УДК 519
ББК 22.18 65.23

ОПТИМИЗАЦИОННЫЕ И ТЕОРЕТИКО-ИГРОВЫЕ МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ ИНВЕСТИЦИОННО-СТРОИТЕЛЬНЫМИ ПРОЕКТАМИ [1]

Угольницкий Г. А. [2]
(Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону)

Описана система оптимизационных и теоретико-игровых моделей девелопмента недвижимости. Система включает модели оптимизации продаж, конкуренции и кооперации, иерархических отношений, управления устойчивым развитием.

Ключевые слова: теория игр, теория оптимизации, девелопмент недвижимости.

Введение

Инвестиционно-строительный проект (ИСП) – это проект, предусматривающий реализацию полного цикла инвестиций в строительство объекта [3, с.143]. Деятельность по реализации ИСП принято называть девелопментом (более точно, девелопментом недвижимости – real estate development). Субъектом девелоперской деятельности (реализации ИСП) выступает девелоперская компания (девелопер). Главной целью девелоперской деятельности является удовлетворение общественных потребностей в объектах недвижимости. Достижение этой цели позволяет девелоперской компании получать доход, обеспечивающий прибыль

[1] *Текст приводится в соответствии с изданием «Математическая теория игр и ее приложения. – 2009. – Т. 1. №2».*

[2] *Геннадий Анатольевич Угольницкий, доктор физико-математических наук, профессор, (ougoln@mail.ru).*

акционеров и инвесторов, а также оплату труда сотрудников компании.

Объекты недвижимости подразделяются по типам и классам. К основным типам объектов недвижимости относятся: городское и загородное жилье, офисные помещения, торгово-развлекательные комплексы, складские помещения, здания и сооружения производственного назначения. Среди основных классов объектов недвижимости выделяют: премиум-класс (A), бизнес-класс (B), эконом-класс (C), социальный класс (последний относится преимущественно к жилью). Возможны и промежуточные варианты вида B^+, B^- и т.п. Существуют профессиональные классификаторы признаков, позволяющие утверждать принадлежность объектов недвижимости к тому или иному классу. Класс объекта определяет затраты на его строительство и диапазон значений цен продажи или аренды.

Можно считать, что каждый ИСП включает объекты одного и только одного типа и класса (например, городской жилой комплекс бизнес-класса или офисный центр премиум-класса). Тогда каждый ИСП можно охарактеризовать одним условным индексом, обозначающим определенное сочетание типа и класса недвижимости.

Разумеется, что в реальности на любой территории действуют несколько девелоперских компаний. Взаимодействие между ними можно рассматривать как с точки зрения конкуренции (участие в конкурсах, предложение однородного продукта), так и с точки зрения кооперации (объединение ресурсов, слияния и поглощения компаний).

Кроме взаимодействия равноправных девелоперских компаний «по горизонтали», большую важность представляют связанные с девелопментом «вертикальные», иерархические отношения. К этой группе можно отнести отношения между девелоперами и банками (инвесторами), между девелоперами и поставщиками услуг (консалтинговыми, проектными, строительными, обслуживающими и иными организациями), а также между девелоперами и органами государственного управления на данной территории. Особый интерес представляет задача управления устойчивым развитием инвестиционно-строительного комплекса региона.

Для изучения качественных и количественных характеристик девелопмента и решения задач управления девелоперской деятельностью целесообразно использовать математические модели.

1. Система математических моделей девелоперской деятельности

Существует обширная литература, посвященная управлению проектами, в том числе математическим методам и моделям в этой области. Основное место здесь занимают модели календарно-сетевого планирования [1], организационные механизмы управления проектами [7], информационные системы управления проектами [2]. Большой интерес для управления ИСП представляют методика освоенного объема [4] и методы управления портфелями проектов [5]. В работе [17] для описания динамики инвестиций в недвижимость используется имитационная модель конечного автомата. В статье [15] исследуется применение теории реальных опционов к девелопменту.

