

ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОЦЕНИВАНИЯ ПРИ КОРРУПЦИИ¹

Мальсагов М. Х.²

(Ингушский государственный университет, Назрань)

Угольницкий Г. А.³, Усов А. Б.⁴

(Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону)

В теоретико-игровой постановке исследована модель взаимодействия преподавателя и студента с учетом возможной коррумпированности преподавателя. Формализация модели проведена в виде игры двух лиц в развернутой форме с совершенной информацией. Предполагается, что студенты бывают только высокой и низкой квалификации. При этом коррупция будет проявляться в виде попустительства в случае студента низкой квалификации и вымогательства – для студентов с высокой квалификацией. Решение проводится методом обратной индукции с помощью алгоритма Куна анализа игры в развернутой форме по значениям выигрышей субъектов управления методом обратной индукции. Приводится алгоритм построения решения. Проведено имитационное моделирование по значениям выигрышей субъектов управления. Приведены результаты численных экспериментов, дан их анализ. На основе анализа результатов проведенных имитационных экспериментов в случае студента высокой и низкой квалификации сделаны содержательные выводы. Основным является вывод о том, что в случае студентов высокой квалификации одного снижения их моральных затрат при подаче жалоб на коррупционное поведение преподавателя достаточно для искоренения коррупции в системе «преподаватель – студент». В случае же студента низкой квалификации искоренить коррупцию сложнее. Здесь необходим комплексный подход, предполагающий значительное увеличение размера наказания преподавателя за взятку, а также его выигрыша в бескоррупционном случае и повышение вероятности обнаружения факта взятки путем усиления административного контроля над преподавателем.

Ключевые слова: имитационное моделирование, коррупция, динамические игры с полной информацией.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №18-01-00053).

² Мухарбек Хасанович Мальсагов, к.ф.-м.н., доцент (mhm1956@bk.ru).

³ Геннадий Анатольевич Угольницкий, д.ф.-м.н., профессор (ougoln@mail.ru).

⁴ Анатолий Борисович Усов, д.т.н., доцент (tol151968@yandex.ru).

1. Введение

Коррупция относится к числу важнейших социально-экономических явлений, оказывающих негативное влияние на развитие общества. Теоретическое исследование коррупции было начато С. Роуз-Аккерман в работе [12]. Вслед за Г. Беккером она предположила, что борьба с коррупцией эффективна, если выгоды от ее ограничения превышают затраты. Количество работ по математическому моделированию коррупции очень велико: обзоры можно найти в [4, 10] и ряде других публикаций. Так, в статье [9] приводится классификация видов коррупции; авторы [11] проводят стратегический анализ бытовой коррупции. Среди российских исследователей следует отметить работы [1, 2, 7, 8] и целый ряд других.

Авторская концепция моделирования коррупции в иерархических системах управления [3] отличается от экономического подхода Г. Беккера и С. Роуз-Аккерман. Именно, борьба с коррупцией считается успешной, если выполняются определенные требования к управляемой системе, обеспечивающие ее устойчивое развитие. В частности, даны специфические определения попустительства и вымогательства как видов коррупции.

Настоящая статья развивает подход, предложенный в работе [6]. Там взаимодействие преподавателя и студента на экзамене с возможной коррупционной составляющей формализовано как динамическая игра с совершенной информацией и конкретными значениями выигрышей. В настоящей работе предполагается возможность произвольных значений выигрышей, поэтому анализ производится посредством имитационного моделирования. Основной замысел заключается в исследовании зависимости решения от различных параметров модели. Поскольку по понятным причинам идентификация модели по реальным данным вызывает большие затруднения, то использовались экспертные оценки значений параметров. Имитационное моделирование обеспечивает возможность учёта достаточно большого количества значений в содержательно разумных диапазонах и тем самым возможность экспериментально обоснованных выводов.

2. Постановка задачи

Исследуем в теоретико-игровой постановке модель, описывающую взаимодействие преподавателя (P) и студента (S) на экзамене. Во время экзамена преподаватель P выясняет объективный уровень знаний студента S и, как следствие, какую оценку он заслуживает. Для простоты предполагается, что студенты бывают только высокой и низкой квалификации. Допускается, что преподаватель P может быть коррумпированным, т.е. стараться получить от студента S взятку. При этом коррупция будет проявляться в виде попустительства в случае студента низкой квалификации (L) и вымогательства – для студентов с высокой квалификацией (H). Значения L или H выбирает на первом шаге природа N .

