

## ПОВЫШЕНИЕ КАЧЕСТВА УПРАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕМ ПОСТОЯННОГО ТОКА НА ОСНОВЕ ЕГО ЛИНЕАРИЗАЦИИ И КОМПЕНСАЦИИ НЕМОДЕЛИРУЕМОЙ ДИНАМИКИ<sup>1</sup>

Глущенко А. И.<sup>2</sup>, Петров В. А.<sup>3</sup>, Ласточкин К. А.<sup>4</sup>  
(Старооскольский технологический институт  
им. А.А. Угарова (филиал) ФГАОУ ВО «Национальный  
исследовательский технологический университет  
«МИСиС», Старый Оскол)

Решается задача разработки подхода к управлению двигателем постоянного тока, который мог бы рассматриваться как альтернатива стандартной схеме подчиненного регулирования. В частности, продемонстрированы недостатки упомянутого классического подхода, в том числе невозможность эффективной компенсации влияния немоделируемой динамики (изменение параметров якорной цепи и момента инерции) и возмущений (нагрузка на валу двигателя). Решением данных проблем может являться совместное использование: 1) методики линеаризации обратной связью для выделения немоделируемой динамики из описания объекта и 2) второго метода Ляпунова для ее компенсации. В исследовании предложена линеаризация электродвигателя постоянного тока на основе решения обратной задачи динамики, позволяющая учитывать ограничения на физические сигналы тока и напряжения якорной цепи. Для компенсации выделенной немоделируемой динамики электропривода предложен линейный адаптер с параметрами, настраиваемыми в реальном времени на базе формул, полученных с помощью второго метода Ляпунова. Их отличительной особенностью является то, что при их использовании нет необходимости знать коэффициент усиления объекта, а достаточно иметь его знак. Устойчивость системы с адаптером достигнута путем введения в формулы настройки сигма-модификации, что подтверждается анализом на базе Uniform Ultimate Boundedness. Экспериментальная проверка предложенного подхода проведена на базе модели электропривода постоянного тока. В качестве примера показана способность адаптивной системы компенсировать изменение параметров якорной цепи в 1,5 раза от номинала, колебания момента инерции – в два раза от

---

<sup>1</sup> Исследование проведено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 18-47-310003 p\_a).

<sup>2</sup> Антон Игоревич Глущенко, к.т.н., доцент (a.glushchenko@sf-misis.ru).

<sup>3</sup> Владислав Анатольевич Петров, к.т.н. (petrov.va@misis.ru).

<sup>4</sup> Константин Андреевич Ласточкин, студент (lastconst@yandex.ru).

*номинала, а также момент нагрузки, равный половине момента, соответствующего току отсечки двигателя. В завершении приводится обсуждение результатов с выявлением направлений дальнейшей работы.*

Ключевые слова: электродвигатель постоянного тока, линеаризация обратной связи, второй метод Ляпунова, нестационарность, компенсация немоделируемой динамики, качество управления, ограниченность сигнала управления.

## **1. Введение**

Электродвигатели постоянного тока (ДПТ) независимого возбуждения благодаря простоте своей конструкции, низкой стоимости изготовления и легкости в управлении и обслуживании получили достаточно широкое распространение в различных областях промышленности и робототехники [3, 27, 28, 30]. На производствах ДПТ наиболее часто используются как тяговые агрегаты электровозов [7], приводы подъемно-крановых механизмов [1], прокатных станков [18, 43], буровых станков [8] и других технологических объектов [3, 27, 28]. В робототехнике ДПТ используются в качестве сервоприводов манипуляторов, исполнительных двигателей квадрокоптеров и колесных роботов различной конструкции [30]. В части из рассмотренных агрегатов ДПТ независимого возбуждения являются нерегулируемыми и работают на постоянном напряжении питания как цепи якоря, так и цепи возбуждения [29]. Однако в наиболее ответственных механизмах они управляются по системе «управляемый преобразователь – двигатель» (УП-Д) [17, 29] с помощью тиристорных преобразователей различных фирм, таких как АВВ, Siemens и др.

В настоящее время наиболее часто управление напряжением питания ДПТ производится с помощью тиристорных преобразователей, реализующих широтно-импульсную модуляцию (ШИМ). Сигнал управления при этом формируется в соответствии с принципом подчиненного регулирования координат [17, 26, 29, 40], «жестко» зашито в преобразователи упомянутых фирм (пользователю оставлена возможность лишь менять параметры существующих регуляторов). Данный принцип

регулирования для управления электродвигателями был разработан и внедрен достаточно давно и до сегодняшнего времени не претерпел значительных изменений и доработок.

Согласно ему, для регулирования скорости вращения электродвигателя в первой зоне строится два контура управления. Внутренний – контур регулирования тока электрической машины и внешний – контур регулирования скорости. В этих контурах используются регуляторы П- и ПИ-типа, обеспечивающие качество управления, соответствующее настройкам контура на технический или симметричный оптимум [17, 26, 29, 49, 52]. Контур управления током чаще всего настраивается на технический оптимум [52], а контур управления скорости – на симметричный [49]. Коэффициенты регуляторов при таких настройках рассчитываются на основе информации о номинальных параметрах двигателя. Однако электропривод постоянного тока является нестационарным объектом ввиду флуктуаций его характеристик, которые обусловлены изменениями значений физических величин – сопротивления обмотки якоря, момента инерции, приведенного к валу двигателя [13]. Такая нестационарность характеристик приводит к ухудшению качества переходных процессов электропривода вследствие несоответствия используемых коэффициентов регуляторов значениям, идеальным для параметров реального двигателя.

Вычислительных мощностей современных промышленных программируемых логических контроллеров (ПЛК) и микроконтроллерных устройств оказывается достаточно для практической реализации более сложных, но и более эффективных систем управления по сравнению с подчиненной схемой управления [2]. Это означает, что с точки зрения программно-технической реализации барьеры для придания адаптивных свойств подчиненной системе управления или ее замены на более эффективную практически отсутствуют.

При этом на сегодняшний день существует достаточно большое количество научных исследований, посвященных повышению качества управления электродвигателем постоянного тока в условиях параметрической неопределенности за счет разработки адаптивных систем управления. В целом

в большинстве таких работ выполняется параметрическая настройка регуляторов в подчиненной системе управления. В частности, настройщики регуляторов контура скорости и контура тока могут строиться на базе искусственных нейронных сетей [4, 5, 6, 14, 22, 36] и нечеткой логики [9, 10, 12, 51]. Подобные подходы не позволяют в явном виде выделить немоделируемую динамику объекта управления, что позволило бы полностью ее скомпенсировать. Кроме того, для интеллектуальных подходов существует проблема оценки устойчивости получаемых решений. К этой же группе работ относятся решения, полученные на основе второго метода Ляпунова [31, 32, 37, 39, 46] – Model Reference Adaptive Control. В частности, для [31, 32, 37, 46] характерна проблема отсутствия учета факта ограниченности сигнала управления, а в [32, 39] учитывается лишь нестационарность момента инерции привода, но не нестационарности обмотки якоря.

Именно поэтому в данной работе предлагается выполнить разработку адаптивной системы управления электродвигателем постоянного тока, которая позволяла бы учитывать ограничения на сигнал управления и компенсировать нестационарности в контурах тока и скорости, гарантируя при этом устойчивость системы управления. Такая система управления должна позволить улучшить динамические характеристики электродвигателя путем компенсации влияния возникающих нестационарностей на качество управления.

Для достижения указанных целей предлагается рассмотреть результаты, полученные в теории синергетического управления [19, 23, 24], бэкстеппинга [34, 35], преобразования с помощью обратной связи [15, 25], а также в работах [20, 21], где выражения для координат состояния объекта, полученные из описывающих его дифференциальных уравнений, затем используются при определении поверхностей скольжения, и др. В данной группе методов, изначально не обладающих свойствами компенсации дрейфа параметров технологического агрегата, при синтезе законов управления учитывается известная структура объекта управления, а также номинальные значения его параметров. Использование одного из таких подходов в каче-

стве базового для дальнейшего построения адаптивной системы может позволить явно выделить и скомпенсировать немоделируемую динамику объекта.

Поэтому в данной работе предлагается выполнить построение системы управления электродвигателем постоянного тока с адаптивной компенсацией влияния нестационарностей с использованием метода преобразования с помощью обратной связи (тем самым получив преимущества рассмотренных выше классов методов и избежав их недостатков). При таком подходе объект управления охватывается линеаризующей обратной связью, которая выполняет его преобразование в каноническую форму Бруновского [16, 33]. Закон управления для объекта в форме Бруновского строится с использованием метода решения обратной задачи динамики [44]. В этом случае он представляет собой сумму величины старшей производной выхода эталонной модели и некоторого линейного регулятора, минимизирующего отклонение выхода объекта управления от эталонной модели [44, 50]. Как уже было указано выше, достоинством структурного синтеза закона управления на основе преобразования обратной связью является прямой учет номинальных параметров объекта при формировании закона управления им, что дает возможность ввести в математическое описание объекта регулирования немоделируемую динамику, которая описывает отклонение значений параметров объекта управления от номинальных [42]. Компенсация такой динамики и является главной целью синтеза системы управления в данном исследовании.

Сложность преобразования обратной связью двигателя постоянного тока заключается в необходимости учета при формировании управляющего воздействия физических ограничений на амплитудные значения тока и напряжения якоря электродвигателя. В работах [15, 25], посвященных такому преобразованию для ДПТ, оно строилось без учета этих ограничений. В данном же исследовании предлагается преобразующая обратная связь, позволяющая при управлении электродвигателем учитывать данные ограничения.

Далее влияние введенной немоделируемой динамики предполагается скомпенсировать. Для этого в работе предлагается использовать адаптер, построенный по второму методу Ляпунова и выполняющий аппроксимацию функции немоделируемой динамики [41, 50]. Компенсация влияния такой динамики производится параметрически – вычитанием из реальной немоделируемой динамики результата ее аппроксимации с помощью адаптера.

Сложность построения адаптера, аппроксимирующего немоделируемую динамику, для двигателя постоянного тока заключается в действии на двигатель неизвестного возмущения – статического момента нагрузки. Воздействие такого рода возмущений негативно сказывается на устойчивости адаптера и приводит к дрейфу значений на его выходах [41, 47]. Для компенсации этого явления и придания свойств грубости адаптера в данной работе также исследован вопрос модификации формул настройки адаптера с помощью  $\sigma$ -модификации [45, 48].

Ранее подход, связанный с преобразованием объекта управления с помощью обратной связи, авторами данной работы был успешно применен для синтеза нелинейной системы управления двухколесным балансирующим роботом [11], а подход построения адаптивной системы управления по второму методу Ляпунова – для синтеза адаптера регулятора состояний для уже упомянутого робота [38].

Структура работы имеет следующий вид. Сначала иллюстрируются недостатки подчиненной системы управления, формулируется цель функционирования адаптивной системы управления, производится постановка задачи. Далее описывается предлагаемый метод синтеза системы управления для повышения качества регулирования ДПТ. Затем описывается процесс применения предложенного метода для управления моделью ДПТ и приводятся полученные результаты.

