

УДК 519.7
ББК Ж 50

АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ОБЪЕКТОМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ ПО УПРАВЛЕНИЮ БЕЗ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРОГНОЗИРУЮЩИХ УСТРОЙСТВ¹

Фуртат И. Б.²

*(Институт проблем машиноведения РАН,
Санкт-Петербург,
Санкт-Петербургский национальный исследовательский
университет информационных технологий, механики
и оптики, Санкт-Петербург,
Российский государственный университет нефти и газа
им. И.М. Губкина, Москва)*

Рассмотрена задача адаптивного управления объектами с запаздыванием по управлению без использования прогнозирующих устройств и при измерении только выхода объекта. Полученный алгоритм обеспечивает слежение выхода объекта за эталонным сигналом с заданной точностью. Приведены результаты моделирования, иллюстрирующие работоспособность алгоритма.

Ключевые слова: объект с запаздыванием по управлению, модифицированный алгоритм адаптации высокого порядка, наблюдатель, сингулярно возмущенная система.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант №12-08-01183-а), а также в рамках ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг., выполняемой в РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, и НИУ ИТМО (соглашения 14.B37.21.0871, 14.B37.21.1480).

² Игорь Борисович Фуртат, кандидат технических наук, доцент (cainenash@mail.ru).

1. Введение

На сегодняшний день проблема управления объектами в условиях неопределенности – одна из фундаментальных задач теории и практики автоматического управления. Решению данной проблемы посвящено достаточно большое количество литературы (например [5–7, 10]). Проблема управления в условиях неопределенности усложняется, если в модели объекта присутствует запаздывание во входном сигнале. Известно, что неучет времени запаздывания может привести к невыполнению цели управления, а иногда и к потере устойчивости системы [2–4].

По способу реализации системы управления объектами с запаздыванием по управлению можно условно разделить на два вида: одноконтурные и двухконтурные. Впервые были предложены двухконтурные системы управления, где в первом контуре осуществлялся прогноз регулируемой величины на время запаздывания, а во втором обеспечивалось выполнение поставленного целевого условия. Позже были предложены одноконтурные схемы управления, где исключался первый контур (предиктор). Стоит отметить, что, как правило, достоинства двухконтурной схемы управления состоят в применении предиктора, который позволяет получить модель объекта, не содержащую запаздывание. Поэтому для дальнейшего синтеза можно использовать любые решения, разработанные для объектов без запаздывания. Однако расчет и реализация двухконтурной системы управления может быть достаточно громоздкой, и динамический порядок регулятора высокий. Одноконтурная же система управления отличается простотой реализации и расчета, при этом динамический порядок регулятора не высокий.

Впервые решение задачи прогноза регулируемой величины на время запаздывания было рассмотрено в [20]. Решение строилось на введении контура (предиктора Смита) параллельно объекту, который позволял получить новую модель объекта, не содержащую запаздывания. Позже для непрерывных объектов был также предложен регулятор Ресвика [2], для дискретных систем – предиктор Цыпкина [14]. Однако решения [2, 14, 20] были получены при предположениях о знании параметров модели объекта, его устойчивости и минимальной фазовости.

Среди многочисленных решений, полученных для прогноза регулируемой величины на время запаздывания, предиктор Смита (включая его модификации) получил наиболее широкое распространение. Так, в [17] для управления объектами с неизвестными параметрами предложен перезапускающийся (*resetting*) предиктор Смита, где через заданные интервалы времени происходит перерасчет его состояния. В [11] предложен адаптивный вариант предиктора Смита с одним настраиваемым параметром для объектов с измеряемым вектором состояния. В [8] рассмотрено обобщение результата [11] для адаптивного управления, когда доступен измерению только скалярный выход объекта. В работе [16] для синтеза системы управления вначале предлагалось представить модель объекта, описываемую обыкновенным дифференциальным уравнением произвольного порядка с запаздыванием в виде гиперболического дифференциального уравнения в частных производных первого порядка. Дальнейший синтез системы управления основан на использовании метода обратного обхода интегратора [5] и предиктора Смита. В [19] рассмотрено неявное использование предиктора Смита для получения системы управления без прогнозирующих устройств. Однако в [19] был получен объект управления с положительно-обратной связью, что не гарантировало устойчивость замкнутой системы управления. Причем алгоритм [19] работоспособен только для объектов с относительной степенью не превышающей двух. В [9] предложен алгоритм адаптивного управления без использования предиктора для объектов с произвольной относительной степенью. Однако параметризация уравнения объекта в [9] позволяет синтезировать закон управления только для устойчивых объектов. В [13] предложено робастное управление объектами с запаздывающим входным сигналом. Получено условие на величину запаздывания, выполнение которого гарантирует работоспособность системы управления.

В статье решается задача адаптивного управления объектами с известным запаздыванием во входном сигнале без использования предиктора. Решение ищется при измерении только выхода объекта, но не его производных. Предложена новая параметризация уравнения объекта, применение которой позволяет синтезировать закон управления для неустойчивых объектов.

Алгоритм слежения выхода объекта управления за эталонным сигналом строится на базе модифицированного алгоритма адаптации высокого порядка [12]. Приводятся результаты численного моделирования, иллюстрирующие работоспособность предложенной схемы.

