ЗАДАЧА ОБ ОПТИМАЛЬНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ПРОВЕРКИ НЕЗАВИСИМЫХ ГИПОТЕЗ

Новиков Д. А.[1]
(*ФГБУН Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва*)

Сформулирована задача минимизации времени освоения предметной области в процессе креативной деятельности за счет выбора последовательности проверки независимых гипотез. В условиях наличия эффектов износа и научения, с учетом зависимости времен проверки от предыстории, получены достаточные условия, при которых оптимальным является монотонное расписание «от простого – к сложному» (упорядочение гипотез по убыванию априорной вероятности проверки в единицу времени).

Ключевые слова: креативная деятельность, проверка гипотез, теория расписаний, past-sequence-dependent scheduling problem, эффекты научения и износа.

1. Введение

Деятельность (activity) – активное взаимодействие человека с окружающей действительностью, в ходе которого человек выступает как *субъект*, целенаправленно воздействующий на *предмет* [1]. Деятельность – форма активности человека, направленная на познание, преобразование окружающего мира, себя и условий своего существования.

Под *элементарной* понимают такую деятельность, цели, технологии и результат которой не имеют собственной внутренней структуры. В противоположность этому деятельность, не являющуюся элементарной, в [1] было предложено называть комплексной. То есть *комплексная деятельность* (КД) – деятельность, обладающая нетривиальной внутренней структурой, с множественными и/или изменяющимися целями, субъектом, технологией, ролью предмета в его целевом контексте. В монографии [1]

---

[1] *Дмитрий Александрович Новиков, чл.-корр. РАН* (novikov@ipu.ru).

предложена классификация видов деятельности. В том числе выделены регулярная и креативная деятельность.

Регулярная КД – деятельность, в процессе которой новые элементы деятельности, новые структурные элементы деятельности (СЭДы) возникают только вследствие детерминированной декомпозиции вышестоящих СЭДов соответственно априори известной технологии (что составляет детерминированный спрос). Структура и технология регулярной КД являются детерминированными.

Креативная КД – деятельность, в результате которой порождается неопределённый априори спрос на результаты неизвестной априори деятельности, технологию которой необходимо создать в ходе этой новой деятельности. Синонимом «креативной деятельности» является «*творческая деятельность*» (дословный перевод на английский язык прилагательного «творческий» – creative). В статье [5] выделены три фазы жизненного цикла креативной деятельности (предметной области):

1) открытие новой предметной области и накопление базовых знаний (генерация и проверка гипотез);
2) освоение предметной области;
3) массовое продуктивное использование

и показано, что креативность «сосредоточена» в целеполагании (применительно к научной или художественной деятельности – в генерации гипотез).

Для описания второй фазы целесообразно использовать математические модели опыта, приведенные в [2, 3]. Для описания третьей фазы могут быть использованы как структурные и алгоритмические модели, приведенные в [1], так и оптимизационные модели, содержащиеся в [4]. Для описания первой фазы жизненного цикла креативной деятельности ниже рассматриваются математические модели выбора оптимальной последовательности проверяемых гипотез.

Структура изложения такова: во втором разделе рассматривается модель первой фазы креативной деятельности; во втором разделе приводится постановка задачи об оптимальной последовательности проверки гипотез и анализируются соответствующие известные результаты; в четвертом разделе вводится классификация задач об оптимальной последовательности проверки гипотез; пятый раздел включает основные результаты, заключение содержит краткое обсуждение перспектив применения результатов дискретной оптимизации к моделированию креативной деятельности.

2. Модель первой фазы креативной деятельности

Пусть субъект осваивает K видов деятельности (приобретает K элементов знаний или проверяет K *гипотез*, образующих одну *предметную область*), причем последовательность выбирает он сам (допустимой является любая последовательность). Выбрав последовательность, субъект начинает проверять гипотезы по одной (условно в порядке возрастания их номеров). Процесс проверки гипотезы не прерывается и заключается в том, что к концу очередного шага дискретного времени гипотеза может быть либо уже проверена, либо еще не проверена. Процесс продолжается до тех пор, пока гипотеза не будет проверена. Гипотеза k характеризуется *начальным уровнем освоения* («начальными знаниями») $L_k(0)$ и *априорной вероятностью проверки* за один такт времени $w_k \in (0; 1]$, условно характеризующей сложность ее проверки (можно считать, что сложность обратно пропорциональна вероятности проверки и, соответственно, наоборот). Тогда, в соответствии с результатами [2], для k-й гипотезы зависимость *уровня научения* (вероятности того, что гипотеза проверена) от времени (считаем, что проверка k-й гипотезы начинается в нулевой момент времени) имеет вид

(1) $L_k(t) = 1 - \left(1 - L_k(0)\right)\left(1 - w_k\right)^t$, $k = \overline{1, K}$.

В качестве показателя уровня научения можно использовать либо среднее время проверки (см. ниже), либо время $T_k(\varepsilon, L(0), w_k)$, по завершении которого вероятность того, что k-я гипотеза осталась не проверенной, не превышает $\varepsilon > 0$:

(2) $T_k(\varepsilon, L_k(0), w_k) = \dfrac{\ln(\varepsilon) - \ln\left(1 - L_k(0)\right)}{\ln\left(1 - w_k\right)}$, $k = \overline{1, K}$.

Легко видеть, что $T_k(\varepsilon, L(0), w_k)$ – строго монотонно убывающая вогнутая функция по $L_k(0)$ и строго монотонно убывающая выпуклая функция по w_k.

Обозначим через $\mathbf{L}(0) = (L_1(0), \ldots, L_k(0))$ вектор начальных знаний, через $\mathbf{w} = (w_1, \ldots, w_k)$ – вектор априорных вероятностей проверки.

Рассмотрим случай строго *последовательной* (проверка очередной гипотезы начинается сразу по завершении проверки предыдущей) проверки гипотез.

Независимо от последовательности проверки *суммарное время последовательного освоения предметной области* составит

(3) $T_{seq}(\mathbf{L}(0), \mathbf{w}, \varepsilon) = \displaystyle\sum_{k=1}^{K} \frac{\ln(\varepsilon) - \ln\left(1 - L_k(0)\right)}{\ln\left(1 - w_k\right)}$.

Зависимость агрегированного уровня научения от времени описывается следующим образом:

(4) $L_{seq}(t) = \dfrac{1}{K(1-\varepsilon)} \displaystyle\sum_{k=1}^{K} \min\{1-\varepsilon; (1-(1-w_k)^t)\, I(t \geq T_{k-1}^0)\}$,

где $T_k^0 = \displaystyle\sum_{j<k} T_j$, $T_j = \dfrac{\ln(\varepsilon) - \ln\left(1 - L_j(0)\right)}{\ln\left(1 - w_j\right)}$ (см. выражение (2)), $j, k = \overline{1, K}$.