В настоящей работе описывается система оптимизационных и теоретико-игровых моделей девелоперской деятельности, структура которой показана на рис. 1. Базисную роль в предлагаемой системе играют агрегированные модели отдельной девелоперской компании. Во-первых, это статические оптимизационные модели, направленные на определение оптимальных цен на недвижимость с учетом ограничений на платежеспособный спрос и необходимости возврата кредитов. Объемы строительства считаются заданными концепцией ИСП, девелоперская компания назначает цены на свою продукцию (объекты недвижимости). Во-вторых, это динамические модели поиска оптимального соотношения между продажей и арендой при планировании ИСП в сфере коммерческой недвижимости.

Естественное обобщение базисной модели девелоперской компании возможно в двух направлениях: «по горизонтали» и «по

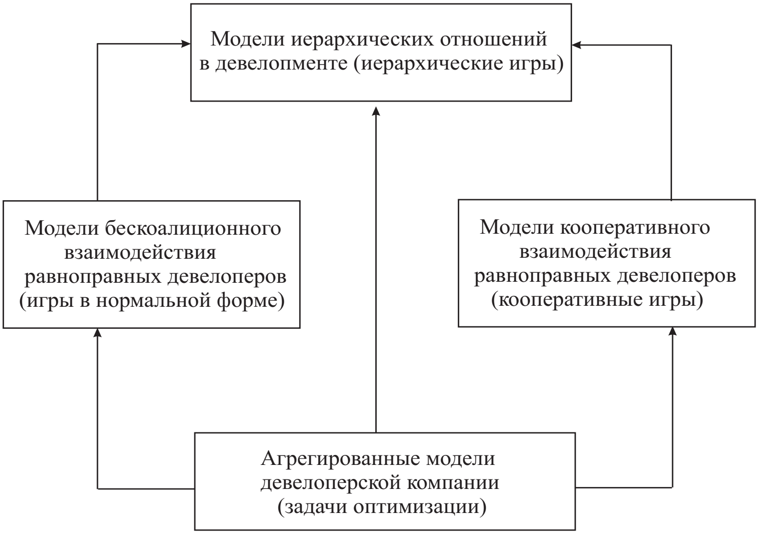

Рис. 1. Иерархическая система математических моделей девелоперской деятельности

вертикали». Во-первых, можно рассматривать взаимодействие девелоперских компаний как равноправных хозяйствующих субъектов. В свою очередь, здесь возможны два варианта моделирования. Если рассматривать конкурентные отношения девелоперов без образования коалиций, то возникают теоретико-игровые модели нескольких лиц в нормальной форме. Если же допускается кооперация, то приходим к кооперативным играм (играм в форме характеристической функции). Во-вторых, девелоперские компании вступают в экономические отношения с организациями других типов. Эти отношения обычно имеют иерархическую природу, причем девелоперская компания может выступать как в роли Ведущего (например, в отношениях со своими поставщиками), так и в роли Ведомого (в отношениях с инвесторами, кредитными организациями, органами государственного управления). Соответственно, возникают иерархические теоретико-игровые модели.

2. Агрегированные оптимизационные модели девелоперской компании

Статическая модель нахождения оптимальной цены продаж при ограничениях на неудовлетворенный платежеспособный спрос имеет вид

$$(1)\qquad u = \sum_{j=1}^{N} [\alpha_j(p_j)p_j - c_j]S_j - C \to \max$$

$$(2)\qquad \sum_{j=1}^{N} \alpha_j(p_j)S_j = S^{\max},\ \ 0 \leqslant p_j \leqslant p_j^{\max},\ j = 1, \ldots, N\,,$$

где j – индекс ИСП (сочетание типа и класса недвижимости); N – количество ИСП, реализуемых компанией в текущем году; u – годовая прибыль компании (руб.); S_j – годовой объем строительства по j-му ИСП (м2); c_j – себестоимость строительства по j-му ИСП (руб.); p_j – цена продажи 1 м^2 недвижимости по j-му ИСП (руб.); $\alpha_j(p_j)$ – доля проданных м^2 от общей величины S_j; – не зависящие от объемов строительства затраты компании (руб.); $S^{\max}$ – максимальный платежеспособный спрос целевой потребительской группы компании (м^2); $p_j^{\max}$ – максимально возможная цена 1 м^2 по j-му ИСП (руб.).

