УДК 519.83+519.86
ББК 22.18

# МОДЕЛИ МОТИВАЦИОННОГО УПРАВЛЕНИЯ В ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКЕ И ПРОБЛЕМЫ ИХ ИДЕНТИФИКАЦИИ[1]

**Антоненко А. В.[2], Угольницкий Г. А.[3]**
(*Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону*)

*Рассматриваются оптимизационные и теоретико-игровые модели стимулирования инноваций и борьбы с хищениями в электроэнергетике. Обсуждаются проблемы идентификации моделей, имеющие ключевое значение для приложений. Приводятся результаты аналитических и численных исследований.*

Ключевые слова: иерархические игры, мотивационное управление, оптимизация, идентификация, электроэнергетика.

## *1. Введение*

Использование оптимизационных и теоретико-игровых моделей организационного управления представляется перспективным инструментом повышения эффективности электроэнергетической отрасли. Анализ литературных источников позволяет сделать следующие выводы.

1. При управлении распределенным потреблением электроэнергии в условиях децентрализованного рынка достаточно активно используются математические модели и компьютерные системы поддержки решений на их основе.

---

[1] *Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты №12-01-00017, 12-01-31287) и Южного федерального университета.*

[2] *Андрей Валерьевич Антоненко, кандидат технических наук, (тел. (918) 564-54-38, andrei80586@yandex.ru).*

[3] *Геннадий Анатольевич Угольницкий, доктор физико-математических наук, профессор (Ростов-на-Дону, ул. Лермонтовская, 102, кв. 30, тел.служебный (863) 297-51-14, ougoln@mail.ru).*

2. Среди наиболее широко применяемых моделей можно указать:

– модели прогноза различных параметров функционирования электроэнергетических систем и рынков электроэнергии (цены, нагрузки, потребление) [3];

– модели влияния различных факторов и подготовки данных (эконометрические, динамические) [7];

– модели функционирования рынка и его отдельных участников, в том числе регуляторов и распределяющих компаний (экономико-математические, имитационные) [6];

– модели оценки инвестиций [4];

– модели и системы поддержки решений [10];

– модели управления спросом [12].

3. Большинство описанных моделей опирается на данные коммерческого учета потребления электроэнергии, для получения которых необходимо устанавливать интеллектуальные счетчики.

4. Наиболее важными с точки зрения решения практических задач, стоящих перед электроэнергетическими компаниями на конкурентном рынке, представляются задачи управления спросом. Именно инновации в управлении спросом могут дать наибольший эффект в краткосрочной и долгосрочной перспективе.

5. Комплексное использование моделей и методов управления спросом позволяет не только решать задачи оперативного управления электроэнергетическими системами, но и обеспечить их долгосрочное устойчивое развитие, под которым понимается выполнение базовых социальных, экономических, экологических и технологических требований при условии согласования интересов всех участников рынка электроэнергии. Постановка и решение задач управления устойчивым развитием электроэнергетической отрасли представляется магистральным направлением фундаментальных и прикладных научных исследований в электроэнергетике.

На основании проведенного анализа представляются целесообразными постановка и решение следующих задач управления распределенным потреблением электроэнергии.

1. Интеллектуальная обработка данных, собираемых компьютеризованными электросистемами (приборами учета потребления электроэнергии).

2. Разработка моделей защиты от целенаправленного искажения информации и алгоритмов их решения: а) модели борьбы с неплатежами; б) модели борьбы с уменьшением показателей потребления электроэнергии; в) модели контроля отчетности подразделений энергетических компаний.

3. Разработка моделей активного пользователя электроэнергии и алгоритмов их решения: а) модели использования дифференцированных тарифов на электроэнергию; б) модели «встречного планирования» для повышения точности прогноза потребления и управления нагрузкой; в) модели стимулирования инноваций в коммерческом учете электроэнергии.

4. Разработка моделей иерархического управления устойчивым развитием электроэнергетическими системами и алгоритмов их решения: а) модели административного управления с учетом требований устойчивого развития; б) модели экономического управления с учетом требований устойчивого развития; в) модели перехода к кооперации агентов и совместного обеспечения устойчивого развития.

В ролях ведущего и ведомого в моделях иерархического управления могут выступать различные агенты, например: регулятор рынка – энергетическая компания, энергетическая компания – клиент, крупная оптовая компания – розничные продавцы электроэнергии, компания – филиалы и т.п.

5. Разработка и реализация информационно-моделирующих систем управления в электроэнергетике с учетом требований устойчивого развития.

Итак, для решения практических задач управления спросом на электроэнергию представляется целесообразным использовать модели и механизмы управления организационными системами с учетом концепции управления устойчивым развитием. На первый план здесь выходят модели мотивационного управления, описывающие экономические механизмы стимулирования активных агентов. Изучение таких моделей осуществляется средствами теории контрактов [11], информационной теории иерархических систем [5], теории активных систем [1] (сейчас –

теории управления организационными системами [8]). В рамках последнего направления впервые намечены пути приложения механизмов организационного управления к электроэнергетике [2]. В авторских исследованиях мотивационное управление трактуется как побуждение – один из методов управления наряду с принуждением и убеждением, которые используются для решения задач обеспечения устойчивого развития сложных систем [9–10].

Целью настоящей статьи является решение двух взаимосвязанных задач. Во-первых, описание достаточно широкого множества оптимизационных и теоретико-игровых моделей, пригодных для решения задач организационного управления в электроэнергетике, и качественная демонстрация типовых выводов, которые могут быть получены с помощью указанных моделей. Во-вторых, описание авторского подхода к идентификации этих моделей, необходимой для решения конкретных практических задач.

Этот замысел определяет структуру статьи. В разделе 1 описываются модели стимулирования инноваций в электроэнергетике: классическая модель стимулирования типа «центр – агент», теоретико-игровая модель с равноправными игроками, теоретико-игровая модель типа Гермейера–Вателя, иерархическая игровая модель, кооперативно-игровая модель. Описаны решения этих моделей и дана их интерпретация с точки зрения электроэнергетики. В разделе 2 описаны модели борьбы с хищениями электроэнергии. В целом модель представляет собой иерархическую игру трех лиц типа «принципал – супервайзор – агент», для которой предложены стратегии принципала в борьбе с коррупцией. Возможно также рассмотрение с позиций супервайзора и агента. Помимо качественного анализа, в обоих разделах приводятся иллюстративные результаты числовых расчетов. В разделе 3 подчеркивается важность проблем идентификации моделей, обсуждаются существующие подходы к их решению, и дается набросок авторской методики. В Заключении формулируются полученные результаты и намечаются перспективы дальнейших исследований.

## 2. Модели стимулирования инноваций в электроэнергетике

В качестве примера инновации рассматривается установка компьютеризованных электросистем «Аргус», обеспечивающих автоматизацию учета потребления электроэнергии и ряд функций управления нагрузкой. Применение данного оборудования позволяет увеличить эффективность использования установленной электрической мощности объектов до 30%, повысить уровень пожарной безопасности объектов, снизить затраты на эксплуатацию систем электроснабжения объектов до 15% и увеличить их срок эксплуатации. Максимальная эффективность применения оборудования достигается при новом строительстве и реконструкции объектов. Оборудование имеет европейский и российский сертификаты соответствия, его применение одобрено и рекомендовано НП «Центр энергосбережения и инновационных технологий» Ростовской области и ОАО «Донэнерго».

Однако остается открытым вопрос о субъекте финансирования установки компьютеризованных электросистем (интеллектуальных счетчиков) «Аргус» для различных категорий потребителей. Для его решения целесообразно использовать различные классы моделей стимулирования.

### *2.1. КЛАССИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СТИМУЛИРОВАНИЯ*

В классической модели стимулирования [3] центр компенсирует агенту затраты на совершение действий, приносящих доход центру. Обозначим: $u$ – доля установленных счетчиков от максимального числа (100%-й обеспеченности); $c(u)$ – затраты агента на установку счетчиков (выпуклая функция); $s(u)$– компенсация центром затрат агента; $H(u)$– доход центра от установки счетчиков (вогнутая функция).

