СИНТЕЗ НАБЛЮДАТЕЛЯ ПОНИЖЕННОГО ПОРЯДКА ДЛЯ ПОЛНОПРИВОДНОЙ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Краснов Д. В.[1]
(*ФГБУН Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва*)

В детерминированной постановке рассматривается задача наблюдения неизмеряемых переменных электромеханической системы, функционирующей в условиях параметрической неопределенности. Для случая, когда датчики расположены только на электрических исполнительных устройствах, формализованы условия, при которых задача наблюдения неизмеряемых переменных вектора состояния имеет решение без повышения динамического порядка замкнутой системы за счет регрессоров и идентификаторов неопределенных параметров. В качестве основы для построений принят подход к оцениванию действующих на объект внешних возмущений, который не нуждается в использовании динамических моделей внешних воздействий. В рамках данного подхода для рассматриваемой электромеханической системы обоснована структура редуцированного робастного наблюдателя состояния. В отличие от стандартного редуцированного наблюдателя Луенбергера, в котором не используются дифференциальные уравнения измеряемых переменных, в предлагаемом наблюдателе не используются дифференциальные уравнения, описывающие динамику неизмеряемых переменных состояния, которые при решении задачи наблюдения полагаются внешними ограниченными возмущениями. Разработана декомпозиционная процедура настройки параметров кусочно-линейных обратных связей в наблюдателе, которая обеспечивает стабилизацию с заданной точностью за заданное время ошибок наблюдения и их производных. Показано, что оценочными сигналами неизмеряемых переменных служат соответствующие переменные и управляющие воздействия наблюдателя.

Ключевые слова: электромеханическая система, робастность, редуцированный наблюдатель состояния, декомпозиция, кусочно-линейная обратная связь.

1. Введение

В практических приложениях востребованы методы управления нелинейными и многосвязными техническими объектами,

[1] *Дмитрий Валентинович Краснов, научный сотрудник* (*dim93kr@mail.ru*).

обеспечивающие выполнение различных рабочих сценариев без усложнения аппаратной оснастки. В частности, использование наблюдателей состояния и возмущений [1–7] в контуре управления электромеханическими объектами обеспечивает работоспособность и отказоустойчивость системы в условиях неполного комплекта измерительных устройств.

Задача наблюдения для электромеханических систем достаточно сложна даже в условиях полной параметрической определенности из-за нелинейности математической модели объекта наблюдения и наличия перекрестных связей. Для решения задачи наблюдения при параметрической неопределенности необходим совместный анализ поведения ошибок наблюдения и переменных состояния замкнутой системы, что приводит к громоздким построениям. Другой вариант – использование регрессоров и идентификаторов неопределенных параметров – приводит к дополнительному расширению динамического порядка замкнутой системы [8] и часто к недопустимо большим ошибкам и времени идентификации.

В данной работе рассматривается альтернативный подход к решению задачи наблюдения в условиях параметрической неопределенности для полноприводных электромеханических объектов, в которых датчики установлены только на приводах. Для оценивания неизмеряемых переменных состояния разработан метод построения и синтеза редуцированного наблюдателя состояния специального вида, в котором реализована идеология оценивания внешних ограниченных сигналов без использования их динамической модели [2–7]. А именно, наблюдатель строится как копия дифференциального уравнения модели объекта, на которую действует неизвестный сигнал. Если правая часть такого уравнения параметрически определена и зависит от известных переменных состояния, то можно получить оценку внешнего сигнала с помощью корректирующего воздействия наблюдателя, если получится обеспечить стабилизацию не только ошибки наблюдения, но и ее производной. С этой целью применяются так называемые «силовые» управляющие воздействия: линейные управления с большими коэффициентами [2, 3, 10] или разрывные управления с организацией скользящего режима

[6, 7, 13]. Если модель объекта управления удовлетворят условиям, необходимым для оценивания внешнего сигнала в рамках данного подхода, то тогда корректирующее воздействие наблюдателя вместе с измеряемыми сигналами непосредственно используется для синтеза обратной связи и компенсации возмущения. Следует отметить, что методы оценивания без использования динамической модели оцениваемого сигнала не робастны к шумам в измерениях, поэтому задача рассматривается в детерминированной постановке.

