МОДЕЛИ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАЗВИТИЯ ИНФРАСТРУКТУРНЫХ СИСТЕМ

Акинфиев В. К.[1]

(*ФГБУН Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва*)

Рассмотрены постановки и методы решения задач пространственного развития инфраструктурных производственно-транспортных систем. Задача формулируется и изучается в двух вариантах. В первом варианте рассматривается система, состоящая из координирующего органа и элементов производственно-транспортной системы (ПТС). В состав ПТС входят некоторый набор производственных элементов (предприятий) и транспортная инфраструктура, которая связывает производственные элементы с узлами потребления (рынками). В этом случае задача выбора инвестиционной программы развития инфраструктурной системы формулируется в терминах задачи оптимизации с непрерывными и целочисленными переменными. Во втором варианте предполагается, что координация в системе отсутствует, и согласование инвестиционных программ развитие элементов ПТС реализуется через рыночные механизмы. Предложена постановка задачи, которая формулируются в виде совокупности взаимосвязанных нелинейных задач оптимизации со связанными переменными. Для выбора стратегического поведения компаний предлагаются методы сведения исходной задачи к решению смешанной задачи дополнительности (MCP), а также методы, развитые для решения задач программирования с равновесными ограничениями (MPEC). Обсуждаются перспективы и направления использования предложенных подходов к решению прикладных задач пространственного развития инфраструктурных систем.

Ключевые слова: производственно-транспортные системы, математическая модель, рыночное ценообразование.

1. Введение

В работе рассматривается задача выбора инвестиционных решений при формировании программ пространственного развития инфраструктурных производственно-транспортных систем. Важность исследований этих вопросов определяется современным состоянием экономики России и перспективами ее дальнейшего развития. Правительством России в 2018 году

---

[1] *Валерий Константинович Акинфиев, д.т.н., в.н.с.* (*akinf@ipu.ru*).

принята стратегия пространственного развития страны на период до 2025 года. Цели Стратегии – обеспечение устойчивого и сбалансированного пространственного развития России, ускорение темпов экономического роста и технологического развития, обеспечение национальной безопасности.

Возможности для расширения производственной деятельности будут создаваться за счет развития инфраструктуры (производственной и транспортной), что предполагает строительство новых объектов и модернизацию существующих. Современный уровень развития инфраструктуры России – объективное ограничение для выхода на более высокую траекторию динамики экономического роста. Для обеспечения максимального влияния на экономический рост необходимо взаимосвязанное принятие решения о создании и размещении объектов производственной, транспортной и социальной инфраструктуры.

В этой связи возрастает роль разработки и принятия научно обоснованных решений на основе использования современных математических моделей и методов поддержки разработки и реализации программ. В данной работе мы рассматриваем важный класс инфраструктурных систем, а именно крупномасштабные производственно-транспортные системы (ПТС).

Крупномасштабные производственно-транспортные системы (ПТС) включают совокупность элементов (производственных и транспортных), взаимосвязанных между собой. Рассмотрим основные элементы таких систем на примере электроэнергетических систем и систем газоснабжения. В первом примере производственные элементы – это генерирующие компании, включающие совокупность действующих и строящихся электростанций; транспортные элементы – это магистральные линии электропередач (ЛЭП). Во втором примере производственные элементы – это газодобывающие компании, включающие совокупность предприятий по разработке и эксплуатации газовых месторождений, узлы потребления газа (крупные города, регионы), и связывающая их сеть газопроводов, которая является совокупностью транспортных элементов системы.

Задача оптимизации программ развития крупномасштабных ПТС состоит в согласованном выборе оптимальных вариантов развития производственных и транспортных элементов системы (распределение инвестиций, определение очередности строительства новых предприятий и транспортных элементов), определении моментов ввода мощностей с учетом динамики изменения спроса на продукцию в узлах потребления, возможностей строительных организаций и ограничений на технологию строительства. Кроме того, требуется определить транспортные потоки в системе и их изменение во времени.

В [1] были предложены подходы к построению инвестиционных моделей планирования развития крупномасштабных систем. В данной работе мы развиваем эти подходы для оптимизации программ развития крупномасштабных ПТС. Особенность рассматриваемого класса задач состоит в том, что при моделировании необходимо учитывать динамику инвестиций для каждого отдельного элемента, так как время создания элемента может быть достаточно велико.

При построении данного типа моделей предполагается, что часть параметров модели (динамика спроса на продукцию в узлах потребления, объемы ресурсов, выделенных на развитие) задается координирующим органом, а варианты развития производственных элементов задают сами компании. Предложенный способ формализации предусматривает построение динамической модели одно- или многопродуктовой производственно-транспортной системы, которая включает непрерывные и целочисленные переменные (раздел 2).

Следует заметить, что в рассмотренном выше подходе элементы ПТС не рассматривались как самостоятельные хозяйствующие субъекты, которые максимизируют каждый свою целевую функцию. Учет при моделировании данного аспекта является также важным, и здесь с успехом могут быть использованы методы принятия решений в условиях многоуровневой координации с учетом активности предприятий, которые разработаны в рамках теории активных систем [5, 6].

В разделе 3 рассмотрены модели оптимизации пространственного развития ПТС с учетом факторов конкуренции и рыночного ценообразования. В этом случае предполагается, что координация в системе отсутствует и согласование инвестиционных программ развитие элементов ПТС реализуется через рыночные механизмы.

В работе задача выбора стратегического поведения производственных и транспортных элементов ПТС на конкурентных рынках формулируется как совокупность взаимосвязанных нелинейных задач оптимизации со связанными переменными. Для их решения предложено использовать методы сведения исходной задачи к решению смешанной задачи дополнительности (MCP). В случае рынка с асимметрией для решения исходной задачи предлагается использовать методы математического программирования с равновесными ограничениями (MPEC)

В заключение обсуждаются проблемы сочетания этих методов и области их практического применения.