Модель имеет вид

$$F(u) = H(u) - s(u) \to \max, \quad s(u) \in S(u);$$

$$f(u) = s(u) - c(u) \to \max, \quad 0 \le u \le 1.$$

Ее решение

$$s^*(u) = \begin{cases} c(u) + \delta, u = u^*, \\ 0 \text{ иначе}; \end{cases}$$

где $\delta$ – мотивирующая надбавка,

$$F(u^*) = \max_{0 \le u \le 1} F(u) = \max_{0 \le u \le 1} [H(u) - c(u)].$$

Возьмем в качестве примера

$$H(u) = au^{\alpha} \, (0 \le \alpha \le 1), \, c(u) = bu^{\beta} \, (\beta \ge 1).$$

Здесь $a$ – доход центра при 100%-м охвате территории счетчиками; $b$ – затраты агента на 100%-ю обеспеченность счетчиками; $\alpha$, $\beta$ – модельные параметры. Тогда

$$F(u) = H(u) - c(u) = au^{\alpha} - bu^{\beta},$$

$$\frac{dF}{du} = \alpha a u^{\alpha-1} - \beta b u^{\beta-1} \Rightarrow u^* = \left(\frac{\alpha a}{\beta b}\right)^{\frac{1}{\beta-\alpha}}$$ – точка максимума,

так как

$$\frac{d^2 F(u^*)}{du^2} = \alpha(\alpha - 1)u^{\alpha-2} - \beta(\beta - 1)u^{\beta-2} < 0.$$

Окончательно получаем оптимальное решение в виде

$$u_{\max} = \begin{cases} u^*, u^* \in [0,1], \\ 1, u^* \notin [0,1] \wedge a > b, \\ 0, u^* \notin [0,1] \wedge a < b. \end{cases}$$

При $a = b = 1$ получаем $u^* = (\alpha / \beta)^{\frac{1}{\beta-\alpha}} < 1$, т.е. 100%-я обеспеченность не оптимальна.

Проведем иллюстративные расчеты по сетке для $\alpha$ = 0,1; 0,3; …; 0,9; $\beta$ = 2, 4, …, 10, и различных соотношений значений параметров $a$ и $b$. Результаты представлены в таблицах 1–5.

В случае равных затрат и дохода при 100% обеспеченности значение $u^*$ возрастает при возрастании параметров $\alpha$ и $\beta$. Таким образом, наибольшее из возможных значение $u^*$ получается при использовании наибольших значений параметров $\alpha$ и $\beta$.

Когда значение дохода $a \to 0$, значение $u^*$ возрастает при увеличении параметра $\beta$. Наибольшее значение $u^*$ получается при использовании наибольших возможных значений параметров $\alpha$ и $\beta$.

*Таблица 1. Значение $u^*$ при $a = b = 1$*

| $\alpha \backslash \beta$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **0,1** | 0,07 | 0,21 | 0,31 | 0,39 | 0,45 | 0,50 | 0,54 | 0,57 | 0,60 |
| **0,3** | 0,18 | 0,33 | 0,43 | 0,50 | 0,55 | 0,59 | 0,63 | 0,65 | 0,68 |
| **0,5** | 0,25 | 0,40 | 0,49 | 0,55 | 0,60 | 0,64 | 0,67 | 0,70 | 0,71 |
| **0,7** | 0,31 | 0,45 | 0,53 | 0,59 | 0,63 | 0,67 | 0,70 | 0,72 | 0,74 |
| **0,9** | 0,35 | 0,49 | 0,56 | 0,62 | 0,66 | 0,69 | 0,71 | 0,74 | 0,75 |

*Таблица 2. Значение $u^*$ при $a = 0,1$, $b = 50$*

| $\alpha \backslash \beta$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **0,1** | 0 | 0,0078 | 0,0363 | 0,0789 | 0,1266 | 0,1742 | 0,2195 | 0,2615 | 0,3 |
| **0,3** | 0 | 0,0085 | 0,0427 | 0,0926 | 0,1465 | 0,1987 | 0,2472 | 0,2913 | 0,3311 |
| **0,5** | 0 | 0,0063 | 0,0407 | 0,0935 | 0,1507 | 0,2056 | 0,2561 | 0,3017 | 0,3426 |
| **0,7** | 0 | 0,0037 | 0,0356 | 0,0897 | 0,1492 | 0,2064 | 0,2587 | 0,3057 | 0,3477 |
| **0,9** | 0 | 0,0017 | 0,0292 | 0,0833 | 0,1446 | 0,2038 | 0,2579 | 0,3064 | 0,3494 |

*Таблица 3. Значение $u^*$ при $a = 25$, $b = 50$*

| $\alpha \backslash \beta$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **0,1** | 0,0358 | 0,1435 | 0,2437 | 0,3251 | 0,3907 | 0,4442 | 0,4886 | 0,526 | 0,558 |
| **0,3** | 0,0665 | 0,2179 | 0,3297 | 0,4117 | 0,4742 | 0,5235 | 0,5635 | 0,5966 | 0,6246 |
| **0,5** | 0,0625 | 0,25 | 0,3701 | 0,4529 | 0,5139 | 0,5611 | 0,5989 | 0,63 | 0,656 |
| **0,7** | 0,0302 | 0,2617 | 0,3929 | 0,478 | 0,5388 | 0,585 | 0,6216 | 0,6514 | 0,6762 |
| **0,9** | 0,0003 | 0,2577 | 0,4052 | 0,4942 | 0,5558 | 0,6018 | 0,6377 | 0,6667 | 0,6908 |

Когда значение $a = b/2$, значение $u^*$ возрастает при возрастании параметра $\beta$.Наибольшее значение $u^*$ получается при использовании наибольших возможных значений параметров $\alpha$ и $\beta$.

В случае, когда затраты агента $b \to 0$, оптимальная доля установленных счетчиков от максимального числа $u^*$ максимальна и равна 1 при любых значениях параметров $\alpha$ и $\beta$.

Распределение $u^*$ при возрастании параметра $\beta$ зависит от текущего значения параметра $\alpha$, т.е. выгодно брать наибольшее значение $\alpha$.

*Таблица 4. Значение $u^*$ при a = 50, b = 0,1*

| $\alpha \backslash \beta$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **0,1** | 77,22 | 5,44 | 2,64 | 1,91 | 1,60 | 1,43 | 1,33 | 1,26 | 1,21 |
| **0,3** | 1284,40 | 12,68 | 4,26 | 2,66 | 2,06 | 1,76 | 1,58 | 1,46 | 1,38 |
| **0,5** | 62500,00 | 25,00 | 5,87 | 3,26 | 2,39 | 1,97 | 1,73 | 1,58 | 1,48 |
| **0,7** | 302152933,14 | 53,14 | 7,92 | 3,88 | 2,69 | 2,15 | 1,86 | 1,68 | 1,55 |
| **0,9** | 3,41E+26 | 137,51 | 10,87 | 4,59 | 3,00 | 2,33 | 1,98 | 1,76 | 1,62 |

*Таблица 5. Значение $u^*$ при a = 50, b =25*

| $\alpha \backslash \beta$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **0,1** | 0,17 | 0,30 | 0,39 | 0,46 | 0,52 | 0,56 | 0,60 | 0,63 | 0,65 |
| **0,3** | 0,48 | 0,50 | 0,55 | 0,60 | 0,64 | 0,67 | 0,69 | 0,71 | 0,73 |
| **0,5** | 1 | 0,63 | 0,64 | 0,67 | 0,70 | 0,72 | 0,74 | 0,76 | 0,77 |
| **0,7** | 3,07 | 0,76 | 0,72 | 0,73 | 0,74 | 0,76 | 0,77 | 0,79 | 0,80 |
| **0,9** | 357,05 | 0,91 | 0,78 | 0,77 | 0,78 | 0,79 | 0,80 | 0,81 | 0,82 |

## *2.2. ТЕОРЕТИКО-ИГРОВАЯ МОДЕЛЬ С РАВНОПРАВНЫМИ ИГРОКАМИ*

Рассмотрим игру в нормальной форме с тремя игроками: местный орган управления ($i = 1$), товарищество собственников жилья ($i = 2$) и энергетическая компания ($i = 3$). В общем виде модель можно записать как

$$g_i(u_1, u_2, u_3) \to \max, \quad u_i \in U_i\ , i = 1,2,3\,,$$

и основную задачу представляет идентификация функций выигрыша $g_i$, осуществляемая по методике последовательного усложнения с использованием экспертных оценок (см.раздел 3). Возьмем в качестве примера

$$g_i(u_1, u_2, u_3) = a_i (u_1 + u_2 + u_3)^{\alpha_i} - 0.5 b_i u_i^2\,,$$

$$a_i > 0, b_i > 0,\ 0 \le \alpha_i \le 1,\ i = 1,2,3;$$

где $u_i$ – доля бюджета развития игрока $i$, ассигнуемая на инновации в электроэнергетике;$g_i$ – доход игрока $i$от этих инноваций.