2. Постановка задачи

Пусть в объекте управления динамические процессы описываются уравнением

$$(1) \quad Q(p)y(t) = kR(p)u(t-h), \\ p^i y(0) = y_{i0}, \quad i = 0, \dots, n-1, \quad u(s) = 0, \quad s \in [-h, 0],$$

где $y(t)$ – регулируемая величина; $u(t)$ – управляющее воздействие; $h > 0$ – известное время запаздывания; $Q(p)$, $R(p)$ – линейные дифференциальные операторы с единичными коэффициентами при старшей производной и порядками n и m соответственно; $k > 0$; $p = d/dt$ – оператор дифференцирования; y_{i0} – известные начальные условия.

Эталонную модель зададим уравнением

$$(2) \quad Q_m(p)y_m(t) = k_m R_m(p)r(t).$$

Здесь $y_m(t)$ – выход эталонной модели; $r(t)$ – задающее воздействие; $k_m > 0$ – известный коэффициент; $Q_m(p)$, $R_m(p)$ – линейные стационарные дифференциальные операторы с единичными коэффициентами при старшей производной. Порядки $Q_m(p)$, $R_m(p)$ те же, что и у операторов $Q(p)$, $R(p)$ соответственно.

Цель управления состоит в поиске закона управления, обеспечивающего выполнение предельного соотношения

$$(3) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} |y(t) - y_m(t-h)| < \delta,$$

где $\delta > 0$ – некоторое малое число, которое может быть уменьшено за счет выбора параметров в системе управления.

Предположения.

1. Коэффициенты операторов $Q(p)$, $R(p)$ и число k постоянные неизвестные величины, зависящие от некоторого вектора неизвестных параметров $\mathcal{G} \in \Xi$, Ξ – известное множество возможных значений вектора $\mathcal{G}$.

2. Полиномы $Q(\lambda)$, $R(\lambda)$, $Q_m(\lambda)$, $R_m(\lambda)$ – гурвицевы, где λ – комплексная переменная.

3. Известны порядки операторов объекта (1) и эталонной модели (2). Причем $\gamma = n - m > 1$, где γ – относительная степень.

4. Задающее воздействие $r(t)$ – ограниченная функция.

5. В системе управления доступны измерению только сигналы $y(t)$, $y_m(t)$ и $r(t)$.

3. Модель обобщенно настраиваемого объекта управления

Представим операторы $Q(p)$ и $R(p)$ в виде сумм

$$Q(p) = Q_m(p) + \Delta Q(p) \text{ и } R(p) = R_m(p) + \Delta R(p),$$

где $\Delta Q(p)$ и $\Delta R(p)$ – операторы с неизвестными коэффициентами, порядки которых не превышают $n - 1$ и $m - 1$ соответственно. Подставим это разложение в (1) и составим уравнение для ошибки слежения $e(t) = y(t) - y_m(t - h)$ в виде

$$(4) \quad e(t) = \frac{kR_m(p)}{Q_m(p)} \left[u(t - h) + \frac{\Delta R(p)}{R_m(p)} u(t - h) - \right. \\ \left. - \frac{\Delta Q(p)}{kR_m(p)} y(t) - \frac{k_m}{k} r(t - h) \right].$$

Решим сначала поставленную задачу, когда выполнены только предположения 1–4.

Введем закон управления

$$(5) \quad u(t) = \frac{Q_m(p)}{R_m(p)} v(t),$$

где $v(t)$ – вспомогательное управляющее воздействие, структура которого будет предложена ниже. С учетом закона управления (5), преобразуем уравнение (4) к виду

$$e(t) = k \left[v(t - h) + \frac{\Delta R(p)}{R_m(p)} v(t - h) - \right. \\ \left. - \frac{\Delta Q(p)}{kQ_m(p)} y(t) - \frac{k_m R_m(p)}{kQ_m(p)} r(t - h) \right].$$

Введем фильтры

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_1(t) &= F_1 \theta_1(t) + b v(t-h), \quad \theta_1(0) = 0, \\ (6) \quad \dot{\theta}_2(t) &= F_2 \theta_2(t) + b y(t), \quad \theta_2(0) = 0, \\ \dot{\theta}_3(t) &= F_2 \theta_3(t) + b r(t-h), \quad \theta_3(0) = 0. \end{aligned}$$

Здесь $\theta_1(t) \in R^m$; $\theta_2(t) \in R^n$; $\theta_3(t) \in R^n$; F_1, F_2 – числовые матрицы в форме Фробениуса с характеристическими многочленами $R_m(\lambda)$ и $Q_n(\lambda)$ соответственно; $b = [0, \dots, 0, 1]^T$ – вектор, размерность которого соответствует размерности рассматриваемой системы.

Принимая во внимание уравнения фильтров (6), преобразуем последнее уравнение ошибки к виду

$$(7) \quad e(t) = k \left[v(t-h) + c_{01}^T \theta_1(t) - c_{02}^T \theta_2(t) - c_{03}^T \theta_3(t) \right],$$

где c_{01}, c_{02}, c_{03} – векторы неизвестных постоянных параметров, коэффициентами которых являются коэффициенты операторов $\Delta R(p), \Delta Q(p)/k$ и $k_m R_m(p)/k$ соответственно.