2. Модель оптимизация пространственного развития ПТС

Рассмотрим производственно-транспортную систему, которая включает множество узлов потребления, множество производственных элементов (предприятий), производящих однородную продукцию, и транспортную сеть, соединяющую производственные элементы и узлы потребления. Для каждого производственного и транспортного элемента задается множество вариантов развития, которые отличаются графиком ввода мощностей и необходимых для их реализации инвестиций, распределенных во времени.

Заметим, что процесс развития элементов ПТС может включать нескольких очередей или этапов, после завершения строительства которых достигается прирост уровня производства (например, получение электроэнергии после пуска одного из энергоблоков электростанции). Условия строительства объектов в различных элементах системы зависят от климатической зоны, удаленности от сырьевой базы, обеспеченности трудовыми ресурсами и т.д.

Задача оптимизация пространственного развития ПТС в этом случае состоит в поиске оптимального варианта ввода мощностей и графика строительства производственных и транспортных элементов системы, которые позволяли бы удовлетворить заданную потребность в продукции в узлах потребления ПТС с минимальными затратами с учетом ресурсных, технологических и иных ограничений на строительство.

Обозначим через R_{im} объем инвестиций в развитие производственного элемента i в m-й период его развития ($m = 1, \ldots, M_i$), а соответствующий уровень прироста производства равен C_{im}.

Введем переменные $z_{it} = 1$, если i-й производственный элемент начинает строиться в t-й период времени, $z_{it} = 0$ в противном случае, $t = 1, \ldots, T$.

Тогда суммарный прирост производства продукции по всей совокупности производственных элементов в j-м узле потребления (регионе) в t-й период составит

(1) $$C_{jt} = \sum_{i \in I_j} \sum_{m=1}^{M_i} C_{it} z_{i(t-m+1)}, \quad \forall j \in J, t = 1, \ldots, T.$$

Инвестиции на достижение уровня производства C_{jt} в j-м узле потребления в t-й период равны

(2) $$R_{jt} = \sum_{i \in I_j} \sum_{m=1}^{M_i} R_{it} z_{i(t-m+1)}, \quad \forall j \in J, t = 1, \ldots, T.$$

Пусть P_{jt} – заданный прирост потребления продукции в j-м узле потребления в t-й период планирования. Тогда суммарный прирост производства по всем производственным элементам системы должен быть не ниже суммарного прироста потребления в системе:

(3) $$\sum_{j \in J} C_{jt} \ge \sum_{j \in J} P_{jt} .$$

Пусть D_{jt} – разность между производством и потреблением продукции в j-м узле потребления в период t, тогда

$$D_{jt} = D_{jt}^0 + C_{jt} - \mathrm{P}_{jt}, \ \forall j \in J, t = 1, \ldots, T,$$

где D_{jt}^0 – разность между производством и потреблением продукции в j-м элементе ПТС в начальный период планирования.

Возникающий в процессе развития в некоторых узлах системы дефицит продукции должен покрывается за счет ее транспортировки из узлов с избытком производства. Для этого необходимо одновременно развивать транспортные элементы системы, увеличивая при этом связность регионов и пропускную способность транспортной сети. Характер и темпы развития производственных элементов системы существенным образом зависят от развития ее транспортной сети и динамики изменения транспортных потоков. Это влияние в основном осуществляется через общие ресурсные ограничения на развитие системы.

Введем переменные $x_{(jj')t} \geq 0$ – поток продукта по транспортному элементу jj' в t-й период планирования; $z^{l}_{(jj')t}$, если между элементами j и j' в t период планирования начато строительство транспортного элемента l-го типа, и $z^{l}_{(jj')t}$ в противном случае.

С использованием введенных переменных условие удовлетворения потребности в j-м узле в t-й период планирования (балансные соотношения) запишется в виде

$$(4)\quad \sum_{(jj')\in\theta_j'} x_{(j'j)t} - \sum_{(jj')\in\theta_j''} x_{(jj')t} = D_{jt}\,,\ \forall j \in J, t = 1,\dots,T,$$

где θ_j' – подмножество θ, для всех элементов которого вторым индексом в паре $(j'j)$ является индекс j; θ_j'' – подмножество θ, для всех элементов которого первым индексом в паре (jj') является индекс j.

Обозначим через $S^{l}_{(jj')t}$ пропускную способность транспортного элемента (jj') l-го типа. Тогда ограничение на величину потока продукта между двумя узлами потребления (jj') в каждый период планирования имеет вид:

$$(5)\quad \sum_{l=1}^{L_{(jj')}} \sum_{m=1}^{t-M^{l}_{(jj')}} S^{l}_{(jj')} z^{l}_{(jj')m} \geq x_{(jj')t} + x_{(j'j)t}\,,\quad \forall (jj') \in \theta, t = 1,\dots,T.$$

Обозначим R_t – суммарные ресурсы, выделенные на развитие сети транспортных элементов в t-й период планирования; $R^{l}_{(jj')m}$ – затраты ресурсов на строительство участка сети l-го типа между узлами j и j' в m-й период строительства; $M^{l}_{(jj')}$ – продолжительность строительства l-го типа транспортного элемента между элементами j и j'. Ограничение на потребление ресурсов в t-й период записывается следующим образом:

$$(6)\quad \sum_{(jj')\in\theta}\sum_{l=1}^{L_{(jj')}}\sum_{m=1}^{M^l_{(jj')t}} R^l_{(jj')m} z^l_{(jj')t-m+1} \le R_t\,,\quad \forall t=1,\dots,T,$$

где $L^i_{(jj')t}=\min\{M^1_{(jj')},\, t\}$.

В качестве критерия оптимальности решения задач используются полные приведенные капитальные и эксплуатационные затраты на развитие и функционирование системы. Пусть $Q_{(jj')t}$ – удельные эксплуатационные затраты на транспортировку продукта между элементами j и j' в t-й период планирования, $K^1_{(jj')t}$ – капитальные затраты на создание транспортного элемента l-го типа между элементами j и j', K_{ijt} – капитальные затраты на создание i-го производственного объекта в j-м узле. Величины $K^1_{(jj')t}$ и K_{ijt} вычисляются при условии, что строительство соответствующего элемента системы начато в k-й период планирования, что позволяет учесть разновременность капитальных вложений на развитие системы.