Для дальнейшего анализа учтем следующие соображения:

– не зависящие от p переменные можно не включать в целевую функцию;

– платежеспособный спрос удобно характеризовать параметром $\beta = S^{\max}/S_j$, $0 \leqslant \beta \leqslant 1$;

– без ограничения общности можно опустить индекс j . Тогда получим

$$(3)\qquad u = \alpha(p)p \to \max$$

$$(4)\qquad \alpha(p) \leqslant \beta,\ \ 0 \leqslant \beta \leqslant 1,\ \ 0 \leqslant p \leqslant p^{\max}\,,$$

где все переменные относятся к некоторому отдельному ИСП.

Модели (1)-(2) или (3)-(4) являются статическими, т. е. описывают деятельность девелоперской компании в течение одного года. Ключевую роль в модели (3)-(4) играет функция $\alpha(p)$, описывающая зависимость доли продаж от цены на недвижимость. Параметризация функции $\alpha(p)$ основана на следующих предположениях, не ограничивающих общность:

– $\alpha(p)$ – убывающая функция цены, $0 \leqslant \alpha(p) \leqslant 1$;

– $\alpha(0) = 1$, $\alpha(p^{\max}) = 0$. Простейшей функцией, удовлетворяющей этим предположениям, является линейная функция

$$\alpha(p) = 1 - p/p^{\max}\,; \tag{5}$$

Решая задачу (3)-(4), находим:

$$p^* = \begin{cases} p^{\max}(1-\beta), & 0 \leqslant \beta < 1/2\,, \\ p^{\max}/2, & 1/2 \leqslant \beta \leqslant 1\,, \end{cases} \tag{6}$$

при этом

$$u(p^*) = \begin{cases} \beta(1-\beta)p^{\max}, & 0 \leqslant \beta < 1/2\,, \\ p^{\max}/4, & 1/2 \leqslant \beta \leqslant 1\,, \end{cases}$$

Таким образом, с уменьшением β от $1/2$ до 0 оптимальную цену p^* приходится увеличивать от $p^{\max}/2$ до $p^{\max}$, но при этом все равно прибыль $u(p^*)$ снижается от $p^{\max}/4$ до 0.

Динамическая модель поиска оптимального соотношения между продажей и арендой при реализации ИСП в сфере коммерческой недвижимости имеет вид

$$U = K_1(s,c)\sum_{t=1}^{T}\alpha_t\beta_t + K_2(r,z)\sum_{t=1}^{T}(T-t+1)(1-\alpha_t)\beta_t \to \max$$

$$\sum_{t=1}^{T}\beta_t \leqslant 1,\;\; \beta_t \geqslant 0,\;\; 0 \leqslant \alpha_t \leqslant 1.$$

Здесь U – общая прибыль компании (руб. на 1 м^2); T – период реализации (мес.); s – цена продажи 1 м^2 (руб.); c – себестоимость строительства 1 м^2 (руб.); r - цена аренды 1 м^2 в месяц (руб.); z – затраты на содержание 1 м^2 в месяц (руб.); $K_1(s,c)$ – прибыль компании от продажи 1 м^2 с учетом налогов (руб.); $K_2(r,z)$ – месячная прибыль компании от аренды 1 м^2 с учетом налогов (руб.); β_t – доля площади, реализованной в месяц t (задана по сценарию); α_t – доля площади, реализованной в месяц t в виде продаж.

Поскольку целевая функция модели линейна по управляемой переменной α_t, то оптимальное решение имеет вид

$$\alpha^* = \begin{cases} 1, & K_1(s,c)\sum\limits_{t=1}^{T}\beta_t + K_2(r,z)\sum\limits_{t=1}^{T}(T-t+1)\beta_t\,, \\ 0, & \text{иначе}\,, \end{cases}$$

Например, при условии реализации всех площадей в течение первого месяца условие большей выгодности аренды по сравнению с продажей имеет вид $K_1(s,c) < TK_2(r,z)$, а при равномерной реализации в течение всего периода – уже $K_1(s,c) < 0.5(T+1)K_2(r,z)$.