## 2. Постановка задачи

### 2.1. МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРОПРИВОДА ПОСТОЯННОГО ТОКА С ПОСТОЯННЫМИ МАГНИТАМИ

В работе в качестве объекта управления рассматривается двигатель постоянного тока с независимым возбуждением при постоянном магнитном потоке и, следовательно, без учета переходных процессов цепи возбуждения (после их завершения). Математическая модель такого объекта описывается системой из трех дифференциальных уравнений [17, 26, 29]: 1) уравнения тиристорного преобразователя; 2) уравнения баланса напряжений якорной цепи; 3) основного уравнения механики электропривода:

$$(1) \quad \begin{cases} T_{\mu} \frac{du_0}{dt} = -u_0 + K_{tr}u, \\ \frac{dI}{dt} = -\frac{R}{L}I - \frac{k\Phi}{L}\omega + \frac{1}{L}u_0, \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{k\Phi}{J_{\Sigma}}I - \frac{1}{J_{\Sigma}}M_c; \\ u \in [-a; a]; I \in [-b; b]. \end{cases}$$

Здесь  $T_{\mu}$  – постоянная времени тиристорного преобразователя;  $K_{tr}$  – коэффициент усиления тиристорного преобразователя;  $R$  – сопротивление якорной обмотки;  $L$  – индуктивность якорной обмотки;  $k\Phi$  – конструкционный коэффициент двигателя;  $J_{\Sigma}$  – момент инерции, приведенный к валу двигателя;  $I$  – ток якорной цепи;  $\omega$  – скорость вращения вала двигателя;  $u$  – напряжение, сформированное системой управления,  $u_0$  – напряжение якорной цепи;  $M_c$  – момент нагрузки;  $a$  – номинальное напряжение двигателя;  $b$  – максимальный ток двигателя.  $a$  и  $b$  – действительные положительные числа, для конкретного двигателя определяемые его паспортными данными.

**Допущение 1.** Постоянная времени тиристорного преобразователя  $T_{\mu}$  в системе дифференциальных уравнений (1) является наименьшей, поэтому принимаем её за некомпенсируемую

постоянную времени системы, а для синтеза системы управления представляем систему уравнений (1) в виде

$$(2) \quad \begin{cases} u_0 = K_{tr} u, \\ \frac{dI}{dt} = -\frac{R}{L} I - \frac{k\Phi}{L} \omega + \frac{K_{tr}}{L} u, \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{k\Phi}{J_\Sigma} I - \frac{1}{J_\Sigma} M_c. \end{cases}$$

**Допущение 2.** Доступными для прямого наблюдения координатами электродвигателя постоянного тока является ток якорной цепи  $I$ , положение якоря  $\theta$ , скорость вращения якоря  $\omega$ , ускорение вращения якоря  $\dot{\omega}$  и производная от ускорения  $\ddot{\omega}$ .

Момент нагрузки двигателя  $M_c$  может быть описан классом функций, удовлетворяющих неравенствам (3), и смоделирован командным генератором вида (4):

$$(3) \quad |M_c| \leq M_c^{max}; \quad |\dot{M}_c| \leq \dot{M}_c^{max}; \quad |\ddot{M}_c| \leq \ddot{M}_c^{max},$$

$$(4) \quad \dot{\varphi} = G\varphi; \quad M_c = h^T \varphi.$$

Здесь  $\varphi \in R^4$ ,  $G \in R^{4 \times 4}$ ,  $h^T \in R^{1 \times 4}$ . Матрицы  $G$  и  $h^T$  выбираются последовательным дифференцированием аналитической или экспериментальной зависимости  $M_c(t)$ .

## 2.2. ЦЕЛЬ РЕГУЛИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОПРИВОДА ПОСТОЯННОГО ТОКА

Задача регулирования не позиционного привода постоянного тока заключается в слежении за уставкой по скорости вращения вала двигателя в условиях действия статического момента нагрузки, влияния обратной ЭДС и присутствия ограничений на амплитудные значения тока якорной цепи и управляющего напряжения [17]. Управляемыми координатами электропривода при этом является ток якоря  $I$  и скорость  $\omega$ . Соответственно цель регулирования по этим координатам можно сформулировать в виде

$$(5) \quad \lim_{t \rightarrow t_{\text{рег}}} [I_{\text{эм}}(t) - I(t)] \rightarrow 0 \wedge \lim_{t \rightarrow t_{\text{рег}}} [\omega_{\text{эм}}(t) - \omega(t)] \rightarrow 0.$$

Здесь,  $I_{\text{эм}}(t)$  и  $\omega_{\text{эм}}(t)$  – требуемые значения тока и скорости;  $t_{\text{рег}}$  – желаемое время регулирования. Чаще всего желаемое

качество управления по данным координатам задается с помощью классических настроек на технический или симметричный оптимумы [26, 29]. В качестве эталонной модели, задающей требуемые значения тока и скорости, в этой работе, исходя из требований к быстродействию электропривода [17, 26, 29], предлагается использовать подчиненную систему регулирования скорости, рассчитанную для модели двигателя постоянного тока с номинальными параметрами (которые могут быть получены по паспортным данным конкретного ДПТ), с настроенным регулятором тока на технический оптимум, а регулятором скорости – на симметричный. При этом старшие производные выхода эталонной модели по току и скорости можно найти путем дифференцирования эталонных значений скорости  $\omega_{эм}(t)$ .

Соответственно, до тех пор, пока параметры реального ДПТ будут близки к номинальным, его выход будет максимально близок к выходу эталонной модели.

Структурная схема эталонной модели в виде подчиненной системы регулирования скорости с выполненной настройкой регуляторов представлена на рис. 1. Выход регулятора скорости эталонной модели  $r_s$  ограничен нелинейностью типа «насыщение» в соответствии с максимальным значением тока двигателя  $b$ , выход регулятора тока  $u$  ограничен нелинейностью типа «насыщение» по значению номинального напряжения питания двигателя  $a$ .

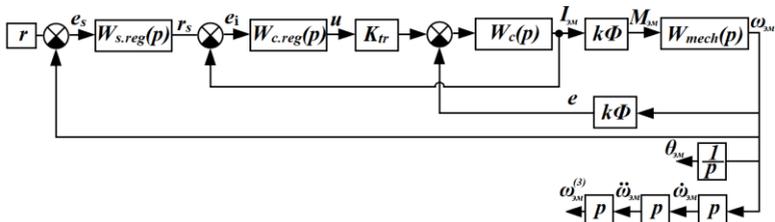


Рис. 1. Структурная схема используемой эталонной модели

Здесь  $W_{s.reg}(p)$  – передаточная функция ПИ-регулятора скорости ДПТ;  $W_{c.reg}(p)$  – передаточная функция ПИ-регулятора тока ДПТ;  $r$  – задание по скорости вращения вала двигателя;

$e_s$  – рассогласование по скорости вращения;  $r_s$  – выход регулятора скорости и, одновременно, задание по току двигателя постоянного тока;  $e_i$  – рассогласование по току якоря;  $I_{эм}$  – эталонное значение тока якоря;  $M_{эм}$  – эталонное значение момента;  $\theta_{эм}$  – эталонный угол положения вала;  $\omega_{эм}$  – эталонная скорость вращения вала двигателя.

Таким образом, система управления двигателем постоянно-го тока должна обеспечивать выполнение целевого критерия (5) в условиях существования ограничений на ток и напряжение электродвигателя, при этом требуемое качество управления определяется приведенной на рис. 1 схемой подчиненного регулирования.

### **2.3. ОПИСАНИЕ ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ**

Для проведения анализа недостатков схемы подчиненного регулирования и дальнейших экспериментов в качестве объекта управления был выбран ДПТ MD25LHC. Параметры математической модели (2) двигателя были получены из каталожных данных ДПТ и путем идентификации:  $R = 8,35$  Ом;  $L = 0,0416$  Гн;  $K = 2,5$ ;  $k\Phi = 0,08$ ;  $J_{\Sigma} = 10,67$  мккг·м<sup>2</sup>;  $a = 10$  В;  $b = 1$  А.

### **2.4. АНАЛИЗ НЕДОСТАТКОВ СХЕМЫ ПОДЧИНЕННОГО УПРАВЛЕНИЯ КООРДИНАТАМИ ЭЛЕКТРОПРИВОДА**

На сегодняшний день регулирование координат электропривода в управляемых преобразователях реализуется в виде схемы подчиненного управления (см. рис. 1) с последовательной коррекцией контуров управления тока и скорости. Данная схема управления бесспорно обладает большим количеством достоинств, благодаря которым она и получила широкое распространение на практике: 1) возможность учета при формировании управления физических ограничений на максимальные значения тока и напряжения якоря двигателя; 2) возможность обеспечения астатизма первого порядка по скорости при настройке регулятора скорости на симметричный оптимум; 3) отсутствие необходимости использования производных от координат электропривода при формировании управляющего

воздействия. Регулятор тока в данной схеме обычно настраивается на технический оптимум и структурно представляет собой ПИ-регулятор:

$$(6) \quad W_{c.reg}(p) = \frac{L}{a_I T_\mu K_{tr}} + \frac{R}{a_I T_\mu K_{tr} p} = K_{PI} + \frac{K_{II}}{p}.$$

Здесь  $a_I = 2$  – стандартный коэффициент настройки на технический оптимум. Для электродвигателя с параметрами, приведенными в пп. 2.3, значения коэффициентов регулятора тока имеют следующие значения:  $K_{PI} = 8,33$ ;  $K_{II} = 1670$ .

Регулятор скорости в такой схеме настраивается на технический или симметричный оптимум и записывается в виде передаточной функции П- или ПИ-регулятора соответственно.

Обычно системы автоматизированного электропривода требуют астатизма по скорости, поэтому чаще используют настройку на симметричный оптимум. В этом случае ПИ-регулятор скорости описывается передаточной функцией

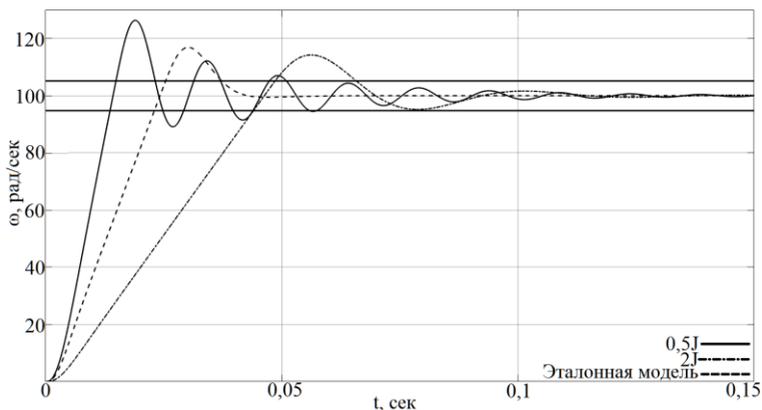
$$(7) \quad W_{s.reg}(p) = \frac{J_\Sigma}{a_I^2 T_\mu^2 k\Phi} + \frac{J_\Sigma}{a_\omega a_I^2 T_\mu^2 k\Phi} = K_{P\omega} + \frac{K_{I\omega}}{p}.$$

Здесь  $a_\omega = 4$  – стандартный коэффициент настройки на симметричный оптимум. Для электродвигателя с параметрами, приведенными в пп. 2.3, значения коэффициентов регулятора скорости следующие:  $K_{P\omega} = 0,052$ ;  $K_{I\omega} = 6,5$ .