Поясним смысл вымогательства и попустительства [3, 9, 10]. Если студент имеет высокую квалификацию, то преподаватель может быть:

а) честным по отношению к нему и поставить ему заслуженную им оценку при отсутствии взятки ($h - honest$) или

б) коррумпированным, т.е. вымогать у студента взятку, угрожая неудовлетворительной оценкой ($e - extortion$), несмотря на знания студента.

Если студент имеет низкую квалификацию (знает предмет на неудовлетворительную оценку), то преподаватель вновь может быть:

а) честным по отношению к нему и поставить ему заслуженно неудовлетворительную оценку при отсутствии взятки (h) или

б) коррумпированным, т.е. зависить студенту объективную оценку при наличии взятки ($c - capture$).

Если преподаватель честный, то игра заканчивается сразу: студент высокой квалификации получает высокую оценку, а студент низкой квалификации идет на пересдачу. В этом случае выигрыш преподавателя равен некоторой положительной величине v_1 , учитывающей его моральное удовлетворение от честно выполненной работы. Выигрыш студента высокой квалификации при этом равен w_1 , а низкой

квалификации – w_2 . Если преподаватель предлагает студенту коррупционную схему сдачи экзамена (берет взятки), то студент может согласиться и дать преподавателю взятку (b – *bribe*) либо подать на него жалобу (a – *appeal*) в вышестоящий орган (например, в деканат). Предполагается, что если преподаватель коррумпирован, а студент подает жалобу, то преподавателя наказывают: порицают, штрафуют либо увольняют (его выигрыш равен v_2 в случае студента высокой квалификации и v_3 – низкой). Вымогательство опаснее для общества, чем попустительство, поэтому $v_2 \leq v_3$. Сам студент при этом получает заслуженную им оценку минус некоторые моральные затраты: студент высокой квалификации в этом случае имеет выигрыш w_3 , а низкой – w_4 . Если же преподаватель коррумпирован и студент дает ему взятку, то выигрыш преподавателя равен v_4 в случае студента высокой квалификации и v_5 – в случае студента низкой квалификации. Понятно, что $v_4 \leq v_5$. Выигрыш студента высокой квалификации при этом есть w_5 , а низкой w_6 .

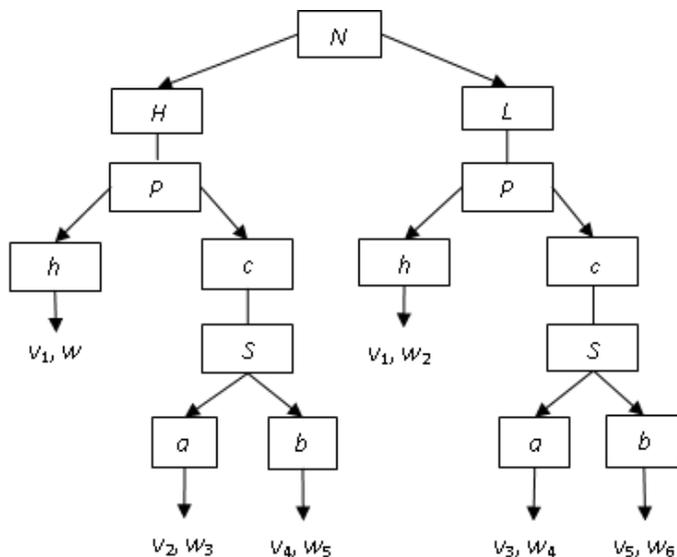


Рис. 1. Модель взаимодействия преподавателя и студента как игры в развернутой форме с совершенной информацией

Опишем данную модель в виде игры в развернутой форме с совершенной информацией [5]. Итоговые величины выигрышей и дерево игры показаны на рис. 1.

3. Метод решения

Итак, имеется конечная игра в развернутой форме с совершенной информацией (рис.1). Решение игры находится методом обратной индукции с помощью алгоритма Куна [5]. Рассмотрение начинается с анализа терминальных вершин дерева игры, для которых определены выигрыши игроков. Решение, принимаемое игроком в такой вершине, является простой задачей выбора максимального выигрыша из множества достижимых. Затем рассматриваются вершины предпоследнего уровня дерева игры и находится оптимальное решение в них. При этом, естественно, учитывается выбор, который будет сделан в терминальной вершине. Процесс повторяется до тех пор, пока не доберемся до корня дерева.