Снова преобразуем уравнение объекта (1) с учетом разложения оператора $Q(p) = Q_m(p) + \Delta Q(p)$, закона управления (5), первых двух уравнений фильтров (6). В результате получим

$$y(t) = \frac{kR(p)}{R_m(p)} v(t-h) - \frac{\Delta Q(p)}{Q_m(p)} y(t) = \bar{c}_{01}^T \theta_1(t) - k c_{02}^T \theta_2(t),$$

где $\bar{c}_{01}$ – вектор, составленный из коэффициентов оператора $kR(p)$. Подставим последнее выражение во второе уравнение фильтров (6):

$$\dot{\theta}_2(t) = (F_2 - k b c_{02}^T) \theta_2(t) + b \bar{c}_{01}^T \theta_1(t).$$

Введем обозначения $c_0 = -[c_{01}^T, -c_{02}^T, -c_{03}^T]^T$, $w(t) = [\theta_1^T(t), \theta_2^T(t), \theta_3^T(t)]^T$ и перепишем уравнения (6) и (7) в виде

$$(8) \quad \dot{w}(t) = A w(t) + B f(t-h),$$

$$(9) \quad e(t) = k \left[v(t-h) - c_0^T w(t) \right],$$

где

$$A = \begin{bmatrix} F_1 & 0 & 0 \\ b \bar{c}_{01}^T & F_2 - k b c_{02}^T & 0 \\ 0 & 0 & F_2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b & 0 \\ 0 & 0 \\ b & 0 \end{bmatrix}, \quad f(t-h) = \begin{bmatrix} v(t-h) \\ r(t-h) \end{bmatrix}.$$

Найдем решение уравнения (8) в форме

$$w(t+h) = e^{Ah} w(t) + \int_{t-h}^t e^{A(t-s)} B f(s) ds.$$

Сделав замену $s = g + t$, перепишем последнее выражение в виде

$$w(t+h) = e^{Ah} w(t) + \int_{-h}^0 e^{-Ag} B f(t+g) dg.$$

Подставим последнее в (9):

$$(10) \quad e(t) = k \left[v(t-h) - \alpha_0^T w(t-h) - \int_{-h}^0 \beta_0^T(g) f(t+g-h) dg \right].$$

Здесь $\alpha_0^T = c_0^T e^{Ah}$, $\beta_0^T = c_0^T e^{-Ag} B$ – новые векторы неизвестных постоянных параметров.

В результате получена обобщенно настраиваемая модель по ошибке слежения (10) для которой можно применять любые известные схемы управления. Дальнейший синтез системы управления будем осуществлять с помощью модифицированного алгоритма адаптации высокого порядка [12].

4. Метод решения

Зададим закон вспомогательного управляющего воздействия $v(t)$ в виде

$$(11) \quad v(t) = \alpha^T(t) w(t) + \int_{-h}^0 \beta^T(t, g) f(t+g-h) dg,$$

где $\alpha(t)$ и $\beta(t)$ – векторы настраиваемых параметров. Подставим (11) в (10) и преобразуем (10) к виду

$$(12) \quad e(t) = k \left[(\alpha(t-h) - \alpha_0)^T w(t-h) + \int_{-h}^0 (\beta(t-h, g) - \beta_0(g))^T f(t+g-h) dg \right].$$

Утверждение 1. Пусть выполнены предположения 1–4. Тогда система управления, состоящая из закона управления (5) и (11), фильтров (6) и алгоритмов адаптации

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}(t) &= -\rho_1 e(t) w(t-h), \\ (13) \quad \frac{\partial \beta(t, g)}{\partial t} &= -\rho_2 e(t) f(t+g-h), \end{aligned}$$

где $\rho_1 > 0$, $\rho_2 > 0$, обеспечивает выполнение целевого условия (3) и ограниченность всех сигналов в замкнутой системе управления.

Доказательство. Выберем функцию Ляпунова в виде

$$\begin{aligned} V_1(t) &= \frac{1}{2k\rho_1} (\alpha(t) - \alpha_0)^T (\alpha(t) - \alpha_0) + \\ (14) \quad &+ \frac{1}{2k\rho_2} \int_{-h}^0 (\beta(t, g) - \beta_0)^T (\beta(t, g) - \beta_0) dg, \end{aligned}$$

и возьмем от нее полную производную по времени вдоль траекторий (13):

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &= \frac{1}{k\rho_1} \dot{\alpha}^T(t) (\alpha(t) - \alpha_0) + \frac{1}{k\rho_2} \int_{-h}^0 \left[\frac{\partial \beta(t, g)}{\partial t} \right]^T (\beta(t, g) - \beta_0) dg = \\ &= -\frac{e(t)}{k} \left[w^T(t-h) (\alpha(t) - \alpha_0) + \int_{-h}^0 f^T(t+g-h) (\beta(t, g) - \beta_0) dg \right]. \end{aligned}$$

Подставим в правую часть последнего выражения уравнения ошибки (12) и перепишем его в виде

$$\dot{V}_1(t) = -e^2(t).$$

Следовательно, функции $\alpha(t)$ и $\beta(t, g)$ ограничены. Тогда из (13) следует, что

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\alpha}(t) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\partial \beta(t, g)}{\partial t} = 0.$$

Так как $V_1(t) \geq 0$ и $\dot{V}_1(t) \leq 0$, то $\lim_{t \rightarrow \infty} V_1(t) < \infty$. С учетом этого

рассмотрим интеграл

$$\left(\int_0^\infty e^2(t) dt \right)^{0,5} = \left(- \int_0^\infty \dot{V}_1(t) dt \right)^{0,5} = \lim_{t \rightarrow \infty} (V_1(0) - V_1(t))^{0,5} < \infty.$$

Значит $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$. Докажем теперь ограниченность вектора регрессии $w(t)$.