Из уравнений (6)–(7) следует, что коэффициенты регуляторов координат электропривода зависят от значений его электрических и механических параметров. При этом коэффициенты ПИ-регулятора тока зависят от параметров электрической части двигателя и малой некомпенсируемой постоянной времени  $T_\mu$ , а коэффициенты ПИ-регулятора скорости – от параметров механической части, а также от малой некомпенсируемой постоянной времени  $T_\mu$ . В реальных электроприводах, по экспертным оценкам [13], изменение параметров электрической части двигателя (в частности, сопротивления якоря  $R$ ) в нормальном режиме работы может достигать 50% от номинальных значений. В то же время изменение параметров механической части электродвигателя (момента инерции приведенного к валу двигателя) может производиться как практически мгновенно,

так и функционально от времени, и определяется типом механических передач конкретного механизма. Наиболее существенные изменения момента инерции возникают в таких механизмах, как намоточные машины в металлургических и целлюлозно-бумажных производствах, экскаваторы в горнодобывающей промышленности, а также в транспортных механизмах и манипуляторах. При таких нестационарностях механической и электрической части электропривода качество регулирования координат может существенно отличаться от требуемого.

На рис. 2. приведено сравнение переходных процессов по скорости эталонной модели и электродвигателя с подчиненной системой регулирования. Эксперименты были проведены на математической модели описанного ранее электродвигателя. При этом приводится два графика переходных процессов (п/п). При получении первого значение момента инерции было увеличено в 2 раза, а при получении второго – уменьшено в 2 раза относительно номинального. В этом эксперименте сопротивление и индуктивность якоря также были увеличены на 50% от их номинальных значений.



*Рис. 2. Сравнение п/п подчиненной системы управления с эталонными п/п при нестационарностях параметров электропривода*

Рис. 2 демонстрирует, что с увеличением момента инерции время регулирования электропривода по скорости увеличивается на 22,1 миллисекунды, а перерегулирования уменьшается на 2,58% по сравнению с эталонными значениями. Это объясняется учетом подчиненной системой управления ограничения на ток электродвигателя  $[-1 \text{ A}; 1 \text{ A}]$ , из-за которого двигатель разгоняется с постоянным и максимальным ускорением, которое в режиме холостого хода (отсутствия момента нагрузки) может быть найдено из основного уравнения электропривода по формуле

$$(8) \quad \frac{d\omega}{dt} = \frac{k\Phi}{2J_{\Sigma}} b.$$

Таким образом, при увеличении момента инерции от номинального значения или в любой другой ситуации, когда двигатель разгоняется с постоянным ускорением, с точки зрения целевого критерия (5) наилучшим можно считать переходный процесс с постоянным ускорением разгона (максимально возможным быстродействием), но с отсутствием перерегулирования и колебаний.

Также эксперимент, приведенный на рис. 2, показывает, что с уменьшением момента инерции относительно номинального время регулирования уменьшается на 9,95 миллисекунды, увеличивается перерегулирование на 9,5% и возникает  $n = 3$  затухающих колебания. В этом случае, с точки зрения целевого критерия (5), наилучшим считается переходный процесс, совпадающий с эталонным. Значения прямых показателей качества (перерегулирования  $\sigma$ , времени регулирования  $t_{\text{рег}}$  и числа колебаний  $n$ ) представленных на рис. 2 переходных процессов занесены в таблицу 1.

Таблица 1. Прямые показатели качества  $n/n$

Объект	$\sigma$ , %	$t_{\text{рег}}$ , с	$n$
Эталонная модель	16,8	0,0243	0
0,5J/1,5R/1,5L	26,3	0,01435	3
2J/1,5R/1,5L	14,2	0,0464	1

Как можно увидеть из таблицы 1 и графиков на рис. 2, подчиненной системой регулирования не обеспечивается желаемое с точки зрения целевого критерия (5) качество управления при описанных нестационарностях электрических и механических параметров электропривода.

Поэтому в данной работе ставится задача разработки системы управления, которая позволит вести эффективное управление электроприводом с точки зрения выбранной цели в условиях наличия нестационарностей по его параметрам и ограничений на значения его тока и напряжения питания. Значения ограничений на указанные ток и напряжение известны. Номинальные значения параметров двигателя известны. Изменения момента инерции, параметров цепи якоря и момента нагрузки являются ограниченными, а закон их изменения заранее неизвестен.

### **3. Описание основного результата**

Для решения поставленной задачи предлагается использовать метод построения адаптивной системы управления на основе комбинации решения обратной задачи динамики [38, 44, 50] и прямой компенсации нестационарностей с помощью адаптера, построенного по второму методу Ляпунова [41, 50]. Построение такой системы управления состоит из четырех основных этапов: 1) линеаризация электродвигателя постоянного тока с помощью обратной связи; 2) введение описания немоделируемой динамики; 3) построение адаптера, выполняющего её компенсацию; 4) обеспечение устойчивости замкнутой системы управления.

#### ***3.1. ЛИНЕАРИЗАЦИЯ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ ЭЛЕКТРОПРИВОДА ПОСТОЯННОГО ТОКА***

Сложность преобразования обратной связью двигателя постоянного тока заключается в необходимости учета при формировании управления ограничений на максимальные значения тока и напряжение якоря. В этом разделе статьи будет пред-

ставлено предлагаемое преобразование, позволяющее формировать управление с учетом этих ограничений.

Для этого рассмотрим приведенную на рис. 3 систему регулирования с выполненной настройкой контура тока на технический оптимум по формуле (6) [26, 49, 52].

Здесь  $W_{mech}(p)$  – передаточная функция, описывающая механическую часть электропривода в соответствии со вторым уравнением системы (2);  $W_c(p)$  – передаточная функция, описывающая якорную цепь электропривода;  $M$  – момент, развиваемый двигателем;  $e_i$  – рассогласование по току якорной цепи. Регулятор тока, задаваемый передаточной функцией  $W_{c.reg}(p)$  (ПИ-регулятор) выполняет регулирование тока в соответствии с заданием  $r_s$ , формируемым контуром управления скоростью (не показан на рисунке, и именно его предлагается разработать с помощью преобразования схемы обратной связью).

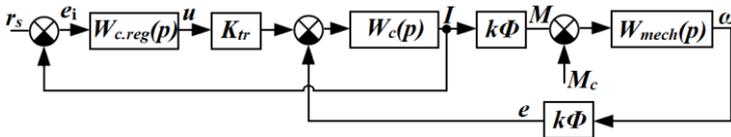


Рис. 3. Структурная схема двигателя постоянного тока с коррекцией контура тока

Ключевой особенностью рассматриваемой схемы управления является наличие искусственно введенных нелинейностей типа «насыщение», ограничивающих выход регулятора тока (значение напряжения якоря)  $u$  в промежуток  $[-a; a]$  и регулятора скорости (значение тока якоря)  $r_s$  в промежуток  $[-b; b]$ . При линеаризации обратной связью данные насыщения сохраняются в схеме, а, следовательно, позволят вести управление с учетом ограничений на ток и напряжение якоря.

Передаточная функция структурной схемы, представленной на рис. 3, без учета момента нагрузки и противо-ЭДС (временно исключаются из рассмотрения для упрощения первичных преобразований) имеет вид

$$(9) \quad W_{cl}(p) = W_{mech}(p)k\Phi \frac{W_c(p)K_{tr}W_{c.reg}(p)}{1+W_c(p)K_{tr}W_{c.reg}(p)} = \\ = \frac{J_{\Sigma}^{-1}k\Phi K_{tr}T_{el}^{-1}R^{-1}(K_{PI}p + K_{II})}{p^3 + T_{el}^{-1}(1 + K_{tr}K_{PI}R^{-1})p^2 + T_{el}^{-1}R^{-1}K_{tr}K_{II}p}.$$

Здесь  $W_{cl}(p)$  – передаточная функция замкнутой системы;  $T_{el}$  – постоянная времени якорной цепи;  $K_{PI}$  и  $K_{II}$  – коэффициенты ПИ-регулятора тока (4).

С помощью компенсирующего устройства (10) избавимся от влияния характеристического полинома числителя передаточной функции:

$$(10) \quad W_{corr}(p) = \frac{1}{K_{PI}p + K_{II}}.$$

После коррекции передаточная функция (9) приобретает вид

$$(11) \quad W_{cl.cor}(p) = \frac{J_{\Sigma}^{-1}k\Phi K_{tr}T_{el}^{-1}R^{-1}}{p^3 + T_{el}^{-1}(1 + K_{tr}K_{PI}R^{-1})p^2 + T_{el}^{-1}R^{-1}K_{tr}K_{II}p}.$$

Перейдем от описания (11) в операторной форме к дифференциальному описанию:

$$(12) \quad \frac{d^3\Omega}{dt^3} = -\frac{1}{T_{el}} \left( 1 + \frac{K_{tr}K_{PI}}{R} \right) \frac{d^2\Omega}{dt^2} - \frac{K_{tr}K_{II}}{T_{el}R} \frac{d\Omega}{dt} + J_{\Sigma}^{-1}k\Phi K_{tr}T_{el}^{-1}R^{-1}r_s.$$

Здесь  $\Omega$  – скорость вращения вала двигателя без учета момента нагрузки. Влияние момента нагрузки на третью производную скорости (12) получим путем переноса сумматора (см. рис. 3) через передаточную функцию механической части электродвигателя  $W_{mech}(p)$  и дифференцирования полученной суммы до прямой связи с третьей производной скорости:

$$(13) \quad \ddot{\omega} = \ddot{\Omega} - \frac{1}{J_{\Sigma}} \ddot{M}_c.$$

Здесь  $\omega$  – скорость вращения вала двигателя с учетом момента нагрузки.

Теперь получим описание влияния противо-ЭДС на сигнал управления  $r_s$  (14). Для этого сначала перенесем  $K_{tr}$  и передаточную функцию регулятора тока  $W_{c.reg}(p)$  через сумматор, вносящий влияние противо-ЭДС. Далее перенесем сумматор,

вносящий влияние противо-ЭДС, через сумматор обратной связи по току и передаточную функцию корректирующего устройства  $W_{corr}(p)$ :

$$(14) W_e(p) = k\Phi K_{tr}^{-1} W_{c.reg}^{-1}(p) W_{corr}^{-1}(p) = k\Phi K_{tr}^{-1} p.$$

Таким образом, модель двигателя постоянного тока с учетом действия момента нагрузки (13) и противо-ЭДС (14), а также выполненной коррекции (10) может быть описана дифференциальным уравнением

$$(15) \frac{d^3\omega}{dt^3} = -\frac{1}{T_{el}} \left( 1 + \frac{K_{tr} K_{PI}}{R} \right) \frac{d^2\omega}{dt^2} - \frac{K_{tr} K_{II}}{T_{el} R} \frac{d\omega}{dt} - \frac{1}{J_{\Sigma}} \ddot{M}_c + \\ + J_{\Sigma}^{-1} k\Phi K_{tr} T_{el}^{-1} R^{-1} \left( r_s - k\Phi K_{tr}^{-1} \frac{d\omega}{dt} \right).$$

Для обеспечения требуемого порядка астатизма замкнутой системы управления двигателем постоянного тока введем новую переменную – угол положения вала двигателя:

$$(16) \theta = \int \omega dt.$$

С учетом новой переменной уравнение (15) может быть записано в виде

$$(17) \frac{d^4\theta}{dt^4} = -\hat{k}_1 \frac{d^3\theta}{dt^3} - \hat{k}_2 \frac{d^2\theta}{dt^2} - \hat{k}_3 \ddot{M}_c + \hat{k}_4 r_s; \\ \hat{k}_1 = \frac{1}{\hat{T}_{el}} \left( 1 + \frac{\hat{K}_{tr} K_{PI}}{\hat{R}} \right); \quad \hat{k}_2 = \frac{\hat{K}_{tr} K_{II}}{\hat{T}_{el} \hat{R}} + \frac{k\Phi^2}{\hat{J}_{\Sigma} \hat{T}_{el} \hat{R}}; \\ \hat{k}_3 = \frac{1}{\hat{J}_{\Sigma}}; \quad \hat{k}_4 = \frac{k\Phi \hat{K}_{tr}}{\hat{J}_{\Sigma} \hat{T}_{el} \hat{R}}.$$

Здесь параметры, записанные с «^», являются известными номинальными параметрами электродвигателя и могут быть получены путем идентификации или из каталожных данных.