Задача оптимального развития ПТС сводится к поиску значений переменных z_{it}, $x_{(jj')t}$ и $z^1_{(jj')t}$, доставляющих минимум целевой функции

$$(7)\quad \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{t=1}^{T} K_{ijt} z_{it} + \sum_{t=1}^{T}\Big(\sum_{(jj')\in\theta} Q_{(jj')t} x_{(jj')t} + \sum_{(jj')\in\theta}\sum_{t=1}^{L_{(jj')}} K^l_{(jj')t} z^l_{(jj')t}\Big) \to \min$$

при выполнении ограничений (1)–(6).

Для решения задач оптимизации пространственного развития крупномасштабных ПТС разработан комплекс моделей, в основу которого положена инвестиционная модель (1)–(7). В качестве расчетного блока используется стандартное математическое обеспечение для решения смешанных целочисленных задач линейного программирования (MILP). Параметры алгоритма поиска (точность вычисления оценок, величина отсечки, глубина просмотра и др.) задаются в зависимости от характера решаемой задачи и ее размерности. Разработанные в рамках данного подхода модели были использованы для решения задач оптимизации программ строительства и ввода мощностей комплекса тепловых и атомных электростанций с учетом развития магистральных линий электропередач.

3. Модели оптимизации пространственного развития ПТС с учетом фактора рыночного ценообразования.

3.1. ЗАДАЧА ВЫБОРА СТРАТЕГИИ ПОВЕДЕНИЯ КОМПАНИЙ НА КОНКУРЕНТНЫХ РЫНКАХ

В данном разделе мы будем рассматривать ПТС, в которой производственные элементы (компании) в состоянии влиять на параметры рынка, в частности на цену продукции. Эта ситуация характерна для рынков олигополии. В таких системах, как правило, отсутствует координация. Предполагается, что компании принимают инвестиционные решения по развитию производства и, соответственно, увеличению предложения продукции в узлах потребления независимо друг от друга и их выбор влияет на соотношение спроса и предложения на рынках и, соответственно, на рыночную цену выпускаемой ими продукции. Каждая компания стремится выбрать такую инвестиционную стратегию, которая обеспечит ей максимальный выигрыш в соответствии с заданным критерием.

Следует отметить, что основным побудительным мотивом выбора компаниями той или иной инвестиционной стратегии является прогнозируемая динамика рыночного спроса на продукцию в узлах ПТС. При растущем рынке компании инвестируют, как правило, в развитие производственных мощностей и расширение производства. В противном случае более эффективной является инвестиционная стратегия, направленная на модернизацию существующего производства и сокращение производственных издержек [2, 3].

Различным аспектам олигополистического поведения посвящено большое количество как зарубежной, так и российской литературы, включая исследование классических моделей (Курно, Бертран и др.). Как правило, в этих работах анализируются рыночные стратегий компаний, которые состоят либо в выборе объема производства (поставок продукции на рынок), либо в выборе цены поставки продукции. В этих работах мощность производства компании считается заданной и выступает в качестве ограничения на выбор объема производства. В последние годы появились работы, в которых мощность производства также рассматривается в качестве управляемой переменной задачи. При этом приращение мощности производства, необходимое для производства оптимальных объемов предложения продукции на рынок, определяется выбором инвестиционных стратегий компании [7, 11, 14, 17]. Исследуемая в работе задача лежит в русле данного научного направления и развивает методы анализа рыночных стратегий компаний в области инвестиционных решений, направленных на повышение их конкурентных преимуществ (увеличение производственных мощностей и сокращения производственных издержек).

Задача выбора стратегического поведения компаний на конкурентных пространственных рынках формулируется как совокупность взаимосвязанных нелинейных задач оптимизации со связанными переменными. При этом общее решение должно удовлетворять условиям равновесия на рынке. Рассмотрены два варианта структуры рынка: рынок Курно (раздел 3.2) и рынок с асимметрией (рынок Штакельберга) (раздел 3.4).

3.2. МОДЕЛЬ

Рассмотрим производственно-транспортную систему, которая включает несколько локальных рынков потребления ($j = 1, \ldots, J$), географически разделенных между собой, и N независимых компаний ($j = 1, \ldots, N$), производящих продукцию и поставляющих ее на рынки (рис. 1). В задаче необходимо учитывать пространственную структуру рынков, т.е. регионы спроса и предложения географически могут быть разделены, а участники рынка несут транспортные расходы, зависящие от расстояния и способа доставки продукции.

Мы рассматриваем задачу в динамической постановке. Прогнозный горизонт равен T периодам, $t = 1, \ldots, T$. Пусть D_{jt} – рыночный спрос на продукцию на рынке j, P_{jt} – рыночная цена в период t, S_{jt} – суммарное предложение (объем поставок продукции) со стороны компаний-производителей на рынок j.

Рыночная цена продукции P_{jt} на каждом локальном рынке описывается обратной функцией спроса $P_{jt} = a_{jt} - b_{jt}S_{jt}$, где a_{jt} и b_{jt} являются функциями, описывающими особенности каждого рынка и изменение его емкости во времени. В данной модели предполагается, что спрос на продукцию со стороны потребителей D_{jt} зависит от ее рыночной цены, которая определяется предложением продукции со стороны компаний-производителей S_{jt}.

