapunov modal contributions in linear systems* // Systems Science & Control Engineering. 2022. Vol. 10, No. 1. URL: https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/21642583.2022.2068165 (дата обращения: 06.03.2022).
- 12. KOSTEREV D.N., TAILOR C.W., MITTELSTADT W.A. *Model validation for the August 10, 1996 WSCC system outage* // IEEE Trans. on Power Systems. 1999. Vol. 14, No. 3. P. 967–979. URL: https://ieeexplore.ieee.org/document/780909?arnumber=780909 (дата обращения: 06.03.2022).
- 13. MILANO F., DORFLER F., HUG G., HILL D.J., VERBIC G. Foundations and challenges of low-inertia systems (invited paper) // Proc. 20 Power Systems Computation Conf. (PSCC). Manchester, UK, June 11–15, 2018.
- 14. PERIC V.S., BAUDETTE M., VANFRETTI L., J.O., LOVLUND *Implementation* S. GJERDE and testing of a real-time mode estimation algorithm using ambient PMU data // Clemson University Power Systems Conference, Clemson, SC, USA, 2014. - URL: https://ieeexplore.ieee.org/document/6808116 (дата обращения: 16.03.2023).
- 15. PERIC V.S., VANFRETTI L. Power-System Ambient-Mode Estimation Considering Spectral Load Properties // IEEE Trans. on Power Systems. 2014. Vol. 29, No. 3. P. 1133–1143. URL: https://ieeexplore.ieee.org/document/6683082 (дата обращения: 16.03.2023).

- 16. PIERRE J.W., TRUDNOWSKI D., DONNELLY M., ZHOU N., TUFFNER F.K., DOSIEK L. *Overview of System Identification for Power Systems from Measured Responses //* 16th IFAC Symposium on System Identification, Brussels, Belgium, July 11-13, 2012. P. 989–1000.
- 17. SHAIR J., LI H., HU J., XIE X. Power system stability issues, classifications and research prospects in the context of high-penetration of renewables and power electronics // Renewable and Sustainable Energy Reviews. 2021. Vol. 145. URL: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1364032121003993 (дата обращения: 17.03.2023).
- 18. TEEUWSEN S.P., ERLICH I., FISCHER A., EL-SHARKAWI M.A. Assessment of the small signal stability of the European interconnected electric power system using neural networks // Proc. of the Large Engineering Systems Conference on Power Engineering 2001 (LESCOPE–01). Theme: Powering Beyond 2001 (Cat. No.01ex490), Halifax, NS, Canada, 2001. P. 158–161. URL: https://ieeexplore.ieee.org/document/941643 (дата обращения: 16.03.2023).
- 19. VANFRETTI L., CHOW J.H. Identification of Dominant Inter-Area Modes in the Eastern Interconnection from PMU data of the FRCC 2008 Disturbance: an Eigensystem Realization Algorithm Illustration // Contribution to Special Publication of the Task Force on Modal Identification of Electromechanical Modes, 2012. URL: http://kth.divaportal.org/smash/get/diva2:482085/FULLTEXT01.pdf (дата обращения: 16.03.2023).
- 20. ZHOU N., HUANG Z., TUFFNER F., JIN S., LIN J., HAUER M. *Oscillation detection and analysis* // Rep. CIEE; Executor: CIEE. 2010. URL: https://ucciee.org/ciee-old/downloads/ODA\_Final\_Report.pdf (дата обращения: 06.03.2022).

# MEASUREMENT-BASED LYAPUNOV MODAL ANALYSIS USING PRONY ANALYSIS

**Dmitry Kataev**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Cand.Sc., senior researcher (dekataev@ipu.ru). **Evgeniy Kutyakov**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, researcher (evgeniykutyakov@gmail.com).

Abstract: Modern power grids are in need of advanced stability analysis tools due to their generation and consumption development trends. Lyapunov modal analysis combines two stability analysis approaches: modal analysis and Lyapunov functions spectral decomposition. Related currently available research requires a linear model of a studied system. Nevertheless, there is a significant interest in data-driven stability analysis methods based on measurements rather than pre-existing models. This motivates the presented study of measurement-based Lyapunov modal analysis feasibility. We derived new formulas for Lyapunov modal contributions calculation that based on data provided by Prony analysis of measurements captured in a nonlinear models or systems. We also conducted case studies using our software implementation of measurement-based Lyapunov modal analysis and node voltage transients measured in IEEE 68 power system model. The paper concludes with comparative analysis between measurement and model-based implementations.

Keywords: power system, modal analysis, Prony analysis, Lyapunov equation, spectral decomposition.