3. Модели бескоалиционного взаимодействия девелоперских компаний

Пусть на данной территории (город, субъект РФ, федеральный округ) действуют n девелоперских компаний, обозначаемых индексом $i = 1,\ldots,n$. Тогда конкурентное взаимодействие этих компаний описывается игрой n лиц в нормальной форме [6]

$$G = \Big\langle \{1,\ldots,n\},\, \{X_1,\ldots,X_n\},\, \{u_1,\ldots,u_n\} \Big\rangle, \tag{7}$$

где функции выигрыша игроков u_i задаются формулой (1), а множества допустимых стратегий X_i – ограничениями типа (2). При исследовании теоретико-игровой модели (7) были изучены следующие предположения:

1) $\alpha_i = \alpha_i(p_i),\ \ 0 \leqslant p_i \leqslant p_i^{\max},\ \ i = 1, \ldots, n$,
где $p_i^{\max}$ – максимально допустимая цена на недвижимость, устанавливаемая i-й компанией независимо от остальных из соображений здравого смысла;

2) $\alpha_i = \alpha_i(p_i^{\text{отн}}),\ p_i^{\text{отн}} = p_i/p_{\max},\ p_{\max} = \max\{p_1, \ldots, p_n\}$;

3) X_i определяется ограничениями $\alpha_i S_i = S_i^{\max}$ независимо для каждой компании $i = 1, \ldots, n$;

4) X_i определяется совместными ограничениями $\sum \alpha_i S_i = S^{\max}$ для общего платежеспособного спроса населения данной территории.

При этом во всех четырех случаях возможных сочетаний α_i и X_i качественный характер оптимального решения (3.6) не меняется.

Поскольку решение (6) представляет собой доминирующую стратегию игрока i, то вектор

$$p^* = (p_1^*, \ldots, p_n^*) \tag{8}$$

может рассматриваться как равновесие в доминирующих стратегиях в игре (7). Однако следует иметь в виду, что поведение игроков является полностью изолированным только в случае $\alpha_i = \alpha_i(p_i)$, $\alpha_i S_i \leqslant S_i^{\max}$. В остальных трех случаях определение доминирующей стратегии требует от игрока знания параметров других игроков, поэтому решение (8) лучше интерпретировать как равновесие по Нэшу, фактически допускающее некоторый информационный обмен между игроками.

4. Модели кооперативного взаимодействия девелоперских организаций

Пусть по-прежнему на данной территории действуют n девелоперских компаний $i = 1, \ldots, n$, которые теперь могут обмениваться информацией, объединять ресурсы и осуществлять совместные проекты. Обозначим через A_i величину собственных средств i-й девелоперской компании.

Тогда кооперативное взаимодействие девелоперских компаний можно формализовать как взвешенную мажоритарную игру [8]

$(A^{\min}; A_1, \ldots, A_n)$, т. е. характеристическая функция имеет вид

$$v(S) = \begin{cases} 1, & \sum\limits_{i \in S} A_i \geqslant A^{\min}\,, \\ 0, & \text{иначе}\,, \end{cases} \tag{9}$$

Таким образом, выигрывающими являются те и только те коалиции, суммарный объем собственных средств, которых не меньше $A^{\min}$. Пороговую величину $A^{\min}$ можно интерпретировать, например, как объем залога, необходимый для участия в конкурсе или получения банковского кредита.