Считая, что начальные значения всех уровней научения равны нулю, сравним время (3) со временем освоения предметной области посредством случайного выбора на каждом такте времени проверяемой гипотезы (см. модели освоения опыта в [2, 3]). Зависимость уровня научения от времени в последнем случае имеет вид

(5) $$L_{rnd}(t) = 1 - \sum_{k=1}^{K} p_k \left(1 - w_k p_k\right)^t .$$

Из результатов [3] известно, что при одинаковых априорных вероятностях проверки, среди всевозможных распределений **p** = $\{p_k, k = \overline{1, K}\}$ максимум ожидаемого уровня научения (5) достигается на равномерном распределении. Поэтому предположим, что используется стратегия «равномерной случайной» проверки гипотез, а априорные вероятности проверки одинаковы и равны w. Тогда $L_{rnd}(t) = 1 - \frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\left(1 - \frac{w_k}{K}\right)^t$, откуда время, по завершении которого вероятность того, что k-я гипотеза осталась не проверенной, не превышает $\varepsilon > 0$, равно $T_{rnd} = \frac{\ln(\varepsilon)}{\ln\left(1 - \frac{w}{K}\right)}$.

В рамках введенных предположений время (3) последовательной проверки всех гипотез равно $T_{seq} = \frac{K \ln(\varepsilon)}{\ln(1-w)}$. Легко видеть, что $T_{seq} \le T_{rnd}$, т.е. стратегия последовательной проверки гипотез позволяет быстрее охватить всю предметную область, чем стратегия их «равномерной случайной» проверки.

3. Постановка задачи об оптимальной последовательности проверки гипотез и известные результаты

Сформулируем *задачу об оптимальной последовательности проверки гипотез*. Пусть субъект проверяет гипотезы в порядке возрастания их номеров – от первой до *K*-й. Определим для каждой гипотезы множество ее «предшественников»: $N_k = \{1, \ldots, k-1\}$ и функцию множеств $\mu_k(N_k) = \psi_k(\sum_{j=1}^{k-1} w_j)$, где $\psi_k : \Re_+^1 \to \left(0; \frac{1}{w_k}\right]$ – непрерывная функция, $k = \overline{1, K}$. Предположим, что вероятность проверки зависит от сложности уже проверенных субъектом гипотез (ниже рассмотрены два случая – мультипликативной и аддитивной зависимости от суммы априорных вероятностей проверки уже проверенных гипотез). Задача заключается в том, чтобы найти последовательность проверки всех гипотез за минимальное суммарное время.

Эта задача принадлежит к классу задач *теории расписаний* [8, 17] для одного прибора и нескольких работ с *эффектами износа* и *научения* (deterioration and learning) – когда время, затрачиваемое на работу или перенастройку прибора, зависит от предшествующей траектории (*предыстории*) (past-sequence-dependent, p-s-d) [14].

В [7, 18] рассматриваются модели с учетом *эффекта износа* (в терминах настоящей работы – негативное влияние предыстории – см. рис. 1), в которых длительность выполнения работы линейно растет по моменту времени начала ее выполнения, и приводятся достаточные условия, при которых оптимальным по тому или иному критерию (минимальное время завершения всех работ, минимальные взвешенные просрочки и др.) является упорядочение работ по убыванию или возрастанию их характеристик (по минимальным начальным временам выполнения, по коэффициентам линейной зависимости и др.). Помимо линейных, в теории расписаний рассматриваются и другие, но вполне конкретные (!), ограничения и зависимости (степенные [15], экспоненциальные и др. [0, 20]).

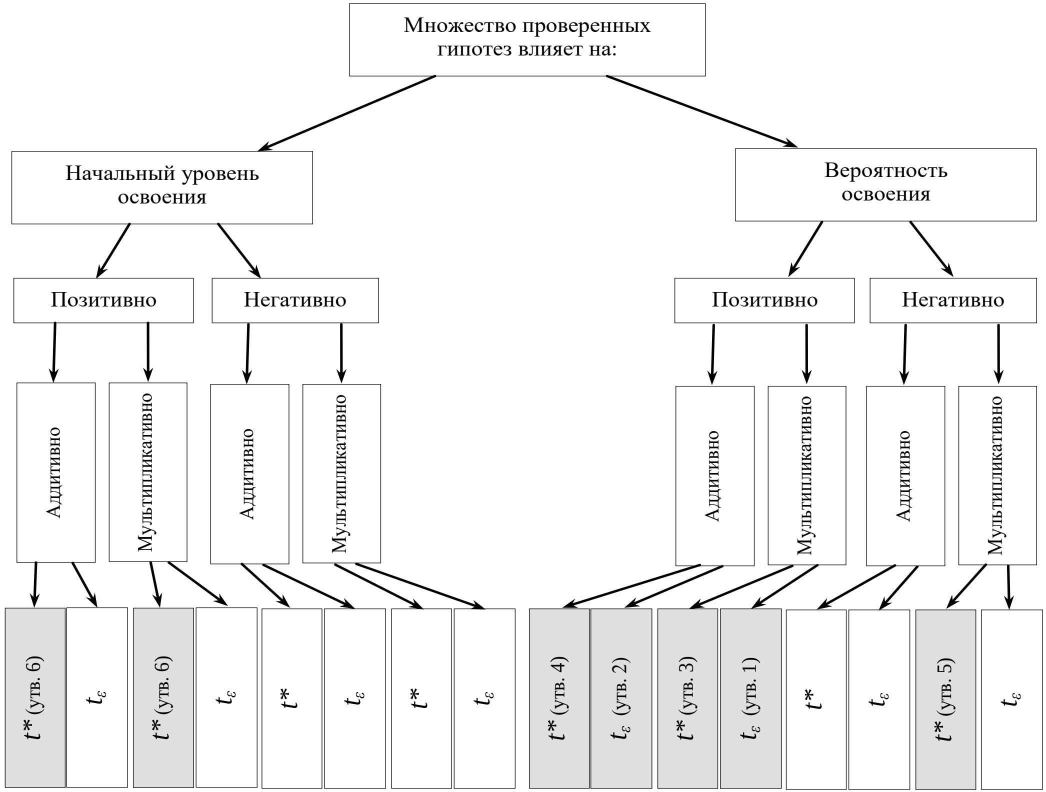

Рис. 1. Классификация задач об оптимальной последовательности проверки гипотез

В настоящей работе рассматривается также вполне конкретный случай мультипликативного (7), (13) или аддитивного (10), (14) влияния предыстории на времена проверки гипотез.

Первыми работами, учитывающими *эффект научения* (в терминах настоящей работы – позитивное влияние предыстории – см. рис. 1), в теории расписаний были [6, 10, 11]. В них длительность выполнения работы линейно убывает по числу предшествующих ей работ. Показано, что в общем случае это NP-полная задача. Приведены частные случаи, которые полиномиально разрешимы. В ряде моделей оптимальным оказывается V-образное расписание (V-shaped schedule), в котором работы упорядочиваются сначала по убыванию, а затем по возрастанию [21]. Понятно, что монотонные расписания являются частными случаями V-образных [22]. В модели, рассматриваемой в [16], оба эффекта (износа и научения) присутствуют одновременно.