УДК 519.7 ББК 22.18

DOI: 10.25728/ubs.2023.104.4

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии Н.Н. Бахтадзе.

Поступила в редакцию 23.03.2023. Дата опубликования 31.07.2023.

# АССИМИЛЯЦИЯ ДАННЫХ В ЗАДАЧАХ МОДЕЛИРОВАНИЯ НЕЙТРОННО-ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ОБЪЕКТАХ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ АТОМНОЙ ЭНЕРГИИ: ТЕКУЩЕЕ СОСТОЯНИЕ И ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ<sup>1</sup>

## Андрианов А. А.<sup>2</sup>, Андрианова О. Н.<sup>3</sup>

(Обнинский институт атомной энергетики НИЯУ МИФИ, Обнинск)

Приводятся результаты анализа состояния и перспектив развития процедур ассимиляции данных в задачах моделирования нейтронно-физических процессов в объектах использования атомной энергии (ОИАЭ), которые применяются с целью уточнения параметров нейтронно-физических моделей ОИАЭ по результатам реакторно-физических экспериментов, оценки и повышения точности расчетного предсказания характеристик проектируемых ОИАЭ, планирования новых информативных экспериментов, близких по своим нейтронно-физическим свойствам к проектируемым ОИАЭ. Приводится классификация используемых подходов к ассимиляции нейтронно-физических данных, отмечены области применения, достоинства и недостатки различных реализаций, выявлены основные тенденции и направления их дальнейшего развития, обозначены актуальные научные и прикладные задачи в рассматриваемой предметной области.

Ключевые слова: ассимиляция данных, машинное обучение, анализ неопределенности, нейтронно-физическое моделирование, объекты использования атомной энергии, реакторно-физические эксперименты.

#### 1. Введение

В различных предметных областях ядерной инженерии широко используются методы математического моделирования физических процессов, протекающих в объектах использования атомной энергии (ОИАЭ). Параметры нейтронно-физических, теплогидравлических, термомеханических и прочих расчетных моделей, разрабатываемых для оценки характеристик ОИАЭ, определяются и при необходимости уточняются по результатам

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-29-10154.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Андрей Алексеевич Андрианов, к.т.н., доцент (andreyandrianov@yandex.ru).

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Ольга Николаевна Андрианова, к.т.н. (o.n.andrianova@yandex.ru).

сопоставления расчетов с экспериментальными данными либо на основе опыта, квалификации и интуиции специалиста-расчетчика, либо с использованием специализированных математических процедур, известных под названием «ассимиляция данных». Последнее подразумевает постановку, формализацию и решение обратной задачи с использованием различных методов оптимизации. Данный подход получил наибольшее распространение применительно к задачам моделирования нейтронно-физических процессов в ОИАЭ ввиду большого числа параметров, требующих уточнения с целью повышения точности предсказательных способностей соответствующих моделей.

Нейтронно-физическая модель описывает физические процессы, протекающие в ОИАЭ, и связывает характеристики объекта с технологическими параметрами, определяющими геометрию и состав объекта, а также ядерными константами, характеризующими процессы взаимодействия с веществом нейтронов и частиц, образовавшихся в ядерных реакциях [6]. Для решения задач ассимиляции нейтронно-физических данных разработаны разнообразные математические методы, позволяющие оценить, как требуется изменить значения исходных параметров моделей (с учетом их неопределённостей), чтобы модельные расчеты воспроизводили экспериментальные данные и/или данные натурных наблюдений наилучшим образом в соответствии с выбранной метрикой. Откалиброванная должным образом расчетная модель позволяет не только воспроизводить наилучшим образом характеристики экспериментально изученных систем, но также обеспечивает возможность с приемлемой и прогнозируемой точностью предсказывать характеристики новых объектов, близких по своим физическим свойствам к экспериментально-изученным.

Ключевую роль в ассимиляции нейтронно-физических данных и определении точности расчетного моделирования нейтронно-физических процессов играет реакторно-физический эксперимент [1, 3, 15]. Процедуру ассимиляции данных экспериментов этой категории используют как для уточнения параметров расчетных моделей и совершенствования методов и программных средств расчетного моделирования, так и для повышения точностей расчетного предсказания существующих и проектиру-

емых ОИАЭ, планирования и оценки новых реакторно-физических измерений, характеризующихся повышенной информативностью.