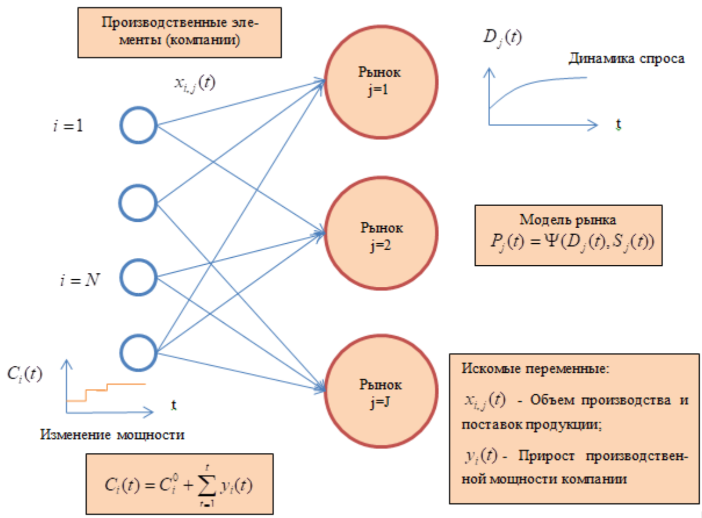

Рис. 1. Схема взаимосвязи параметров модели

Искомые переменные: x_{ijt} – объем поставок (производство) продукции компанией i на рынок j. Тогда суммарный объем поставок на рынок $S_{jt} = x_{ijt} + x_{-ijt}$, где x_{-ijt} – суммарный объем поставок другими компаниями.

Производственные и транспортные издержки компании C_{it} зависят от общего объем производства продукции и объема ее поставки на рынки и равны $C_{it} = \sum_{j=1}^{J} x_{ijt} \cdot c_{ijt} + c_{it} \cdot \sum_{j=1}^{J} x_{ijt}$, где c_{it} – удельные производственные издержки, а c_{ijt} – удельные транспортные издержки.

Заметим, что в формуле рыночной цены $P_{jt} = a_{jt} - b_{jt}S_{jt}$ функция a_{jt} задает изменение потенциальной емкости рынка во времени, а b_{jt} – показатель эластичности цены по отношению к общему предложению продукции на рынке. Для простоты в дальнейшем будем рассматривать рынки, у которых a_{jt} является линейной функцией времени с коэффициентом λ_j, а b_{jt} является константой, a_{j0} – начальная емкость рынка. Тогда $P_{jt} = (a_{j0} + \lambda_j\, t) - b_tS_{jt}$.

Максимальный объем производства и поставок продукции компании i ограничены технологической мощностью производства предприятий, входящих в компанию. Для увеличения производства и поставок продукции и покрытия растущей емкости рынков компаниям необходимо инвестировать в развитие своих производственных мощностей в соответствии с некоторой инвестиционной стратегией, которая является также искомой переменной задачи.

Инвестиционная стратегия: y_{it} – прирост производственной мощности компании i в период t, связанный с инвестициями в расширение производства. Тогда $I_{it} = k_iy_{i,t+\tau i}$ объем инвестиций в период t, необходимый для увеличения мощности производства, где τ_i – временной лаг между периодом инвестирования и периодом прироста мощности производства.

Каждая компания стремится максимизировать свой суммарный чистый денежный поток за прогнозный период $t = 1, \ldots, T$, который равен чистой прибыли, полученной за этот период, за вычетом средств, направленных на инвестиции. Задача выбора искомых переменных стратегического поведения компании i сводится к поиску решения следующей задачи оптимизации:

$$(8)\quad \max_{x_{it},\, y_{it}} \sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{J}((a_{jt} - b_j\cdot(x_{ijt} + x_{-ijt}))\cdot x_{ijt} - c_{ijt}\cdot x_{ijt} - c_{it}\cdot\sum_{j=1}^{J} x_{ijt} - k_i\cdot y_{i,t+\tau_i}),$$

$$(9)\quad \sum_{j=1}^{J} x_{ijt} \le C_{i0} + \sum_{t=1}^{t} y_{it} \quad \forall t,$$

$$(10)\quad y_{it} \le y_{it}^{\max} \quad \forall t,$$

$$(11)\quad x_{ijt} \ge 0,\ y_{it} \ge 0 \quad \forall t \text{ и } j,$$

где C_{it} – мощность производства на начало прогнозного периода. Неравенство (9) задает технологическое ограничение на объем поставки (производства) продукции, а неравенство (10) – на прирост мощности производства. Здесь y_{it}^{max} – максимально технологически возможный прирост мощности производства в период t.

Особенность задачи (8)–(11) состоит в том, что целевая функция (8) для компании i зависит не только выбора «своих» переменных, но и от независимого выбора искомых переменных другими компаниями-конкурентами.

Совместное решение задач (8)–(11) для всех компаний сводится к игре, в которой выбор искомых переменных должен удовлетворять некоторым условиям равновесия. Для поиска рыночного равновесия используется концепция равновесия Нэша. Решение называется равновесным, если ни одна из компаний не может увеличить выигрыш (8), изменив свое решение в одностороннем порядке, не вызвав при этом реакцию других игроков. Проблема поиск равновесных точек Нэша в такой постановке сводится к совместному решению совокупности нелинейных задач оптимизации (8)–(11), которая относится к классу задач математического программирования с равновесными ограничениями (MPEC)) [19].

3.2. МЕТОД РЕШЕНИЯ

Опишем сначала общий подход к решению задач данного типа [15, 19]. Предположим, что есть N игроков ($i = 1, \ldots, N$), каждый из которых пытается оптимизировать свое решение, например, максимизировать прибыль или минимизировать затраты. Пусть игрок i управляет переменными x_i в векторе x, тогда задача игрока i формулируется следующим образом:

(12) $\max\limits_{x_i} f_i(x)$,

(13) $g_i(x_i) \le 0 : \lambda_i$,

(14) $-x_i \le 0 : \beta_i$,

где $x_i \in R^n$ – вектор переменных решения, $f_i : R^n \to R$ – целевая функция; ограничение (13) определяет $g_i : R^{n_i} \to R^{m_i}$ и связанную с ним двойственную переменную $\lambda_i \in R^{m_i}$. Ограничение (14) налагает условие неотрицательности $x_i \in R^n$, с ним связана двойственная переменная $\beta_i \in R^{n_i}$. Мы предполагаем, что целевая функция (12) зависит от вектора $x_i \in R^n$, который включает вектор решений $x_i \in R^n$, а также векторы решений других игроков, т.е. $x = (x_1, x_2, \ldots, x_N)$.