Обратная связь, преобразующая объект управления (17) в форму Бруновского (18), задается уравнением (19):

$$(18) \frac{d^4\theta}{dt^4} = v - \frac{1}{J_{\Sigma}} \ddot{M}_c,$$

$$(19) \hat{r}_s = \frac{1}{\hat{k}_4} \left( v + \hat{k}_1 \frac{d^3\theta}{dt^3} + \hat{k}_2 \frac{d^2\theta}{dt^2} \right).$$

Здесь  $v$  – псевдоуправление, выбирая которое и осуществляется решение обратной задачи динамики для объекта (17). Определение выражения для вычисления псевдоуправления может быть выполнено путем решения задачи слежения за эталонной моделью [16, 43]. Введем описание эталонной модели (20) для модели электродвигателя (17).

$$(20) \quad \frac{d^4 \theta_{\text{эм}}}{dt^4} = -a_1^{\text{эм}} \frac{d^3 \theta_{\text{эм}}}{dt^3} - a_2^{\text{эм}} \frac{d^2 \theta_{\text{эм}}}{dt^2} - a_3^{\text{эм}} \frac{d \theta_{\text{эм}}}{dt} - a_4^{\text{эм}} \theta_{\text{эм}} + a_4^{\text{эм}} r.$$

Тогда ошибки слежения объекта (17) за эталонной моделью (20) описываются системой дифференциальных уравнений

$$(21) \quad \begin{cases} e_{\text{эм}} = \theta - \theta_{\text{эм}}, \\ \dot{e}_{\text{эм}} = \dot{\theta} - \dot{\theta}_{\text{эм}}, \\ \vdots \\ \frac{d^4 e_{\text{эм}}}{dt^4} = \frac{d^4 \theta}{dt^4} - \frac{d^4 \theta_{\text{эм}}}{dt^4}. \end{cases}$$

Желаемое поведение ошибок слежения (21) зададим устойчивым дифференциальным уравнением

$$(22) \quad \frac{d^4 e_{\text{эм}}}{dt^4} = -K_{DDD} \frac{d^3 e_{\text{эм}}}{dt^3} - K_{DD} \frac{d^2 e_{\text{эм}}}{dt^2} - K_D \frac{de_{\text{эм}}}{dt} - K_P e_{\text{эм}}.$$

Для синтеза псевдоуправления подставим уравнение (18) без учета влияния момента нагрузки и уравнение (22) в последнее уравнение системы (21), получив выражение

$$(23) \quad \begin{aligned} v &= \frac{d^4 \theta_{\text{эм}}}{dt^4} + \frac{d^4 e}{dt^4} = \\ &= \frac{d^4 \theta_{\text{эм}}}{dt^4} - K_{DDD} \frac{d^3 e_{\text{эм}}}{dt^3} - K_{DD} \frac{d^2 e_{\text{эм}}}{dt^2} - K_D \frac{de_{\text{эм}}}{dt} - K_P e_{\text{эм}}. \end{aligned}$$

Таким образом, линеаризация обратной связью электродвигателя постоянного тока и синтез псевдоуправления выполнены. Далее на основе полученных моделей проведена параметризация немоделируемой динамики.

### 3.2. ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ НЕМОДЕЛИРУЕМОЙ ДИНАМИКИ

Для параметризации немоделируемой динамики на основе модели (17) введем описание двигателя с неизвестными текущими параметрами (24).

$$\frac{d^4\theta}{dt^4} = -k_1^* \frac{d^3\theta}{dt^3} - k_2^* \frac{d^2\theta}{dt^2} - k_3^* \ddot{M}_c + k_4^* r_s;$$

$$(24) \quad k_1^* = \frac{1}{T_{el}^*} \left( 1 + \frac{K_{tr}^* K_{PI}}{R^*} \right); \quad k_2^* = \frac{K_{tr}^* K_{II}}{T_{el}^* R^*} + \frac{(k\hat{\Phi}^*)^2}{J_{\Sigma}^* T_{el}^* R^*};$$

$$k_3^* = \frac{1}{J_{\Sigma}^*}; \quad k_4^* = \frac{k\Phi^* K_{tr}^*}{R^* T_{el}^* J_{\Sigma}^*}.$$

Линеаризующее управление (19) вычисляется с использованием номинальных параметров двигателя, связь которых с реальными задается выражением

$$(25) \quad k_1^* = \hat{k}_1 - \Delta_1; \quad k_2^* = \hat{k}_2 - \Delta_2; \quad k_3^* = \hat{k}_3 - \Delta_3; \quad k_4^* = \hat{k}_4 - \Delta_4.$$

Здесь  $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \Delta_4$  – неизвестные величины, отличающие реальный электродвигатель (24) с неизвестными параметрами от его математической модели (17) с номинальными значениями параметров.

С учетом выражения (25), подставим линеаризующее управление (19) в дифференциальное описание двигателя с реальными параметрами (24), получив

$$(26) \quad \frac{d^4\theta}{dt^4} = v - \frac{\Delta_4}{\hat{k}_4} v - \left( \frac{\hat{k}_1 \Delta_4}{\hat{k}_4} - \Delta_1 \right) \frac{d^3\theta}{dt^3} - \left( \frac{\hat{k}_2 \Delta_4}{\hat{k}_4} - \Delta_2 \right) \frac{d^2\theta}{dt^2} - k_3^* \ddot{M}_c.$$

Запишем уравнение (26) в пространстве координат состояний:

$$\dot{x} = Ax + B \left[ v - F^T \Theta \right] + E \ddot{M}_c;$$

$$x = \left[ \theta \quad \dot{\theta} \quad \ddot{\theta} \quad \ddot{\theta} \right]^T;$$

$$(27) \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \Theta = \begin{bmatrix} v \\ x \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad E = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -k_3^* \end{bmatrix};$$

$$F = \left[ \frac{\Delta_4}{\hat{k}_4}, 0, 0, \frac{\hat{k}_2 \Delta_4}{\hat{k}_4} - \Delta_2, \frac{\hat{k}_1 \Delta_4}{\hat{k}_4} - \Delta_1 \right]^T.$$

В полученной модели двигателя постоянного тока (27) выполнена параметризация немоделируемой динамики в виде линейной регрессии  $F^T\Theta$ . Такая модель подходит для построения с её помощью адаптивной системы для компенсации немоделируемой динамики.

### 3.3. АДАПТИВНАЯ КОМПЕНСАЦИЯ НЕМОДЕЛИРУЕМОЙ ДИНАМИКИ

Для построения адаптера, компенсирующего немоделируемую динамику, представим эталонную модель (20) в пространстве координат состояний:

$$(28) \quad \begin{aligned} \dot{x}_{эм} &= A_{эм}x_{эм} + B_{эм}r; \\ x_{эм} &= [\theta_{эм} \quad \dot{\theta}_{эм} \quad \ddot{\theta}_{эм} \quad \ddot{\theta}_{эм}]^T; \\ A_{эм} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_4^{эм} & -a_3^{эм} & -a_2^{эм} & -a_1^{эм} \end{bmatrix} B_{эм} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ a_4^{эм} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Чтобы скомпенсировать действие немоделируемой динамики  $F^T\Theta$ , добавим в закон формирования преобразующей обратной связи (19) настраиваемую компенсирующую добавку (29), получив (30):

$$(29) \quad u_{ад} = \hat{F}^T\Theta,$$

$$(30) \quad \hat{r}_s = \frac{1}{\hat{k}_4} \left( v + \hat{k}_1 \frac{d^3\theta}{dt^3} + \hat{k}_2 \frac{d^2\theta}{dt^2} \right) + \hat{F}^T\Theta.$$

Тогда, с учетом выражения (30), объект управления может быть записан в виде (31). Здесь  $F$  с «^» – настраиваемые коэффициенты компенсирующей добавки,  $F$  – идеальные коэффициенты немоделируемой динамики:

$$(31) \quad \begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B \left[ v + k_4^* \tilde{F}^T\Theta \right] + E\ddot{M}_c, \\ \tilde{F} &= \hat{F} - \frac{F}{k_4^*} = \hat{F} - K. \end{aligned}$$

С учетом закона формирования псевдоуправления, уравнение в отклонениях между объектом управления (31) и эталонной моделью (28) записывается в виде

$$\dot{e}_{эм} = \tilde{A}e_{эм} + Bk_4^* \tilde{F}^T \Theta + E\ddot{M}_c,$$

$$(32) \quad \tilde{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -K_P & -K_D & -K_{DD} & -K_{DDD} \end{bmatrix}.$$

В качестве алгоритма адаптации компенсирующей добавки будем использовать алгоритм (33), построенный по второму методу Ляпунова. Он отличается от известного базового алгоритма адаптации: 1) наличием  $\sigma$ -модификации, которая должна обеспечить робастность системы к возмущениям, вызванным моментом нагрузки; 2) использованием вместо значения коэффициента усиления объекта только его знака.

$$(33) \quad \dot{\hat{F}} = -\Gamma \operatorname{sgn}(k_4^*) (\Theta e_{эм}^T P B + \sigma_1 \hat{F}).$$

Здесь  $\sigma_1$  – коэффициент  $\sigma$ -модификации,  $\Gamma$  – диагональная матрица.

Знак идеального коэффициента усиления электродвигателя  $\operatorname{sgn}(k_4^*)$ , необходимый для реализации закона адаптации (33), всегда является известным и положительным ввиду строгой положительности всех величин, через которые он вычисляется.

### 3.4. СВОЙСТВА ЗАМКНУТОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДПТ

Сформулируем свойства замкнутой системы (32) при адаптивной компенсации немоделируемой динамики в виде следующей теоремы.

**Теорема 1.** Пусть управление для двигателя постоянного тока формируется законом (30), а адаптация компенсирующей добавки производится согласно закону (33), тогда замкнутая система управления (32) будет обладать следующими свойствами:

1. В пространстве  $T$  размерности  $(\dim(e_{\text{эм}}) + \dim(\tilde{F}))$  траектории  $\xi = \begin{bmatrix} e_{\text{эм}}^T & \tilde{F}^T \end{bmatrix}^T$  системы (32) экспоненциально сходятся к множеству (34) со скоростью быстрее чем  $\kappa$ :

$$(34) \quad D = \left\{ \xi: V(\xi) \leq \frac{1}{\kappa} \left[ |k_4^*| \cdot |\sigma_1| \cdot \|K\|^2 + \frac{2\lambda_{\max}^2(P)\varepsilon^2}{\lambda_{\min}(Q)} \right] \right\},$$

$$\kappa = \min \left\{ \frac{\lambda_{\min}(Q)}{2\lambda_{\max}(P)}; \frac{|k_4^*| \cdot |\sigma_1|}{\lambda_{\max}(\Gamma^{-1})} \right\};$$

где  $\lambda_{\min}(\cdot)$  и  $\lambda_{\max}(\cdot)$  – минимальное и максимальное собственное число соответствующей матрицы.