Применение современных методов ассимиляции данных в задачах моделирования нейтронно-физических процессов, протекающих в активных зонах и радиационной защите проектируемых ядерных реакторов, объектах внешнего топливного цикла, в частности, позволяет повысить точность расчетных предсказаний реакторных характеристик, определяющих в конечном счете их экономическую эффективность и конкурентоспособность при безусловном обеспечении требований ядерной и радиационной безопасности [8]. В условиях активизации во всем мире проектных работ по разработке ядерных энерготехнологий и технологий топливного цикла нового поколения возрос интерес к процедурам ассимиляции нейтронно-физических данных ввиду недостаточного объема имеющихся экспериментальных данных, необходимых для обеспечения требуемых точностей предсказания расчетных характеристик объектов, которые еще не получили физическую реализацию.

В работе представлены результаты анализа состояния и перспектив развития процедур ассимиляции нейтронно-физических данных, включая обзор и классификацию используемых подходов, отмечены области применения, достоинства и недостатки различных реализаций, выявлены основные тенденции и направления их дальнейшего развития, обозначены актуальные научные и прикладные задачи в рассматриваемой предметной области.

# 2. Области применения методов ассимиляции нейтронно-физических данных

Ассимиляцию данных можно рассматривать в качестве одной из форм машинного обучения, реализация которой предполагает обращение с реальной физической моделью объектов или процессов, что позволяет осуществить:

- 1) уточнение параметров моделей на основе результатов измерений;
- 2) численные прогнозы физических характеристик исследуемой системы;

- 3) восполнение данных разреженных измерений;
- 4) уточнение условий измерений и снижение их неопределённостей;
- 5) планирование недостающих измерений на экспериментальных установках, структурно подобных исследуемой системе.

Наиболее известной областью применения методов ассимиляции данных в ядерной инженерии является оценка нейтронных констант [3, 4, 7]. Вместе с тем запросы практики привели к росту популярности и расширению областей использования процедуры применительно к задачам моделирования нейтронно-физических процессов. Об этом, в частности, свидетельствует стабильный рост публикаций по применению процедуры в ядерной инженерии в последние годы: в соответствии с данными Международной системы ядерной информации МАГАТЭ [20] общее число публикаций по ассимиляции данных, размещенных в этой системе по состоянию на конец 2022 г., составляет порядка 1050 ед. (цифра соответствует прямому запросу «ассимиляция данных» в систему, вместе с тем в системе размещены также и материалы, которые попадают под обсуждаемую категорию, но используемая авторами терминология отличается от устоявшейся).

Области применения процедуры ассимиляции данных в задачах моделирования нейтронно-физических процессов условно можно разделить на две категории в соответствии с конечным целеполаганием: ассимиляция нейтронно-физических данных проводится с целью уточнения исходных данных и/или расчетных моделей либо с целью повышения точности расчетного предсказания характеристик, проектируемых ОИАЭ [4]. Вместе с тем следует подчеркнуть, что обозначенное разделение на две категории весьма условно и на практике задачи первой категории могут выступать в качестве предварительного этапа решения задач второй категории.

Решение задач первой категории — уточнение исходных данных и расчетных моделей на основе количественного сопоставления расчетных и экспериментальных данных — направлено на разработку бенчмарк-моделей экспериментов (под бенчмарк-экспериментами понимают реакторно-физические эксперименты реперного класса с минимальными оценёнными погрешностями) с целью их последующего использования для верификации

нейтронно-физических кодов, а также для корректировки нейтронных констант.

Задачи второй категории предназначены для объективной оценки неопределённости и повышения точности расчетного предсказания характеристик проектируемых реакторных систем посредством учета результатов реакторно-физических экспериментов. В рамках данной категории задач можно ставить подзадачу по определению точностей расчета реакторных параметров проектируемой системы (прямая задача: по заданным неопределенностям исходных данных с учетом результатов экспериментов оценивается точность расчетного предсказания реакторных характеристик) и подзадачу по определению путей достижения требуемой точности расчетного моделирования (обратная задача: по заданным целевым точностям расчета реакторных характеристик требуется определить, каковы должны быть неопределенности входных параметров расчетной модели, обеспечивающие достижение целевых точностей). На практике решение такого рода задач может оказаться, в частности, полезными и при планировании новых информативных экспериментов, близких по своим нейтронно-физическим свойствам к проектируемой системе, что позволит существенным образом уточнить результаты расчетного предсказания нейтронно-физических характеристик проектируемой установки.