Для нахождения равновесий по Нэшу надо решить систему уравнений

$$0 = \frac{\partial g_i(u)}{\partial u_i} = a_i \alpha_i (u_1 + u_2 + u_3)^{\alpha_i - 1} - b_i u_i\,, \quad i = 1,2,3.$$

В общем виде требуется численное решение. В частном случае $a_i \equiv a$, $b_i \equiv b$, $\alpha_i \equiv \alpha$получаем

$$bu_1 = bu_2 = bu_3 = bu = a\alpha(3u)^{\alpha-1},$$

откуда $u^* = [3^{\alpha-1}a\alpha / b]^{\frac{1}{2-\alpha}}$.

В безразмерном варианте $a = b = 1$ имеем $u^* = [3^{\alpha-1}\alpha]^{\frac{1}{2-\alpha}}$.

## *2.3.ТЕОРЕТИКО-ИГРОВАЯ МОДЕЛЬ ГЕРМЕЙЕРА–ВАТЕЛЯ*

Изученная в [4] модель может быть записана в виде

$$\begin{aligned} &g_i(u_1,u_2,u_3) = \lambda_i h_i(u_i) + G(y_1,y_2,y_3) \to \max, \\ &y_i = a_i - u_i, \quad i = 1,2,3. \end{aligned} \tag{1}$$

Таким образом, каждый игрок располагает ресурсом $a_i$, который он распределяет между частным интересом $h_i(u_i)$, зависящим только от его собственных действий, и общим интересом $G$, зависящим от действий всех игроков. В [4] доказано, что при монотонных функциях $h_i(u_i)$ и $G$ в игре (1) существует хотя бы одно Парето-оптимальное равновесие по Нэшу. Рассмотрим случай двух игроков, тогда Парето-оптимальное равновесие по Нэшу будет сильным равновесием. Положим для простоты $a_1 = a_2 = 1$, т.е. каждый игрок располагает единичным ресурсом (бюджетом развития). Пусть функции выигрыша имеют вид

$$g_1(u_1,u_2) = 2\sqrt{u_1} + 2\sqrt{2-u_1-u_2} \to \max, \quad 0 \le u_1 \le 1, \tag{2}$$

$$g_2(u_1,u_2) = 2\sqrt{u_2} + 2\sqrt{2-u_1-u_2} \to \max, \quad 0 \le u_2 \le 1, \tag{3}$$

где $u_i$ – часть бюджета развития, ассигнуемая игроком $i$ на его частные интересы; $1 - u_i$ – оставшаяся часть бюджета, ассигнуемая игроком $i$ на финансирование инноваций (которое предполагается общим интересом обоих игроков), $i = 1, 2$.Тогда можно показать, что ситуация (2/3, 2/3)является сильным равновесием в игре (2)–(3), т.е. две трети бюджета каждый игрок ассигнует на частные интересы, треть – на стимулирование инноваций. При этом игроки получают одинаковые выигрыши $g_1(2/3, 2/3) = g_2(2/3, 2/3) = 4\sqrt{6}/3$. Заметим, что если рассмотреть игру (2)–(3) в иерархической постановке с ведущим первым игроком, то равновесие по Штакельбергу имеет вид (2/3, 1/6), при этом выигрыш ведущего игрока $g_1\left(2/3,1/6\right)=2\left(\sqrt{2/3}+\sqrt{7/6}\right)$ больше выигрыша ведомого игрока $g_2\left(2/3,1/6\right)=2\left(\sqrt{1/6}+\sqrt{7/6}\right)$ и больше выигрыша в сильном равновесии.

Главная проблема здесь заключается в идентификации функций выигрыша (1), поскольку ясно, что при их виде, отличном от (2)–(3), оптимальное распределение ассигнований будет иным. Например, рассмотрим модель вида

$$g_1(u_1,u_2)=\sqrt{2-u_1-u_2}-u_1\to\max,\quad 0\le u_1\le 1;$$

$$g_2(u_1,u_2)=\sqrt{2-u_1-u_2}-u_2\to\max,\quad 0\le u_2\le 1.$$

Легко убедиться, что здесь ситуация «чистого альтруизма» (0, 0) является сильным равновесием и совпадает с равновесием по Штакельбергу, при этом выигрыши игроков равны: $g_1(0,0)=g_2(0,0)=\sqrt{2}$.

### *2.4. ТЕОРЕТИКО-ИГРОВАЯ ИЕРАРХИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ*

Рассмотрим иерархическую игру, в которой первый игрок – ведущий (с правом первого хода), второй – ведомый. Ведущий стремится заинтересовать ведомого во внедрении инноваций. Модель имеет вид

$$g_1(u_1,u_2)\to\max,\quad u_1\in U_1;$$

$$g_2(u_1,u_2)\to\max,\quad u_2\in U_2.$$

Рассмотрим в качестве примера игру

$$g_1(u_1,u_2)=a_1u_1-0.5b_1u_1^2+c_1u_2\to\max,\quad 0\le u_1\le 1;$$

$$g_2(u_1,u_2)=a_2u_2-0.5b_2u_2^2+c_2u_1\to\max,\quad 0\le u_2\le 1.$$

Здесь $u_i$ – доля бюджета развития игрока $i$, ассигнуемая на инновации в электроэнергетике (установку счетчиков «Аргус»); $g_i$ – общий доход игрока $i$ от инноваций в ситуации ($u_1$, $u_2$). Найдем сначала равновесие по Штакельбергу:

$$\frac{\partial g_2}{\partial u_2}=a_2-b_2u_2\Rightarrow u_2{*}=R_2(u_1)=\frac{a_2}{b_2};$$

$$\frac{\partial g_1(u_1,u_2{*})}{\partial u_1}=a_1-b_1u_1\Rightarrow u_1{*}=\frac{a_1}{b_1};$$

$ST_1 = \{(a_1/b_1, a_2/b_2)\}$ и является также равновесием Нэша, так как уравнения $\partial g_1 / \partial u_1 = 0$, $\partial g_2 / \partial u_2 = 0$ независимы. Теперь найдем равновесие в игре $\Gamma_2$, используя теорему Гермейера [5].

**Теорема Гермейера.** Пусть функции выигрыша первого и второго игроков $M_1(x_1, x_2)$, $M_2(x_1, x_2)$ непрерывны на компактах $X_1$, $X_2$ (множествах допустимых управлений игроков). Введем следующие функции: стратегию наказания игрока 2 $x_1^P(x_2)$ по правилу $M_2(x_1^P, x_2) = \min\limits_{x_1 \in X_1} M_2(x_1, x_2)$, и доминирующую стратегию игрока 1 $x_1^D(x_2)$, которая удовлетворяет условию $M_1(x_1^D, x_2) = \max\limits_{x_1 \in X_1} M(x_1, x_2)$. Кроме того, введем величины и множества:

$$L_2 = \max_{x_2 \in X_2} M_2(x_1^P(x_2), x_2);$$

$$E_2 = \{x_2 \in X_2 : M_2(x_1^P(x_2), x_2) = L_2\};$$

$$D_2 = \{(x_1, x_2) \in X_1 \times X_2 : M_2(x_1, x_2) > L_2\};$$

$$K_1 = \sup_{(x_1, x_2) \in D_2} M_1(x_1, x_2) \le M_1(x_1^\varepsilon, x_2^\varepsilon) + \varepsilon,$$

$$(D_2 = \varnothing \Rightarrow K_1 = -\infty);$$

$$K_2 = \min_{x_2 \in E_2} \max_{x_1 \in X_1} M_1(x_1, x_2).$$

Тогда гарантированный выигрыш игрока 1 (ведущего) в игре $\Gamma_2$ (игре, в которой первый игрок имеет информацию о выборе второго игрока) равен $w_1 = \max(K_1, K_2)$, а соответствующая $\varepsilon$-оптимальная гарантирующая стратегия имеет вид

$$\tilde{x}_1^\varepsilon(x_2) = \begin{cases} x_1^\varepsilon, & x_2 = x_2^\varepsilon, K_1 > K_2, \\ x_1^D(x_2), & x_2 \in E_2, K_1 \le K_2, \\ x_1^P(x_2) & \text{иначе.} \end{cases}$$

где $x_1^\varepsilon$ и $x_2^\varepsilon$ описаны выше.