2. Траектории  $\xi$  системы (32) равномерно ограничены множеством (35) с предельной границей  $R$ :

$$(35) \quad B_R = \{ \xi: \|\xi\| \leq R \}.$$

**Доказательство.** Выберем кандидата в функции Ляпунова в виде

$$(36) \quad V(\xi) = \xi^T H \xi = e_{\text{эм}}^T P e_{\text{эм}} + |k_4^*| \tilde{F}^T \Gamma^{-1} \tilde{F},$$

$$H = \text{blockdiag} \left[ P \quad |k_4^*| \Gamma^{-1} \right].$$

Здесь  $P$  – матрица, полученная решением уравнения Ляпунова

$$(37) \quad \tilde{A}^T P + P \tilde{A} = -Q,$$

$Q$  – симметричная положительно определенная матрица. Производная кандидата в функции Ляпунова (36) с учетом уравнений системы (32) и уравнения адаптации компенсирующей добавки (33) записывается в виде

$$(38) \quad \begin{aligned} \dot{V}(\xi) &= e_{\text{эм}}^T \left( \tilde{A}^T P + P \tilde{A} \right) e_{\text{эм}} + 2e_{\text{эм}}^T P B k_4^* \tilde{F}^T \Theta + 2e_{\text{эм}}^T P E \ddot{M}_c + \\ &+ 2|k_4^*| \tilde{F}^T \Gamma_1 \left( -\Gamma_1^{-1} \text{sgn}(k_4^*) \left( \Theta e_{\text{эм}}^T P B + \sigma_1 \hat{F} \right) \right) = \\ &= -e_{\text{эм}}^T Q e_{\text{эм}} + 2e_{\text{эм}}^T P E \ddot{M}_c - 2k_4^* \sigma_1 \tilde{F}^T \hat{F} \leq -\lambda_{\min}(Q) \|e_{\text{эм}}\|^2 + \\ &+ 2 \|e_{\text{эм}}\| \lambda_{\max}(P) \underbrace{|k_3^*| \dot{M}_c^{\max}}_{\varepsilon} - 2|k_4^*| \cdot |\sigma_1| \cdot \|\tilde{F}\| \cdot \|\hat{F}\|. \end{aligned}$$

Дополним слагаемые правой части неравенства до полных квадратов и получим неравенства (39) и (40).

$$\begin{aligned}
 & -\lambda_{\min}(Q)\|e_{\text{эм}}\|^2 + 2\|e_{\text{эм}}\|\lambda_{\max}(P)\varepsilon \leq \\
 (39) \leq & \frac{1}{2} \left[ -\lambda_{\min}(Q)\|e_{\text{эм}}\|^2 - \left( \sqrt{\lambda_{\min}(Q)}\|e_{\text{эм}}\| - \frac{2\lambda_{\max}(P)}{\sqrt{\lambda_{\min}(Q)}}\varepsilon \right)^2 + \right. \\
 & \left. + \frac{4\lambda_{\max}^2(P)\varepsilon^2}{\lambda_{\min}(Q)} \right] \leq \frac{-\lambda_{\min}(Q)\|e_{\text{эм}}\|^2}{2} + \frac{2\lambda_{\max}^2(P)\varepsilon^2}{\lambda_{\min}(Q)}; \\
 & -2|k_4^*| \cdot |\sigma_1| \cdot \|\tilde{F}\| \cdot \|\hat{F}\| = -2|k_4^*| \cdot |\sigma_1| \cdot \|\tilde{F}\| \cdot [\|\tilde{F}\| + \|K\|] \leq \\
 (40) \leq & -2|k_4^*| \cdot |\sigma_1| \cdot \|\tilde{F}\|^2 + 2|k_4^*| \cdot |\sigma_1| \cdot \|\tilde{F}\| \cdot \|K\| \leq \\
 & \leq -|k_4^*| \cdot |\sigma_1| \cdot \|\tilde{F}\|^2 + |k_4^*| \cdot |\sigma_1| \cdot \|K\|^2.
 \end{aligned}$$

Тогда верхняя граница производной функции Ляпунова имеет вид (41)

$$\begin{aligned}
 \dot{V}(\xi) \leq & \frac{-\lambda_{\min}(Q)\|e_{\text{эм}}\|^2}{2} + \frac{2\lambda_{\max}^2(P)\varepsilon^2}{\lambda_{\min}(Q)} - |k_4^*| \cdot |\sigma_1| \cdot \|\tilde{F}\|^2 + \\
 & + |k_4^*| \cdot |\sigma_1| \cdot \|K\|^2 \leq \frac{-\lambda_{\min}(Q)\lambda_{\max}(P)}{2\lambda_{\max}(P)}\|e_{\text{эм}}\|^2 - \\
 (41) \quad & - \frac{\lambda_{\max}(\Gamma^{-1})}{\lambda_{\max}(\Gamma^{-1})}|k_4^*| \cdot |\sigma_1| \cdot \|\tilde{F}\|^2 + \frac{2\lambda_{\max}^2(P)\varepsilon^2}{\lambda_{\min}(Q)} + |k_4^*| \cdot |\sigma_1| \cdot \|K\|^2 \leq \\
 & \leq -\kappa V(\xi) + |k_4^*| \cdot |\sigma_1| \cdot \|K\|^2 + \frac{2\lambda_{\max}^2(P)\varepsilon^2}{\lambda_{\min}(Q)}.
 \end{aligned}$$

Проинтегрируем выражение (41) и получим

$$(42) \quad V(\xi) \leq e^{-\kappa t} V(\xi_0) + \frac{1}{\kappa} \left[ |k_4^*| \cdot |\sigma_1| \cdot \|K\|^2 + \frac{2\lambda_{\max}^2(P)\varepsilon^2}{\lambda_{\min}(Q)} \right].$$

Из выражения (42) видно, что траекторий системы (32) экспоненциально сходятся к множеству (34) со скоростью быстрее чем  $\kappa$ , а значит, первая часть теоремы доказана.

**Утверждение 1.** Отрегулировать минимальную скорость сходимости траекторий системы (32) к множеству (34) возможно, выбирая матрицы  $\tilde{A}$ ,  $Q$ ,  $\Gamma$  и коэффициент  $\sigma$ -модификации.

Для доказательства второй части теоремы покажем, что производная (41) отрицательна вне множеств

$$(43) \quad S_{e_{эм}} = \left\{ e_{эм}: \|e_{эм}\| \leq \sqrt{\frac{4\lambda_{max}^2(P)\varepsilon^2}{\lambda_{min}^2(Q)} + \frac{2|k_4^*| \cdot |\sigma_1| \cdot \|K\|^2}{\lambda_{min}(Q)}} = C_1 \right\},$$

$$S_{\tilde{F}} = \left\{ \tilde{F}: \|\tilde{F}\| \leq \sqrt{\frac{2\lambda_{max}^2(P)\varepsilon^2}{\lambda_{min}(Q)|k_4^*| \cdot |\sigma_1|} + \|K\|^2} = C_2 \right\}.$$

Тогда в самом худшем случае производная (41) отрицательна вне компактного множества

$$(44) \quad B_r = \{\xi: \|\xi\| \leq r\}; r = \max\{C_1; C_2\}.$$

Также учтем, что функция (36) ограничена (45):

$$(45) \quad \lambda_{min}(H)\|\xi\|^2 \leq V(\xi) \leq \lambda_{max}(H)\|\xi\|^2.$$

Тогда можно ввести понятие минимальной и максимальной линии уровня функции (36):

$$(46) \quad \Omega_{min} = \{\xi \in \partial B_r: V(\xi) = c_{min}\},$$

$$\Omega_{max} = \{\xi \in T: V(\xi) = c_{max}\}.$$

Здесь,  $\partial B_r$  – граница множества (44). Минимальное значение функция Ляпунова приобретает именно в  $\partial B_r$ , так как внутри  $B_r$  производная (41) положительна, а снаружи – отрицательна. На основе определения линий уровня функции Ляпунова введем понятие кольца:

$$(47) \quad \Lambda = \{\xi: c_{min} \leq V(\xi) \leq c_{max}\}.$$

**Утверждение 2.** Так как в кольце (47) производная функции (36) отрицательна, а внутри  $\Omega_{min}$  положительна, то 1) если траектории системы (32) начинаются в кольце (47), то они за конечное время входят в  $\Omega_{min}$ ; 2) если траектории начинаются в  $\Omega_{min}$ , то они его не покинут. Так как в  $\Omega_{min}$  производная (41)

положительна, то показать ограниченность траекторий системы необходимо именно в нем.

Согласно ограниченности (45),  $\forall \xi \in B_r$  верно неравенство (48): квадратичная форма (36) приобретает максимальное значение  $\forall \xi \in B_r$  при максимальных  $\xi$  из  $B_r$ , которые в свою очередь достигаются в  $\partial B_r$ .

$$(48) V(\xi) \leq \lambda_{\max}(H) \|r\|^2.$$

Тогда по определению  $\Omega_{\min}$  имеем

$$(49) c_{\min} = \lambda_{\max}(H) \|r\|^2.$$

Тогда из ограниченности (45)  $\forall \xi \in \Omega_{\min}$  верно неравенство

$$(50) \lambda_{\min}(H) \|\xi\|^2 \leq V(\xi) \leq \lambda_{\max}(H) \|r\|^2.$$

Из неравенств (50) имеем ограниченность траекторий системы (32) множеством (35) и оценку (51) предельной границы  $R$ , что и требовалось доказать во второй части теоремы:

$$(51) R = \|r\| \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(H)}{\lambda_{\min}(H)}}.$$

**Утверждение 3.** Уменьшить предельную границу  $R$  траекторий  $\xi$ , как видно из определения матрицы  $H$ , а также выражений (43) и (51), возможно, выбирая соответствующим образом коэффициент  $\sigma$  модификации, а также матрицы  $P$  и  $\Gamma^{-1}$ .

Таким образом, законом управления (30) и законом адаптации компенсирующей добавки (33) обеспечивается сходимость траекторий замкнутой системы (32) к множеству (34) и предельная ограниченность всех ошибок системы (32) при наличии немоделируемой динамики и действии момента нагрузки.

При этом, как видно из выражений (43) и (51), предельное значение ошибок увеличивается с увеличением значения коэффициента  $\sigma$ -модификации. Поэтому выбор значения этого коэффициента неизбежно приводит к компромиссу между качеством управления и робастностью по отношению к возмущениям (моменту нагрузки) [45, 47, 48].

#### 4. Экспериментальная часть

Динамические характеристики двигателя постоянного тока с разработанной адаптивной системой управления были получены на его модели, параметры которой приведены в пп. 2.3. Моделирование проводилось в Matlab/Simulink на основе численного интегрирования методом Эйлера. Во всех экспериментах использовался постоянный шаг дискретизации  $\tau_s = 10^{-6}$  с.

Коэффициенты  $K_P, K_D, K_{DD}, K_{DDD}$  закона формирования псевдоуправления (23) были выбраны в соответствии с полиномом

$$(52) \quad (p + 275)^4 = 0.$$

Матрица  $P$  (53), необходимая для реализации закона адаптации (33), была рассчитана путем решения уравнения Ляпунова (37), в котором матрица  $Q$  была принята единичной:

$$(53) \quad P = \begin{pmatrix} 0,011 & -0,5 & -43 & 0,5 \\ -0,5 & 43 & -0,5 & -650082 \\ -43 & -0,5 & 650082 & -0,5 \\ 0,5 & -650082 & -0,5 & 4,916 \cdot 10^{10} \end{pmatrix}$$

Момент нагрузки моделировался с помощью командного генератора вида (4), при этом в каждый момент времени выполнялись ограничения

$$(54) \quad |M_c| \leq 0,08 \text{ Н} \cdot \text{м}; |\dot{M}_c| \leq 35,6 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{с}}; |\ddot{M}_c| \leq 2,04 \cdot 10^4 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{с}^2}.$$

Все координаты состояния двигателя постоянного тока (27), согласно допущению 2, в экспериментах считались доступными для прямого измерения. Помехи измерения не моделировались.