Алгоритм Куна анализа игры «преподаватель – студент» в развернутой форме (рис. 1) по значениям выигрышей субъектов управления методом обратной индукции приведем в случае студента высокой квалификации. Алгоритм состоит в следующем:

1. Студентом анализируются варианты выигрыша w_3 или w_5 на нижнем уровне принятия решения. Им выбирается стратегия (a) или (b) (та из них, которая принесет ему больший выигрыш).

2. Преподавателем проводится сравнение своих выигрышей при варианте (h) и при выборе лучшего для студента из рассмотренных в п. 1 алгоритма.

3. Лучший для преподавателя из определенных в п. 2 алгоритма вариантов и есть решение игры (совершенное по подыграм равновесие).

Основной замысел работы заключается в исследовании зависимости решения, получаемого по описанному алгоритму, от соотношения выигрышей игроков, показанных на рис. 1 в общем виде. Очевидно, выбор оптимальной стратегии зависит от данного соотношения. Непосредственная идентификация значе-

ний выигрышей по историческим данным или в результате опросов для данной предметной области по понятным причинам вызывает большие трудности. Например, анкетирование преподавателей и студентов по теме коррупции и само по себе затруднено, и достоверность ответов трудно гарантировать даже на условиях анонимности.

Поэтому далее предложена экспертная оценка зависимости выигрышей от значений параметров модели, основанная на правдоподобных соображениях. Поскольку в настоящей работе использовались оценочные данные, то числовая идентификация модели носит тестовый характер и обеспечивает разумное соотношение размерностей величин для приемлемых качественных выводов по сравнительному анализу результатов численного моделирования.

Фактически имитационное моделирование здесь выступает как специфический метод идентификации модели, позволяя рассмотреть большое значение допустимых значений параметров.

При проведении имитационных экспериментов логично учитывать следующие две возможные ситуации:

1. Велика вероятность жалобы студента на преподавателя при попытке получить от него взятку. При этом необходимо учесть два варианта: наказание за взятку значительное (например, увольнение) или незначительное (выговор, маленький штраф).

2. Малая вероятность жалобы со стороны студента и вновь два случая – сильное или слабое наказание за взятку.

Введем следующие предположения:

$$v_1 = \omega; w_1 = r_1; w_2 = r_2; v_2 = -p_1s; v_3 = -p_2s; v_4 = \Delta; v_5 = \alpha\Delta;$$

$$w_3 = w_1 - \beta; w_4 = w_2 - \beta; w_5 = w_1 - \gamma\Delta; w_6 = w_2 + k\alpha\Delta.$$

Здесь ω – постоянная, выражающая удовлетворение преподавателя от честно выполненной работы в бескоррупционном случае; r_1 – выигрыш студента высокой квалификации в бескоррупционном случае; r_2 – выигрыш студента низкой квалификации. Ясно, что $r_1 > r_2$.

Кроме того, p_1 – вероятность подачи в коррупционной схеме жалобы на преподавателя со стороны студента высокой квалификации, а p_2 – студента низкой квалификации; S – величина наказания за взятку; Δ – размер взятки для студента высокой квалификации, $\alpha > 1$ – масштабирующий коэффициент взятки для студента низкой квалификации, β – параметр, учитывающий моральные издержки студента при подаче жалобы на коррумпированное поведение преподавателя; k – показатель эффективности взятки для студента низкой квалификации; γ – показатель потерь студента высокой квалификации при даче взятки. Студент высокой квалификации при коррупционном поведении преподавателя в любом случае получает меньший выигрыш, чем в бескоррупционном случае.

4. Численные расчеты

Приведем несколько примеров численных расчетов в случае студентов высокой и низкой квалификации.

Пример 1 (студент высокой квалификации). Пусть $\alpha = 2$; $p_1 = 0,7$; $s = 6$ у.е.; $p_2 = 0,3$; $r_1 = 10$ у.е.; $r_2 = 0$ у.е.; $k = 0,5$. Здесь у.е. – условные единицы, выражающие выигрыши преподавателя и студента. В случае студента высокой квалификации результаты имитационных экспериментов помещены в таблицу 1. При проведении имитационных экспериментов менялись следующие входные параметры модели:

1. Величина взятки Δ изменялась от 5 у.е. до 20 у.е.
2. Параметр β , учитывающий моральные издержки студента при подаче жалобы на коррумпированное поведение преподавателя. Он менялся от 0 у.е. до 8 у.е.
3. Параметр γ – показатель потерь студента высокой квалификации при даче взятки изменялся от 0,1 до 0,5.
4. Параметр ω , выражающий удовлетворение преподавателя от честно выполненной работы в бескоррупционном случае. Он изменялся от 0 у.е. до 40 у.е.