# 3. Общая постановка задачи по ассимиляции нейтронно-физических данных

Общая постановка оптимизационной задачи по ассимиляции нейтронно-физических данных может быть сформулирована следующим образом. Пусть  $\mathbf{E}$  — вектор измеренных в экспериментах величин,  $\mathbf{x}$  — вектор параметров (нейтронные константы и/или технологические параметры), определяющих нейтронно-физическую модель, которая используется для расчета измеренных величин ( $\mathbf{C}(\mathbf{x})$  — вектор соответствующих расчетных значений). Математическая постановка задачи сводится к нахождению минимума целевого функционала с учетом наложенных ограничений

на диапазоны варьирования модельных параметров и дополнительных ограничений, артикулирующих требования к качеству параметров модели:

(1) 
$$\begin{cases} J(\mathbf{x}) \to \min \\ h_i^{\min} \le x_i - x_{i,\text{HCX}} \le h_i^{\max} \ (i = 1, ..., N_x), \\ f_k^{\min} \le F_k(\mathbf{x}, \mathbf{x}_{\text{HCX}}, \mathbf{E}, \mathbf{C}(\mathbf{x})) \le f_k^{\max} \ (k = 1, ..., K); \end{cases}$$

где  $\mathbf{x}_{\text{нсх.}}$  — вектор исходных значений параметров (нейтронные константы и/или технологические параметры);  $h_i$  — ограничения на смещения параметров  $x_i$ ;  $F_k$  — метрика расчетно-экспериментальных расхождений для одного или нескольких измерений;  $f_k$  — ограничения на  $F_k$  (min и max — нижняя и верхняя граница соответственно);  $\mathbf{W}$  — диагональная матрица весов экспериментов;  $\mathbf{M}_x$  и  $\mathbf{M}_E$  — ковариационные матрицы параметров и измерений соответственно ( $\mathbf{M}_{ii} = d_i$  (дисперсия) для i = j;  $\mathbf{M}_{ij} = \text{cov}(x_i, x_j)$  для  $i \neq j$ ).

Целевая функция  $J(\mathbf{x})$  устроена следующим образом:

(2) 
$$J(\mathbf{x}) = (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\text{Hex}})^{\text{T}} \mathbf{M}_{x}^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\text{Hex}}) + (\mathbf{E} - \mathbf{C}(\mathbf{x}))^{\text{T}} (\mathbf{W}^{\text{T}} \mathbf{M}_{E} \mathbf{W})^{-1} (\mathbf{E} - \mathbf{C}(\mathbf{x}))$$

Один из членов определяет разницу между вектором измеренных значений  ${\bf E}$  и отображением набора исходных параметров в пространство рассчитываемых характеристик  ${\bf C}({\bf x})$  (в идеале исходные модельные параметры должны быть таковыми, чтобы этот член был равен нулю). Вместе с тем другой член целевой функции ограничивает возможность делать чрезмерно большими смещения в исходных параметрах (что приводит к росту целевой функции J даже в случае, если главный член, характеризующий расхождения расчетных и измеренных значений, будет приближаться к нулю).

C целью учета неопределенностей в исходных данных и результирующих характеристиках оба члена взвешиваются с обратными ковариационными матрицами ошибок  $\mathbf{M}_x$  и  $\mathbf{M}_E$ , что позволяет искать такие смещения в исходных данных, которые не выходили бы за диапазоны их неопределенности, а расхождения расчетных и измеренных значений лежали бы в пределах погрешности измеренных величин.

На практике зачастую возникают ситуации, когда приходится включать в анализ разноплановые измерения, выполненные с использованием различающихся по точности методик и имеющие различную степень подобия к целевой системе. Эти обстоятельства могут быть учтены путем введения матрицы весовых коэффициентов измерений **W**, определяемой либо экспертным образом, либо оцениваемой на основе так называемых коэффициентов подобия [4] экспериментальных и целевых систем.

Таким образом процедура ассимиляции данных сводится к оптимизационной задаче (предполагается, что используемая нейтронно-физическая модель корректно отражает особенности предметной области и необходимо только уточнить ее параметры). Решение оптимизационной задачи — скорректированный набор исходных модельных параметров — обозначают следующим образом:

(3) 
$$\mathbf{x}(\mathbf{E}) = \underset{\mathbf{x}}{\operatorname{arg min}} (J(\mathbf{x}; \mathbf{E}))$$
  
subject to  $h_i^{\min} \le x_i - x_{inex} \le h_i^{\max} \ (i = 1, ..., N_x),$   
 $f_k^{\min} \le F_k(\mathbf{x}, \mathbf{x}_{nex}, \mathbf{E}, \mathbf{C}(\mathbf{x})) \le f_k^{\max} \ (k = 1, ..., K).$ 

Одна из главных трудностей, с которыми приходится сталкиваться при практическом применении процедуры ассимиляции нейтронно-физических данных, - проблема нехватки экспериментальных данных по измерениям нейтронно-физических характеристик на установках, структурно подобных целевым объектам (из-за высокой стоимости соответствующих реакторно-физических экспериментов), что сказывается на ограничении возможностей выполнения всестороннего обоснования показателей эффективности и безопасности проектируемых установок. Эта проблема приводит к необходимости вовлечения в процедуру ассимиляции нейтронно-физических данных всей доступной экспериментальной информации, полученной в рамках альтернативных экспериментальных программ. В связи с чем возникает задача анализа разноплановых измерений, которые зачастую могут характеризоваться большими неопределённостями измерений и оказаться противоречивыми друг другу. Противоречивость экспериментальных данных проявляется в том, что рассмотрение таких экспериментальных данных по отдельности приводит к противоположным тенденциям в смещениях  $\mathbf{C}(\mathbf{x})$  и параметрах  $\mathbf{x}$ .