В нашем примере $u_1^D(u_2) \equiv \dfrac{a_1}{b_1}$; $u_1^P(u_2) \equiv 0$;

$$L_2 = \max_{0 \le u_2 \le 1} g_2(0, u_2) = g_2(0, \frac{a_2}{b_2}) = \frac{a_2^2}{2b_2};$$

$$E_2 = \{(\frac{a_2}{b_2})\};$$

$$D_2 = \{(u_1, u_2) : g_2(u_1, u_2) > L_2\};$$

$$K_2 = g_1(u_1^*, u_2^*) = \frac{a_1^2}{2b_1} + \frac{a_2 c_1}{b_2};$$

для нахождения величины $K_1$ надо решить задачу

$$a_1 \cdot u_1 - 0{,}5 \cdot b_1 u_1^2 + c_1 \cdot u_1 \to \max$$

$$\begin{cases} a_2 u_2 - b_2 u_2^2 + c_2 u_2 > \dfrac{a_2^2}{2b_2} \\ 0 \le u_1 \le 1,\ 0 \le u_2 \le 1; \end{cases}$$

откуда вновь

(30) $$u_1^* = \frac{a_1}{b_2}, u_2^* = \frac{a_2}{b_2}, \quad K_1 = \frac{a_2^2}{2b_2} + \frac{a_1 c_2}{b_1}.$$

В силу $E_2 = \{u_2^*\}$ при любом соотношении $K_1$, $K_2$ получаем

$$\tilde{u}_1^*(u_2) = \begin{cases} \dfrac{a_1}{b_1}, & u_2 = \dfrac{a_2}{b_2}, \\ 0 & \text{иначе}; \end{cases}$$

т.е. в данном случае решения игр $\Gamma_1$ и $\Gamma_2$ совпадают. Проблема в том, что вопрос об идентификации параметров $a_i$, $b_i$, $c_i$ остается открытым.

## *2.5. КООПЕРАТИВНО-ИГРОВАЯ МОДЕЛЬ*

Удобной кооперативно-игровой моделью служат так называемые игры голосования [11]. Игра голосования с характеристической функцией $v$ определяется формулой

(4) $$v(K) = \begin{cases} 1, & \sum_{i \in K} q_i \ge Q, \\ 0 & \text{иначе}. \end{cases}$$

Здесь величина $q_i \ge 0$ интерпретируется как число голосов, которыми располагает игрок $i$. Таким образом, коалиция побеждает ($v(K) = 1$), если набирает не менее нужного числа голосов $Q$, и проигрывает в противном случае. Удобно задавать игру голосования строкой ($Q$; $q_1, \ldots, q_n$).

В рассматриваемой модели игроками являются местный орган управления ($i = 1$), товарищество собственников жилья ($i = 2$) и энергетическая компания ($i = 3$). В общем случае можно интерпретировать $q_i$ как комплексный ресурс игрока $i$, а $Q$– пороговое значение ресурса, при котором интеграция является эффективной. В качестве примера будем придерживаться трактовки, согласно которой $Q$ – стоимость реализации инновационного инвестиционного проекта (например, установка интеллектуальных счетчиков потребления электроэнергии), $q_i$ – сумма, которую игрок $i$ готов инвестировать в проект. Проект может быть выполнен, если участники (все или некоторые) совместно инвестируют в его реализацию необходимую сумму $Q$.

Рассмотрим игру голосования вида (4). В предложенной трактовке выигрывающими являются те и только те коалиции, которые располагают необходимыми средствами для реализации инвестиционного проекта, а решение игры показывает принцип распределения доходов от его реализации.

Положим для определенности $q_1 < q_2 < q_3$ , т.е. упорядочим участников по возрастанию их готовности инвестировать в проект. Будем считать также, что $q_1 + q_2 > q_3$ (в противном случае инвестиционный ресурс третьего игрока превосходит суммарный ресурс двух остальных, и объединение становится существенно неравноправным). Очевидно, что представляет интерес рассмотрение проектов, стоимость реализации которых находится в диапазоне $Q \in (q_3, q_1 + q_2 + q_3]$. Действительно, если $Q \le q_3$ , то третий игрок может реализовать проект самостоятельно, и необходимости в объединении не возникает. Если же $Q > q_1 + q_2 + q_3$ , то даже объединения ресурсов всех игроков все равно недостаточно для реализации проекта. Проведем анализ всех возможных случаев соотношения ресурсов игроков и стоимости проекта при сделанных предположениях.

1. $q_3 < Q \le q_1 + q_2$ .

В этом случае все одноэлементные коалиции проигрывающие, а все двухэлементные и максимальная коалиция – выигрывающие. Игра симметрична, $C$-ядро в ней отсутствует. Вектор

Шепли имеет вид $\Phi(v) = (1/3, 1/3, 1/3)$, т.е. в этом распределении все игроки получают одинаковую долю дохода от реализации проекта. Имеется устойчивое множество $B_{t/2} = \{(1/2, 1/2, 0), (1/2, 0, 1/2), (0, 1/2, 1/2)\}$, которое представляет собой так называемое дискриминирующее решение. Это означает, что те два игрока, которые первыми объединятся и создадут выигрывающую коалицию, исключают третьего игрока из распределения дохода, деля его поровну между собой.

2. $q_1 + q_2 < Q \leq q_1 + q_3$ .

Здесь участия третьего игрока необходимо и достаточно, чтобы неодноэлементная коалиция была выигрывающей, поэтому $C(v) = \{(0, 0, 1)\}$, $\Phi(v) = (1/6, 1/6, 2/3)$. Хотя третий игрок не является здесь в полном смысле слова диктатором, но его роль в инвестировании существенно выше, чем у двух других игроков, поэтому в $C$-ядре он забирает весь доход полностью, а в более демократичном векторе Шепли – две трети дохода (оставшаяся треть делится поровну между первым и вторым игроками).

3. $q_1 + q_3 < Q \leq q_2 + q_3$ .

Здесь в системе для определения $C$-ядра ненулевую правую часть имеют соотношения $x_2 + x_3 \geq 1$, $x_1 + x_2 + x_3 = 1$,
Поэтому $C(v) = \{(0, x_2, x_3), x_2 + x_3 = 1, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0\}$. Из соображений симметрии и неучастия первого игрока получаем вектор Шепли в виде $\Phi(v) = (0, 1/2, 1/2)$. Таким образом, здесь основную роль в инвестировании играют более сильные второй и третий игроки, которые и делят между собой инвестиционный доход, исключая первого игрока из распределения.

4. $q_2 + q_3 < Q \leq q_1 + q_2 + q_3$ .

Здесь $C(v) = \varnothing$, $\Phi(v) = (1/3, 1/3, 1/3)$,единственной выигрывающей коалицией является максимальная (т.е. для реализации проекта требуется обязательное объединение усилий всех игроков, которые в этом случае делят инвестиционный доход поровну).

## 3. Модели борьбы с хищениями электроэнергии

Эта проблема также является весьма актуальной. Так, по данным следственного управления Следственного комитета РФ по Ростовской области, в 2012 году группа сотрудников ОАО

«Донэнерго», состоящая из электромонтеров и руководителей отделов по передаче электроэнергии, незаконно получала денежные средства. Именно, при снятии показаний счетчиков электроэнергии инспекторы-контролеры, находящиеся в сговоре с потребителями, вносят незаконные изменения в учетные единицы (ставят перемычки, перематывают счетчики) в сторону значительного уменьшения количества потребляемой энергии.

Рассмотрим иерархическую систему вида

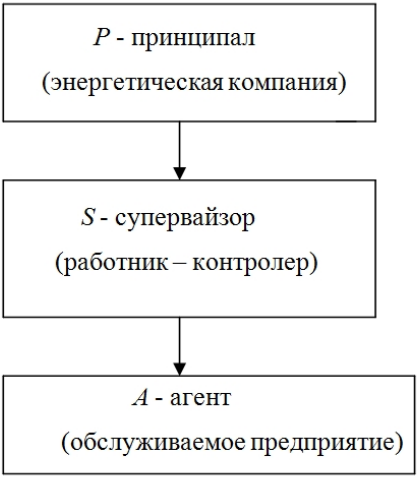


*Рис. 1.Схема трехуровневой иерархической системы.*

Структурная схема экономических отношений в проблеме борьбы с хищениями (уменьшением показателей потребления электроэнергии) выглядит следующим образом:

Выигрыш принципала = доход от продаж э/энергии – – затраты на премию супервайзору – затратынаконтроль хищений.