Предполагаем, что функции $f_i(x)$ и $g_i(x)$ непрерывно дифференцируемы, тогда мы можем написать условия Каруша – Куна – Таккера (ККТ) [15], связанные с задачей (12)–(14):

(15) $\nabla_{x_i} f_i(x) + \lambda_i^{\mathrm{T}} \nabla_{x_i} g_i(x_i) - \beta_i = 0,$

(16) $0 \le -g_i(x_i) \perp \lambda_i \ge 0,$

(17) $0 \le x_i \perp \beta_i \ge 0,$

где под записью $\perp$ понимается условие дополняющей нежёсткости, которое означает, что по крайней мере одно из неравенств в каждой строке условий ККТ должно быть выполнено как равенство, λ_{it} и β_i являются множителями Лагранжа.

Уравнение (15) получается в результате дифференцирования функции Лагранжа для задачи (12)–(14) по $x_i \in R^n$. Ограничения (16) и (17) являются условиями дополнительности, полученными из ограничений (13) и (14) соответственно. Задача (15)–(17) может быть классифицирована как смешанная задача дополнительности (MCP), поскольку включает в себя условия равенства и дополнительности, ограничения (15) и (16)–(17) соответственно.

Мы можем объединить уравнения (15) и (17), чтобы исключить двойственную переменную β_i, тогда задача (15)–(17) запишется в более компактной форме:

(18) $0 \le x_i \perp \nabla_{x_i} f_i(x) + \lambda_i^{\mathrm{T}} \nabla_{x_i} g_i(x_i) \ge 0,$

(19) $0 \le -g_i(x_i) \perp \lambda_i \ge 0.$

Важно отметить, что если $f_i(x)$ и $g_i(x)$ выпуклые функции и задача (12)–(14) удовлетворяет стандартным условиям регулярности [19], то условия ККТ (18)–(19) являются необходимыми и достаточными условиями оптимальности, так что решение система (18)–(19) эквивалентно решению оптимизационной задачи (12)–(14).

Рассмотрим теоретико-игровую структуру, в которой все игроки $i = 1, \ldots, N$ стремятся одновременно максимизировать свои целевые функции, решая задачи оптимизации (12)–(14). Обратите внимание, что эти задачи взаимосвязаны, поскольку выбор стратегии каждым игроком x_i влияет на целевые функции других игроков $f_i(x)$. В этом случае равновесие Нэша определяется как набор стратегий x_i, гарантирующих, что ни один игрок не сможет улучшить свою целевую функцию, изменив свою стратегию в одностороннем порядке. Следовательно, равновесие Нэша можно идентифицировать как совместное решение систем (18)–(19) для всех игроков одновременно. Общая схема решения для N игроков применительно к задаче (8)–(11) приведена на рис. 2.

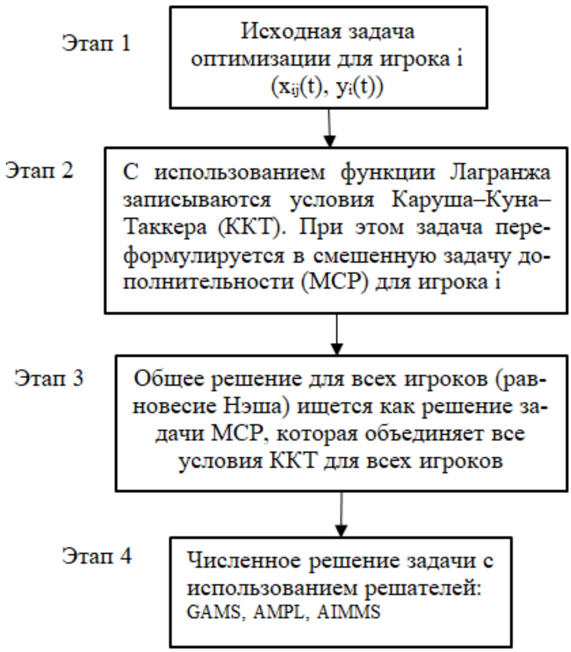

Рис. 2. Общая схема решения

Используем данные результаты для решения задачи (8)–(11). В частности, задача (8)–(11) для каждого игрока (компании) $i = 1, \ldots, N$ представляет собой квадратичную задачу оптимизации. Вместо прямого использования целевой функции (1) в данном случае используется метод сведения задачи к смешанной задаче дополнительности (MCP), которая состоит из условий первого порядка для максимизации суммарного денежного потока каждой компании. Как было показано, любое решение указанной выше задачи оптимизации должно удовлетворять условиям ККТ, записанным для каждой переменной.

Назовем условия ККТ для переменных x_{it} краткосрочными, а для переменных y_t – долгосрочными. В искомой точке равновесия Нэша все условия ККТ должны выполняться одновременно. В данном случае существование и единственность решения гарантируется благодаря выпуклости целевых функций и ограничений задачи. Таким образом, полученные ККТ-условия необходимы и достаточны для существования решения. Запишем эти условия.

Краткосрочные условия ККТ должны выполняться для всех i, t:

$$0 \le c_i - \left(a_{jt} - b_j \cdot (x_{ijt} + x_{-ijt}\right) + \lambda_{it} \perp x_{ijt} \ge 0,$$

$$0 \le C_{i0} + y_i - x_{ijt} \perp \lambda_{it} \ge 0.$$

Долгосрочные условия ККТ должны выполняться для всех i:

$$0 \le k_i - \sum_{t \in T} \lambda_{it} + \theta_i \perp y_i \ge 0,$$

$$0 \le y_i^{\max} - y_i \perp \theta_i \ge 0.$$

Здесь λ_{it} и θ_i являются множителями Лагранжа.