Можно выделить следующие частные случаи игры (9):

1) диктаторская игра $i \in \{1, \ldots, n\}\ :\ A_i \geqslant A^{\min},\ \forall j \neq i\ A_j < A^{\min}$.
В этом случае игра несущественная, $v(S) = 1 \Longleftrightarrow i \in S$, существует единственный дележ $(0, \ldots, 0, 1, 0, \ldots, 0)$ $(x_i = 1)$, который образует С-ядро, является единственным устойчивым множеством и вектором Шепли;

2) симметричная игра k-го порядка

$$v(S) = \begin{cases} 1, & s \geqslant k\,, \\ & \\ 0, & \text{иначе}\,, \end{cases} \quad s = |S|,\ 1 \leqslant k \leqslant n$$

В этом случае С-ядро игры пусто, вектор Шепли имеет вид
$(1/n, \ldots, 1/n)$, устойчивым множеством является, например, дискриминирующее решение вида $\{(x_{i1}, \ldots, x_{ik}, 0, \ldots, 0)\ :\ x_{i1} \geqslant 0, \ldots, x_{ik} \leqslant 0;\ x_{i1} + \ldots + x_{ik} = 1\}$.

Можно рассматривать игры в форме характеристической функции общего вида, где образование коалиции $S \cup T$ означает слияние (поглощение) девелоперских компаний S и T или просто объединение их ресурсов.

5. Модели взаимодействия девелоперских компаний с банком

Описание взаимодействия девелоперских компаний с банком (считаем для простоты, что на данной территории кредиты девелоперам выдает единственный банк) основывается на принятии следующего регламента.

Этап 1: подготовка кредитных заявок девелоперскими компаниями.

Этот этап включает для каждой девелоперской компании $i = 1, \ldots, n$: формирование концепций реализуемых ИСП $j = 1, \ldots, n_i$; составление графиков проектирования, строительства и финансирования в рамках каждого ИСП; оценку собственных средств компании и общей себестоимости 1 м^2 недвижимости по каждому ИСП; выявление потребности в кредитовании и обращение в банк с кредитной заявкой в размере

$$K_i^0 = \sum_{j=1}^{n_i} K_{ij}^0 \,.$$

Этап 2: принятие решения банком. На этом этапе банк: анализирует поданные заявки $K_1^0, \ldots, K_n^0$; оценивает риски кредитования r_i по каждой заявке; определяет процентную ставку по кредитам $s_i = s_i(r_i)$; принимает решение о выделении кредитов $K_1, \ldots, K_n$ и назначении соответствующих процентных ставок $s_1, \ldots, s_n$; сообщает девелоперам о своем решении.

Этап 3: принятие решения девелопером. На этом этапе каждая девелоперская компания $i = 1, \ldots, n$ уточняет реальные объемы строительства и соответствующие графики исходя из выделенных кредитных средств K_i и процентной ставки s_i; определяет оптимальную цену на объекты недвижимости путем решения задачи (3)-(4).

При построении модели принятия решения банком принимаются следующие предположения:

– риск кредитования определяется по формуле

(10) $$r_i = K_i/A_i, \ \ i = 1, \dots, n\,,$$

где A_i – собственные средства девелоперской компании, K_i – выделяемые банком кредитные средства. Тогда условием выделения кредита является выполнение неравенства $r_i \leqslant r^{\max}$, где $r^{\max}$ – банковский норматив допустимого риска.

Реально выделение кредитов и соответствующая оценка рисков осуществляются по каждому отдельному ИСП, но в первом приближении можно считать, что формула (10) учитывает все ИСП, реализуемые i-й девелоперской компанией;

– процентная ставка по кредиту является возрастающей линейной функцией риска:

$$s_i = ar_i + b = aK_i/A_i + b = a_iK_i + b, \ \ i = 1, \dots, n\,.$$

Будем считать, что

$$0 < s_{\min} \leqslant s_i \leqslant s_{\max} < 1, \ r_{\min} \leqslant r_i \leqslant r_{\max},$$

$$s(r_{\min}) = s_{\min}, \ s(r_{\max}) = s_{\max}\,.$$

Тогда получаем

$$a_i = (s_{\max} - s_{\min})/[A_i(r_{\max} - r_{\min})],$$

$$b = (s_{\min}r_{\max} - s_{\max}r_{\min})/(r_{\max} - r_{\min}), \ i = 1, \dots, n\,.$$

С учетом сделанных предположений модель принятия решения банком на этапе 2 представляет собой задачу оптимизации

(11) $$u_0 = \sum_{i=1}^{n} s_iK_i = \sum_{i=1}^{n}(a_iK_i + b)K_i \longrightarrow \max$$

(12) $$\sum_{i=1}^{n} K_i = K, \ \ 0 \leqslant K_i \leqslant L_i, \ i = 1, \dots, n\,,$$

где K – общий капитал банка в текущем году, $L_i = \min\{K_i^0, A_i r_{\max}\}$.