Более общим является подход, заключающийся в рассмотрении задачи об оптимальной последовательности проверки гипотез в качестве усложненной модификации задачи коммивояжера. *Задача коммивояжера* [19] в случае сложных ограничений предшествования и зависимости времен от последовательности и других свойств вершин графа называется *задачей о посещении мегаполисов*. Для этой задачи с использованием подходов динамического программирования строятся и тестируются в вычислительных экспериментах схемы решения [12]. Задачи о посещении мегаполисов являются более общими, чем задачи построения расписаний с учетом износа и научения.

4. Классификация задач об оптимальной последовательности проверки гипотез

Вернемся к задаче об оптимальной последовательности проверки гипотез. Введем *систему классификаций* (бинарных) частных случаев задачи об оптимальной последовательности проверки гипотез (см. рис. 1).

Возможны шестнадцать вариантов:

– множество уже проверенных гипотез влияет на начальный уровень освоения или на вероятность проверки проверяемой гипотезы;

– влияние позитивно (увеличивает начальный уровень освоения или вероятность проверки – исследователь накапливает опыт) или негативно (соответственно уменьшает; исследователь «устает» или перегружает свои когнитивные возможности);

– зависимость мультипликативная или аддитивная;

– в качестве критерия используется среднее время проверки гипотезы t^* или время t_ε, по завершении которого вероятность того, что гипотеза осталась не проверенной, не превышает заданной величины.

На рис. 1 указаны номера приводимых ниже утверждений, соответствующих различным частным случаям (соответствующие прямоугольники на рис. 1 затенены). Переходя к их анализу, отметим, что логика доказательств утверждений 1–6 одинакова. Действительно, каждое из этих утверждений гласит, что при определенных предположениях оптимально монотонное упорядочение гипотез – по убыванию (или по возрастанию) априорных вероятностей проверки. В доказательстве рассматривается произвольное упорядочение гипотез и предполагется, что существует пара «соседних» гипотез, нарушающая монотонность. Далее сравниваются времена их проверки в исходной и противоположной последовательности и показыается, что перестановка этих двух гипотез сокращает суммарное время проверки этой пары. Так как при этом времена проверки гипотез с меньшими номерами не изменяются, как не изменяются и начальные условия проверки гипотез с бо́льшими номерами, то перестановка приводит к сокращению суммарного времени проверки всех гипотез. Откуда следует оптимальность соответствующего их монотонного упорядочения. Следующий раздел содержит основные результаты.

5. Оптимальные расписания

В *мультипликативном случае* уровень научения зависит (ср. с выражением (1)) от последовательности проверки следующим образом:

(6) $L_k(t) = 1 - \left(1 - L_k(0)\right)\left(1 - w_k\ \mu_k(N_k)\right)^t,\ k = \overline{1, K}$.

Тогда

(7) $T_s(\mathbf{L}(0), \mathbf{w}, \varepsilon) = \sum_{k=1}^{K} \frac{\ln(\varepsilon) - \ln\left(1 - L_k(0)\right)}{\ln\left(1 - w_k\ \mu_k(N_k)\right)}$.

Задача минимизации времени (7) последовательного освоения предметной области заключается в выборе последовательности проверки гипотез, минимизирующей (7). В общем случае это – комбинаторная задача (существует K! последовательностей). Но, к счастью, в рамках введенных предположений для некоторых случаев можно найти простое аналитическое ее решение.

Обозначим $\eta_j = \sum_{l=1}^{j-1} w_l$. Введем следующее предположение.

А.1. Начальные значения всех уровней научения одинаковы: $L_j(0) = L^0 \leq 1 - \varepsilon$, а функции влияния предшествующего опыта на вероятность проверки одинаковы для всех гипотез: $\psi_j(\cdot) = \psi(\cdot)$, $j = \overline{1, K}$, ψ: $\Re^1_+ \to \left(0; \min\limits_k \frac{1}{w_k}\right]$, где $\psi(\cdot)$ – гладкая строго монотонно возрастающая функция.

Сначала приведем две вспомогательные леммы.

Лемма 1. Если $\psi: \Re^1_+ \to \Re^1_+$ – непрерывная строго монотонно возрастающая вогнутая функция, то для любых положительных x, y, z, таких, что $y < z$, выполнено $\frac{\psi(x+z)}{z} < \frac{\psi(x+y)}{y}$.

Лемма 2. Если $\psi: \Re^1_+ \to \Re^1_+$ – гладкая строго монотонно возрастающая выпуклая функция, то:

а) для любых положительных x, y, z, таких, что $q(x) < y < z$, выполнено $\frac{\psi(x+z)}{z} > \frac{\psi(x+y)}{y}$;

б) для любых положительных x, y, z, таких, что $y < z < q(x)$, выполнено $\frac{\psi(x+z)}{z} < \frac{\psi(x+y)}{y}$,

где $q(x)$ – решение уравнения

(8) $$\frac{\psi(x+q)}{q} = \left.\frac{d\psi(s)}{ds}\right|_{x+q}.$$

Справедливость утверждений леммы 2 следует из свойств гладких выпуклых функций.

Утверждение 1. Пусть выполнено предположение А.1, $\psi(\cdot)$ – гладкая строго монотонно возрастающая выпуклая функция, и существует такой номер гипотезы j, что $q(\eta) < w_j < w_{j+1}$. Тогда перестановка между собой этой пары гипотез уменьшает суммарное время (7) последовательного освоения предметной области.

В качестве гипотезы можно предположить, что с использованием леммы 1 можно получить результат, аналогичный утвреждению 1, для вогнутых монотонных функций $\psi(\cdot)$.

Рассмотрим теперь *аддитивный случай*, в котором уровень научения зависит (ср. с выражением (1)) от последовательности проверки следующим образом:

(9) $L_k(t) = 1 - \left(1 - L_k(0)\right)\left(1 - w_k - \mu_k(N_k)\right)^t$, $k = \overline{1, K}$.

Тогда

(10) $T_s(\mathbf{L}(0), \mathbf{w}, \varepsilon) = \sum_{k=1}^{K} \frac{\ln(\varepsilon) - \ln\left(1 - L_k(0)\right)}{\ln\left(1 - w_k - \mu_k(N_k)\right)}$.

Введем следующее предположение.

А.2. Начальные значения всех уровней научения одинаковы: $L_j(0) = L^0 < 1 - \varepsilon$ (величина L^0 может интерпретироваться как характеризующая предметную область в целом), а функции влияния предшествующего опыта на вероятность проверки одинаковы для всех гипотез: $\psi_j(\cdot) = \psi(\cdot)$, $j = \overline{1, K}$, ψ: $\Re^1_+ \to [0; 1 - \min_k w_k]$, где $\psi(\cdot)$ – непрерывная строго монотонно возрастающая функция, причем для любых положительных x, y, z, таких, что $y < z$, выполнено

(11) $\psi(x + z) - \psi(x + y) \geq z - y$.