Чтобы решить исходную задачу (8)–(11), необходимо объединить все выписанные условия ККТ в одной MCP. Ее решение может быть получено, например, с использованием пакета PATH Solver, входящего в систему моделирования GAMS [9]. Алгоритмы решения задач в PATH Solver основаны на обобщении классического метода Ньютона и его модификациях.

В рассмотренной игре компании-игроки одновременно принимают решение об уровне своих инвестиций и уровне производства (статическая игра Курно). Более сложная игра моделирует рынок, который характеризуется асимметрией, т.е. компании обладают не одинаковой рыночной властью (лидеры и последователи). При этом решения об инвестициях и поставках принимаются последовательно (игра Штакельберга): в первом этапе лидеры пробно фиксируют инвестиции в развитие своих мощностей, и далее на основе этой информации свои решения выбирают последователи. На втором этапе лидеры, обладая информацией о реакции последователей на возможные решения лидеров, выбирают свою инвестиционную стратегию и уровни производства и поставок продукции на рынки. Формализация и методы решения задачи для рынка с асимметрией рассмотрены в следующем разделе.

3.3. РЫНОК С АСИММЕТРИЕЙ

Рассмотрим задачу в условиях, когда рынок обладает свойством ассиметрии. Предполагается, что все игроки (компании) разделены на две группы: первая группа – это компании-олигополисты, которые обладают существенной рыночной властью $i \in M_l$. Назовем их лидерами. В другую группу входят компании, не обладающие такими свойствами, назовем их последователями $i \in M_f$. Терминология заимствована из классической игры Штакельберга. Далее используются обозначения, введенные в предыдущем разделе.

Игра состоит из двух этапов: На первом этапе компании-лидеры фиксируют свою инвестиционную стратегию (y_i, $i \in M_l$) и решают задачу выбора уровней выпуска и поставки продукции на рынки (x_{ijt}, $\forall t, j, i \in M_l$). Тогда для заданного инвестиционного вектора (y_i, y_{-i}) задача выбора уровня производства и поставки продукции для компании-лидера i имеет вид

$$(20)\quad \max_{x_{ijt}:i\in M_l} \sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{J}((a_{jt} - b_j \cdot (x_{ijt} + X_{-ijt} + X_{Fjt})) \cdot x_{ijt} - c_{ijt} \cdot x_{ijt} - c_{it} \cdot \sum_{j=1}^{J} x_{ijt}),$$

$$(21)\quad \sum_{j=1}^{J} x_{ijt} \le C_{i0} + \sum_{t=1}^{t} y_{it} \qquad \forall t, i \in M_l,$$

$$(22)\quad y_{it} \le y_{it}^{\max} \qquad \forall t, i \in M_l,$$

(23) $x_{ijt} \geq 0\,,\ y_{it} \geq 0 \qquad \forall t, i \in M_l$.

Здесь $X_{-ijt} = \sum_{i \in M_l \notin i} x_{ijt}$ и $X_{Fjt} = \sum_{i \in M_f} x_{ijt}$.

Заметим, что компания-лидер *i* выбирает уровень производства и поставок продукции, учитывая возможные решения других лидеров и последователей (дополнительный игрок *F*). Здесь мы используем технику сведения исходной задачи (20)–(23) к решению задачи MCP, описанной в предыдущем разделе. Соответствующие условия ККТ для этой задачи записываются следующим образом:

$$0 \leq c_{it} - \left(a_{jt} - b_j \cdot (x_{ijt} + x_{-ijt} + x_{fjt}\right) + b_j \cdot x_{ijt} + \lambda_{it} \perp x_{ijt} \geq 0, \forall t, i \in M_l,$$

$$0 \leq C_{i0} + y_i - \sum_{j=1}^{J} x_{ijt} \perp \lambda_{it} \geq 0, \forall t, i \in M_l.$$

И далее для данного инвестиционного вектора (y_i, y_{-i}) компании-последователи $i \in M_f$ решают следующую задачу:

(24) $\max\limits_{x_{ijt}, y_{it}: i \in M_f} \sum_{t=1}^{T} \sum_{j=1}^{J} ((a_{jt} - b_j \cdot (x_{ijt} + X_{Fjt})) \cdot x_{ijt} - c_{ijt} \cdot x_{ijt} - c_{it} \cdot \sum_{j=1}^{J} x_{ijt} - k_i \cdot y_{i,t+\tau_i})$,

(25) $\sum_{j=1}^{J} x_{ijt} \leq C_{i0} + \sum_{t=1}^{t} y_{it} \qquad \forall t, i \in M_f$,

(26) $\sum_{j=1}^{J} x_{ijt} \leq C_{i0} + \sum_{t=1}^{t} y_{it} \qquad \forall t, i \in M_f$,

(27) $x_{ijt} \geq 0\,,\ y_{it} \geq 0 \qquad \forall t, i \in M_f$.

То есть компания-последователь $i \in M_f$ принимает решения об инвестициях и поставках продукции, учитывая возможные решения других компаний-последователей. Предполагается, что компании-последователи не учитывают свое влияние на цену. Соответствующие краткосрочные и долгосрочные условия ККТ для этой задачи записываются следующим образом:

$$0 \leq c_i - \left(a_{jt} - b_j \cdot (x_{fjt} + x_{-fjt}\right) + \lambda_{it} \perp x_{ijt} \geq 0, \forall i \in M_f, j, t,$$

$$0 \leq C_{i0} + y_i - \sum_{j \in J} x_{ijt} \perp \lambda_{it} \geq 0, \forall i \in M_f, t,$$

$$0 \leq k_i - \sum_{t \in T} \lambda_{it} + \theta_i^{\max, f} \perp y_i \geq 0, \forall i \in M_f,$$

$$0 \le y_i^{\max} - y_i \perp \theta_i^{\max,f} \ge 0, \forall i \in M_f .$$

В равновесии условия ККТ компаний-последователей и лидеров должны выполняться одновременно. Пусть $\overline{x}_{ijt}(y_l, y_{-l})$ обозначает краткосрочное рыночное равновесие для заданного инвестиционного вектора (y_i, y_{-i}).