Следует подчеркнуть, что ассимиляцию данных следует рассматривать не как формальный процесс, а как комплексную активность, содействующую всесторонней проработке и формированию более глубокого понимания природы моделируемых физических процессов и явлений, степени влияния неопределенностей в исходных данных на рассчитываемые параметры, включая ответ на вопрос о том, как неопределенности в рассчитываемых параметрах могут быть снижены за счет учета доступной экспериментальной информации. В этой комплексной активности, которая, как правило, носит итерационный характер, немаловажную роль играют также и подготовительный этап, связанный с подготовкой исходных данных для ассимиляции, и этап, на котором осуществляется анализ результатов ассимиляции, которые не поддаются формализации и автоматизации.

# 4. Классификация методов ассимиляции нейтроннофизических данных

Используемые подходы к ассимиляции данных в задачах моделирования нейтронно-физических процессов могут быть классифицированы по следующим признакам:

- 1) по типу решаемой оптимизационной задачи условная или безусловная оптимизация (с учетом или без учета жестких ограничений на диапазоны смещения параметров и/или расчётных значений измеренных характеристик, полученных на основе откорректированных (смещенных) параметров);
- 2) по типу используемой нейтронно-физической модели линеаризованная или нелинеаризованная модель (линеаризация модели предполагает использование аппарата коэффициентов чувствительности, альтернативным вариантом является построение нелинейной регрессионной модели измерений или выполнение прямых расчетов, предполагающих формирование на основе набора исходных параметров набора расчетных значений измеренных характеристик);

- 3) по числу целевых функций, определяемых качество решения (набора рекомендуемых модельных параметров: ядерных констант и технологических параметров), одноцелевая или многоцелевая оптимизация (в первом случае смещения в модельных параметрах и расчетно-экспериментальные расхождения агрегируются в единый целевой функционал, во втором соответствующие метрики рассматриваются независимо в виде самостоятельных целевых функций);
- 4) по типу ограничений, определяющих допустимое множество, уравнения, определяющие допустимое множество, являются линейными или нелинейными функциями;
- 5) по типу распределения ошибок измерений ошибки измерений подчиняются или не подчиняются нормальному распределению.

Для каждой реализации процедуры ассимиляции нейтроннофизических данных разрабатывают собственные методы решения, которые можно объединить в три группы: детерминированные (оперирующие только средними значениями и ковариациями модельных параметров), стохастические (реализующие рекурсивное байесовское оценивание функции плотности вероятности модельных параметров с использованием данных измерений и математической модели нейтронно-физического процесса), гибридные (комбинированные методы, предполагающие совместное использование элементов детерминистических и стохастических подходов).

Начиная с 60-х годов прошлого века ассимиляция нейтронно-физических данных осуществлялась с использованием детерминированных подходов, прежде всего на основе обобщенного метода наименьших квадратов в связке теорией возмущений, разработанной в рамках теории переноса нейтронов [2–4]. Позднее были предложены многочисленные альтернативные реализации процедуры, характеризующиеся большей гибкостью и универсальностью, появление которых оказалось возможным благодаря развитию соответствующего математического аппарата и росту вычислительных мощностей.

На современном этапе возможной стала реализация прецизионных стохастических методов ассимиляции данных примени-

тельно к задачам моделирования нейтронно-физических процессов, в которых отсутствуют какие-либо существенные упрощения как в части представления модели физических процессов, так и в части, связанной с представлением информации о неточности параметров модели и экспериментальных данных [7–14].