Предположим, что вектор $w(t)$ не ограничен. Тогда из ограниченности сигналов $\alpha(t)$, $\beta(t, g)$, $r(t)$, гурвицевости полиномов $R_m(\lambda)$ и $Q_m(\lambda)$, уравнений фильтров (6) и ошибки (12) можно утверждать, что $\sup_{s \leq t} |y(t)| \approx \sup_{s \leq t} |w(t)|$. Но тогда, в соответствии с леммой [18], если $|w(t)|$ возрастает, то степень роста $|y(t)|$ меньше, чем $|w(t)|$, а если $\lim_{t \rightarrow \infty} |w(t)| = 0$, то $|y(t)|$ имеет порядок малости больше, чем $|w(t)|$, что приводит к противоречию, значит вектор $w(t)$ ограничен.

Для реализации закона управления (5) необходима реализация γ -производных сигнала $v(t)$, что из (6), (11) и (13) требует измерение производных сигналов $r(t-h)$, $y_m(t)$ и $y(t)$. Последнее требование противоречит условию предположения 5. Тогда сформируем закон управления в виде

$$(15) \quad u(t) = \frac{Q_m(p)}{R_m(p)} \bar{v}(t),$$

где $\bar{v}(t)$ – оценка вспомогательного управляющего воздействия $v(t)$, полученная с помощью наблюдателя [15]

$$(16) \quad \dot{\xi}(t) = G_0 \xi(t) + D_0 (\bar{v}(t) - v(t)), \quad \bar{v}(t) = L \xi(t),$$

где $\xi(t) \in R^\gamma$; $G_0 = \begin{bmatrix} 0 & I_{\gamma-1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $I_{\gamma-1}$ – единичная матрица порядка

$$\gamma - 1; \quad D_0 = \left[-\frac{d_1}{\mu}, -\frac{d_2}{\mu^2}, \dots, -\frac{d_\gamma}{\mu^\gamma} \right]^T, \quad \text{причем } d_1, \dots, d_\gamma \text{ выбираются}$$

из условия гурвицевости матрицы $G = G_0 - DL$, где $D = [d_1, \dots, d_\gamma]^T$, $L = [1, 0, \dots, 0]$, $\mu > 0$ – достаточно малая величина.

Для оценки точности наблюдения введем вектор отклонений

$$\bar{\eta}(t) = \Gamma^{-1} (\xi(t) - \sigma(t)),$$

где $\Gamma = \text{diag}\{\mu^{\gamma-1}, \mu^{\gamma-2}, \dots, \mu, 1\}$, $\sigma(t) = [v(t), \dot{v}(t), \dots, v^{(\gamma-1)}(t)]^T$.

Продифференцировав $\bar{\eta}(t)$ по времени с учетом уравнения (16), получим:

$$\dot{\bar{\eta}}(t) = \mu^{-1} G \bar{\eta}(t) + b v^{(\gamma)}(t), \quad \bar{\Delta}(t) = \mu^{\gamma-1} L \bar{\eta}(t).$$

Преобразуем предпоследние уравнения в эквивалентные относительно выхода $\bar{\Delta}(t)$:

$$(17) \quad \dot{\eta}(t) = \mu^{-1} G \eta(t) + q \dot{v}(t), \quad \bar{\Delta}(t) = \mu^{\gamma-1} L \eta(t).$$

Здесь $\eta_1(t) = \bar{\eta}_1(t)$, $q = [\mu^{1-\gamma}, 0, \dots, 0]^T$. Последние два уравнения эквивалентны относительно переменных $\eta_1(t) = \bar{\eta}_1(t)$, так как являются различными формами записи уравнения

$$(p^\gamma + d_1 \mu^{-1} p^{\gamma-1} + \dots + d_\gamma \mu^{-\gamma}) \bar{\eta}_1(t) = p^\gamma v(t).$$

Принимая во внимание (16) и (17), уравнение ошибки (12) преобразуем к виду

$$(18) \quad e(t) = k \left[(\alpha(t-h) - \alpha_0)^T w(t-h) - \int_{-\tau}^0 (\beta(t, g) - \beta_0(g))^T f(t+g-h) dg + \mu^{\gamma-1} L \eta(t-h) \right].$$

Утверждение 2. Пусть выполнены условия предположений 1–5. Тогда существует число $\mu_0 > 0$ такое, что при $\mu \leq \mu_0$ система управления, состоящая из фильтров (6), закона управления (11) и (15), алгоритмов адаптации (13) и наблюдателя (16) обеспечивает выполнение целевого условия (3) и ограниченность сигналов в системе управления.