Примерами функций, удовлетворяющих предположению А.2, являются:

– линейная функция $\psi(s) = \frac{s}{\alpha}$, $\alpha \in (0; 1]$;

– квадратичная функция $\psi(s) = s^2$;

– любая строго монотонно возрастающая строго выпуклая функция $\psi(\cdot)$, такая, что $\psi'(\min_k w_k) > 1$.

Утверждение 2. Пусть выполнено предположение А.2, и существует такой номер гипотезы j, что $w_j < w_{j+1}$. Тогда перестановка между собой этой пары гипотез уменьшает суммарное время (10) последовательного освоения предметной области.

Следствие 1. В модели (9), (10) в рамках предположения А.2 оптимальным с точки зрения суммарного времени последовательного освоения предметной области является упорядочение гипотез по убыванию априорных вероятностей проверки (по росту «сложности»).

До сих пор мы использовали в качестве критерия время достижения уровня научения $1-\varepsilon$. Альтернативой является использование *среднего времени проверки гипотезы*, которое равно

(12) $\tau_k(L_k(0), w_k) = (1 - L_k(0)) / w_k, \; k = \overline{1, K}$.

Легко видеть, что $\tau_k(L_k(0), w_k)$ – убывающая линейная функция по $L_k(0)$ и строго монотонно убывающая выпуклая функция по w_k.

Суммарное ожидаемое время последовательного освоения предметной области для мультипликативного случая составит

(13) $\tau_{seq}(\mathbf{L}(0), \mathbf{w}) = \sum_{k=1}^{K} \frac{1-L_k(0)}{w_k \; \mu_k(N_k)}$.

В рассматриваемом случае справедлив следующий аналог утверждений 1 и 2.

Введем следующее предположение (ср. с предположением А.1):

А.3. Функции влияния предшествующего опыта на вероятности проверки одинаковы для всех гипотез: $\psi_j(\cdot) = \psi(\cdot), \quad j = \overline{1, K}, \quad \psi\colon \Re^1_+ \to \left(0; \min_k \frac{1}{w_k}\right]$, где $\psi(\cdot)$ – гладкая строго монотонно возрастающая функция.

Утверждение 3. Пусть существует такой номер гипотезы j, что $\frac{w_j}{1-L_j(0)} < \frac{w_{j+1}}{1-L_{j+1}(0)}$ и $w_j < w_{j+1}$. Тогда если выполнено предположение А.3, то перестановка между собой этой пары гипотез уменьшает суммарное время (13) последовательного освоения предметной области.

Следствие 2. В модели (6), (13) в рамках предположения А.3 оптимальным с точки зрения суммарного времени последовательного освоения предметной области является упорядочение гипотез по убыванию априорной вероятностей проверки (по росту «сложности»), если это упорядочение совпадает с упорядочением априорных вероятностей проверки, нормированных на единицу минус начальный уровень научения.

Для аддитивного случая суммарное ожидаемое время последовательного освоения предметной области составит

$$(14)\ \tau_{seq}(\mathbf{L}(0), \mathbf{w}) = \sum_{k=1}^{K} \frac{1 - L_k(0)}{w_k + \mu_k(N_k)}.$$

Для этого случая справедлив следующий аналог утверждения 3.

Утверждение 4. Пусть существует такой номер гипотезы j, что $w_j < w_{j+1}$. Тогда если выполнено предположение А.2, то перестановка между собой этой пары гипотез уменьшает суммарное время (14) последовательного освоения предметной области.

Следствие 3. В модели (6), (14) в рамках предположения А.2 оптимальным с точки зрения суммарного времени последовательного освоения предметной области является упорядочение гипотез по убыванию априорных вероятности проверки (по росту «сложности»).

Рассмотрим теперь случай, когда $\psi(\cdot)$ – непрерывная строго монотонно убывающая функция. Для него справедлив следующий «анти-аналог» утверждения 4.

Утверждение 5. Пусть начальные значения всех уровней научения одинаковы: $L_j(0) = L^0$, функции влияния предшествующего опыта на вероятности проверки одинаковы для всех гипотез: $\psi_j(\cdot) = \psi(\cdot)$, $j = \overline{1, K}$, ψ: $\Re^1_+ \to (0; 1 - \min_k w_k]$, где $\psi(\cdot)$ – непрерывная строго монотонно убывающая функция, и существует такой номер гипотезы j, что $w_j > w_{j+1}$. Тогда если выполнено предположение А.2, то перестановка между собой этой пары гипотез уменьшает суммарное время (13) последовательного освоения предметной области.

Следствие 4. В мультипликативном случае, когда $\psi(\cdot)$ – непрерывная строго монотонно убывающая функция, оптимальным с точки зрения суммарного времени последовательного освоения предметной области является упорядочение гипотез по возрастанию априорных вероятностей проверки (по убыванию «сложности»).

Рассмотрим теперь случай, когда от последовательности проверки гипотез зависит начальное значение уровня научения:

(15) $\tau_k(\zeta(\eta_k), w_k) = (1 - \zeta(\eta_k)) / w_k,\ k = \overline{1, K}$,

где $\zeta: \Re^1_+ \to [0; 1)$ – непрерывная строго монотонно возрастающая функция. Суммарное время:

(16) $\tau_{seq}(\mathbf{w}) = \sum_{k=1}^{K} \frac{1 - \zeta(\eta_k)}{w_k}$.

Введем следующее предположение.

А.4. Функции влияния предшествующего опыта на начальное значение уровня освоения одинаковы для всех гипотез: $\zeta_j(\cdot) = \zeta(\cdot)$, $j = \overline{1, K}$, ζ: $\Re^1_+ \to [0; 1)$, где $\zeta(\cdot)$ – непрерывная строго монотонно возрастающая функция.

В рассматриваемом случае справедлив следующий аналог утверждений 1–4.

***Утверждение* 6.** Пусть выполнено предположение А.4, и существует номер гипотезы j, такой, что $w_j < w_{j+1}$. Тогда перестановка между собой этой пары гипотез уменьшает суммарное время (16) последовательного освоения предметной области.

Следствие 5. В модели (6), (15) в рамках предположения А.4 оптимальным с точки зрения суммарного времени последовательного освоения предметной области является упорядочение гипотез по убыванию априорных вероятностей проверки (по росту «сложности»).

6. Заключение: задачи дискретной оптимизации в моделях креативной деятельности

Таким образом, в ряде случаев оптимальным (с точки зрения среднего времени проверки всех гипотез или суммарного времени достижения заданного уровня научения) расписанием оказывается простое правило – упорядочение гипотез от простой к сложной (по убыванию априорных вероятностей проверки).