В практических приложениях целесообразно использовать непрерывные, всюду ограниченные управляющие воздействия в виде кусочно-линейных функций [3–5, 14]. Их применение эффективно в задачах обеспечения инвариантности по отношению к параметрическим и внешним возмущения и обеспечивает сходимость оценочных сигналов к неизмеряемым сигналам с любой заданной точностью. Кроме того, ограниченные оценочные сигналы при их использовании в цепи обратной связи не порождают всплесков управляющих воздействий и переменных состояния (в отличие от линейных корректирующих воздействий с большими коэффициентами [10]).

В данной работе указанный выше метод применяется для оценивания неизмеряемых переменных вектора состояния полноприводного электромеханического объекта управления с бездатчиковым манипулятором. Такая ситуация возникает в случае, когда разработчики стремятся облегчить конструкцию механизма и снизить его стоимость. Другой вариант – когда объект функционирует в неблагоприятных условиях и из-за воздействия агрессивной среды, резких перепадов температур или вибрации положения обобщенных координат манипулятора и их скорости не могут быть качественно измерены [9].

Работа имеет следующую структуру. В разделе 2 дано описание рассматриваемого электромеханического объекта, цель и закон управления не конкретизируются, но предполагается, что для синтеза обратной связи используются все переменные состояния. В разделе 3 формализуются условия разрешимости задачи наблюдения неизмеряемых переменных состояния по измеряемым выходам без необходимости идентификации неопределенных параметров. Представлена декомпозиционная процедура синтеза редуцированного робастного наблюдателя с кусочно-линейными управляющими воздействиями. Задача рассматривается в детерминированной постановке, предполагается достаточно высокое качество имеющихся измерений [9] и отсутствие шумов.

2. Описание модели объекта наблюдения и постановки задачи

В качестве объекта наблюдения рассматривается математическая модель полноприводной электромеханической системы, которая состоит из двух связанных подсистем [7, 12]

(1) $\dot{q}_1 = q_2,\ \dot{q}_2 = H^{-1}(q_1)[K(\varphi - q_1) - C(q_1, q_2)q_2 + f(t)];$

(2) $\dot{\varphi} = \omega,\ \dot{\omega} = J^{-1}(\Psi\tau - D\omega - K(\varphi - q_1)),\ \dot{\tau} = L^{-1}(u - R\tau - \Psi\omega),$

где механическая подсистема (1) – это модель манипулятора с n жесткими звеньями, которые образуют кинематические пары 5-го класса и эластично соединены с валами редукторов, на которых установлены электрические исполнительные устройства (2) – двигатели постоянного тока (ДПТ). В системе (1)–(2) все векторы и матрицы имеют размерности n и $n \times n$ соответственно, а именно: векторы обобщенных координат q_1 и скоростей q_2 манипулятора, угловых положений φ и скоростей ω валов редукторов, токов якорных цепей ДПТ τ, напряжений питания якорных цепей ДПТ u (управления), неизвестных ограниченных обобщенных сил $f(t)$, трактуемых как внешние ограниченные возмущения; нелинейные матрицы инерции $H(q_1)$, $H^{-1}(q_1) > 0$, центростремительных и кориолисовых сил $C(q_1, q_2)$, а также диагональные матрицы K, J, L, R, Ψ, D с положительными элементами – коэффициентами крутильной жесткости, приведенными моментами инерции на валу ДПТ, индуктивности и активных сопротивлений цепей якорей, магнитных потоков и вязкого демпфирования соответственно.

Элементы матриц K, J, Ψ и D известны и постоянны; матриц H, C, L и R – не известны, их значения могут изменяться в процессе работы в допустимых интервалах с известными границами. Предполагается, что датчики расположены только на приводах, измеряются угловые положения валов редукторов $\varphi(t)$ и токи якорных цепей $\tau\,(t)$.