Все конкретные численные значения нестационарностей и момента нагрузки выбраны исключительно для примера, с целью продемонстрировать разницу в качестве управления разработанной системой и классической. При этом ограничений на верхние и нижние значения нестационарностей параметров двигателя и момента нагрузки разработанная адаптивная система управления не предполагает.

#### 4.1. УПРАВЛЕНИЕ В УСЛОВИЯХ ОГРАНИЧЕНИЙ

Целью данной группы экспериментов являлась проверка способности закона (30) вести управление электродвигателем с учетом ограничений. Суть экспериментов заключалась в разгоне двигателя до некоторой постоянной скорости вращения и приложении с помощью командного генератора (3)–(4) в установившемся режиме работы момента нагрузки (0,08 Н), который соответствовал току отсечки двигателя с последующим его снятием через 0,1 с. Под моментом, соответствующим току отсечки двигателя, здесь и далее понимается момент, для компенсации которого требуется ток, равный максимальному току двигателя (для MD25LHC – 1 А). При этом управляющее воздействие, формируемое разработанной системой по закону (30), как уже было сказано в пп. 3.1, ограничивалось с помощью нелинейности типа насыщение допустимым значением тока якоря. В этом эксперименте немоделируемая динамика отсутствовала.

На рис. 4 представлены переходные процессы двигателя постоянного тока по скорости вращения вала, полученные в этом эксперименте.

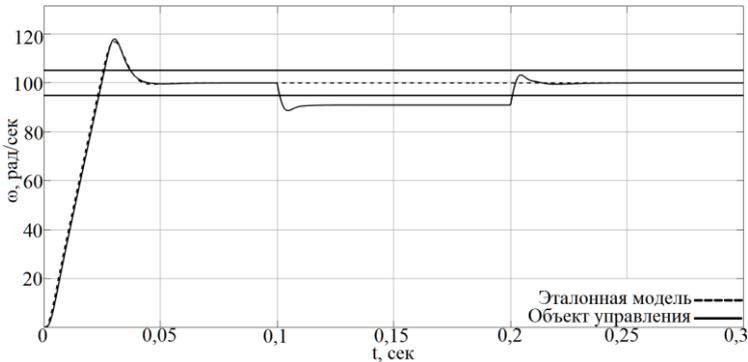


Рис. 4. Переходные процессы по скорости ДПТ

На рис. 5 представлены переходные процессы двигателя постоянного тока по току якоря в данном эксперименте.

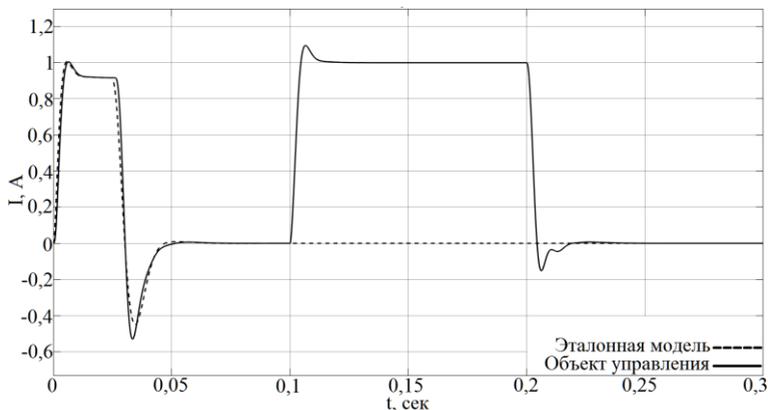


Рис. 5. Переходные процессы по току якоря

Из приведенных на рис. 4 и 5 переходных процессов следует, что закон управления (30) учитывает ограничение на максимальный ток якоря электродвигателя и при этом выполняет компенсацию действия момента нагрузки. Видно, что в переходном процессе скорость и ток электродвигателя с высокой точностью повторяют кривые тока и скорости эталонной модели, что соответствует выполнению поставленной цели управления (5).

#### 4.2. КОМПЕНСАЦИЯ НЕМОДЕЛИРУЕМОЙ ДИНАМИКИ

В этой группе экспериментов проводилась проверка способности разработанной системы управления компенсировать влияние немоделируемой динамики. В частности, для всех экспериментов из данного набора индуктивность и сопротивление электродвигателя были увеличены на 50%. Также момент инерции электродвигателя в данном эксперименте и увеличивался, и уменьшался в 2 раза относительно номинального значения.

На рис. 6 представлено сравнение эталонных переходных процессов двигателя по скорости с переходными процессами подчиненной и адаптивной системы управления для случая, когда момент инерции был уменьшен в 2 раза относительно номинального значения.

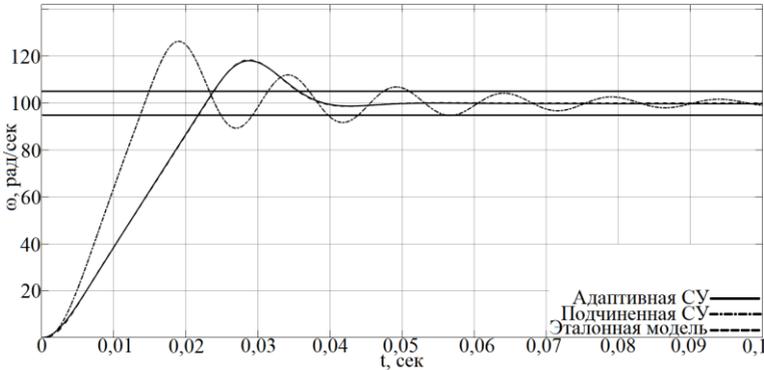


Рис. 6. Переходные процессы по скорости с уменьшенным в 2 раза моментом инерции

Матрица  $\Gamma$ , определяющая быстродействие закона адаптации для этого случая, была выбрана экспериментальным путем:

$$(55) \Gamma = \begin{pmatrix} 1,8 \cdot 10^{-25} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 18,2 \cdot 10^{-10} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \cdot 10^{-36} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \cdot 10^{-16} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \cdot 10^{-22} \end{pmatrix}.$$

Из представленных на рис. 6 переходных характеристик по скорости двигателя видно, что за счет компенсации действия немоделируемой динамики удалось устранить колебания в системе и обеспечить качество управления, задаваемое эталонной моделью (перерегулирование 16,8%, а время регулирования 0,0243 с – графики выходов эталонной модели и объекта под управлением разработанной системы совпали).

На рис. 7 представлено сравнение переходных процессов по напряжению  $u$  и току  $I$  якоря двигателя с адаптивной и подчиненной системами управления в этом эксперименте. Из рис. 7 следует, что разработанная адаптивная система управления позволила снизить колебательность и по току якоря,

и по напряжению питания двигателя постоянного тока по сравнению с классической схемой подчиненного управления.

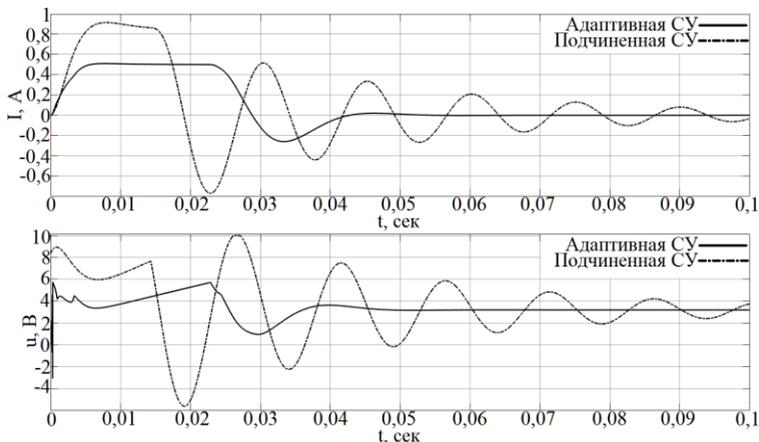


Рис. 7. Переходные процессы по напряжению и току якоря с уменьшенным в 2 раза моментом инерции

На рис. 8 представлено сравнение эталонных переходных процессов двигателя по скорости с переходными процессами подчиненной и адаптивной системами управления для случая, когда момент инерции был увеличен в 2 раза относительно номинального значения.

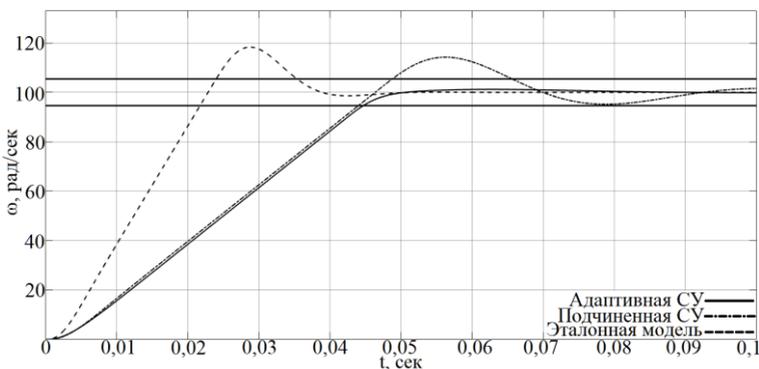


Рис. 8. Переходные процессы по скорости с увеличенным в 2 раза моментом инерции

В этом эксперименте матрица  $\Gamma$  была также подобрана экспериментально:

$$(56) \Gamma = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 \cdot 10^{-15} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,6 \cdot 10^{-15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Из представленных на рис. 8 переходных характеристик следует, что разработанная система скомпенсировала действие немоделируемой динамики и обеспечила желаемый апериодический характер переходного процесса ( $t_{\text{рег}} = 0,05$  с) по скорости электродвигателя в случае увеличения момента инерции двигателя и наличия ограничения на ток якоря.

**Проблема 1.** Из рис. 8 видно, что во время переходного процесса существует некомпенсируемая ошибка между скоростью эталонной модели и скоростью двигателя. Наличие такой ошибки при большом числе переходных процессов (при выполнении условия постоянного возбуждения) и отсутствии  $\sigma$ -модификации может приводить к дрейфу параметров компенсирующей добавки. Это происходит из-за того, что в разработанной системе управления выполнен учет влияния ограничений на закон управления, но не на закон адаптации. Обсуждение пути решения этой проблемы представлено в пп. 5.

На рис. 9 представлено сравнение переходных процессов по напряжению  $u$  и току  $I$  якоря двигателя с адаптивной и подчиненной системой управления.

Из рис. 9 следует, что разработанная адаптивная система управления позволила снизить колебательность и по току якоря, и по напряжению питания двигателя постоянного тока по сравнению с классической схемой подчиненного управления. При этом ограничения и на ток, и на напряжение якоря были выдержаны.