Приведем общие достаточные условия оптимальности расписания «от простого к сложному». Пусть $t_k = t(\eta_k, w_k)$ – время проверки k-й гипотезы, $k = \overline{1, K}$, где функция $t(\cdot, \cdot)$ – непрерывна и убывает по обеим переменным, и для любых x, y, z, таких, что $y < z$, выполнено $t(x, y) + t(x + y, z) > t(x, z) + t(x + z, y)$. Тогда легко проверить, что в случае $w_j < w_{j+1}$ перестановка местами последовательности проверки гипотез j и $j + 1$ приведет к сокращению суммарной длительности их проверки. Ослабление достаточных условий и формулирование их в содержательно интепретируемом виде является перспективным направлением дальнейших исследований, так же как и изучение задач оптимизации последовательности проверки взаимозависимых гипотез.

Теория графов и дискретная оптимизация предлагают богатый аппарат для постановки и решения задач оптимизации процесса проверки гипотез и, более того, – для моделирования креативной деятельности. Приведем несколько примеров, иллюстрирующих это утверждение.

Представим предметную область в виде графа, содержащего K вершин, соответствующих гипотезам, подлежащим проверке. Гипотеза k характеризуется парой неотрицательных чисел (c_k, d_k): первое отражает трудность (трудоемкость) ее проверки, второе – тот вклад в опыт освоения предметной области, который вносит ее проверка.

Опыт будем считать аддитивным, т.е. при последовательной проверке гипотез в порядке возрастания их номеров к моменту, когда исследователь приступает к проверке k-й гипотезы, он обладает опытом $D_k = \sum_{j=1}^{k-1} d_j$, а суммарная трудоемкость уже проверенных им гипотез составляет $C_k = \sum_{j=1}^{k-1} C_j$. Определим для каждой гипотезы ее сложность (зависящую от последовательности проверки всех гипотез) как $\gamma_k = c_k + C_k - D_k$ (отметим, что при таком определении сложность может быть и отрицательна). Для каждой последовательности проверки всех гипотез (т.е. для каждого гамильтонова контура $\rho = (i_1, i_2, \ldots, i_k, \ldots, i_K)$ в соответствующем графе) определим ее сложность как максимальную из сложностей проверки всех гипотез: $\gamma(\rho) = \max_{k=\overline{1,K}} \{\gamma_{i_k}\}$.

Задача заключается в том, чтобы найти последовательность проверки всех гипотез (т.е. гамильтонов контур) минимальной сложности: $\gamma(\rho) \to \min_{\rho}$. В рамках введенных предположений эта комбинаторная задача имеет простое аналитическое решение (см. общие результаты в [9]):

– упорядочим гипотезы, для которых имеет место $d_k \geq c_k$, в порядке возрастания величины c_k и включим их в последовательность (гамильтонов контур);

– добавим к полученной последовательности гипотезы, для которых имеет место $d_k < c_k$, в порядке убывания d_k.

Содержательно, сначала следует проверять гипотезы, трудоемкость которых меньше того вклада, которые они вносят в опыт, упорядочивая их от простых к сложным, а затем следует переходить к тем гипотезам, у которых вклад в опыт меньше трудоемкости, упорядочивая их по убыванию первого.

Конечно, введенные предположения об «аддитивности» трудоемкости опыта являются достаточно сильными.

Но зато эти предположения дают возможность получить простое аналитическое и содержательно интерпретируемое решение.

Вообще дискретная оптимизация и теория графов дают широкое поле для возможных задач оптимальной проверки гипотез. Так, например, возможны следующие формулировки, основывающиеся на известных результатах [8, 9] (автор признателен проф. В.Н. Буркову за идеи и обсуждение):

1. *Задача о ранце с учетом синергетического эффекта*, когда «включение в ранец двух предметов» (другими словами, включение в план научных исследований двух тем или решение о проверке двух гипотез) уменьшает их суммарный вес (суммарное время их выполнения). Требуется разработать план научных исследований, максимизирующий накопленный опыт (объем научных знаний) при ограничении на трудозатраты (трудоемкость).

2. *Задача редактора*, когда, например, в проверке заданного набора гипотез участвуют двое – исследователь-теоретик и программист. Исследователь разрабатывает метод решения задачи (проверки гипотезы), программист разрабатывает соответствующие программы. После этого исследователь проводит вычислительные эксперименты на основе этих программ. Требуется определить очередность проверки гипотез, минимизирующую общее время проверки.

3. *Задача о назначении*. Имеется n гипотез (научных задач) и m исполнителей ($m \geq n$). Известны компетентности всех исполнителей в плане решения соответствующих задач (проверки гипотез). Требуется назначить по исполнителю (исследователю) на каждую гипотезу так, чтобы суммарное (или максимальное) время проверки всех гипотез было минимальным (время зависит от компетентности исполнителя).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Доказательство леммы 1. Предположим противное, т.е. что $\frac{\psi(x+y)}{y} \le \frac{\psi(x+z)}{z}$. Из вогнутости функции $\psi(\cdot)$ следует следующая оценка: $\frac{\psi(x+y)}{y} \ge \frac{\psi(x)+(\psi(x+z)-\psi(x))\, y/z}{y}$. Получаем $\frac{\psi(x)}{y} + \frac{\psi(x+z)}{z} - \frac{\psi(x)}{z} \le \frac{\psi(x+z)}{z}$, откуда, с учетом строго монотонности функции $\psi(\cdot)$ следует $z \le y$. Противоречие.

Доказательство утверждения 1. Во-первых, отметим, что перестановка пары гипотез j и $j+1$ не изменяет множеств N_l для всех l от 1 до $j-1$ и от $j+2$ до K, а, следовательно, не изменяет и времен проверки всех гипотез, кроме j и $j+1$. Этот факт существенен и для всех остальных утверждений.

Сравним два суммарных времени проверки гипотез j и $j+1$ $T_j(\varepsilon, w_j\, \psi(\eta_j)) + T_{j+1}(\varepsilon, w_{j+1}\, \psi(\eta_j + w_j))$ и $T_{j+1}(\varepsilon, w_{j+1}\, \psi(\eta_j)) + T_j(\varepsilon, w_j\, \psi(\eta_j + w_{j+1}))$.