Ставится задача синтеза наблюдателя состояния для оценивания неизмеряемых переменных $q_1\,(t)$, $q_2\,(t)$, $\omega\,(t)$ в предположении, что известны диапазоны их изменения в процессе работы объекта:

$$|\omega_j(t)| \le X_{1j},\ |q_{1j}(t)| \le X_{2j},\ |q_{2j}(t)| \le X_{3j},\ t \ge 0,\ j = \overline{1,\ n}. \tag{3}$$

Ограничения (3) связаны с конструкцией манипулятора и конструктивными параметрами системы. Отметим, что разомкнутая система (1)–(2) устойчива, поэтому ее переменные останутся ограниченными при воздействии внешних ограниченных возмущений.

При решении поставленной задачи требуется обеспечить заданную точность оценивания, а именно,

$$\begin{gathered} |\omega_j(t) - \tilde{\omega}_j(t)| \le \delta_{1j},\ |q_{1j}(t) - \tilde{q}_{1j}(t)| \le \delta_{2j}, \\ |q_{2j}(t) - \tilde{q}_{2j}(t)| \le \delta_{3j},\ t \ge T,\ j = \overline{1,\ n}, \end{gathered} \tag{4}$$

где $\tilde{\omega}_j(t)$, $\tilde{q}_{1j}(t)$, $\tilde{q}_{2j}(t)$ – обозначения оценок неизмеряемых переменных, которые будут получены с помощью наблюдателя состояния, $\delta_{ij} > 0$ – заданные точности оценивания. Время обеспечения заданной точности $T > 0$ зависит от параметров подсистемы (2), его оценка будет получена в ходе построений.

Система (1)–(2) является наблюдаемой относительно измеряемых выходов [7]. Но построить для нее полноразмерный наблюдатель состояния достаточно проблематично из-за ее существенной параметрической неопределенности.

Решение задачи наблюдения при параметрической неопределенности модели объекта управления является самостоятельной проблемой, которая до сих пор фундаментально не изучена. Причина заключается в том, что в рамках классического подхода наблюдатель состояния строится как копия модели объекта управления (1)–(2). Задача наблюдения сводится к стабилизации системы, записанной относительно ошибок наблюдения. Если на объект управления не действуют внешние возмущения, но параметры модели объекта не определены, то в системе, записанной относительно ошибок наблюдения, появляются неопределенные составляющие (функции от переменных состояния объекта). С помощью управляющих воздействий наблюдателя их нельзя компенсировать и обеспечить инвариантную стабилизацию ошибок наблюдения.

В следующем разделе обосновывается возможность построения редуцированного наблюдателя состояния специального вида, разработана его структура и процедура синтеза. Научная новизна представленных результатов заключается также в том, что предлагаемый подход к оцениванию переменных состояния существенно нелинейного и параметрически неопределенного объекта не требует дополнительного решения задачи идентификации параметров неизвестных матриц H, C, L и R.

3. Декомпозиционный синтез редуцированного наблюдателя состояния

Стандартная концепция проектирования наблюдателя пониженного порядка состоит в том, что если нет необходимости в фильтрации измерений, то нет необходимости и в повторном оценивании измеряемых сигналов. Следовательно, для объекта наблюдения (1)–(2) размерности $5n$ с $2n$ выходами редуцированный наблюдатель будет иметь размерность $3n$, а при его построении в явном виде не используются дифференциальные уравнения, описывающие динамику выходных переменны [11].

Таким образом, при стандартном подходе к построению редуцированного наблюдателя нужно взять за основу дифференциальные уравнения, которые описываю поведение неизмеряемых переменных, а именно:

$$\dot{q}_1 = q_2,$$
$$\dot{q}_2 = H^{-1}(q_1)[K(\varphi - q_1) - C(q_1, q_2)q_2 + f(t)],$$
$$\dot{\omega} = J^{-1}(\Psi\tau - D\omega - K(\varphi - q_1).)$$

Но, как видим, второе из представленных уравнений нелинейно, содержит параметрические и внешние возмущения. Это сильно затруднит решение задачи наблюдения и приведет к значительным ошибкам оценивания без дополнительного использования динамических идентификаторов неизвестных параметров. Кроме того, в системе оценивания потребуется компенсировать воздействие внешних возмущений $f(t)$, что, в свою очередь, потребует составления их динамической модели и приведет к увеличению размерности и усложнению алгоритмов оценивания.