В пятом столбце таблицы 1 показано, какую схему поведения выбирает преподаватель при указанных входных данных:

коррупционной схеме соответствует знак «+», а бескоррупционной – знак «-». Отметим, что выигрыши преподавателя и студента высокой квалификации не зависят от изменения вероятности подачи жалобы на коррупционное поведение преподавателя со стороны студента p_1 и от величины наказания за взятку S . Если преподаватель считает, что в случае вымогательства взятки от студента высокой квалификации тому будет выгодно подать на него жалобу и преподавателя накажут, то он отказывается от коррупционной схемы поведения и ведет себя честно.

Таблица 1. Результаты анализа выигрышей преподавателя и студента высокой квалификации

Δ	β	γ	ω	Коррупция	Выигрыш (у.е.)	
					Преподаватель	Студент
5	3	0,3	1	+	5	8,5
5	3	0,3	5	+	5	8,5
10	3	0,3	3	+	10	7
15	3	0,3	3	-	3	10
1	3	0,3	3	-	3	10
20	3	0,3	3	-	3	10
7	3	0,3	3	+	7	7,9
10	1	0,3	3	-	3	10
10	2	0,1	3	+	10	9
10	2	0,5	3	-	3	10
10	0	0,3	3	-	3	10
10	4	0,3	3	+	10	7
10	0	0,1	3	-	3	10
15	3	0,3	0	-	0	10
10	0	0,3	0	-	0	10
10	2	0,1	11	+	11	10
7	3	0,3	10	-	10	10

Пример 2 (студент низкой квалификации). Расчеты проводились для входных данных примера 1. Варьировались величины Δ , β , γ и ω . Результаты имитационных экспериментов с эти-

ми входными данными в случае студента низкой квалификации помещены в таблицу 2.

Таблица 2. Результаты анализа выигрышей преподавателя и студента низкой квалификации

Δ	β	γ	ω	Коррупция	Выигрыш (у.е.)	
					Преподаватель	Студент
5	3	0,3	1	+	10	5
5	3	0,3	5	+	10	5
10	3	0,3	3	+	20	10
15	3	0,3	3	+	30	15
1	3	0,3	3	-	3	0
20	3	0,3	3	+	40	20
7	3	0,3	3	+	14	7
10	1	0,3	3	+	20	10
10	2	0,1	3	+	20	10
10	2	0,5	3	+	20	10
10	0	0,3	3	+	20	10
10	8	0,3	3	+	20	10
10	0	0,1	3	+	20	10
15	3	0,3	0	+	30	15
15	3	0,3	40	-	40	0
10	2	0,1	30	-	30	0
20	3	0,3	40	-	40	0

В этом случае, как и в примере 1, выигрыши преподавателя и студента низкой квалификации не зависят от изменения вероятности подачи жалобы со стороны студента p_2 и от величины наказания за взятку S . Если преподаватель считает, что в случае попустительства, студенту низкой квалификации будет выгодно подать на него жалобу, то он отказывается от коррупционной схемы поведения.

5. Заключение

Предложена и в игровой постановке исследована модель взаимодействия преподавателя и студента с учетом возможной коррумпированности преподавателя. Модель представляется конечной игрой двух лиц в развернутой форме с совершенной информацией. Алгоритм исследования модели основан на методе обратной индукции (алгоритме Куна). Проведено имитационное моделирование по значениям выигрышей субъектов управления, выраженных через параметры модели. На основе анализа результатов проведенных имитационных экспериментов в случае студента высокой и низкой квалификации сделаны следующие выводы.

1. Так как преподавателю известны возможные выигрыши студента, то он путём обратной индукции может предугадать его действия, а именно, определить, будет ли студент подавать на него жалобу в случае выбора коррупционной схемы поведения. Как следствие, преподаватель может избежать наказания за взятки, отказавшись от коррупционной схемы поведения, если это наказание достаточно велико.