Выигрыш супервайзора = премия + «откат» – штрафпри поимке.

Выигрыш агента = доход от недоплаты – «откат».

Обозначим: $p$ – доля от дохода компании, идущая на премию работнику; $q$ – доля выявленных случаев подлога; $b$ – доля «отката»; $s$ – сообщаемое контролером значение энергопотребления

(КВт-ч); $r$ – истинное значение энергопотребления (КВт-ч); $c$ – цена 1 Квт-ч электроэнергии (руб/КВт-ч); ($c = 3{,}45$) $a$ – затраты компании на выявление всех случаев подлога (руб); $M$ – штраф за подлог (руб/КВт-ч).

Тогда имеем: $cs$ – доход компании; $pcs$ – премия работника; $c(r-s)$ – цена скрытого энергопотребления (доход от недоплаты); $bc(r-s)$ – «откат»; $aq$ – затраты компании на контроль; $Mq(r-s)$ – штраф при выявлении подлога в размере $(r-s)$.

Модель можно записать в виде

(5) $$g_P(p,q,s) = (1-p)cs - aq \to \max, \quad 0 \le p \le 1, \quad 0 \le q \le 1;$$

(6) $$g_S(p,q,s,b) = pcs + (bc - Mq)(r-s) \to \max, \quad 0 \le s \le r;$$

(7) $$g_A(s,b) = c(1-b)(r-s) \to \max, \quad 0 \le b \le 1.$$

Рассмотрим сначала ситуацию с позиции агента с функцией выигрыша (7). Предположим, что функция «информационной коррупции» $s = s(b)$ известна. В простейшем случае будем считать ее линейной функцией величины взятки:

(8) $s(b) = r(1-b)$.

Таким образом, в отсутствие коррупции ($b = 0$) контролер сообщает принципалу истинное значение потребления $s = r$, а при максимально возможном «откате» $b = 1$ не показывает потребление вообще ($s = 0$).Тогда задача оптимизации агента имеет вид

$$g_A(b) = crb(1-b) \to \max, \quad 0 \le b \le 1,$$

ее очевидное решение $b^* = 1/2$, при этом

$$s^* = r/2, \; g_A(b^*) = cr/4,$$

$$cb^*(r-s^*) = cr/4, \; g_P(p,q,s^*) = (1-p)cr/2 - aq;$$

т.е. при 50%-м «откате» половина(!) максимально возможного (при объективных значениях показателей) дохода компании поровну распределяется между коррупционными доходами супервайзора и агента, а доход компании соответственно составляет менее половины от максимально возможного с учетом затрат на премии супервайзору и контроль хищений.

Здесь вновь основная проблема заключается в идентификации функции $s = s(b)$, наиболее адекватно отражающей реальный процесс коррупции, поскольку формула (8) дает лишь первое приближение. Так, более общая степенная параметризация вида $s(b) = r(1 - b)^k$ приводит к результатам

$$b^* = 1 - \frac{1}{(k+1)^{1/k}}, s^* = \frac{r}{k+1},$$

и оказывается, что подходит лишь вариант $k \geq 1$, поскольку иначе контролеру выгодно завышать показания счетчиков. Тем не менее, уже эти простейшие предположения показывают наличие серьезных экономических оснований для коррупции.

Численные исследования проводились для функций коррупции следующего вида:

1. $s(b) = R*(2 - e^{ln2*b}), B* = 0{,}55; S* = 5402{,}72.$

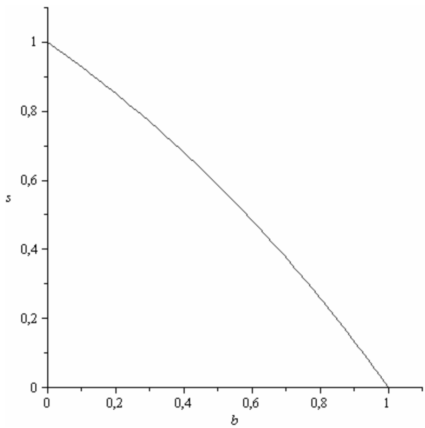


*Рис.2.B* = 0,55, S* = 5402,72*

Здесь результаты идентичны случаю линейной функции.

2. $s(b) = R*(1 - b)^a{}_*e^{(-t*b)}$.

Рассмотрим несколько характерных значений параметров (см. таблицы 6–12, рис. 3–18).

При отрицательных значениях параметра $t$ возможны ситуации (при $a < t$), когда функция коррупции принимает значения, большие истинной величины потребления.

В случаях, когда параметры $t$ и $a$ возрастают (как вместе, так и раздельно), возникает ситуация, в которой, несмотря на малую долю отката, супервайзор сообщает значительно меньший уровень потребления, чем реальный. Можно предположить, что параметры $t$ и $a$ некоторым образом описывают «приятельские» отношения между агентом и супервайзором, при которых второй за «чисто символическую» плату сильно искажает информацию в пользу первого.

*Таблица 6. a = 0,1*

| $t$ | $b^*$ | $s^*$ |
|---|---|---|
| 0,1 | 0,55 | 8734,52 |
| 0,3 | 0,51 | 8009,79 |
| 0,5 | 0,48 | 7358,14 |
| 0,9 | 0,45 | 6273,88 |
| 1 | 0,44 | 6041,83 |
| 2 | 0,39 | 4325,37 |
| 3 | 0,36 | 3296,26 |
| 4 | 0,32 | 2628,99 |
| 10 | 0,22 | 1118,71 |

$S(b)$:($t$ = 0,1, $t$ = 1, $t$ = 10)

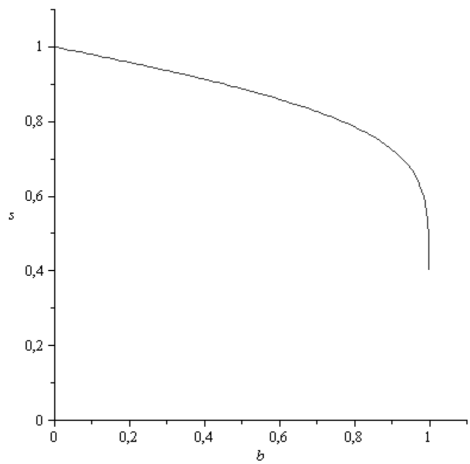


*Рис. 3. График функции s(b)при a =0,1 и t = 0,1*

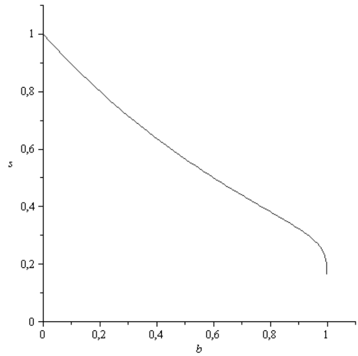


*Рис. 4.График функции s(b)при a =0,1 и t = 1*

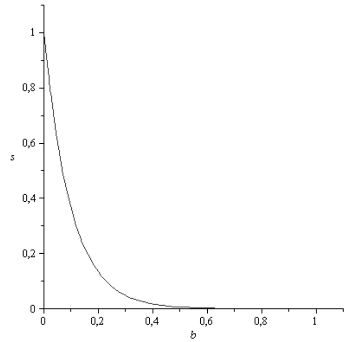


*Рис. 5.График функции s(b)при a =0,1 и t = 10*

*Таблица 7.a = 1*

| *t* | *b** | *s** |
|---|---|---|
| 0,1 | 0,49 | 4875,14 |
| 0,3 | 0,47 | 4630,19 |
| 0,5 | 0,45 | 4394,89 |
| 0,9 | 0,42 | 3966,00 |
| 1 | 0,41 | 3868,23 |
| 2 | 0,37 | 3057,93 |
| 3 | 0,33 | 2492,92 |
| 4 | 0,30 | 2086,72 |
| 10 | 0,21 | 1006,30 |

*S*(*b*): (*t* = 0,1,*t* = 1, *t* = 10)