Доказательство. Перепишем уравнения (17) и (18) в виде

$$(19) \quad \begin{aligned} e(t) &= k \left[(\alpha(t-h) - \alpha_0)^T w(t-h) - \int_{-\tau}^0 (\beta(t, g) - \beta_0(g))^T f(t+g-h) dg + \mu_2^{\gamma-1} L \eta(t-h) \right], \\ \mu_1 \dot{\eta}(t) &= G \eta(t) + \mu_2 q \dot{v}(t), \end{aligned}$$

где $\mu_1 = \mu_2 = \mu$. Воспользуемся первой леммой [1]. Для этого возьмем функционал Ляпунова–Красовского в виде

$$(20) \quad V(t) = V_1(t) + V_2(t),$$

где $V_1(t)$ определяется выражением (14),

$$V_2(t) = \eta^T(t) N_1 \eta(t) + \int_{t-h}^t \eta^T(s) N_2 \eta(s) ds,$$

$N_1 = N_1^T > 0$ определяется из уравнения

$$N_1^T G + G N_1 = -Q, \quad Q = Q^T > 0, \quad N_2 = N_2^T > 0.$$

В соответствии с леммой [1] рассмотрим (19) при $\mu_2 = 0$. С учетом результата, полученного в утверждении 1, вычислим от (20) полную производную по времени вдоль траекторий (19):

$$(21) \quad \dot{V}(t) = -e^2(t) - \frac{1}{\mu_1} \eta^T(t) Q \eta(t) + \\ + \eta^T(t) N_2 \eta(t) - \eta^T(t-h) N_2 \eta(t-h).$$

Если $\frac{1}{\mu_1} Q - N_2 = Q_2 \geq 0$, то $V_1(t) \geq 0$ и $\dot{V}(t) \leq 0$, а значит система (19) при $\mu_2 = 0$ асимптотически устойчива и все сигналы в ней ограничены. В соответствии с леммой [1], система уравнений (6), (11), (15), (13), (16) и (19) диссипативна при $\mu_2 = 0$. Найдем теперь μ_0 , при котором система управления сохраняет область диссипативности.

Пусть теперь в (19) $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$. Рассмотрим снова функционал (20) и возьмем от него производную по времени вдоль траектории (13), (19):

$$\dot{V}(t) = -e^2(t) + k\mu^{\gamma-1}e(t)L\eta(t-h) - \\ - \eta^T(t)Q_2\eta(t) + 2\mu_0\eta^T(t)N_1q\dot{v}(t) - \eta^T(t-h)N_2\eta(t-h).$$

Воспользуемся оценками:

$$-\frac{1}{2}e^2(t) + k\mu^{\gamma-1}e(t)L\eta(t-h) - \eta^T(t-h)N_2\eta(t-h) \leq$$

$$\leq -\left(\frac{1}{\sqrt{2}}|e(t)| - \bar{k}\mu^{\gamma-1}\|L\|\|\eta(t-h)\|\right)^2 \leq 0 \text{ при } \bar{k} \geq k \text{ и}$$

$$\bar{k}^2\mu^{2\gamma-2}\|L\|^2 - 2 \leq 0;$$

$$2\mu_0\eta^T(t)N_1q\dot{v}(t) \leq 2\mu_0\left(\eta^T(t)N_1qq^TN_1\eta(t) + \dot{v}^2(t)\right) \leq \\ \leq 2\mu_0\left(\eta^T(t)N_1qq^TN_1\eta(t) + \varsigma\right), \text{ где } \varsigma = \sup_{s \leq t} |\dot{v}^2(s)|.$$

Подставив полученные оценки в (21), получим

$$\dot{V}(t) \leq -e^2(t) - \eta^T(t)(Q_2 - 2\mu_0N_1qq^TN_1)\eta(t) + 2\mu_0\varsigma.$$

Если $Q_2 - 2\mu_0N_1h^THN_1 = Q_3 \geq 0$, то все сигналы в замкнутой системе будут ограничены. Причем, уменьшая число μ_0 , можно уменьшить значение δ в целевом условии (3).

Для иллюстрации работоспособности предложенного в статье алгоритма рассмотрим пример.

5. Примеры

Пусть объект управления (1) описывается уравнением

$$(22) \quad (p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3)y(t) = ku(t - h).$$

Класс неопределенности Ξ задан неравенствами: $3 \leq a_i \leq 7$, $i = 1, 2, 3$; $0,5 < k \leq 5$; h – известное время запаздывания, которое будет определено позже.

Эталонную модель (2) зададим выражением

$$(23) \quad (p + 1)^3 y_m(t) = r(t), \quad r(t) = 1 + 0,2 \sin 0,2t, \\ y_m(0) = \dot{y}_m(0) = \ddot{y}_m(0) = 0.$$

Так как $R_m(p) = 1$, $Q_m(p) = (p + 1)^3$, то первый фильтр (6) отсутствует, а остальные сформируем в виде

$$(24) \quad \dot{\theta}_2(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -3 & -3 \end{bmatrix} \theta_2(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} y(t), \\ \theta_2(0) = 0, \\ \dot{\theta}_3(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -3 & -3 \end{bmatrix} \theta_3(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(t - h), \\ \theta_3(0) = 0.$$

Сформируем вектор регрессии в виде $w(t) = [\theta_2^T(t), \theta_3^T(t)]^T$.

Выберем в (16) $D = [3, 3, 1]^T$ и $\mu = 0,1$, и сформируем наблюдатель (16) в виде

$$(25) \quad \dot{\xi}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xi(t) - \begin{bmatrix} 3 \cdot 0,1 \\ 3 \cdot 0,1^2 \\ 1 \cdot 0,1^3 \end{bmatrix} (\bar{v}(t) - v(t)), \\ \bar{v}(t) = [1, 0, 0] \xi(t),$$

где $\xi(t) = [\xi_1(t), \xi_2(t), \xi_3(t)]^T$, $\xi(0) = 0$.