Чтобы избежать дополнительного повышения динамического порядка замкнутой системы, в данной работе за основу для построения редуцированного наблюдателя предлагается использовать модель с известными параметрами размерности $3n$ смешанного вида, которая включает дифференциальные уравнения измеряемых и неизмеряемых переменных, а именно:

(5) $\dot{\varphi} = \omega,\ \dot{\omega} = J^{-1}(\Psi\tau - D\omega - K(\varphi - q_1)),\ \dot{q}_1 = q_2.$

Систему (5) можно охарактеризовать следующим образом: она линейная, все матрицы во втором уравнении диагональные с известными положительными элементами. На данную систему воздействуют «внешние» сигналы $\tau(t)$ и $q_2(t)$. При этом сигналы $\tau(t)$ измеряются и, следовательно, могут быть компенсированы. Неизмеряемые сигналы $q_2(t)$ в системе (5) трактуются как неопределенные ограниченные (3) входы. В этом смысле можно сказать, что система (5) имеет блочную структуру вход–выход, выходами являются измеряемые сигналы $\varphi(t)$.

Покажем, что система (5) при отсутствии «внешних» сигналов является наблюдаемой относительно выхода $\varphi(t)$. С этой целью составим для нее матрицу выхода C и матрицу системы A:

$$C = \begin{pmatrix} I & O & O \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} O & I & O \\ -J^{-1}K & -J^{-1}D & J^{-1}K \\ O & O & O \end{pmatrix},$$

где O и I – нулевая и единичная матрицы соответственно размерности n на n, а также матрицу наблюдаемости W для пары (C, A):

$$W_{3n\times 3n}=\begin{pmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} I & O & O \\ O & I & O \\ -J^{-1}K & -J^{-1}D & J^{-1}K \end{pmatrix}.$$

Как видим, матрица наблюдаемости полного ранга rank $W = 3n$, и разомкнутая система (5) полностью наблюдаема. «Входные» неизвестные сигналы $q_2(t)$ действуют на последнее уравнение системы (5) и не влияют на наблюдаемость ее переменных состояния $\omega(t)$ и $q_2(t)$ [5, 10].

В рамках решаемой проблемы требуется также получить оценки неизвестных входов $q_2(t)$, дифференциальные уравнения которых отброшены. Этот факт является причиной, по которой решение задачи наблюдения всех неизмеряемых переменных в рамках используемого подхода [2–7] возможно только с некоторой точностью (4).

На основе системы (5) построим наблюдатель с использованием измеряемых сигналов $\tau(t)$ и $\varphi(t)$ в следующем виде:

(6) $\dot z_1 = z_2 + v_1,\ \dot z_2 = A_1\tau - A_2 z_2 + A_3 z_3 - A_3\varphi + v_2,\ \dot z_3 = v_3,$

где $z_i \in R^n$ – вектор состояния, $v_i \in R^n$ – вектор управляющих воздействий наблюдателя, $A_1 = J^{-1}\Psi$, $A_2 = J^{-1}D$, $A_3 = J^{-1}K$, $A_i = \mathrm{diag}\{a_{ij}\}$, $a_{ij} > 0$, $i=\overline{1,3}$, здесь и далее $j=\overline{1,n}$.

Синтез наблюдателя заключается в выборе управляющих воздействий и их параметров, обеспечивающих стабилизацию ошибок наблюдения

(7) $\varepsilon_1 = \varphi - z_1,\ \varepsilon_2 = \omega - z_2,\ \varepsilon_3 = q_1 - z_3,\ \varepsilon_i = (\varepsilon_{i1},\ \varepsilon_{i2},\ \ldots,\ \varepsilon_{in})$

и их производных

(8) $\dot\varepsilon_1 = \varepsilon_2 - v_1(\varepsilon_1),\ \dot\varepsilon_2 = -A_2\varepsilon_2 + A_3\varepsilon_3 - v_2(\varepsilon_1),\ \dot\varepsilon_3 = q_2 - v_3(\varepsilon_1).$

Из выражений (4)–(8) следует, что оценки неизмеряемых переменных $\omega(t)$ и $q_1(t)$ дадут переменные наблюдателя $z_2(t)=\tilde\omega(t)$ и $z_3(t)=\tilde q_1(t)$. В рамках используемого подхода [2–7] оценки $q_2(t)$ дадут управляющие воздействия наблюдателя $v_3(t)=\tilde q_2(t)$.