На втором этапе, основываясь на соотношениях, полученных на первом этапе игры, лидеры окончательно определяют наилучший вариант инвестиций и уровень производства и поставок продукции. Задача для лидера $i \in M_l$ определяется как

$$\max_{x_{ijt}: i \in M_l} \sum_{t=1}^{T} \sum_{j=1}^{J} ((a_{jt} - b_j \cdot (x_{ijt} + X_{-ijt} + X_{Fjt})) \cdot x_{ijt} - c_{ijt} \cdot x_{ijt} - c_{it} \cdot \sum_{j=1}^{J} x_{ijt}),$$

$$y_{it} \le y_{it}^{\max} \quad \forall i \in M_l,$$

$$y_{it} \ge 0 \quad \forall i \in M_l$$

При этом компания-лидер выбирает такую инвестиционную стратегию (уровень инвестиций), которая максимизирует его прибыль, учитывая при этом возможные инвестиционные стратегии других ведущих производителей и ранее полученные условия для решения задачи поиска краткосрочного равновесия. Объединяя краткосрочную и долгосрочную задачу, мы получим формулировку задачи для лидера $i \in M_l$ в форме задачи математического программирования с равновесными ограничениями (MPEC). Назовем ее MPEC$_i$:

Долгосрочная проблема для лидеров $i \in M_l$ определяется как

$$\max_{x_{ijt}: i \in M_l} \sum_{t=1}^{T} \sum_{j=1}^{J} ((a_{jt} - b_j \cdot (x_{ijt} + X_{-ijt} + X_{Fjt})) \cdot x_{ijt} - c_{ijt} \cdot x_{ijt} - c_{it} \cdot \sum_{j=1}^{J} x_{ijt})$$

$$y_{it} \le y_{it}^{\max} \quad \forall i \in M_l,$$

$$y_{it} \ge 0 \quad \forall i \in M_l,$$

$$0 \le c_i - \left(a_{jt} - b_j \cdot (x_{fjt} + x_{-fjt}\right) + \lambda_{it} \perp x_{ijt} \ge 0, \forall i \in M_f, j, t,$$

$$0 \le C_{i0} + y_i - \sum_{j \in J} x_{ijt} \perp \lambda_{it} \ge 0, \forall i \in M_f, t,$$

$$0 \le k_i - \sum_{t \in T} \lambda_{it} + \theta_i^{\max, f} \perp y_i \ge 0, \forall i \in M_f,$$

$$0 \le y_i^{\max} - y_i \perp \theta_i^{\max, f} \ge 0, \forall i \in M_f.$$

Инвестиционная стратегия ($\bar{y}_l, \bar{y}_{-l}$) является равновесной, если для всех $i \in M_l$ $\bar{y}_l$ является решеним задачи $MPEC_i$ при заданных $\bar{y}_{-l}$. Следовательно, проблема нахождения общего равновесного решения задаче сводится к задаче поиска равновесия с равновесными ограничениями (EPEC)) [11–13]. В общем случае существование и единственность ее решения обычно нетривиальны и зависят от параметров модели. Методы ее решения реализуется с использованием подхода диагонализации и сведения ее к решению серии задач математического программирования с равновесными ограничениями (MPEC) [13–15, 19]. Ее решение может быть получено, например, с использованием пакета PATH Solver, входящего в систему моделирования GAMS [9].

4. Заключение

В работе рассмотрены постановки и методы решения задач пространственного развития инфраструктурных производственно-транспортных систем. Задача формулируется и изучается в двух вариантах. В первом варианте задача выбора инвестиционной программы развития инфраструктурной системы формулируется в терминах задачи оптимизации с непрерывными и целочисленными переменными. Во втором варианте задача выбора стратегического поведения компаний на пространственных рынках, которая включают выбор инвестиций в расширение мощности производства, а также выбор объемов производства продукции и выбор поставок ее различные рынки формулируется как совокупность взаимосвязанных нелинейных задач оптимизации со связанными переменными. Для ее решения предлагается использовать методы решения задач смешенной дополнительности (MCP) и задач математического программирования с равновесными ограничениями (MPEC).

Модели дополнительности часто используются для представления равновесия, поскольку они дают возможность рассматривать одновременно задачи оптимизации нескольких взаимодействующих игроков. Различные предположения о конкурентном поведении или типах взаимодействий приводят к разным модельным структурам. Таким образом, моделирование дополнительности достаточно универсально и может охватывать многие аспекты теории игр, оптимизации, экономики и инженерии.

Следует отметить, что данный подход к решению задач поиска рыночного равновесия в задаче выбора стратегического поведения компаний оказался весьма плодотворным и породил разработку разнообразных новых методов и их применения к решению ряда прикладных задач. Особенно популярна данная задача для моделирования либерализованных рынков электроэнергии, глобальных рынков нефти, природного газа, металлургического угля и др. [4, 11, 12, 17].

Несмотря на несомненные преимущества, практическое применение данного подхода к моделированию и оптимизации стратегического поведения компаний сталкивается с рядом вычислительных проблем. Как правило, подобные задачи не являются выпуклыми и поэтому стандартные методы решения задач в форме MCP и MPEC не гарантирует нахождения точного решения. В этом случае часто приходится использовать приближенные методы. Один из них сводится к процедурам поиска равновесия на дискретном множестве инвестиционных решений компаний [16]. Другой метод решения основан на переформулировании задачи MPEC в виде смешанной целочисленной задачи линейного программирования (MILP) [12, 13, 17], которая может быть решена существующими пакетами оптимизации.

В целом следует отметить, что постановка задачи выбора стратегического поведения компаний на конкурентных рынках в виде задач оптимизации предполагает ряд предположений, которые могут искажать реальную картину поведения компаний на рынке. Прежде всего предполагается, что игроки обладают идеальной дальновидностью. Они могут предвидеть рыночные шоки, такие как срыв поставок или неожиданное падение спроса. Еще одним важным фактором является использование модели рыночного спроса. Так, например, моделирование олигополии Курно и Штакельберга требует линейной модели функции спроса, что не всегда соответствует реальным рынкам.