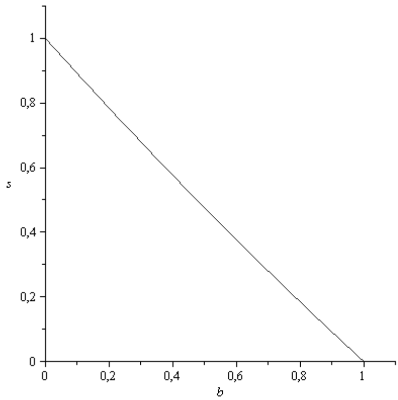


*Рис. 6.График функции s(b)при a =1 и t = 0,1*

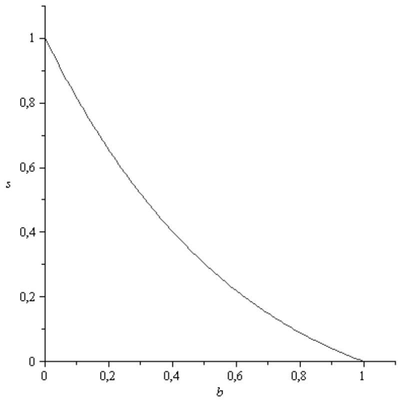


*Рис. 7. График функции s(b)при a =1 и t =1*

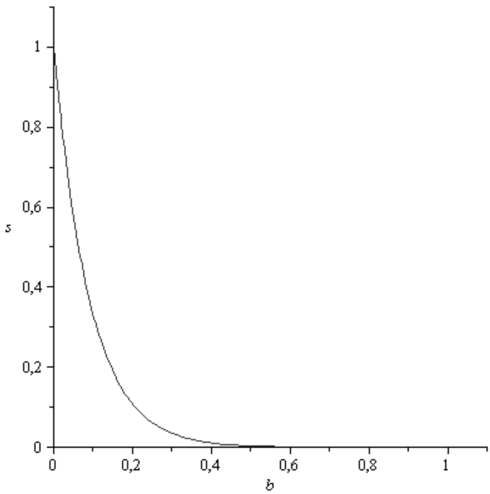


*Рис. 8.График функции s(b)при a =1 и t = 10*

*Таблица 8. a = 2*

| *T* | *b** | *s** |
|---|---|---|
| 0,1 | 0,42 | 3269,29 |
| 0,3 | 0,40 | 3145,55 |
| 0,5 | 0,39 | 3027,18 |
| 0,9 | 0,37 | 2805,64 |
| 1 | 0,37 | 2754,13 |
| 2 | 0,33 | 2305,15 |
| 3 | 0,30 | 1963,21 |
| 4 | 0,28 | 1699,48 |
| 10 | 0,20 | 905,99 |

*Таблица 9. a = 5*

| *t* | *b** | *s** |
|---|---|---|
| 0,1 | 0,30 | 1647,63 |
| 0,3 | 0,29 | 1609,46 |
| 0,5 | 0,29 | 1573,69 |
| 0,9 | 0,28 | 1503,90 |
| 1 | 0,28 | 1488,13 |
| 2 | 0,26 | 1336,67 |
| 3 | 0,24 | 1208,41 |
| 4 | 0,23 | 1100,41 |
| 10 | 0,17 | 700,25 |

$S(b)$:($t$=0,1, $t$=1,$t$=10)

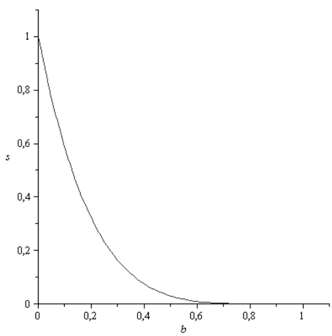


*Рис. 9. График функции s(b)при a =5 и t = 0,1*

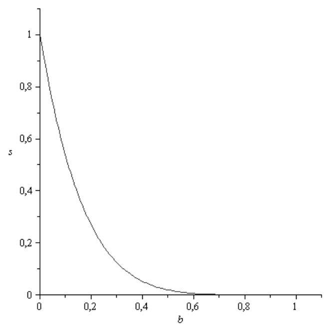


*Рис. 10.График функции s(b)при a =5 и t = 1*

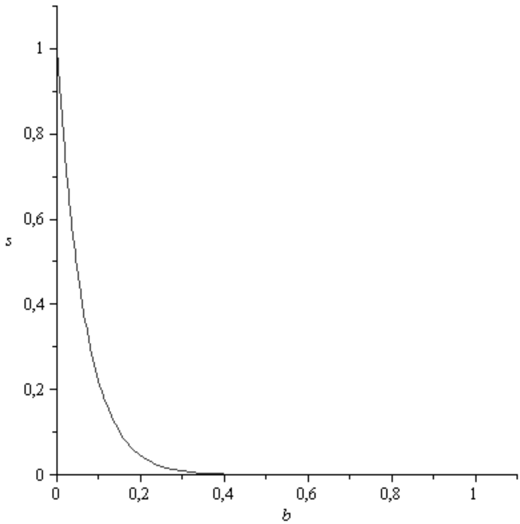


*Рис. 11.График функции s(b)при a =5 и t = 10*

*Таблица 10.t = –1*

| *a* | *b** | *s** |
|---|---|---|
| 1 | 0,71 | 5831,78 |
| 2 | 0,51 | 3982,35 |
| 3 | 0,42 | 2920,17 |
| 4 | 0,37 | 2289,16 |
| 10 | 0,23 | 977,72 |

$S(b)$ ($a$ = 1, $a$ = 2, $a$ = 3, $a$ = 10):

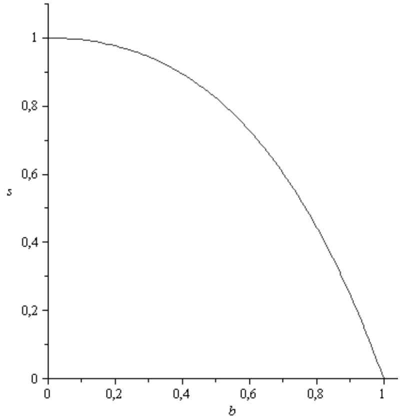


*Рис. 12.График функции $s(b)$ при $t$ = -1 и $a$ = 1*

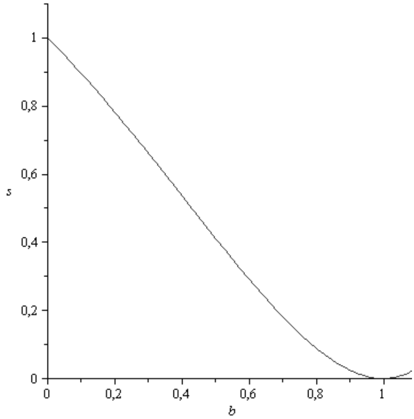


*Рис. 13.График функции $s(b)$ при $t$ = -1 и $a$ = 2*

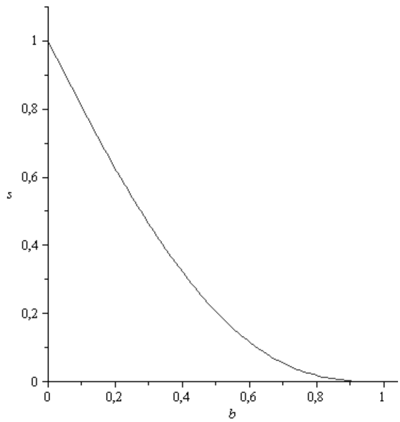


*Рис. 14. График функции $s(b)$ при $t$ = -1 и $a$ = 3*

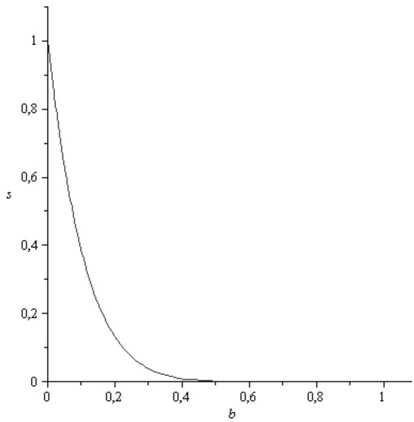


*Рис. 15.График функции $s(b)$ при $t$ = -1 и $a$=10*

*Таблица 11.t = –2*

| *a* | *b** | *s** |
|---|---|---|
| 2 | 0,66 | 4305,55 |
| 3 | 0,51 | 3320,61 |
| 4 | 0,42 | 2602,10 |
| 10 | 0,24 | 1055,30 |

*Таблица 12.t = –5*

| *a* | *b** | *s** |
|---|---|---|
| 5 | 0,57 | 2610,87 |
| 10 | 0,29 | 1339,24 |