# 5. Текущее состояние и перспективы развития ассимиляции нейтронно-физических данных

В настоящее время существует множество возможных реализаций процедуры ассимиляции нейтронно-физических данных, каждая из которых имеет свои достоинства и недостатки. Классический подход (1970 – 1980 гг) на основе метода мак-

симального правдоподобия или обобщенного метода наименьших квадратов [3-5, 7, 17] - безусловная оптимизация в предположении нормальности распределений ошибок исходных параметров и возможности линеаризации нейтронно-физической модели посредством расчета коэффициентов чувствительности. В этом случае решение оптимизационной задачи по ассимиляции данных в конечном счете сводится к системе линейных уравнений, которая может быть решена с использованием методов линейной алгебры. Основным достоинством такого подхода является его простота, возможность сведения сложной нейтронно-физической модели к ее эскизному описанию при помощи коэффициентов чувствительности оцениваемых реакторных характеристик к набору модельных параметров, и, как следствие, сокращение машинного времени на выполнение расчетов. К недостаткам подхода можно отнести отсутствие возможности наложения ограничений на уточняемые данные, а также отсутствие встроенных механизмов диагностики нефизичности решений, возникающих при рассмотрении противоречивых экспериментальных данных. Данный подход неприменим при наличии больших неопределённостей во входных данных, а также когда ошибки измерений не подчиняются нормальному распределению.

Расширить область применения классического подхода и вместе с тем сохранить его основное преимущество – простоту реализации – позволяет широко известный метод решения задач на условный экстремум, заключающийся в сведении этих задач

к задачам на безусловный экстремум с помощью вспомогательной функции, называемой функцией Лагранжа. Применение данного подхода к задачам ассимиляции нейтронно-физических данных позволяет искать такие поправки к исходным данным, которые обеспечивали бы, например, четкое выполнение заданных пользователем требований к точности расчетного описания экспериментов (например, удовлетворить требованию точного равенства расчетных и экспериментальных значений по итогам калибровки исходных данных). Отметим, что несмотря на методическую прозрачность подхода к решению условных оптимизационных задач с использованием множителей Лагранжа, на практике для ассимиляции нейтронно-физических данных с учетом дополнительных требований на точность расчетного предсказания реакторных характеристик и/или диапазоны варьирования калибруемых параметров более целесообразным и эффективным представляется использование специализированных пакетов программ, позволяющих решать задачи многопараметрической нелинейной условной оптимизации, что делает возможным в автоматическом режиме учитывать разнообразные ограничения в виде равенств и неравенств [2].

Для современных подходов к ассимиляции нейтронно-физических данных (2000 г. – по н.в.) характерен переход от безусловной к условной постановке оптимизационной задачи, появлению возможности прямого учета разнообразных требований к уточняемым данным, отсутствие необходимости использования линейного приближения для представления нейтронно-физической модели. В связи с этим в последние годы всю большую популярность набирает байесовский (стохастический) подход к реализации метода максимального правдоподобия для задач ассимиляции нейтронно-физических данных, который характеризуется большей гибкостью, поскольку не имеет каких-либо ограничений на вид функций распределения ошибок и не требует введения дополнительных предположений, например, необходимость линеаризации расчетной модели [10—14, 16, 18].

В последнее время также активно развиваются методики идентификации и вовлечения в анализ противоречивых экспериментов, а также возможности реализации альтернативных стра-

тегий корректировки, осуществляется разработка автоматизированных механизмов проверки качества и физичности решений и пр. Это приводит к усложнению методов решения, повышению требований к качеству исходных данных, необходимости применения времязатратных алгоритмов, например, стохастической или нелинейной многопараметрической оптимизации.

Следует отметить, что в настоящее время продолжают развиваться как стохастическое, так детерминистическое и направления к ассимиляции нейтронно-физических данных [8, 10, 19]. С одной стороны, происходит совершенствование стохастических методов ассимиляции данных применительно к прецизионным нейтронно-физическим моделям, предполагающим различные реализации методов Монте-Карло на основе байесовского подхода, что позволяет решать задачу калибровки расчетных моделей без каких-либо дополнительных приближений при моделировании нейтронно-физических процессов [10].

С другой стороны, ввиду того, что стохастические методы требуют больших вычислительных мощностей и применения параллельных вычислений на суперкомпьютерах, наблюдается планомерное развитие и детерминистических подходов. Тот факт, что соответствующие модификации обеспечивают возможность выявления основных влияющих на результаты расчетов факторов, позволяет значительно сократить затраты машинного времени на единичный расчет без потери точности расчетного описания экспериментов. В частности, детерминистические подходы остаются основным инструментом ассимиляции нейтронно-физических данных в динамических задачах (задачи нейтронной кинетики и динамики реакторов, нуклидной кинетики и т.п.).

Отчасти отмеченное обстоятельство также подтолкнуло к развитию и гибридных или комбинированных подходов [11, 18], когда на основе упрощенных линеаризованных моделей с минимальными затратами машинного времени отслеживается влияние отдельных факторов и устанавливаются наиболее существенные функциональные связи между параметрами модели и исследуемой расчетной характеристикой объекта. Далее на основе этой информации и итерационных процедур производят корректировку параметров прецизионной нейтронно-физической модели.