В этой связи интересен подход, связанный с совместное использование методов многоагентного имитационного моделирования и теории игр [2–4, 8, 10, 18]. Данный метод позволяет получить приближенное решение задачи, так как при построении модели используются эвристические принципы и алгоритмы поведения агентов. Рассмотренный подход также находит применение при решении большого количества практических задач, в том числе для выбора стратегии развития производственных мощностей компаний на отраслевых пространственных рынках.

Литература

1. АКИНФИЕВ В.К., КАРИБСКИЙ А.В., ЦВИРКУН А.Д. *Инвестиционные модели планирования развития крупномасштабных систем* // Автоматика и телемеханика. – 1980. – №3. – С. 123–134.
2. АКИНФИЕВ В.К. *Моделирование инвестиционных стратегий компаний в условиях неопределенности* // Управление большими системами. – 2016. – Вып. 61. – С. 136 – 167.
3. АКИНФИЕВ В.К. *Два подхода к решению динамической задачи расширения мощности производства на рынке олигополии* // Управление большими системами. – 2019. – Вып. 79. – С. 65–85.
4. АКИНФИЕВ В.К. *Модель конкуренции между нефтедобывающими компаниями с традиционным и нетрадиционным способом добычи* // Управление большими системами. – 2017. – Вып. 67. – С. 52–80.
5. БУРКОВ В.Н., КОРГИН Н.А., НОВИКОВ Д.А. *Введение в теорию управления организационными системами: учебник*. – М.: Либроком, 2014. – 264 с.

6. БУРКОВ В.Н., КОРГИН Н.А. *Модели, методы и механизмы управления и принятия решений в организационных системах: учебное пособие*. – М.: Академия ИБС: МФТИ, 2009. – 224 с.
7. AKINFIEV V.K. *Dynamic Capacity Expansion Problem in Competitive Markets* // Proc. of the 12th Int. Conf. "Management of Large-Scale System Development" (MLSD). – Moscow: IEEE, 2019.
8. BOTTERUD A., MAHALIK M.R., VESELKA T.D. *Multi-Agent Simulation of Generation Expansion in Electricity Markets* // Intern. Journal of Innovations in Energy Systems and Power. – 2009. – Vol. 4, No. 1. – P. 36–43.
9. FERRIS M., MUNSON T.S. *Complementarity Problems in GAMS and the PATH Solver* // Journal of Economic Dynamics and Control. – 2000. – Vol. 24, Iss. 2. – P. 165–188.
10. PRAÇA C., RAMOS Z., CORDEIRO M.A. *New agent-based framework for the simulation of electricity markets* // Proc. IEEE/WIC Int. Conf. Intelligent Agent Technology. – 2003. – P. 469–473.
11. GABRIEL S.A., CONEJO, A.J., FULLER, J.D., HOBBS, B.F., RUIZ, C. *Complementarity Modeling in Energy Markets* // International Series in Operations Research & Management Science. 2012. - P. 630
12. GABRIEL S.A., KIET S., ZHUANG J. *A mixed complementarity-based equilibrium model of natural gas markets* // Operations Research. – 2005. – Vol. 53 (5). – P. 799–818.
13. KOČVARA M., OUTRATA J.V. *Optimization problems with equilibrium constraints and their numerical solution* // Mathematical programming. – 2004. – No. 1. – P. 119–149.
14. LORENCZIKA ST., MALISCHEK R., TRÜBY J. *Modeling Strategic Investment Decisions in Spatial Markets* // EWI Working Paper. – 2014. – No 14. – P. 20.
15. RUIZ C. et al. *A tutorial review of complementarity models for decision-making in energy markets* // EURO Journal on Decision Processes. – 2014. – Vol. 2, No. 1–2. – P. 91–120.

16. SAGRATELLA S. *Computing all solutions of Nash equilibrium problems with discrete strategy sets* // SIAM Journal on Optimization. – 2016. – Vol. 26, Iss. 4. – P. 2190–2218.
17. WOGRIN S. et al. *Open versus closed loop capacity equilibria in electricity markets under perfect and oligopolistic competition* // Mathematical Programming. – 2013. – Vol. 140(2). – P. 295–322.
18. YU N., LIU C., PRICE J. *Evaluation of market rules using a multi-agent system method* // IEEE Trans. on Power Systems. – 2010. – Vol. 25, Iss. 1. – P. 470–479.
19. ZHI-QUAN LUO, JONG-SHI PANG, RALPH D. *Mathematical Programs with Equilibrium Constraints.* – Cambridge University Press, 1996.

MODELS OF SPATIAL DEVELOPMENT OF INFRASTRUCTURE SYSTEMS

Valerij Akinfiev, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Doctor of Science, professor (akinf@ipu.ru).

Abstract: We present formulation and methods for solving the problem of spatial development production and transport systems (PTS). The problem is being studied in two versions. In the first version, the PTS include a coordinating unit and a set of production units (enterprises) and transport infrastructure that connects production units with regions (markets) of consumption. In this case, the problem of choosing an investment program for the development of PTS is formulated as an optimization problem with continuous and integer variables. In the second version, we assume that the coordination of investment programs for the development of PTS units is carried out using market mechanisms. The problem statement is proposed, which is formulated as a set of interrelated nonlinear optimization problems with coupled variables. To select the strategic behavior of companies, methods are proposed for reducing the original problem to solving the mixed complementarity problem (MCP), as well as methods developed for solving programming problems with equilibrium constraints (MPEC). The prospects and directions of using the proposed methods for solving applied problems of spatial development of infrastructural systems are discussed.

Keywords: production and transport systems, mathematical model, market pricing.

УДК 338.2
ББК 65.050
DOI: 10.25728/ubs.2021.91.4

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии Р.М. Нижегородцевым.

Поступила в редакцию 23.03.2021.
Опубликована 31.05.2021.