$S(b)(a = 5, 10 , 2)$

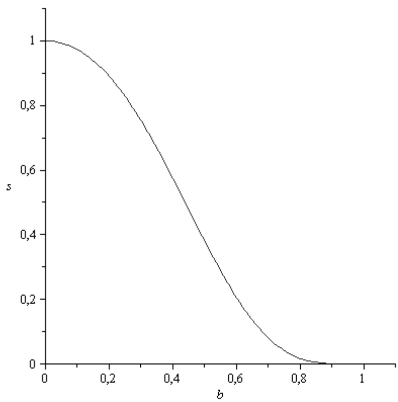

*Рис. 16.График функции s(b) при t = -5 и a=5*

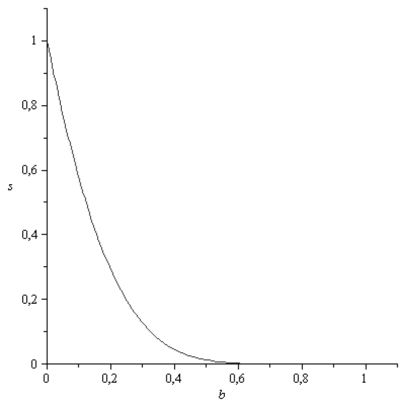

*Рис. 17.График функции s(b) при t = -5 и a=10*

Далее, рассматривая задачу оптимизации супервайзора (6), получаем условие неманипулируемости механизма передачи информации о потреблении электроэнергии:

(9) $Mq \geq c(b - p)$.

В этом случае $s^* = r$, т.е. супервайзору выгодно сообщать истинное значение энергопотребления. Заметим, что при нарушении условия (9) супервайзору, напротив, выгодно вообще не показывать энергопотребление ($s^* = 0$).

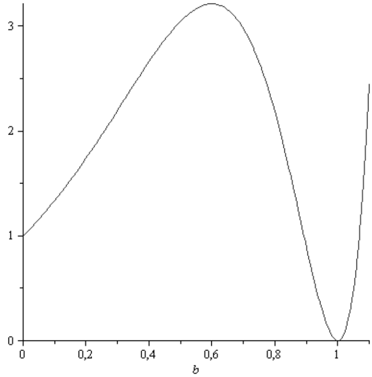


*Рис. 18. График функции s(b) при t = -5 и a=2*

Теперь рассмотрим иерархическую игру $\Gamma_2$ (6)–(7) супервайзора и агента, считая управления принципала $p$, $q$параметрами. Получаем

$$s^P(b) \equiv r; \quad s^D(b) = \begin{cases} r, & Mq \geq c(b-p); \\ 0 & \text{иначе}; \end{cases}$$

$$L_A = 0; \quad E_A = [0,1] = X_A;$$

$$D_A = \{(s,b) : (1-b)(r-s) > 0\} = [0,r) \times [0,1);$$

$$K_2 = \min_{0 \leq b \leq 1} \max_{0 \leq s \leq r} g_S(s,b) = \max_{0 \leq s \leq r} (pc + Mq)s = (pc + Mq)r.$$

Для нахождения величины $K_1$надо решить задачу

$$(pc + Mq - bc)s \to \max$$

$$(1-b)(r-s) > 0, \quad 0 \leq b \leq 1, \quad 0 \leq s \leq r;$$

или

$$(pc + Mq - bc)s \to \max$$

$$0 \leq b < 1, \quad 0 \leq s < r$$

откуда

$$K_1 = (pc + Mq)(r - \varepsilon) < K_2,$$

поэтому оптимальная гарантирующая стратегия супервайзора (т.е. механизм управления, который он сообщает агенту в качестве правила своего поведения) имеет вид

$$\tilde{s}^*(b) = \begin{cases} r, & Mq > c(b-r), \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

Это правило побуждает агента выбирать долю отката из условия $b > r + Mq/c$, чтобы избежать применения супервайзором стратегии наказания $s^p(b) = r$.

Итак, при любом «откате» супервайзору выгодно сообщать истинную информацию об энергопотреблении, если выполнено условие неманипулируемости (9), и вообще не показывать (на практике – максимально занижать) его значение, если условие (9) нарушается.Поэтому для борьбы с хищениями принципал должен обеспечить выполнение условия (9) различными методами иерархического управления (принуждением или побуждением) [9].

*Принуждение*($p = const$).

$$-aq \to \max$$

$$0 \le q \le 1,$$

$$q \ge \frac{c(b-p)}{M};$$

или

$$aq \to \min$$

$$\frac{c(b-p)}{M} \le q \le 1.$$

Очевидным решением этой задачи является

$$q^* = \begin{cases} 1, \dfrac{c(b-p)}{M} > 1, \\ \dfrac{c(b-p)}{M}, & 0 \le \dfrac{c(b-p)}{M} \le 1, \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

*Побуждение*($q = const$).

$$cs(1-p) \to \max$$

$$0 \le p \le 1,$$

$$p \ge b - \frac{Mq}{c};$$

или

$$cs(1-p) \to \max$$

$$b - \frac{Mq}{c} \le p \le 1.$$

Эта задача также имеет очевидное решение

$$p^* = \begin{cases} 1, b - \dfrac{Mq}{c} > 1, \\ b - \dfrac{Mq}{c}, 0 \le b - \dfrac{Mq}{c} \le 1, \\ 0 \quad \text{иначе.} \end{cases}$$

Ясно, что чем больше доля «отката», тем значительнее должны быть усилия принципала по борьбе с коррупцией как административными, так и экономическими методами. При некоторых значениях параметров оптимальное решение становится экономически нереальным (принципал должен отдать все средства на премию или контроль).

## 4. Проблемы идентификации моделей

Как видно из проведенного анализа, ключевую роль в практическом использовании моделей мотивационного управления в электроэнергетике (как и в других областях) играет идентификация моделей. Рассмотрим, например, возможные безразмерные постановки теоретико-игровой модели стимулирования и их решения (равновесия по Штакельбергу при ведущем первом игроке):

$$(10)\quad \begin{aligned} &g_1(u_1,u_2) = u_1 - 0,5u_1^2 + u_2 \to \max, \quad 0 \le u_1 \le 1; \\ &g_2(u_1,u_2) = u_2 - 0,5u_2^2 + u_1 \to \max, \quad 0 \le u_2 \le 1. \end{aligned}$$

$$ST = \{(1,1)\}; \quad g_1{*} = 1,5; \quad g_2{*} = 1,5;$$

$$(11)\quad \begin{aligned} &g_1(u_1,u_2) = u_1 - u_1^2 + u_2 \to \max, \quad 0 \le u_1 \le 1; \\ &g_2(u_1,u_2) = u_2 - u_2^2 + u_1 \to \max, \quad 0 \le u_2 \le 1. \end{aligned}$$

$$ST = \{(1/2, 1/2)\}; \quad g_1{*} = 0,75; \quad g_2{*} = 0,75;$$

$$(12)\quad \begin{aligned} &g_1(u_1,u_2)=u_1u_2-u_1^2 \to \max, \quad 0\le u_1 \le 1;\\ &g_2(u_1,u_2)=u_1u_2-u_2^2 \to \max, \quad 0\le u_2 \le 1.\\ &ST=\{(0,0)\};\quad g_1{*}=0;\quad g_2{*}=0; \end{aligned}$$

$$(13)\quad \begin{aligned} &g_1(u_1,u_2)=u_1u_2-0,5u_1^2 \to \max, \quad 0\le u_1 \le 1;\\ &g_2(u_1,u_2)=u_1u_2-0,5u_2^2 \to \max, \quad 0\le u_2 \le 1.\\ &ST=\{(1,1)\};\quad g_1{*}=0,5;\quad g_2{*}=0,5.. \end{aligned}$$

Таким образом, результат существенно зависит от идентификации моделей. В модели (10) оба игрока должны предпринимать максимальные усилия, что приносит равную высокую прибыль обоим. В модели (11), в которой затраты увеличиваются вдвое, игрокам достаточно предпринимать половинные усилия, но и прибыль снижается вдвое. В модели (12) высокие по сравнению с ожидаемым доходом затраты ведут к тому, что в равновесии по Штакельбергу обоим игрокам выгодно ничего не делать (соответственно, и прибыль равна нулю). Попытка предпринять положительные усилия приведет к убыткам, то есть в этой ситуации игроки должны ждать наступления более благоприятных условий. А вот в модели (13), где по сравнению с (12) затраты снижаются вдвое, уже выгодно предпринимать максимальные усилия, хотя в силу менее благоприятных условий по сравнению с моделями (10) и (11) прибыль игроков меньше.