Для стабилизации системы (8) и решения задачи (4) используем кусочно-линейные управляющие воздействия [3–5]:

$$
(9)\quad
\begin{aligned}
v_{1j} &= m_{1j}\,\mathrm{sat}(k_{1j}\varepsilon_{1j}) = \begin{bmatrix} m_{1j}\mathrm{sign}(\varepsilon_{1j}),\ \left|\varepsilon_{1j}\right| > 1/k_{1j}, \\ m_{1j}k_{1j}\varepsilon_{1j},\ \left|\varepsilon_{1j}\right| \le 1/k_{1j}; \end{bmatrix} \\
v_{ij} &= m_{ij}\,\mathrm{sat}(k_{ij}v_{i-1,j}) = \begin{bmatrix} m_{ij}\mathrm{sign}(v_{i-1,j}),\ \left|v_{i-1,j}\right| > 1/k_{ij}, \\ m_{ij}k_{ij}v_{i-1,j},\ \left|v_{i-1,j}\right| \le 1/k_{ij},\ i = 2,\ 3. \end{bmatrix}
\end{aligned}
$$

Управляющие воздействия (9) являются непрерывным негладким гибридом линейных и разрывных управлений и имеют по два настраиваемых параметра: $m_{ij}=\mathrm{const}>0$ – амплитуды, обеспечивающие заданное время стабилизации системы (8)–(9); $k_{ij}=\mathrm{const}>0$ – большие коэффициенты, обеспечивающие заданную точность стабилизации (4).

Укажем основные отличия в настройке наблюдателей с линейными и кусочно-линейными корректирующими воздействиями. При синтезе наблюдателя (6) представим виртуальную систему (8) в виде

$$\dot{\varepsilon} = A\varepsilon - v + \bar{f},\ \varepsilon, v \in R^{3n},\ \bar{f} = \begin{pmatrix} O & O & q_2 \end{pmatrix}^{\mathrm{T}},$$

сформируем для нее линейное управляющее воздействие

$$v = L(\varphi - Cz) = LC\varepsilon,\ L \in R^{3n\times n}$$

и получим замкнутую систему

$$\dot{\varepsilon} = (A - LC)\varepsilon + \bar{f}.$$

Как было показано выше, в данной системе пара (C, A) наблюдаемая, следовательно, выбором матрицы L можно обеспечить устойчивость матрицы $A - LC$ и в силу (3) – стабилизацию ошибок наблюдения $\varepsilon(t)$ с любой заданной точностью. В рамках данного подхода общее движение $\varepsilon(t)$, как правило, не разделяется на разнотемповые составляющие, стабилизация производных ошибок наблюдения $\dot{\varepsilon}(t)$ не контролируется, а для получения оценок «внешнего возмущения» $q_2(t)$ потребуется дополнить наблюдатель (6) еще одной подсистемой, построенной на основе второго уравнения механической системы (1).

В наблюдателе (6) с помощью кусочно-линейных управляющих воздействий (9), которые имеют по два настраиваемых параметра, осуществляется разделение общего движения $\varepsilon(t)$

на разнотемповые составляющие. При этом контролируется точность стабилизации производных ошибок наблюдения $\dot{\varepsilon}(t)$. Настройка параметров выполняется так, чтобы последовательно обеспечить стабилизацию с заданной точностью векторных переменных

$$\varepsilon_1(t) \approx \vec{0}, \dot{\varepsilon}_1(t) \approx \vec{0} \Rightarrow v_1(t) \approx \varepsilon_2(t),$$

$$\varepsilon_2(t) \approx \vec{0}, \dot{\varepsilon}_2(t) \approx \vec{0} \Rightarrow v_2(t) \approx A_3\varepsilon_3(t),$$

$$\varepsilon_3(t) \approx \vec{0}, \dot{\varepsilon}_3(t) \approx \vec{0} \Rightarrow v_3(t) \approx q_2(t),$$

что и обеспечивает решение поставленной задачи.