Развитие методов машинного обучения и повсеместное внедрение цифровых двойников актуализирует работы по формированию оцифрованных баз оцененных нейтронно-физических данных и развитию в нейтронно-физических кодах функционала, обеспечивающего проведение анализа чувствительности и неопределенности в отношении используемых исходных данных [9]. Имеет место тенденция к формализации и автоматизации процедур ассимиляции нейтронно-физических данных с целью минимизации влияния субъективной экспертной оценки на всех этапах реализации процедуры.

Вместе с тем в настоящее время признается, что ассимиляция нейтронно-физических данных не может бы полностью формализована и автоматизирована, чтобы исключить потребность в эксперте. Решение конкретных практических задач является нетривиальным и итерационным процессом, реализация которого требует расчетной интуиции и опыта работы с нейтронно-физической моделью, позволяющих корректно видоизменять модель по мере накопления информации по результатам применения процедуры ассимиляции нейтронно-физических данных.

#### 6. Заключение

Практическое использование процедуры ассимиляции данных в ядерной инженерии началось с 60-х годов XX века с целью максимально эффективным образом использовать немногочисленные экспериментальные данные при решении задач проектирования ядерных реакторов и уточнения параметров нейтроннофизических моделей (нейтронных констант). Позднее с развитием вычислительно-методической базы расширилась область применения методов ассимиляции данных, которые стали использоваться не только с целью уточнения исходных параметров нейтронно-физических моделей, но и с целью оценки информативности ранее выполненных и планирования новых экспериментов, близких по своим физическим свойствам к проектируемой системе, повышения точности расчетного предсказания характеристик проектируемых ОИАЭ.

На сегодняшний день можно выделить следующие основные направления развития методов ассимиляции данных применительно к задам моделирования нейтронно-физических процессов:

- 1) повсеместное внедрение в нейтронно-физические расчетные коды функционала, обеспечивающего возможность проведения анализа чувствительности и неопределенности в отношении используемых исходных данных (как ядерных констант, так и технологических параметров) и уточнения последних на основе экспериментальных данных с использованием разнообразных алгоритмов ассимиляции данных;
- 2) расширение области применения методов ассимиляции нейтронно-физических данных на динамические задачи, описывающие изменения характеристик ОИАЭ во времени (например, изменение элементного и нуклидного состава топлива вследствие его облучения в реакторе и радиоактивного распада нуклидов);
- 3) развитие гибридных методик ассимиляции данных, сочетающих в себе достоинства как детерминистических, так и стохастических подходов;
- 4) развитие методик вовлечения в процедуру ассимиляции нейтронно-физических данных большого числа экспериментов по измерению различных реакторно-физических характеристик, а также экспериментов, имеющих большие неопределённости в условиях проведения измерений, включая эксперименты, результаты измерений которых противоречат данным других экспериментов и пр.;
- 5) подготовка методической и инструментальной баз для экспертно-независимой ассимиляции нейтронно-физических данных в будущем: оцифровка реакторно-физических экспериментальных данных, полученных в разные годы; артикуляция, формализация и автоматизация методик оценки погрешностей измерений; восполнение недостающих экспериментальных данных расчетными данными, полученными на цифровых двойниках исследовательских стендов и установок.

### Литература

- 1. АНДРИАНОВ А.А., АНДРИАНОВА О.Н., ГОЛОВКО Ю.Е. Методика оценки интегральных экспериментов для использования в задаче оценки точности нейтронно-физических расчетов // Депонированная рукопись. № 68-B2021. 2021. 58 с.
- 2. АНДРИАНОВ А.А., АНДРИАНОВА О.Н., КОРОВИН Ю.А. и др. Программный комплекс оптимизации параметров нейтронно-физических моделей с учетом результатов интегральных экспериментов // Известия вузов. Ядерная энергетика. 2023. №2. С. 148–161.
- 3. ВАНЬКОВ А.А., ВОРОПАЕВ А.И., ЮРОВА Л.Н. *Анализ реакторно-физического эксперимента.* М.: Атомиздат, 1977. 88 с.
- 4. УСАЧЕВ Л.Н., БОБКОВ Ю.Г. Теория возмущений и планирование эксперимента в проблеме ядерных данных для реакторов. М.: Атомиздат, 1980. 88 с.
- 5. УСЫНИН Г.Б., КАРАБАСОВ А.С., ЧИРКОВ В.А. *Оптими-зационные модели реакторов на быстрых нейтронах*. М.: Атомиздат, 1981. 232 с.
- 6. CACUCI D.G., BUJOR M. Sensitivity and uncertainty analysis, data assimilation, and predictive best-estimate model calibration // Handbook of Nuclear Engineering. Springer, Boston. 2010. DOI: https://doi.org/10.1007/978-0-387-98149-9\_17 (дата обращения: 18.03.2023).
- 7. DRAGT J.B. Statistical considerations on techniques for adjustment // RCN-122. Reactor Centrum Nederland. 1970. P. 85–105.
- 8. IVANOV E., SAINT-JEAN C., SOBES V. *Nuclear data assimilation, scientific basis and current status* // EPJ Nuclear Sci. Technol. 2021. DOI: https://doi.org/10.1051/epjn/2021008 (дата обращения: 18.03.2023).
- 9. GRECHANUK P., RISING M.E., PALMER T.S. *Using machine learning methods to predict bias in nuclear criticality safety* // Jour. of Computational and Theoretical Transport. 2019. Vol. 47. P. 552–565.