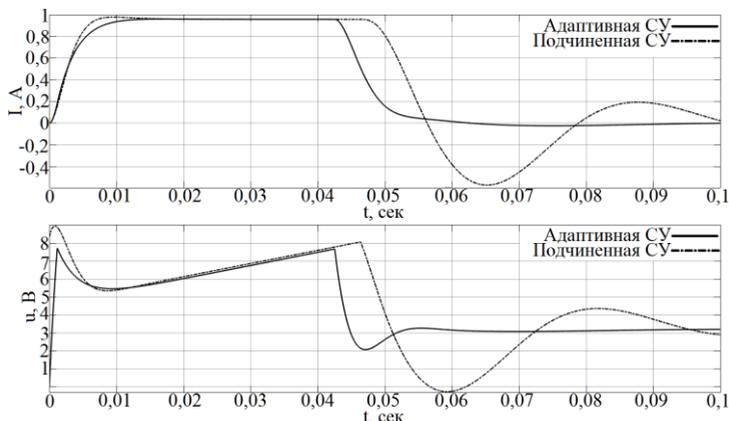


Рис. 9. Переходные процессы по напряжению и току якоря с увеличенным в 2 раза моментом инерции

#### 4.3. РОБАСТНОСТЬ ПОЛУЧЕННОЙ СИСТЕМЫ

Целью этой группы экспериментов являлась проверка способности разработанной системы оставаться устойчивой в условиях действия возмущения, вызванного моментом нагрузки. В этом эксперименте немоделируемая динамика отсутствовала. Двигатель разгонялся до постоянной скорости вращения, а в установившемся режиме работы к его валу прикладывался момент нагрузки, равный половине момента, соответствующего току отсечки двигателя (0,04 Н) с последующим его снятием через 0,1 с.

При этом коэффициент  $\sigma$ -модификации был в первом случае принят равным нулю, а во втором  $\sigma_1 = 10^{33}$ . Матрица  $\Gamma$  в данном эксперименте была принята равной

$$(57) \Gamma = 10^{-10} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Сравнение переходных процессов электродвигателя по скорости для случаев  $\sigma_1 = 0$  и  $\sigma_1 = 10^{33}$  приведены на рис. 10.

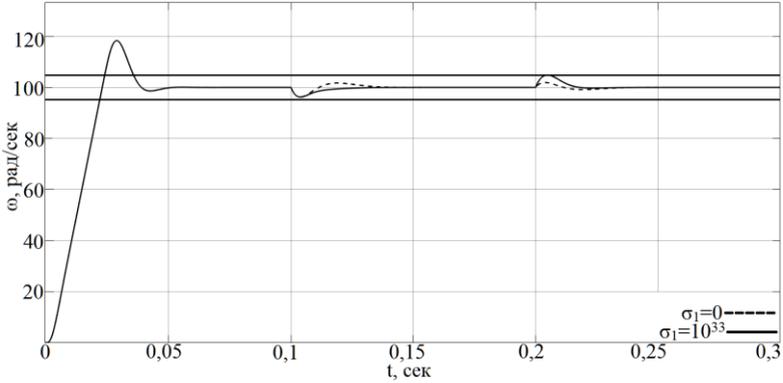


Рис. 10. Переходные процессы по скорости двигателя с  $\sigma$ -модификацией

На рис. 11 приведено сравнение переходных процессов двигателя по коэффициентам немоделируемой динамики  $\hat{F}$  с отсутствием  $\sigma$ -модификации и с  $\sigma = 10^{33}$ , а также сравнение интеграла от нормы вектора ошибок слежения  $e_{ЭМ}$  в данном эксперименте.

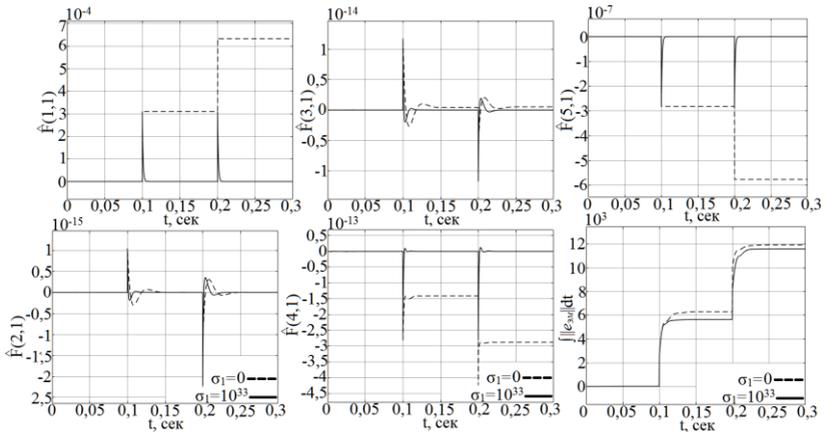


Рис. 11. Переходные процессы по коэффициентам немоделируемой динамики и интегралу нормы вектора ошибок

Из рис. 11 и графика интеграла нормы вектора ошибок слежения  $e_{эм}$  можно заключить, что система управления с  $\sigma_1 = 10^{33}$  обеспечивает более плавную компенсацию действия возмущения с меньшим значением интеграла нормы вектора ошибок  $e_{эм}$ .

По представленным переходным процессам по коэффициентам немоделируемой динамики сделан вывод, что при отсутствии  $\sigma$ -модификации коэффициенты немоделируемой динамики  $\hat{F}$  имеют тренд к неограниченному росту в моменты времени приложения и снятия момента нагрузки (при  $\dot{M}_c$  отличном от нуля). Такой неограниченный рост коэффициентов недопустим с точки зрения робастной устойчивости системы управления и при наличии немоделируемой динамики (неучтенных малых постоянных времени, например,  $T_\mu$ ) приведет к неустойчивости всей замкнутой системы управления электродвигателем [41, 45, 48].

При наличии же  $\sigma$ -модификации коэффициенты немоделируемой динамики сходятся к нулевым тогда, когда отсутствует действие возмущения (при  $\ddot{M}_c$  равном нулю), что соответствует выполнению требований робастной устойчивости замкнутой системы управления.

Таким образом, эксперименты, проведенные на модели ДПТ, демонстрируют способность разработанной системы 1) вести управление с учетом требуемых ограничений; 2) компенсировать влияние немоделируемой динамики на качество управления; 3) не допускать дрейфа настраиваемых коэффициентов в условиях действия возмущений.

## 5. Обсуждение результатов

В работе на основе использования метода решения обратной задачи динамики, а также второго метода Ляпунова был выполнен синтез адаптивной системы управления для компенсации влияния немоделируемой динамики. Полученные результаты подтвердили ее работоспособность. Однако существует ряд проблем, которые требуют дополнительного исследования.

Первой проблемой является принятое в работе допущение о том, что для прямого измерения доступны координата положения якоря  $\theta$ , скорости вращения якоря  $\omega$ , ускорения вращения якоря  $\dot{\omega}$  и производной от ускорения  $\ddot{\omega}$ . На практике качественное вычисление производных от угла положения якоря  $\theta$ , измеряемого с помощью энкодера, может быть затруднительным. Поэтому в дальнейших работах предполагается ослабить принятое допущение, дополнив разработанную систему алгоритмом оценки первых трех производных от угла положения якоря.

Второй проблемой, выявленной в пп. 4.2, является наличие некомпенсируемой ошибки между скоростью эталонной модели и скоростью двигателя. Эта ошибка вызвана учетом в системе ограничений на ток и напряжение якоря. Однако учет этих ограничений выполнен в законе управления, но не в законе адаптации. Из-за этого при отсутствии  $\sigma$ -модификации возможно возникновение дрейфа параметров компенсирующей добавки. Поэтому в дальнейших работах эта проблема будет решена путем компенсации ошибки между скоростью эталонной модели и скоростью двигателя в условиях, когда ток или напряжение якоря двигателя равны максимальному значению, с помощью настройки эталонной модели.

Общей проблемой большинства систем адаптивного управления, ограничивающих их практическую применимость, является наличие в алгоритме адаптации экспериментально подбираемой матрицы скоростей  $\Gamma$ . Адаптивная система управления, построенная в этой работе, также обладает недостатком, связанным с необходимостью практического подбора значений матрицы скоростей. Так, в экспериментах при увеличении момента инерции двигателя использовалась матрица скоростей (56), а при уменьшении – (57). На практике невозможно переключение между разными матрицами скоростей, так как даже направление изменения значений параметров объекта управления (увеличение или уменьшение) является неизвестным. Поэтому необходимо использование некоторой оптимальной – универсальной матрицы скоростей в алгоритме адаптации либо требуется её оперативное вычисление в процессе работы адап-

тивной системы. Поэтому целью дальнейших исследований является применение для задачи оценки и компенсации немоделируемой динамики электропривода постоянного тока в разработанной схеме квазиньютоновских методов оптимизации. Достоинствами этих методов, в противопоставлении использованной градиентной схеме, является возможность получения оценочного значения матрицы скоростей  $\Gamma$  на каждой итерации процесса адаптации. В частности, планируется построение контура адаптации на основе рекурсивного метода наименьших квадратов, который относится к квазиньютоновским методам и широко используется в теории идентификации и адаптивной фильтрации.

## **6. Заключение**

В работе разработана адаптивная система управления двигателем постоянного тока, способная компенсировать влияние нестационарностей его параметров на качество управления. Эксперименты по применению такой системы продемонстрировали её способность выполнять компенсацию немоделируемой динамики и обеспечивать желаемое качество управления. Также экспериментально была подтверждена робастная устойчивость разработанной системы в условиях действия возмущений. По сравнению с классической подчиненной схемой управления, разработанная адаптивная система позволила обеспечить требуемое качество управления в условиях и увеличения, и уменьшения относительно номинальных значений момента инерции электродвигателя. В первом случае была устранена нежелательная колебательность системы, а во втором был обеспечен желаемый характер переходного процесса. При этом в обоих случаях были выдержаны ограничения на ток и напряжение якоря.

## Литература

1. АБРАМОВИЧ И.И., БЕРЕЗИН В.Н., ЯУРЕ А.Г. *Грузоподъемные краны промышленных предприятий*. – М.: Машиностроение, 1989. – 360 с.
2. АЛЕКСАНДРОВ А.Г., ПАЛЕНОВ М.В. *Состояние и перспективы развития адаптивных ПИД-регуляторов в технических системах* // Автоматика и телемеханика. – 2014. – №2. – С. 16–30.
3. БЕЛОВ М.П., НОВИКОВ А.Д. *Автоматизированный электропривод типовых производственных механизмов и технологических комплексов*. – М.: Академия, 2007. – 576 с.
4. БОБИКОВ А.И., БОЗВАНОВ А.О. *Нейросетевое управление угловым положением двигателя постоянного тока* // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. – 2016. – №57. – С. 139–144.
5. БОБИКОВ А.И., СУРКОВ И.И. *Нейросетевое управление скоростью двигателя постоянного тока* // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. – 2015. – №52. – С. 105–112.
6. БУРАКОВ М.В., ШИШЛАКОВ В.Ф. *Адаптивное управление двигателем постоянного тока* // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – 2016. – Т. 18, №4-3. – С. 542–574.
7. ВЛАСЬЕВСКИЙ С.В., КУЧУМОВ В.А., ЩЕРБАКОВ В.Г. *Сравнение энергетической эффективности тягового электропривода электровозов переменного тока на основе коллекторных и асинхронных двигателей* // Электротехника. – 2017. – №9. – С. 72–78.
8. ГИЛЕВ А.В. и др. *Повышение эффективности эксплуатации буровой техники на горных предприятиях. Монография*. – Красноярск: СФУ, 2013. – 370 с.
9. ГЛУЩЕНКО А.И., ПЕТРОВ В.А. *О сравнительной оценке эффективности нейросетевого и нечеткого настройщиков регулятора скорости при управлении электроприводом прокатной клетки* // Труды V Всероссийской научной кон-

- ференции «Информатика, управление и системный анализ». – Ростов-на-Дону: Мини-Тайп, 2018. – С. 430–439.
10. ГЛУЩЕНКО А.И., ПЕТРОВ В.А., СЕРОВ М.Ю. *Нечеткий настройщик регулятора скорости привода постоянного тока* // Труды XIII Всероссийского совещания по проблемам управления ВСПУ-2019: [Электронный ресурс]. – М.: ИПУ РАН, 2019. – С. 987–991.
  11. ГЛУЩЕНКО А.И., ПЕТРОВ В.А., ЛАСТОЧКИН К.А. *Разработка адаптивной системы управления балансирующим роботом на основе второго метода Ляпунова с переменным шагом настройки* // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2020. – №5. – С. 312–320.
  12. ДЕМИДОВА Г.Л., КУЗИН А.Ю., ЛУКИЧЕВ Д.В. *Особенности применения нечетких регуляторов на примере управления скоростью вращения электродвигателя постоянного тока* // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2016. – Т. 16, №5. – С. 872–878.
  13. ЕЛИСЕЕВ В.А., ШИНЯНСКИЙ А.В. (ред.). *Справочник по автоматизированному электроприводу*. – Энергоатомиздат, 1983. – 616 с.
  14. ЕРЕМЕНКО Ю.И., ГЛУЩЕНКО А.И., ПЕТРОВ В.А. *О разработке нейросетевого настройщика контура скорости электропривода прокатной клетки для снижения динамических нагрузок* // Известия Южного федерального университета. Технические науки. – 2017. – №9(194). – С.44–53.
  15. КАБАНОВ А.А. *Композиционный синтез нелинейных сингулярно возмущенных систем на основе метода линеаризации обратной связью* // Труды X Междунар. конф. «Идентификация систем и задачи управления» (SICPRO-2015). – М.: ИПУ РАН, 2015. – Т. 15. – С. 548–556.
  16. КИМ Д.П. *Теория автоматического управления. Том 2. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы*. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 464 с.
  17. КЛЮЧЕВ В.И. *Теория электропривода*. – М.: Энергоатомиздат, 1998. – 704 с.