Первая сумма равна

$$T_{j,j+1} = \ln\left(\frac{\varepsilon}{1-L^0}\right)\left[\frac{1}{\ln\left(1-w_j\, \psi(\eta_j)\right)} + \frac{1}{\ln\left(1-w_{j+1}\, \psi(\eta_j + w_j)\right)}\right],$$

Вторая сумма равна

$$T_{j+1,j} = \ln\left(\frac{\varepsilon}{1-L^0}\right)\left[\frac{1}{\ln\left(1-w_{j+1}\, \psi(\eta_j)\right)} + \frac{1}{\ln\left(1-w_j\, \psi(\eta_j + w_{j+1})\right)}\right].$$

Предположим противное, т.е. что $T_{j+1,j} \ge T_{j,j+1}$. Тогда с учетом того, что $\ln\left(\frac{\varepsilon}{1-L^0}\right) < 0$, получаем:

$$\frac{1}{\ln\left(1-w_{j+1}\,\psi(\eta_j)\right)}+\frac{1}{\ln\left(1-w_j\,\psi(\eta_j+w_{j+1})\right)}\le$$

$$\le\frac{1}{\ln\left(1-w_j\,\psi(\eta_j)\right)}+\frac{1}{\ln\left(1-w_{j+1}\,\psi(\eta_j+w_j)\right)}.$$

Перепишем это неравенство в виде

$$\frac{1}{\ln\left(1-w_{j+1}\,\psi(\eta_j)\right)}-\frac{1}{\ln\left(1-w_j\,\psi(\eta_j)\right)}\le$$

$$\le\frac{1}{\ln\left(1-w_{j+1}\,\psi(\eta_j+w_j)\right)}-\frac{1}{\ln\left(1-w_j\,\psi(\eta_j+w_{j+1})\right)}.$$

В силу того, что $w_j < w_{j+1}$, левая часть последнего неравенства строго положительна. Значит и правая часть строго положительна:

$$\frac{\ln\left(\dfrac{1-w_j\,\psi(\eta_j+w_{j+1})}{1-w_{j+1}\,\psi(\eta_j+w_j)}\right)}{\ln\left(1-w_{j+1}\,\psi(\eta_j+w_j)\right)\ln\left(1-w_j\,\psi(\eta_j+w_{j+1})\right)}>0.$$

Так как знаменатель строго положителен, то и числитель должен быть строго положителен:

$$\frac{1-w_j\,\psi(\eta_j+w_{j+1})}{1-w_{j+1}\,\psi(\eta_j+w_j)}>1.$$

Значит, $\dfrac{\psi(\eta_j+w_{j+1})}{w_{j+1}}<\dfrac{\psi(\eta_j+w_j)}{w_j}$, что противоречит результату пункта а) леммы 5.2.

Доказательство утверждения 2. Сравним два суммарных времени проверки гипотез j и $j+1$ $T_j(\varepsilon, w_j\,\psi(\eta_j))+T_{j+1}(\varepsilon, w_{j+1}\,\psi(\eta_j+w_j))$ и $T_{j+1}(\varepsilon, w_{j+1}\,\psi(\eta_j))+T_j(\varepsilon, w_j\,\psi(\eta_j+w_{j+1}))$.

Первая сумма равна

$$T_{j,\,j+1} = \ln(\frac{\varepsilon}{1-L^0})\left[\frac{1}{\ln\left(1-w_j-\psi(\eta_j)\right)}+\frac{1}{\ln\left(1-w_{j+1}-\psi(\eta_j+w_j)\right)}\right],$$

Вторая сумма равна

$$T_{j+1,j} = \ln(\frac{\varepsilon}{1-L^0})\left[\frac{1}{\ln\left(1-w_{j+1}-\psi(\eta_j)\right)}+\frac{1}{\ln\left(1-w_j-\psi(\eta_j+w_{j+1})\right)}\right]$$

.

Предположим противное, т.е. что $T_{j+1,j} \geq T_{j,j+1}$. Тогда с учетом того, что $\ln\left(\frac{\varepsilon}{1-L^0}\right)<0$, получаем:

$$\frac{1}{\ln\left(1-w_{j+1}-\psi(\eta_j)\right)}+\frac{1}{\ln\left(1-w_j-\psi(\eta_j+w_{j+1})\right)} \leq$$

$$\leq \frac{1}{\ln\left(1-w_j-\psi(\eta_j)\right)}+\frac{1}{\ln\left(1-w_{j+1}-\psi(\eta_j+w_j)\right)}.$$

Перепишем это неравенство в виде

$$\frac{1}{\ln\left(1-w_{j+1}-\psi(\eta_j)\right)}-\frac{1}{\ln\left(1-w_j-\psi(\eta_j)\right)} \leq$$

$$\leq \frac{1}{\ln\left(1-w_{j+1}-\psi(\eta_j+w_j)\right)}-\frac{1}{\ln\left(1-w_j-\psi(\eta_j+w_{j+1})\right)}.$$

В силу того, что $w_j < w_{j+1}$, левая часть последнего неравенства строго положительна. Значит, и правая часть строго положительна:

$$\frac{\ln\left(\dfrac{1-w_j-\psi(\eta_j+w_{j+1})}{1-w_{j+1}-\psi(\eta_j+w_j)}\right)}{\ln\left(1-w_{j+1}-\psi(\eta_j+w_j)\right)\ln\left(1-w_j-\psi(\eta_j+w_{j+1})\right)} > 0.$$

Так как знаменатель строго положителен, то и числитель должен быть строго положителен:

$$\frac{1-w_j-\psi(\eta_j+w_{j+1})}{1-w_{j+1}-\psi(\eta_j+w_j)} > 1.$$

Значит $\psi(\eta_j+w_{j+1})-\psi(\eta_j+w_j)<w_{j+1}-w_j$, что противоречит условию (11) предположения А.2.

Доказательство утверждения 3. Обозначим через $w_j^{'} = \dfrac{w_j}{1 - L_j(0)} > 0$. Из условия доказываемого утверждения следует, что $w_j^{'} < w_{j+1}^{'}$.

Сравним два ожидаемых суммарных времени проверки гипотез j и $j + 1$: $\tau_j(w_j\, \psi(\eta_j)) + \tau_{j+1}(w_{j+1}\, \psi(\eta_j + w_j))$ и $\tau_{j+1}(\, w_{j+1}\, \psi(\eta_j)) + \tau_j(w_j\, \psi(\eta_j + w_{j+1}))$.

Первая сумма равна

$$T_{j,\, j+1} = \frac{1}{w_j^{'}\, \psi(\eta_j)} + \frac{1}{w_{j+1}^{'}\, \psi(\eta_j + w_j)},$$

Вторая сумма равна

$$T_{j+1,\, j} = \frac{1}{w_{j+1}^{'}\, \psi(\eta_j)} + \frac{1}{w_j^{'}\, \psi(\eta_j + w_{j+1})}.$$

Предположим противное, т.е. что $T_{j+1,\, j} \geq T_{j,\, j+1}$. Тогда $T_{j+1,\, j}$ - $T_{j,\, j+1} \geq 0$. То есть

$$\frac{1}{w_{j+1}^{'}\, \psi(\eta_j)} + \frac{1}{w_j^{'}\, \psi(\eta_j + w_{j+1})} - \frac{1}{w_j^{'}\, \psi(\eta_j)} - \frac{1}{w_{j+1}^{'}\, \psi(\eta_j + w_j)} \geq 0.$$