2. Если величина взятки мала по сравнению с наказанием и выигрышем в бескоррупционном случае, то преподаватель отказывается от коррупционной схемы поведения. Аналогично, если величина взятки будет чересчур высокой для студента (ему невыгодно ее давать и выгоднее подать жалобу на коррупционное поведение преподавателя), то преподаватель также выбирает бескоррупционный вариант своего поведения. В случае студента высокой квалификации минимальный размер взятки, которую преподаватель готов принять, выше, чем для студента низкой квалификации. Это связано с тем, что вероятность подачи жалобы на коррупционное поведение преподавателя со стороны студента высокой квалификации выше, чем со стороны студента низкой квалификации и, как следствие, наказание существеннее.

3. Максимальный размер взятки, которую студент высокой квалификации готов дать преподавателю, существенно ниже, чем максимальный размер взятки, предлагаемый преподавателю

студентом низкой квалификации. Если взятка будет слишком велика, то студенту станет невыгодно ее давать, а будет выгоднее написать жалобу на коррупционное поведение преподавателя. Поэтому в случае большой величины взятки преподаватель выбирает бескоррупционную схему поведения.

4. Очевидно, что если при данных значениях выигрышей студент имеет высокую квалификацию, то преподавателю в большинстве случаев выгодна честность, а если низкую, то наоборот, для преподавателя в большинстве случаев выгодна коррупционная форма поведения. Для студента высокой квалификации при любых входных данных невыгодна коррупционная схема поведения преподавателя. В этом случае при ряде входных данных ему выгоднее дать взятку преподавателю, чем жаловаться на него. Но в любом случае его выигрыш не увеличивается по сравнению с бескоррупционным случаем. Для студента низкой квалификации, наоборот, коррупционная схема поведения преподавателя в большинстве случаев более выгодна, чем бескоррупционная. Давая взятку, он получает больший выигрыш, чем в бескоррупционном случае.

5. Если моральные затраты студента высокой квалификации при подаче жалобы на коррупционное поведение преподавателя малы, то преподаватель понимает, что при вымогательстве взятки на него будет подана жалоба и его накажут. В результате преподавателю выгодно оставаться честным, отказываясь от вымогательства взятки. Повышение моральных затрат студента при подаче жалобы на коррупционное поведение преподавателя приводит к коррупции, как в случае студента низкой, так и высокой квалификаций. В случае студента низкой квалификации понижение его моральных затрат при подаче им жалобы на коррупционное поведение преподавателя не приводит к бескоррупционной схеме проведения экзамена. Студенту низкой квалификации и в этом случае выгодно дать взятку и, в результате, получить больший выигрыш, чем при подаче жалобы на преподавателя. К экзамену студент не готов, поэтому при отказе от дачи взятки ему придется идти на передачу. Преподаватель путём обратной индукции

предугадывает действия студента низкой квалификации и выбирает коррупционную схему поведения.

6. Значительное увеличение величины удовлетворения преподавателя от честно выполненной работы в бескоррупционном случае (его выигрыша в бескоррупционном случае) приводит к его отказу от взяток. Причем в случае студента низкой квалификации величина выигрыша преподавателя в бескоррупционном случае, при которой он отказывается от взяток, в 4–6 раз выше, чем в случае студента высокой квалификации.

Для успешной борьбы с коррупцией в модели взаимоотношений преподавателя и студента необходимо учитывать сделанные выше выводы. Преподаватель сам устанавливает размер взятки за успешную сдачу экзамена, поэтому при отсутствии продуманной политики борьбы со взятками ему всегда будет выгодно коррупционная схема поведения (первый и третий выводы). Успешно бороться со взяточничеством можно, комбинируя три фактора, которыми управляют вышестоящие субъекты управления (руководство ВУЗа, административные органы управления): величину моральных издержек студента при подаче им жалобы на коррупционное поведение преподавателя, размер наказания преподавателя за взятку и выигрыш преподавателя в бескоррупционном случае (выводы 2, 4–6).

В случае студентов высокой квалификации одного снижения их моральных затрат при подаче жалоб на коррупционное поведение преподавателя достаточно для искоренения коррупции в системе «преподаватель – студент». В случае студента низкой квалификации искоренить коррупцию сложнее. Такой студент всегда будет заинтересован в даче взятки, если только ее размер не будет уж совсем большим (но величиной взятки управляет сам преподаватель!). Здесь необходим комплексный подход, предполагающий значительное увеличение размера наказания преподавателя за взятку, а также его выигрыша в бескоррупционном случае и повышение вероятности обнаружения факта взятки путем усиления административного контроля за преподавателем.

Имитационное моделирование представляется перспективным методом исследования теоретико-игровых моделей. В настоящей статье этот метод использован для анализа зависимости решения игры от параметров модели. Однако для более сложных динамических игр имитация может применяться как численный метод получения решения в целом.