Итак, подбирая различные модели, можно получить качественно различные результаты. Конечно, подбор должен осуществляться не с помощью произвольной манипуляции, а на основании содержательных экспертных оценок конкретной ситуации.

Формальные подходы к решению задачи идентификации математических моделей предлагают теория идентификации [7] и эконометрика [6]. В рамках авторского подхода решение задач идентификации основывается на построении «генетических рядов» математических моделей [12]. Это направление представляется ключевым при ответе на вопрос «могут ли математические модели адекватно описывать сложные системы?» Идея подхода заключается в следующем. Сначала строится максимально простая модель, отражающая лишь самые существенные черты моделируемого объекта. Как правило, такая модель содержит совсем небольшое число параметров и допускает явное аналитическое исследование. После того, как это исследование проведено и получены определенные результаты, становится ясно, в чем ограниченность модели, какие свойства реального объекта она не описывает. Тогда модель усложняется в нужном направлении, и процедура повторяется. Возникающая последовательность усложняющихся моделей одного и того же объекта в пределе позволяет описать его поведение с любой требуемой точностью («истина как предел»).

Решение задачи идентификации включает четыре этапа:

а) *дескриптивная* идентификация – выбор класса математических моделей, используемых для описания проблемы и решения связанной с ней задачи;

б) *структурная* идентификация – выбор вида функций, образующих модель данного класса;

в) *параметрическая* идентификация – установление физического смысла и способа измерения параметров модели;

г) *числовая* идентификация – выбор значений параметров, участвующих в определении каждой функции (при необходимости).

Для каждого этапа целесообразно строить последовательность постепенно усложняемых математических моделей, все более точно описывающих реальность (в пределе – дающих сколь угодно точное описание). Например, для дескриптивной идентификации это могут быть последовательности типа

*задача оптимизации – игра двух лиц – игра трех лиц;*

*задача оптимального управления – динамическая игра 2 лиц – динамическая игра 3 лиц;*

для структурной идентификации – последовательности типа

*линейная функция – степенная функция – более сложные функции;*

для параметрической идентификации – последовательность типа

*качественное оценивание – оценивание по специальной экспертной методике – точное определение способа измерения.* Возможный подход к параметрической идентификации любой функции: выбор разумной сетки (для интерпретируемых, репрезентативно различных значений переменной); экспертное оценивание значений функции по этой сетке; получение аналитического вида функции методом наименьших квадратов;

для числовой идентификации – перебор значений по сетке с последовательным уменьшением шага. Некоторые примеры приведены в тексте статьи.

При усложнении по различным признакам последовательности математических моделей («генетические ряды») становятся «генетическими сетями». При этом в каждый текущий момент исследования возникает необходимость компромисса между его целями и возможностями (точностью моделирования, с одной стороны, и сложностью исследования и требованиями к его информационному обеспечению, с другой).

## 5. Заключение

В статье на качественном уровне показана возможность и целесообразность использования описанного спектра оптимизационных и теоретико-игровых моделей в электроэнергетике, приведены примеры выводов, которые могут быть получены с их помощью. В частности, проведено исследование игр голосования как модели оценки инновационных инвестиционных проектов в электроэнергетике. Применительно к коррупции описана схема действий принципала по борьбе с коррупцией, выведено условие неманипулируемости механизма передачи информации о потреблении электроэнергии.

Ключевым моментом практической применимости моделей является их адекватная идентификация, методика которой предложена в статье и проиллюстрирована на примерах. Именно, идентификацию моделей целесообразно осуществлять на основе построения последовательностей постепенно усложняемых моделей с использованием экспертных оценок. В дальнейшем предполагается разработка программного комплекса поддержки решения задач идентификации, предоставляющего пользователю возможность выбора структуры и параметров моделей в интерактивном режиме. Эта схема трактуется как определенная альтернатива традиционному подходу к идентификации моделей на основе анализа эмпирических данных методами прикладной статистики.

## *Литература*


1. БУРКОВ В.Н., НОВИКОВ Д.А.*Теория активных систем: состояние и перспективы*. – М.: Синтег, 1999. – 128 с.
2. БУРКОВ В.Н., ГУБКО М.В., НОВИКОВ Д.А.*Организационные механизмы управления в электроэнергетике* // Управление развитием крупномасштабных систем. – М.: Изд-во физ.-мат. лит-ры, 2012. – С. 261–278.
3. БУРКОВ В.Н., КОРГИН Н.А., НОВИКОВ Д.А.*Введение в теорию управления организационными системами.* – М.: Либроком, 2009. – 264 с.
4. ГЕРМЕЙЕР Ю.Б., ВАТЕЛЬ И.А.*Игры с иерархическим вектором интересов* // Известия АН СССР. Техническая кибернетика. – 1974. – №3. – С. 54–69.
5. ГОРЕЛИК В.А., ГОРЕЛОВ М.А., КОНОНЕНКО А.Ф.*Анализ конфликтных ситуаций в системах управления.* – М.: Радио и связь, 1991. – 288 с.
6. ДОУГЕРТИ К.*Введение в эконометрику.* – М.: Инфра-М, 1999. – 416 с.
7. ЛЬЮНГ Л.*Идентификация систем. Теория для пользователя.* – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1991. – 432 с.
8. НОВИКОВ Д.А. *Теория управления организационными системами.* – М.: Физматлит, 2005. – 584 с.
9. УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А. *Иерархическое управление устойчивым развитием.* – М.: Изд-во физ.-мат. лит-ры, 2010. – 336 с.
10. УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А. *Устойчивое развитие организаций.* – М.: Физматлит, 2011. – 320 с.
11. УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А. *Модели конфликтов.* – М.: Вузовская книга, 2012. – 320 с.
12. УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А. *Математическое моделирование сложных систем* // Научное наследие Ю.А. Жданова и современные проблемы моделирования сложных социосистем (на материалах Юга России). – Ростов-на-Дону: изд-во СКНЦ ВШ ЮФУ, 2012. – С. 32–41.
13. BAYON L., SUAREZ P., MATIAS J.M., TABOADA J. *Influence of forecasting electricity prices in the optimization of com-*

*plex hydrothermal systems* // Journal of Computational and Applied Mathematics. – 2009. – №232. – P. 262–274.
14. FOLEY A.M., GALLACHOIR B.P., HUR J. et al. *A strategic review of electricity systems markets* // Energy. – 2010. – №35. – P. 4533–4530.
15. HASANI M., HOSSEINI S.H. *Dynamic assessment of capacity investment in electricity market considering complementary capacity mechanisms* // Energy. – 2011. – №36. – P. 277–293.
16. LAFFONT J.-J., MARTIMORT D. *The Theory of Incentives. The Principal-Agent Model.* – Princeton, 2002. – 421 p.
17. MIRZA F.M., BERGLAND O. *The impact of daylight saving time on electricity consumption: Evidence from southern Norway and Sweden* // Energy Police. – 2011. – №39. – P. 5008–5025.
18. SHI L., ZENG M., Li L. *A Novel Electricity Marketing Model Integrating Intelligent Disaster-Recovery System* // Systems Engineering Procedia. – 2012. – №4. – P. 133–142.
19. STADLER M., KRAUSE W., SONNENSCHEIN M., VOGEL U. *Modelling and evaluation of control schemes for enhancing load shift of electricity demand for cooling devices* // Environmental Modelling and Software. – 2009. – №24. – P. 285–295.

# INCENTIVE MANAGEMENT MODELS IN ELECTRIC POWER INDUSTRY AND PROBLEMS OF THEIR IDENTIFICATION

**Andrey Antonenko**, Southern Federal University, Rostov-on-Don, Cand. Sc., assistant (Rostov-on-Don, 8(918) 564-54-38, andrei80586@yandex.ru)
**Gennady Ougolnitsky**, Southern Federal University, Rostov-on-Don, Doctor of Science, professor (Rostov-on-Don, Lermontovskaya st., 102, ap 30, 8(863)297-57-14, ougoln@mail.ru)

*Abstract: We study optimization- and game-theory-based models of incentives for innovationfundingand for counter-theft control in electric power industry. We discuss topical problems of models' identification arising in applications. We also provide results of analytical and numerical calculations.*

Key words: hierarchical games, incentive control, optimization, identification, electric power industry.

*Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии Р.М. Нижегородцевым*

*Поступила в редакцию 11.06.2013.*
*Опубликована 31.01.2014.*