Решая задачу (11)-(12) методом Лагранжа, находим оптимальные значения

$$K_i^* = \min\{L_i, M_i\}, \ \ M_i = K/(a_i \sum a_i^{-1})\,; \tag{13}$$

$$s_i^* = \frac{(s_{\max} - s_{\min})K_i^* + A_i(s_{\min} r_{\max} - s_{\max} r_{\min})}{A_i(r_{\max} - r_{\min})}, \ i = \overline{1,n}\,. \tag{14}$$

Модель принятия решения девелоперской компанией на этапе 3 имеет вид (3)-(4) с дополнительным ограничением

$$c_i S_i \leqslant A_i - C_i + (1 - s_i^*)K_i^*,$$

откуда окончательно определяется величина оптимальных объемов строительства

$$S_i^* = [A_i - C_i + (1 - s_i^*)K_i^*]/c_i\,, \tag{15}$$

и соответствующее значение $\beta_i^* = S_i^{\max}/S_i^*$, которое следует подставить в формулу (6) для вычисления оптимальной цены.

Рассмотрим случай взаимодействия единственной девелоперской компании с банком. Описанный выше регламент определяет иерархическую игру «Банк – Девелопер» следующего вида:

$$u_0(K_1) = a_1 K_1^2 + bK_1 \longrightarrow \max \tag{16}$$

$$0 \leqslant K_1 \leqslant \min\{K, K_1^0, A_1 r_{\max}\} \tag{17}$$

$$u_1(K_1, p_1) = [\alpha_1(p_1)p_1 - c_1][A_1 - C_1 + (1 - s_1)K_1]/c_1 \rightarrow \max \tag{18}$$

$$0 \leqslant \alpha_1(p_1)[A_1 - C_1 + (1 - s_1)K_1]/c_1 \leqslant S_1^{\max},\ 0 \leqslant p_1 \leqslant p_1^{\max}\,. \tag{19}$$

Ситуация (K_1^*, p_1^*), где K_1^* вычисляется по формуле (13), а p_1^* – по одной из формул (5) или (6) после подстановки значений s_i^* и S_i^* по формулам (14) и (15), соответственно, является равновесием по Штакельбергу в игре (16)-(19).

6. Модели управления устойчивым развитием инвестиционно-строительного комплекса

Концепция иерархического управления устойчивым развитием применительно к эколого-экономическим системам описана в [9-11, 16]. В работах [12, 13] предложено обобщение этой концепции для более широкого класса систем управления. Применительно к инвестиционно-строительному комплексу задачу управления устойчивым развитием можно сформулировать следующим образом.

Рассматривается древовидная система управления, на верхнем уровне которой находится Администрация – орган государственного управления территорией, а на нижнем – девелоперские компании (Девелоперы) $i = 1, \ldots, n$. Каждый Девелопер максимизирует свою прибыль при ограничениях на платежеспособный спрос. Администрация решает двоякую задачу. Во-первых, она заинтересована в развитии инвестиционно-строительного комплекса региона, что можно в рамках модели выразить стремлением к максимизации суммарной прибыли девелоперов с учетом расходов на управление инвестиционно-строительным комплексом. Во-вторых, она должна обеспечить выполнение условий устойчивого развития, которые в рамках модели означают обязательное строительство определенных объемов социального жилья.