- 10. HOEFER A., BUSS O. Assessing and improving model fitness in MOCABA data assimilation // Ann. Nucl. Energy. 2021. Vol. 162. P. 10–21.
- 11. HOEFER A., BUSS O., HENNEBACH M. et.al. *MOCABA:* A general Monte Carlo–Bayes procedure for improved predictions of integral functions of nuclear data // Ann. Nucl. Energy. 2015. Vol. 77. P. 514–521.
- 12. HOEFER A., BUSS O., SCHMID M. Applications of Multivariate Normal Bayesian Models in Nuclear Engineering // Nuclear Technology. 2019. Vol. 205, No. 12. P. 1578–1587.
- 13. KONING A.J. *Bayesian Monte Carlo method for nuclear data evaluation* // Nucl. Data Sheets. 2015. Vol. 123. P. 207–213.
- 14. NEWELL Q., SANDERS C. *Stochastic uncertainty propagation in Monte Carlo depletion calculations* // Nuclear Science and Engineering. 2015. Vol. 179, No. 3. P. 253–263.
- 15. PALMIOTTI G., SALVATORES M. The role of experiments and of sensitivity analysis in simulation validation strategies with emphasis on reactor physics // Ann. Nucl. Energy. 2013. Vol. 52. P. 10–21.
- 16. ROCHMAN D., SCIOLLA C.M. *Nuclear Data Uncertainty Propagation for a Typical PWR Fuel Assembly with Burnup //* Nuclear Engineering and Technology. 2014. Vol. 46, No. 3. P. 353–362.
- 17. ROWLANDS J.L., MACDOUGALL L.D. The use of integral measurements to adjust cross-sections and predicted reactor properties // Proc. of the Int. Conf. on Fast Critical Experiments and their Analysis. ANL-7320. 1966.
- 18. REARDEN B.T. *Perturbation theory eigenvalue sensitivity analysis with Monte Carlo techniques* // Nuclear Sci. Eng. 2004. Vol. 146, No. 3. P. 367–382.
- 19. SIEFMAN D., HURSIN M., ROCHMAN D. et.al. *Stochastic vs. sensitivity-based integral parameter and nuclear data adjust-ments* // Eur. Phys. J. Plus. 2018. Vol. 133, No. 12. P. 429–438.
- 20. http://www.inis.iaea.org (дата обращения: 18.03.2023).

#### DATA ASSIMILATION IN NEUTRONICS MODELLING: CURRENT STATUS AND DEVELOPMENT PROSPECTS

**Andrei Andrianov,** Obninsk Institute for Nuclear Power Engineering NRNU MEPhI, Obninsk, Ph.D., Associate Professor (andreyandrianov@yandex.ru)

**Olga Andrianova**, Obninsk Institute for Nuclear Power Engineering NRNU MEPhI, Obninsk, Ph.D. (o.n.andrianova@yandex.ru).

Abstract: The article presents an analysis of the current state and prospects for the development of data assimilation procedures in neutronics modelling. These procedures are used to refine the parameters of neutronics models based on reactor experiment results, improve the accuracy of calculations predicting the characteristics of nuclear facilities under development, and plan informative experiments that closely match the neutronics properties of the facilities being designed. The article provides a classification of the approaches used in data assimilation for neutronics modelling, discusses the areas of application, advantages, and disadvantages of various implementations, identifies the main trends and directions for further development, and considers the current scientific and applied problems in the subject area.

Keywords: data assimilation, machine learning, uncertainty analysis, neutronics modelling, nuclear facilities, reactor experiments.

УДК 621.039.51 ББК 31.4

DOI: 10.25728/ubs.2023.104.5

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии Н.А. Коргиным.

> Поступила в редакцию 13.04.2023. Опубликована 31.07.2023.