Пусть в (13) $\rho_1 = 0,8$ и $\rho_2 = 0,1$. В результате алгоритмы адаптации (13) и закон управления (11) и (15) примут вид

$$\dot{\alpha}(t) = -0,8e(t)w(t-h), \quad \alpha(0) = 0,$$

$$\frac{\partial \beta(t, g)}{\partial t} = -0,1e(t)f(t+g-h), \quad \beta(0, g) = 0,$$

$$(26) \quad v(t) = \alpha^T(t)w(t) + \int_{-h}^0 \beta^T(t, g)f(t+g-h)dg,$$

$$u(t) = (p+1)^3 \bar{v}(t) = \xi_1(t) + 3\xi_2(t) + 3\xi_3(t) + \dot{\xi}_3(t).$$

На рис. 1 и рис. 2 приведены результаты моделирования по выходу объекта $y(t)$, выходу эталонной модели $y_m(t)$ и управляющему воздействию $u(t)$ при следующих значениях параметров в объекте управления:

$$(27) \quad y(0) = \dot{y}(0) = \ddot{y}(0) = 1; \quad k = 1; \quad a_1 = 5; \quad a_2 = 5; \quad a_3 = 5; \quad h = 2 \text{ с}.$$

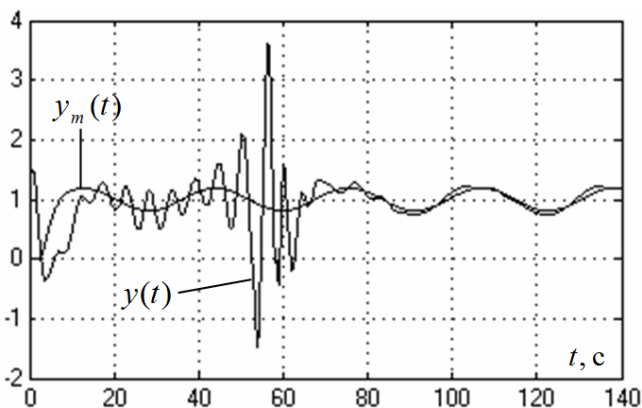


Рис. 1. Переходные процессы по $y(t)$ и $y_m(t)$

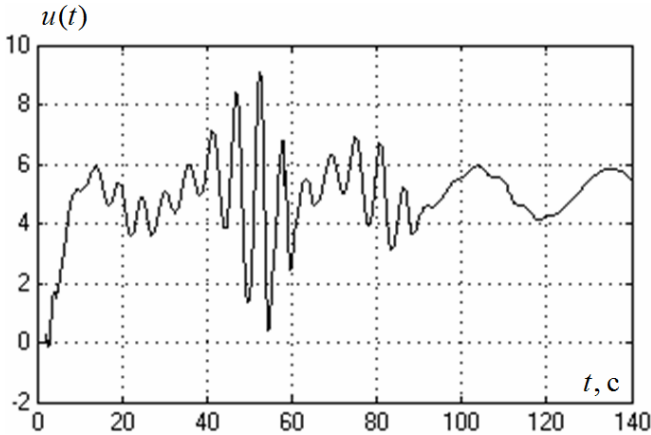


Рис. 2. Переходные процессы по $u(t)$

На рис. 3 и рис. 4 приведены графики по $y(t)$, $y_m(t)$ и $u(t)$ при следующих параметрах в объекте:

$$(28) \quad y(0) = \dot{y}(0) = \ddot{y}(0) = 1; \quad k = 0,5; \quad a_1 = 3; \quad a_2 = 5; \quad a_3 = 5; \quad h = 3 \text{ с.}$$

Результаты моделирования показали, что влияние величины запаздывания сказывается только в начале функционирования системы и практически не сказывается в установившемся режиме.

Следует отметить, что в реальной ситуации объекты подвержены влиянию внешних неконтролируемых возмущений и значение запаздывания может быть известно неточно. Влияние внешних возмущений на результаты переходных процессов незначительно, если собственная частота возмущений значительно отличается от собственной частоты объекта. При регулировании объектами с неизвестным запаздыванием (которое может быть переменным) требуется наличие верхней оценки времени запаздывания ($\bar{h} \geq h$), значение которой устанавливается в системе управления вместо h .