В общей модели управления устойчивым развитием [9-13, 16] для достижения своих целей ведущий игрок может использовать методы принуждения (административное воздействие), побуждения (экономическое воздействие) и убеждения (психологическое воздействие). В описываемой модели управления устойчивым развитием инвестиционно-строительного комплекса возможности принуждения у Администрации отсутствуют, поскольку она не может обязать Девелоперов заниматься строительством социального жилья [3]. Зато имеется широкий спектр возможностей

[3] *Принуждение может возникать в задачах управления инвестиционно-строительным комплексом более низкого уровня, где существуют законодательные ограничения на тип использова-*

побуждения, имеющих экономическую природу: гарантии выкупа квартир социального класса по заранее обусловленной цене, государственные гарантии банковских кредитов, прямые субсидии на социальное строительство и т.п. Существует (по крайней мере, теоретически) и возможность реализации метода убеждения, т. е. добровольной кооперации Девелоперов с Администрацией для совместной максимизации суммарной прибыли от ИСП с обязательным выполнением требований устойчивого развития.

Модель управления устойчивым развитием инвестиционно-строительного комплекса можно представить в следующем виде:

$$u_0(p,S) = \sum_{i=1}^{n} u_i(p_i,S_i) - f_0(p) \longrightarrow \max\,, \tag{20}$$

$$p_i \in P_i,\ i = 1,\dots,n\,; \tag{21}$$

$$\sum_{i=1}^{n} S_{i1} \geqslant S_1^{\min}\,; \tag{22}$$

$$u_i(p_i,S_i) \longrightarrow \max\,, \tag{23}$$

$$S_i \in \Omega_i,\ i = 1,\dots,n\,. \tag{24}$$

Здесь индексом $j = 1$ обозначены проекты по строительству социального жилья; S_{ij} – объемы строительства по j-му ИСП для i-го Девелопера; $S_1^{\min}$ – обязательный объем строительства социального жилья, т. е. неравенство (22) отражает социальные требования к устойчивому развитию инвестиционно-строительного комплекса; $S_i = (S_{i1},\dots,S_{in_i})$, где n_i – общее количество ИСП, реализуемых i-м Девелопером; $S = (S_1,\dots,S_n)$; $p = (p_1,\dots,p_n)$ – вектор управлений побуждения, применяемых Администрацией; $f_0(p)$ – функция затрат Администрации на управление инвестиционно-строительным комплексом; u_i – функция прибыли i-го Девелопера; Ω_i – множество ограничений на строительство для i-го Девелопера. Заметим, что в отличие от

ния территории, этажность зданий, обязательные требования к благоустройству территории застройки и т. п.

модели (1)-(2) в модели (20)-(24) стратегиями Девелопера служат не цены, а объемы строительства; при этом предполагается, что цены определяются выбором ИСП (типа и класса объектов недвижимости).

Решением иерархической игры (20)-(24) называется ситуация

$$(p_1^*, \ldots, p_n^*, S_1^*, \ldots, S_n^*) \in P_1 \times \ldots \times P_n \times \Omega_1 \times \ldots \times \Omega_n$$

такая, что

$$u_0(p_1^*, \ldots, p_n^*, S_1^*, \ldots, S_n^*) = \\ = \max_{p_i \in P_i} \min_{S_i \in R_i(p_i),\, i=1,\ldots,n} u_0(p_1, \ldots, p_n, S_1, \ldots, S_n)\,,$$

где $R_i(p_i) = \{S_i \in \Omega_i : u_i(p_i, S_i) = \max_{z_i \in \Omega_i} u_i(p_i, z_i)\}, i = 1, \ldots, n,$

при обязательном выполнении условия (22).

7. Заключение

Математическое моделирование представляется полезным инструментом решения задач управления ИСП. В настоящей работе описан ряд упрощенных оптимизационных и теоретико-игровых моделей, намечающих возможные направления исследований в этой области. На уровне отдельной девелоперской компании экономико-математическая модель позволяет найти оптимальные цены на недвижимость с учетом ограничений на платежеспособный спрос. Теоретико-игровые модели в нормальной форме описывают конкурентные отношения между девелоперскими компаниями, а теоретико-игровые модели в форме характеристической функции – кооперативные отношения между девелоперами (объединение ресурсов, слияния и поглощения).
Иерархические игровые модели отображают соответствующие отношения между девелоперами и банком (инвестором) либо девелоперами и поставщиками, а также служат основой для управления устойчивым развитием инвестиционно-строительного комплекса региона.