В силу предположения а.1’’ и того, что $w_j < w_{j+1}$, оценим знаменатель второго слагаемого:

$$\left(\frac{1}{w_{j+1}^{'}} - \frac{1}{w_j^{'}}\right)\frac{1}{\psi(\eta_j)} + \left(\frac{1}{w_j^{'}} - \frac{1}{w_{j+1}^{'}}\right)\frac{1}{\psi(\eta_j + w_j)} > 0.$$

$$\left(\frac{1}{w_{j+1}^{'}} - \frac{1}{w_j^{'}}\right)\left(\frac{1}{\psi(\eta_j)} - \frac{1}{\psi(\eta_j + w_j)}\right) > 0.$$

$$\left(\frac{w_j^{'} - w_{j+1}^{'}}{w_j^{'}\, w_{j+1}^{'}}\right)\left(\frac{\psi(\eta_j + w_j) - \psi(\eta_j)}{\psi(\eta_j)\, \psi(\eta_j + w_j)}\right) > 0.$$

В силу того, что $w_j < w_{j+1}$, числитель в первом сомножителе строго отрицателен, знаменатель – строго положителен. В силу предположения А.3 и числитель и знаменатель второго сомножителя строго положительны. Противоречие.

Доказательство утверждения 4. Сравним два ожидаемых суммарных времени проверки гипотез j и $j+1$ $\tau_j(w_j\ \psi(\eta_j)) + \tau_{j+1}(w_{j+1}\ \psi(\eta_j + w_j))$ и

$\tau_{j+1}(\ w_{j+1}\ \psi(\eta_j)) + \tau_j(w_j\ \psi(\eta_j + w_{j+1}))$.

Первая сумма равна

$$T_{j,\,j+1} = \frac{1-L^0}{w_j + \psi(\eta_j)} + \frac{1-L^0}{w_{j+1} + \psi(\eta_j + w_j)},$$

Вторая сумма равна

$$T_{j+1,\,j} = \frac{1-L^0}{w_{j+1} + \psi(\eta_j)} + \frac{1-L^0}{w_j + \psi(\eta_j + w_{j+1})}.$$

Предположим противное, т.е. что $T_{j+1,\,j} \geq T_{j,\,j+1}$. Тогда $T_{j+1,\,j}$ - $T_{j,\,j+1} \geq 0$. То есть

$$\frac{1-L^0}{w_{j+1} + \psi(\eta_j)} - \frac{1-L^0}{w_j + \psi(\eta_j)} +$$

$$+ \frac{1-L^0}{w_j + \psi(\eta_j + w_{j+1})} - \frac{1-L^0}{w_{j+1} + \psi(\eta_j + w_j)} \geq 0.$$

Преобразуем, в том числе сокращая на строго положительную величину $1-L^0$:

$$\frac{w_j - w_{j+1}}{(w_{j+1} + \psi(\eta_j))(w_j + \psi(\eta_j))} -$$

$$- \frac{\psi(\eta_j + w_{j+1}) - \psi(\eta_j + w_j) + w_j - w_{j+1}}{(w_j + \psi(\eta_j + w_{j+1}))(w_{j+1} + \psi(\eta_j + w_j))} \geq 0.$$

Знаменатели обеих дробей строго положительны как произведения строго положительных чисел. В силу того, что $w_j < w_{j+1}$, числитель первой дроби строго отрицателен, значит, вся эта дробь строго отрицательна. Числитель второй дроби неотрицателен в силу условия (11) предположения А.2. Следовательно, вся разность (строго отрицательного числа и неотрицательного) строго отрицательна. Противоречие.

Доказательство утверждения 5. Сравним два ожидаемых суммарных времени проверки гипотез j и $j+1$ $\tau_j(w_j\,\psi(\eta_j)) + \tau_{j+1}(w_{j+1}\,\psi(\eta_j + w_j))$ и $\tau_{j+1}(\,w_{j+1}\,\psi(\eta_j)) + \tau_j(w_j\,\psi(\eta_j + w_{j+1}))$.

Первая сумма равна

$$T_{j,\,j+1} = \frac{1-L^0}{w_j\,\psi(\eta_j)} + \frac{1-L^0}{w_{j+1}\,\psi(\eta_j + w_j)},$$

Вторая сумма равна

$$T_{j+1,\,j} = \frac{1-L^0}{w_{j+1}\,\psi(\eta_j)} + \frac{1-L^0}{w_j\,\psi(\eta_j + w_{j+1})}.$$

Предположим противное, т.е. что $T_{j+1,\,j} \ge T_{j,\,j+1}$. Тогда $T_{j+1,\,j}$ - $T_{j,\,j+1} \ge 0$. То есть

$$\frac{1-L^0}{w_{j+1}\,\psi(\eta_j)} + \frac{1-L^0}{w_j\,\psi(\eta_j + w_{j+1})} - \frac{1-L^0}{w_j\,\psi(\eta_j)} - \frac{1-L^0}{w_{j+1}\,\psi(\eta_j + w_j)} \ge 0.$$

В силу того, что $w_j > w_{j+1}$, и убывания функции $\psi(\cdot)$, сокращая на строго положительную величину $1-L^0$, оценим знаменатель второго слагаемого:

$$\left(\frac{1}{w_{j+1}} - \frac{1}{w_j}\right)\frac{1}{\psi(\eta_j)} - \left(\frac{1}{w_{j+1}} - \frac{1}{w_j}\right)\frac{1}{\psi(\eta_j + w_j)} > 0.$$

$$\left(\frac{1}{w_{j+1}} - \frac{1}{w_j}\right)\left(\frac{1}{\psi(\eta_j)} - \frac{1}{\psi(\eta_j + w_j)}\right) > 0.$$

$$\left(\frac{w_j - w_{j+1}}{w_j\,w_{j+1}}\right)\left(\frac{\psi(\eta_j + w_j) - \psi(\eta_j)}{\psi(\eta_j)\,\psi(\eta_j + w_j)}\right) > 0.$$

В силу того, что $w_j > w_{j+1}$, числитель в первом сомножителе строго положителен, знаменатель тоже строго положителен. В силу того, что $w_j > w_{j+1}$, и строгого убывания функции $\psi(\cdot)$, числитель второго сомножителя строго отрицателен, а знаменатель второго сомножителя строго положителен. Противоречие.

Доказательство утверждения 6. Сравним два ожидаемых суммарных времени проверки гипотез j и $j+1$: $\tau_j(\zeta(\eta_j), w_j) + \tau_{j+1}(\zeta(\eta_j + w_j), w_{j+1})$ и $\tau_{j+1}(\zeta(\eta_j), w_{j+1}) + \tau_j(\zeta(\eta_j + w_j), w_j)$.