18. КОЖЕВНИКОВ А.В. *Совершенствование систем управления приводами прокатных станов для повышения энергоэффективности их работы* // Вестник Череповецкого государственного университета. – 2012. – Т. 4, №1(42). – С. 11–16.
19. КОЛЕСНИКОВ А.А., МАРШАКОВ Д.В., АЙДИНЯН А.Р. *Комплексное применение синергетического подхода и нейросетевых структур к проблеме синтеза интеллектуальной системы управления электроприводом* // Вестник Донского государственного технического университета. – 2014. – Т. 14, №4(79). – С. 60–71.
20. КОЧЕТКОВ С.А., УТКИН В.А. *Вихревые алгоритмы в задаче управления двигателем постоянного тока* // Проблемы управления. – 2014. – №5. – С. 20–27.
21. НГУЕН К.Х., УТКИН В.А. *Задачи управления электродвигателем постоянного тока* // Автоматика и телемеханика. – 2006. – №5. – С. 102–118.
22. ПЕТРОВ В.А., ГЛУЩЕНКО А.И., ЕРЕМЕНКО Ю.И. *О разработке нейросетевого настройщика параметров ПИ-регулятора контура тока при управлении электроприводом прокатной клетки* // Труды IV Всероссийской научной конференции «Информатика, управление и системный анализ». – Т. I. – Тверь: ТГТУ, 2016. – С. 61–71.
23. ПОПОВ А.Н. *Синергетические законы управления электроприводом постоянного тока: стабилизация, позиционирование, слежение, энергосбережение* // Известия Южного федерального университета. Технические науки. – 2006. – Т. 61, №6. – С. 121–148.
24. ПОПОВ А.Н. *Синергетический синтез законов энергосберегающего управления электромеханическими системами* // Известия Южного федерального университета. Технические науки. – 2001. – Т. 23, №5. – С. 74–84.
25. ПШИХОПОВ В.Х., МЕДВЕДЕВ М.Ю., ШЕВЧЕНКО В.А. *Адаптивное управление с эталонной моделью приводом постоянного тока* // Известия Южного федерального университета. Технические науки. – 2015. – №2. – С. 6–13.

26. РАПОПОРТ Э.Я. *Системы подчиненного регулирования электроприводов постоянного тока: конспект лекций.* – Куйбышев: КПТИ, 1985. – 56 с.
27. САФОНОВ Ю.М. *Электроприводы промышленных роботов.* – Москва, 1990. – 176 с.
28. ТЕРЕХОВ В.М., КЛЮЧЕВ В.И. *Электропривод и автоматизация общепромышленных механизмов.* – М.: Энергия, 1980. – 360 с.
29. ЧИЛИКИН М.Г. САНДЛЕР А.С. *Общий курс электропривода.* – М.: Энергоиздат, 1981. – 576 с.
30. ЮРЕВИЧ Е.И. *Основы робототехники.* – СПб.: БХВ-Петербург, 2018. – 368 с.
31. AMJAD J.H., HAMEED A.H., HAMEED M.R. *Robust adaptive speed control for DC motor using novel weighted E-modified MRAC* // Proc. of 2017 IEEE Int. Conf. on Power, Control, Signals and Instrumentation Engineering (ICPCSI). – IEEE, 2017. – P. 313–319.
32. BAN Z., CRNOSIJA P. *Application of the MRAC with simplified discrete parameter adaptation algorithm for control of the DC electromotor drive* // IEEE Int. Conf. on Industrial Technology, 2003. – IEEE, 2003. – Vol. 1. – P. 506-511.
33. BRUNOVSKY P.A. *Classification of linear controllable systems* // Kybernetika. – 1970. – Vol. 6, No. 3. – P. 173–188.
34. CHAOUCH S., NAIT-SAID M.S. *Backstepping control design for position and speed tracking of DC motors* // Asian Journal of Information Technology. – 2006. – Vol.5, No. 12. – P. 1367–1372.
35. DAWSON D.M., CARROLL J.J., SCHNEIDER M. *Integrator backstepping control of a brush DC motor turning a robotic load* // IEEE Trans. on Control Systems Technology. – 1994. – Vol. 2, No. 3. – P. 233–244.
36. EREMENKO Y., GLUSHCHENKO A., PETROV V. *Development of the method for joint operation of neural-network tuners for current and speed circuits* // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2017. – Vol. 6, No. 9. – P. 17–21.

37. FLORIAN-VILLA A.E., PATIÑO-MURILLO J.A. *Control design using state observation and model reference adaptive systems for a dc motor* // Journal of Physics: Conference Series. – 2019. – Vol. 1418, No. 1. – P. 1–7.
38. GLUSHCHENKO A.I., PETROV V.A., LASTOCHKIN K.A. *Development of Two-Wheeled Balancing Robot Optimal Control System based on Its Feedback Linearization* // Proc. of Int. Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies (FarEastCon-2019). – IEEE, 2019. – P. 1–6.
39. HANS B., HONDERD G., VAN AMERONGEN J. *Model reference adaptive control of a direct-drive DC motor* // IEEE Control Systems Magazine. – 1989. – Vol. 9, No. 1. – P. 80–84.
40. HUGHES A., DRURY B. *Electric Motors and Drives: Fundamentals, Types and Applications*. – Newnes, 2013. – 440 p.
41. IOANNOU P. A., SUN J. *Robust adaptive control*. – Courier Corporation, 2012. – 821 p.
42. IOANNOU P., FIDAN B. *Adaptive control tutorial*. – Society for Industrial and Applied Mathematics, 2006. – 387 p.
43. KARANDAEV A.S. *Improvement of automatic electric drives for rolling machinery* // Russian Internet Journal of Industrial Engineering. – 2016. – No. 1. – P. 3–15.
44. KHALIL H.K., GRIZZLE J.W. *Nonlinear systems*. – Upper Saddle River, NJ: Prentice hall, 1996. – 794 p.
45. LAVRETSKY E., WISE K.A. *Robust and adaptive control*. – Springer, London, 2013. – 449 p.
46. MALLICK S., MONDAL U. *Performance Study of different Model Reference Adaptive Control Techniques applied to a DC Motor for Speed Control* // 3rd Int. Conf. on Trends in Electronics and Informatics (ICOEI-2019). – IEEE, 2019. – P. 770–774.
47. ORTEGA R., TANG Y. *Robustness of adaptive controllers – A survey* // Automatica. – 1989. – Vol. 25, No. 5. – P. 651–677.
48. PETERSON B., NARENDRA K. *Bounded error adaptive control* // IEEE Trans. on Automatic Control. – 1982. – Vol. 27, No. 6. – P. 1161–1168.

49. PREITL S., PRECUP R.E. *An extension of tuning relations after symmetrical optimum method for PI and PID controllers* // Automatica. – 1999. – Vol. 35, No. 10. – P. 1731–1736.
50. SASTRY S.S., ISIDORI A. *Adaptive control of linearizable systems* // IEEE Trans. on Automatic Control. – 1989. – Vol. 34, No. 11. – P. 1123–1131.
51. UMESH K.B., RAKESH N. *Speed Control of DC Motor Using Fuzzy PID Controller* // Advance in Electronic and Electric Engineering. – 2013. – Vol. 3, No. 9. – P. 1209–1220.
52. UMLAND J.W., SAFIUDDIN M. *Magnitude and symmetric optimum criterion for the design of linear control systems: what is it and how does it compare with the others?* // IEEE Trans. on Industry Applications. – 1990. – Vol. 26, No. 3. – P. 489–497.

## CONTROL QUALITY IMPROVEMENT OF DC MOTOR ON BASIS OF ITS LINEARIZATION AND COMPENSATION OF UNMODELED DYNAMICS

**Anton Glushchenko**, Sary Oskol technological institute n.a. A.A. Ugarov (branch) NUST “MISIS”, Sary Oskol, Cand.Sc., assistant professor (a.glushchenko@sf-misis.ru).

**Vladislav Petrov**, Sary Oskol technological institute n.a. A.A. Ugarov (branch) NUST “MISIS”, Sary Oskol, Cand.Sc., senior lecture (petrov.va@misis.ru).

**Konstantin Lastochkin**, Sary Oskol technological institute n.a. A.A. Ugarov (branch) NUST “MISIS”, Sary Oskol, Cand.Sc., student (lastconst@yandex.ru).

*Abstract: The aim of this research is to develop an approach to DC motor control as an alternative to the conventional cascade control. Disadvantages of the mentioned classical method are shown, including inability to compensate effectively the influence of unknown dynamics and disturbances (load torque). The solution to these problems lies in the joint use of: 1) the feedback linearization method to separate the unknown dynamics from the control object description and 2) the second Lyapunov method to compensate it. A DC motor linearization based on the solution of the inverse dynamics problem is proposed in this research. It allows to consider limitations on physical signals of current and voltage of anchor circuit. A linear adapter with real-time adjusted parameters on the basis of formulas ob-*

*tained with the help of the Lyapunov second method is proposed to compensate the unmodeled drive dynamics. The formulas distinctive feature is that when they are used, it is necessary to know the control object gain sign only. The stability of the system with an adapter is proved using Uniform Ultimate Boundedness. Experimental verification of the proposed approach is conducted using the DC drive model with non-stationary parameters. As an example, it is shown that the adaptive system is able to compensate the plant non-stationarity, when the armature circuit parameters are changed by 1.5 times from their nominal values, the inertia moment is changed by two times from its nominal value, and the load torque is equaled to half of the value of the torque, which corresponds to the motor cutoff current. A discussion of the results and further research aims are shown at the end of the paper.*

**Keywords:** DC motor, feedback linearization, Lyapunov second method, non-stationarity, compensation for unmodeled dynamics, control quality, limited control action signal.

УДК 681.5.013

ББК 32.965.09

DOI: 10.25728/ubs.2020.86.3

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии В.И. Зоркальцевым.*

*Поступила в редакцию 29.03.2020.*

*Опубликована 31.07.2020.*