Литература

1. ВАСИН А.А., КАРТУНОВА П.А., УРАЗОВ А.С. *Модели организации государственных инспекций и борьбы с коррупцией* // Математическое моделирование. – 2010. – Т. 22, №4. – С. 67–89.
2. ВАСИН А.А., НИКОЛАЕВ П.В., УРАЗОВ А.С. *Механизмы подавления коррупции* // Журнал новой экономической ассоциации. – 2011. – №10. – С. 10–30.
3. ГОРБАНЕВА О.И., УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А., УСОВ А.Б. *Модели коррупции в иерархических системах управления* // Проблемы управления. – 2015. – №1. – С. 2–10.
4. ЛЕВИН М.И., ЛЕВИНА Е.А., ПОКАТОВИЧ Е.В. *Лекции по экономике коррупции*. – М.: Издательский дом Высшей школы экономики, 2011. – 360 с.
5. МАЗАЛОВ В.В. *Математическая теория игр и приложения*. – СПб.: Лань, 2010. – 448 с.
6. МАЛЬСАГОВ М.Х. *Модель коррупции как игра в развернутой форме* // Инженерный вестник Дона. – 2018. – №4. – URL: <http://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2018/5381>.
7. МИХАЙЛОВ А.П., ЛАНКИН Д.Ф. *Моделирование оптимальных стратегий ограничения коррупции* // Математическое моделирование. – 2006. – Т. 18, №12. – С. 115–124.
8. САВВАТЕЕВ А.В. *Оптимальные стратегии подавления коррупции* // Экономика и математические методы. – 2003. – Т. 39, Вып. 1. – С. 62–75.
9. HINDRIKS J., KEEN M., MUTHOO A. *Corruption, extortion and evasion* // J. of Public Econ. – 1999. – No. 74(3). – P. 395–430.

10. *International Handbook on the Economics of Corruption* / Ed.: S. Rose-Ackerman. – Cheltenham, UK; Northampton, USA: Edward Elgar, 2006. – 656 p.
11. LAMBERT-MOGILIANSKY A., MAJUMDAR M., RADNER R. *Strategic analysis of petty corruption: Entrepreneurs and bureaucrats* // J. of Development Economics. – 2007. – Vol. 83. – P. 351–367.
12. ROSE-ACKERMAN S. *The economics of corruption* // J. of Public Economics. – 1975. – No. 4. – P. 187–203.

DYNAMIC MODEL OF EVALUATION WITH CORRUPTION

Mukharbeck Malsagov, Ingush State University, Nazran, Cand. Sc., Associate Professor (mmm1956@bk.ru).

Guennady Ougolnitsky, Southern Federal University, Rostov-on-Don, Doctor of Sc., Professor (ougoln@mail.ru).

Anatoly Usov, Southern Federal University, Rostov-on-Don, Doctor of Sc., Professor (tol151968@yandex.ru).

Abstract: A model of interaction between a professor and a student with possible corruption is studied in the game-theoretic setting. The model is formalized as a two-person game in extended form with perfect information. It is assumed that students have high or low qualification only. At the same time, corruption will manifest itself in the form of capture in the case of a low qualified student and in the form of extortion for students with high qualification. The decision is made by the method of backward induction using the Kuhn algorithm for analyzing the game in an extended form. This algorithm is based on analysis of the values of payoffs of the control subjects by the method of backward induction. An algorithm for constructing the solution is given. Simulation modeling is carried out based on the values of the payoffs of the control subjects. The results of numerical experiments are presented and analyzed. The meaningful conclusions are made on the base of the analysis of the results of simulation experiments in the case of a student of high and low qualification. The main conclusion is as follows. In the case of highly qualified students, one reduction in their moral costs when filing complaints about corrupt behavior of a professor is enough to eliminate corruption in a professor – student system. In the case of a low qualified student, it is more difficult to eradicate corruption. This requires a comprehensive approach that involves a significant increase in the amount of the professor's punishment for a bribe, as well as his payoffs in a non-corrupt case, and increasing the probability of detecting the fact of a bribe

by strengthening administrative control over a professor.

Keywords: computer simulation, corruption, dynamic games with complete information.

УДК 512.8

ББК 22.14+22.19я73

DOI: 10.25728/ubs.2020.87.5

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии М.В. Губко.*

Поступила в редакцию 21.04.2020.

Опубликована 30.09.2020.