Перспективы развития намеченных исследований включают: уточнение, детализацию и обобщение моделей описанных классов, продолжение аналитических исследований; идентификацию моделей на основе реальных статистических, отчетных и экспертных данных, исследование параметрических семейств зависимостей между модельными переменными; программную реализацию описанных моделей в динамической постановке, осуществление компьютерных имитационных экспериментов по методу сценариев; рассмотрение иных классов математических моделей девелоперской деятельности, например, моделирование бизнес-процессов в инвестиционно-строительных компаниях с помощью методов теории массового обслуживания [14]; внедрение разработанных моделей в практику управления инвестиционно-строительными проектами.

Литература

1. ВОРОПАЕВ В.И. *Модели и методы календарного планирования в автоматизированных системах управления строительством*. – М: Стройиздат, 1974.
2. ГЛАМАЗДИН Е.С., НОВИКОВ Д.А., ЦВЕТКОВ А.В. *Механизмы управления корпоративными программами: информационные системы и математические модели*. – М: Спутник, 2003.
3. ЗАРЕНКОВ В.А. *Управление проектами*. – М: Изд-во АСВ. – СПб: СПбГАСУ, 2006.
4. КОЛОСОВА Е.В., НОВИКОВ Д.А., ЦВЕТКОВ А.В. *Методика освоенного объема в оперативном управлении проектами*. – М: Апостроф, 2001.
5. МАТВЕЕВ А.А., НОВИКОВ Д.А., ЦВЕТКОВ А.В. *Модели и методы управления портфелями проектов*. – М: ПМСОФТ, 2005.
6. МУЛЕН Э. *Теория игр с примерами из математической экономики*. – М: Мир, 1985.
7. НОВИКОВ Д.А. *Управление проектами: организационные механизмы*. – М: ПМСОФТ, 2007.

8. РОБЕРТС Ф. *Дискретные математические модели с приложениями к социальным, биологическим и экологическим задачам*. – М: Наука, 1986.
9. УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А. *Теоретико-игровое исследование некоторых способов иерархического управления*// Известия РАН. Теория и системы управления. – 2002. – №1. – С. 97-101.
10. УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А. *Математическое моделирование иерархического управления устойчивым развитием*// Компьютерное моделирование. Экология. – Вып. 2. – М: Вузовская книга. – 2004. – С. 101-125.
11. УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А. *Теоретико-игровые принципы оптимальности иерархического управления устойчивым развитием*// Известия РАН. Теория и системы управления. – 2005. – №4. – С. 72-78.
12. УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А. *Иерархическое управление устойчивым развитием социальных организаций*// Общественные науки и современность. – 2002. – №3. – С. 133-140.
13. УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А., МАЛЬСАГОВ М.Х., АГИЕВА М.Т. *Иерархическое управление устойчивым развитием системы образования*// Научная мысль Кавказа. приложение. – 2002. – Т. 3. – №29. – С. 69-78.
14. УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А., ТИХОНОВ С.В. *Модель инвестиционно-строительной организации как системы массового обслуживания*// Проблемы теории и практики управления. – 2008. – №4. – С. 40-47.
15. LUCIUS D. *Real options in real estate development*// Journal of Property Investment and Finance. – 2001. – V. 19. – №1. – P. 73-78.
16. OUGOLNITSKY G.A. *Game theoretic modeling of the hierarchical control of sustainable development*// Game Theory and Applications. – 2002. – V. 8. – P. 82-91.
17. WU F. *Simulating Temporal Fluctuations of Real Estate Development in a Cellular Automata City*// Transactions in GIS. – 2003. – V. 7. – №2. – P. 193-210.

OPTIMIZATION AND GAME THEORETIC MODELS IN REAL ESTATE DEVELOPMENT

Gennady Ougolnitsky, Southern Federal University, Doctor of Sc., professor (ougoln@mail.ru).

Abstract: A system of optimization and game theoretic models in real estate development is described. The system includes models of sales optimization, competence and cooperation, hierarchical relations, control of sustainable development.

Keywords: game theory, optimization theory, real estate development.