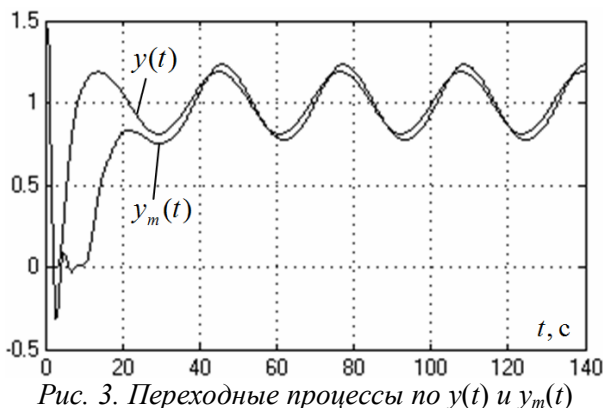


Рис. 3. Переходные процессы по $y(t)$ и $y_m(t)$

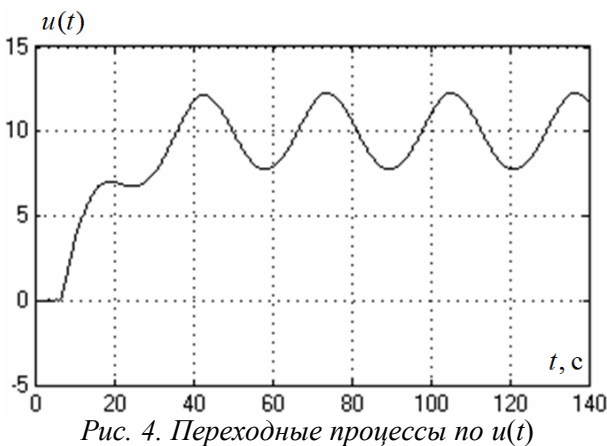


Рис. 4. Переходные процессы по $u(t)$

Рассмотрим вышесказанное на численном примере моделирования. Пусть модель объекта управления (22) описывается уравнением

$$(29) \quad (p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3) y(t) = ku(t - h(t)) + \varphi(t).$$

Положим, что верхняя оценка времени запаздывания $\bar{h} = 4$ с. Эталонную модель зададим уравнением (23). Сформируем систему управления, состоящую из фильтров состояния (24), наблюдателя (25), закона управления и алгоритмов настройки параметров (26), где только во втором уравнении (24) и

в первом, во втором и в третьем уравнениях вместо h ставится $\bar{h}$.

На рис. 5 и рис. 6 приведены результаты моделирования по выходу объекта $y(t)$, выходу эталонной модели $y_m(t)$ и управляющему воздействию $u(t)$ при параметрах в объекте управления (29), взятых из (27), только где $h = 2 + e^{-2t}$ с и $\varphi(t) = 1 + 0,5\sin 0,1t$.

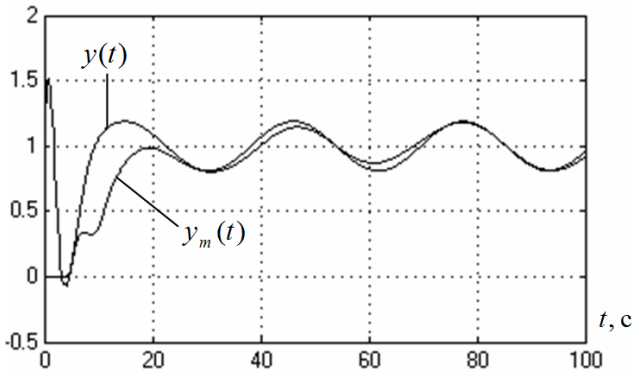


Рис. 5. Переходные процессы по $y(t)$ и $y_m(t)$

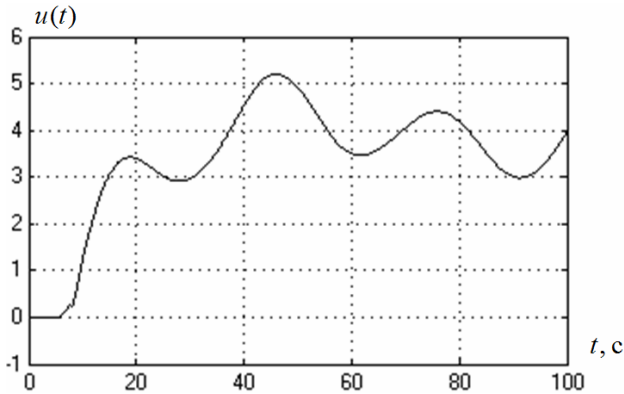


Рис. 6. Переходные процессы по $u(t)$

На рис. 7 и рис. 8 приведены результаты моделирования по $y(t)$, $y_m(t)$ и $u(t)$ при данных в объекте (29), взятых из (28), только где $h = 3 - 0,5\sin 4t$ с и $\varphi(t)$ – белый шум.

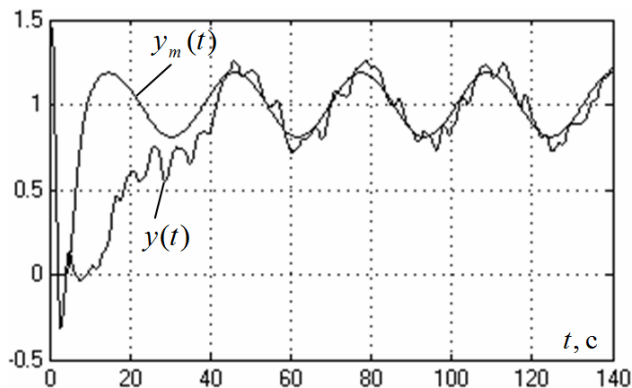


Рис. 7. Переходные процессы по $y(t)$ и $y_m(t)$

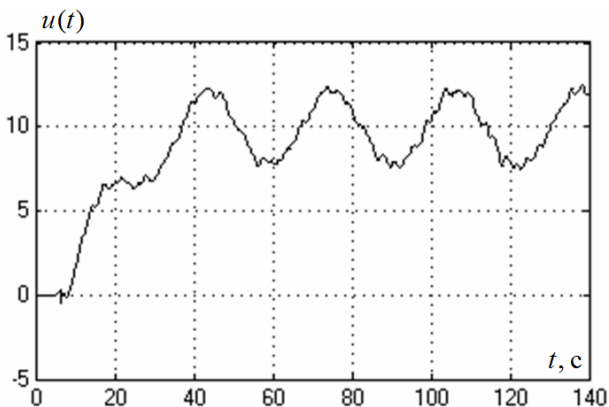


Рис. 8. Переходные процессы по $u(t)$

6. Заключение

В статье решена задача адаптивного управления с эталонной моделью для линейного объекта с неизвестными параметрами и запаздыванием по управлению. При решении предполагалось, что измерению доступен только скалярный выход объекта управления. Синтез системы управления осуществлялся с использованием модифицированного алгоритма адаптации высокого порядка. Получены алгоритмы, обеспечивающие слежение выхода объекта за эталонным сигналом с заданной точностью без использования прогнозирующих устройств.