Первая сумма равна

$$T_{j,\,j+1} = \frac{1-\zeta(\eta_j)}{w_j} + \frac{1-\zeta(\eta_j + w_j)}{w_{j+1}},$$

Вторая сумма равна

$$T_{j+1,\,j} = \frac{1-\zeta(\eta_j)}{w_{j+1}} + \frac{1-\zeta(\eta_j + w_{j+1})}{w_j}.$$

Предположим, что $T_{j+1,\,j} \geq T_{j,\,j+1}$. Тогда $T_{j+1,\,j} - T_{j,\,j+1} \geq 0$. То есть

$$\frac{1-\zeta(\eta_j)}{w_{j+1}} + \frac{1-\zeta(\eta_j + w_{j+1})}{w_j} - \frac{1-\zeta(\eta_j)}{w_j} - \frac{1-\zeta(\eta_j + w_j)}{w_{j+1}} \geq 0.$$

$$\frac{\zeta(\eta_j) - \zeta(\eta_j + w_{j+1})}{w_j} + \frac{\zeta(\eta_j + w_j) - \zeta(\eta_j)}{w_{j+1}} \geq 0.$$

В силу неравенства $w_j < w_{j+1}$ и строгой монотонности функции $\zeta(\cdot)$ справедлива следующая оценка:

$$\frac{\zeta(\eta_j) - \zeta(\eta_j + w_{j+1})}{w_j} + \frac{\zeta(\eta_j + w_j) - \zeta(\eta_j)}{w_{j+1}} <$$

$$< \frac{\zeta(\eta_j + w_j) - \zeta(\eta_j + w_{j+1})}{w_j} < 0.$$

Противоречие.

Литература

1. BELOV M., NOVIKOV D. *Methodology of Complex Activity: Foundations of Understanding and Modelling*. – Springer: Heidelberg, 2020.

2. BELOV M., NOVIKOV D. *Models of Experience* // Control Sciences. – 2021. – No. 1. – P. 43–60.
3. BELOV M., NOVIKOV D. *Models of Technologies*. – Springer: Heidelberg, 2020.
4. BELOV M., NOVIKOV D. *Optimal Enterprise: Structures, Processes and Mathematics of Knowledge, Technology and Human Capital*. – CRC Press: Boca Raton, 2021.
5. BELOV M., NOVIKOV D. *Structure of Creative Activity* // Control Sciences. – 2021.
6. BISKUP D. *Single-machine Scheduling with Learning Considerations* // European Journal of Operational Research. – 1999. – Vol. 115. – P. 173–178.
7. BROWNE S., YECHIALI U. *Scheduling Deteriorating Jobs on a Single Processor* // Operations Research. – 1990. – Vol. 38, No. 3. – P. 495–498.
8. BRUCKER P. *Scheduling Algorithms*. 5th ed. – Berlin: Springer, 2007. – 378 p.
9. BURKOV V. et al. *Mechanism Design and Management: Mathematical Methods for Smart Organizations*. – New York: Nova Science Publishers, 2013. – 163 p.
10. CHENG E., KOVALYOV M. *Scheduling with Learning Effects on Job Processing Times* // Working Paper No. 06/94. – Hong Kong: The Hong Kong Polytechnic University, 1994. – 48 p.
11. CHENG E., WANG G. *Single Machine Scheduling with Learning Effect Considerations* // Annals of Operations Research. – 2000. – Vol. 98. – P. 273–290.
12. CHENTSOV A.G., CHENTSOV A.A. *Routing under Constraints: Problem of Visit to Megalopolises* // Automation and Remote Control. – 2016. – Vol. 77, No. 11. – P. 1957–1974.

13. KOULAMAS C., KYPARISIS G. *New Results for Single-machine Scheduling with Past-sequence-dependent Setup Times and Due Date-related Objectives* // Eur. J. Oper. Res. – 2019. – Vol. 278. – P. 149–159.
14. KOULAMAS C., KYPARISIS G. *Single-machine Scheduling Problems with Past-sequence-dependent Setup Times* // Eur. J. Oper. Res. 2008. Vol. 187. P. 1045 – 1049.
15. LEE W., LAI P., WU C. *Some Single-machine and Flow-shop Scheduling Problems with a Non-linear Deterioration Function* // Computers and Mathematics with Applications. – 2011. – Vol. 62. – P. 2487–2496.
16. LOW C., LIN W. *Some Scheduling Problems with Time-dependent Learning Effect and Deteriorating Jobs* // Applied Mathematical Modelling. – 2013. – Vol. 37, P. 8865–8875.
17. PINEDO M. *Scheduling: Theory, Algorithms, and Systems*. – Upper Saddle River: Prentice-Hall, 2002. – 690 p.
18. SUN J, LI Y. *Single-machine Scheduling with Past-sequence-dependent Delivery Times and Deteriorating Jobs* // Mathematica Aeterna. – 2013. – Vol. 3, No. 9. – P. 799–806.
19. *The Traveling Salesman Problem and Its Variations* / Ed. by G. Gutin and A. Punnen. – N.Y.: Springer, 2007. – 834 p.
20. WANG L., HUANG W., LIU W. et al. *Scheduling with Position-Dependent Weights, Due-Date Assignment and Past-Sequence-Dependent Setup Times* // RAIRO-Oper. Res. – 2021. – Vol. 55. – P. 2747–2758.
21. WANG L., WANG J., FENG E. *Scheduling Jobs with General Learning Functions* // J Syst Sci Syst Eng. – 2011. – Vol. 20, No. 1. – P. 119–125.
22. WANG X., WANG J. *Scheduling Problems with Past-sequence-dependent Setup Times and General Effects of Deterioration and Learning* // Applied Mathematical Modelling. – 2013. – Vol. 37. – P. 4905–4914.

OPTIMAL SCHEDULE TO TEST INDEPENDENT HYPOTHESES

Dmitry Novikov, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Doctor of Science, professor (novikov@ipu.ru).

Abstract: The first stage of any creative activity consists in generating a set of hypotheses and testing them. Generally, the time, required for testing a hypothesis is random and depends on its complexity (the prior probability of testing per unit time) and on acquired experience, determined by the set of hypotheses, successfully tested before. The problem is to choose an optimal schedule of testing, i.e. minimizing the sum of expected testing times, which are essentially nonlinear past-sequence-dependent and take into account learning and deterioration effects. For this aim, the general model of creative activity is formulated and the corresponding problem of optimal scheduling is stated; the classification of subproblems is introduced. Analysis of related works demonstrates the absence of methods to find computationally "simple" solution of the problem in hand. The used method of analytical proof of certain monotonic schedule optimality consists in reordering of two adjacent hypothesis, violating monotonicity. Main result is a set (for different subproblems) of sufficient conditions, under which the monotonic "simple-to-complex" schedule is optimal: the hypotheses are arranged in ascending order of their complexity.

Keywords: schedule theory; past-sequence-dependent scheduling problem; time-dependent processing times; learning and deterioration effects; creative activity; hypotheses testing.

УДК 519.248
ББК 22.171
DOI: 10.25728/ubs.2021.94.1

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии М.В. Губко.

Поступила в редакцию 12.10.2021.
Опубликована 30.11.2021.