Литература

1. БРУСИН В.А. *Об одном классе сингулярно возмущенных адаптивных систем.* 1 // Автоматика и телемеханика. – 1995. – №4. – С. 119–127.
2. ГУРЕЦКИЙ Х. *Анализ и синтез систем управления с запаздыванием.* – М.: Машиностроение, 1973. – 328 с.
3. КИРЬЯНЕН А.И. *Устойчивость систем с последствием и их приложения.* – СПб.: Издательство Санкт-Петербургского университета, 1994. – 235 с.
4. КОЛМАНОВСКИЙ В.Б., НОСОВ В.Г. *Устойчивость и периодические режимы систем с последствием.* – М.: Наука, 1981. – 448 с.
5. МИРОШНИК И.В., НИКИФОРОВ В.О., ФРАДКОВ А.Л. *Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами.* – СПб.: Наука, 2000. – 549 с.
6. ПОЛЯК Б.Т., ЩЕРБАКОВ П.С. *Робастная устойчивость и управление.* – М.: Наука, 2002. – 303 с.
7. ФОМИН В.М., ФРАДКОВ А.Л., ЯКУБОВИЧ В.А. *Адаптивное управление динамическими объектами.* – М.: Наука, 1982. – 448 с.
8. ФУРТАТ И.Б., ЦЫКУНОВ А.М. *Адаптивное управление объектами с запаздыванием по выходу // Известия ВУЗов. Приборостроение.* – 2005. – №7. – С. 15–19.
9. ФУРТАТ И.Б., ЦЫКУНОВ А.М. *Синтез адаптивного управления по выходу для систем с запаздыванием на осно-*

- ве модифицированного алгоритма высокого порядка // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2006. – №8. – С. 15–17.
10. ЦЫКУНОВ А.М. *Адаптивное и робастное управление динамическими объектами*. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. – 268 с.
 11. ЦЫКУНОВ А.М. *Адаптивное управление с компенсацией влияния запаздывания в управляющем воздействии* // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2000. – №4. – С. 78–81.
 12. ЦЫКУНОВ А.М. *Модифицированный адаптивный алгоритм высокого порядка для управления линейным объектом по выходу* // Автоматика и телемеханика. – 2006. – №8. – С. 143–152.
 13. ЦЫКУНОВ А.М. *Следящие системы для линейных объектов с запаздывающим управлением* // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2008. – №8. – С. 7–12.
 14. ЦЫПКИН Я.З. *Оптимальные адаптивные системы управления объектами с запаздыванием* // Автоматика и телемеханика. – 1986. – №8. – С. 5–24.
 15. ATASSI A.N., KHALIL H.K. *A separation principle for the stabilization of class of nonlinear systems* // IEEE Trans. Automat. Control. – 1999. – Vol. 44, №9. – P. 1672–1687.
 16. KRISTIC M. *Delay compensation for nonlinear, adaptive, and PDE systems*. – Birkhauser, 2009. – 466 p.
 17. LOZANO R., CASTILLIO P., GARCIA P., DZUL A. *Robust prediction-based control for unstable delay systems: Application to the yaw control of a mini-helicopter* // Automatica. – 2004. – Vol. 40, №4. – P. 603–612.
 18. NARENDRA K.S., ANNASWAMY A.M., SINGH R.P. *A general approach to the stability analysis of adaptive systems* // Int. J. Control. – 1985. – Vol. 41, №1. – P. 193–216.
 19. NICULESCU S.I., ANNASWAMY A.M. *An adaptive Smith-controller for time-delay systems with relative degree $n \leq 2$* // Systems and control letters. – 2003. – Vol. 49, №5. – P. 347–358.
 20. SMITH J.M. *Closer control of loops with dead time* // Chem. Eng. Prog. – 1959. – №53. – P. 217–219.

ADAPTIVE CONTROL OF PLANT WITH TIME DELAY IN INPUT SIGNAL USING NO PREDICTORS

Igor Furtat, Institute of Problems of Mechanical Engineering of RAS, Saint-Petersburg,
National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Saint-Petersburg,
Gubkin Russian State University of Oil and Gas, Moscow;
Cand. Sc., assistant professor (cainenash@mail.ru).

Abstract: The problem is considered of adaptive control of plants with time delay in input signal without using predictors and measuring only the output of a plant. The suggested algorithm guarantees the desired accuracy of tracking the plant output to a reference signal. Simulation results are provided illustrating algorithm performance.

Keywords: plant with time delay in input signal, modified algorithm of adaptation of high-order, observer, singularly perturbed system.

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии Д. А. Новиковым*