При ненулевых начальных условиях в системе (8) переходный процесс каждых из указанных векторных переменных длится некоторое время. Стабилизация каждой следующей переменной возможна только после стабилизации всех предыдущих переменных в указанном порядке, т.е. общее время переходного процесса следующей векторной переменной больше, чем предыдущей. Таким образом, общее время оценивания (т.е. время стабилизации всех указанных переменных), – это время переходного процесса $\dot{\varepsilon}_3(t) \approx \vec{0}$, которое можно представить в виде шести интервалов нарастающим итогом.

С учетом измерений $\varphi(t)$ в системах (6), (8) можно установить следующие начальные условия:

$$z_{1j}(0) = \varphi_j(0) \Rightarrow \varepsilon_{1j}(0) = 0,$$

$$z_{2j}(0) = 0 \Rightarrow \varepsilon_{2j}(0) = \omega_j(0), \ \left|\varepsilon_{2j}(0)\right| \le X_{1j}, \tag{10}$$

$$z_{3j}(0) = 0 \Rightarrow \varepsilon_{3j}(0) = q_{1j}(0), \ \left|\varepsilon_{3j}(0)\right| \le X_{2j}.$$

Заметим, что с теоретической точки зрения начальные значения в наблюдателе можно установить произвольным образом. Но, как известно, чем ближе друг к другу начальные условия наблюдателя и объекта управления, тем быстрее будет сходимость переменных наблюдателя к соответствующим переменным состояния. Именно поэтому в первом выражении (10) для установки начальных значений предлагается использовать известную информацию. Тогда значения переменных $\varepsilon_1(t)$ изначально равны нулю, а общее время оценивания будет включать не шесть, а пять интервалов нарастающим итогом.

В следующей лемме сформулированы достаточные условия, при выполнении которых поставленная задача оценивания имеет решение. В процессе конструктивного доказательства получены неравенства для последовательного выбора параметров управляющих воздействий (9), при которых обеспечивается заданная точность оценивания. Что касается времени оценивания, то оно, как будет показано, зависит от параметров объекта наблюдения, а именно, от элементов матрицы $A_2 = J^{-1}D$. По ходу доказательства будут получены его нижняя и верхняя оценки.

Лемма. *Если в системе* (8)–(9) *начальные значения* (10) *и неизвестные входы* (3) *ограничены известными константами, то тогда для любых* $\delta_{ij} > 0$ *существуют такие действительные числа* $\bar{m}_{ij}, \bar{k}_{ij} > 0$, *что при всех* $m_{ij} \geq \bar{m}_{ij}$, $k_{ij} \geq \bar{k}_{ij}$, $i = \overline{1,3}$, *будут выполнены следующие неравенства:*

$$\begin{aligned} &|\varepsilon_{2j}(t)| = |\omega_j(t) - z_{2j}(t)| \leq \delta_{1j},\ |\varepsilon_{2j}(t)| = |q_{1j}(t) - z_{3j}(t)| \leq \delta_{2j}, \\ &|q_{2j}(t) - v_{3j}(t)| \leq \delta_{3j},\ t \geq T > 0. \end{aligned} \tag{11}$$

Доказательство. Как было отмечено выше, в рамках используемого подхода к синтезу системы (8)–(9) реализуется принцип декомпозиции. Требуется последовательно обеспечить стабилизацию ошибок наблюдений и их производных на следующих временных интервалах:

$$0 < t_1 < t_2 < t_3 < t_4 < T.$$

Формализуем требуемое поведение переменных замкнутой системы (8)–(9) на указанных временных интервалах, обеспечивающее решение поставленной задачи (11):

$$|\varepsilon_{1j}(t)| \leq 1/k_{1j},\ t \geq 0; \tag{12}$$

$$|\varepsilon_{2j}(t) - v_{1j}(t)| = |\alpha_{1j}(t)| \leq \bar{\alpha}_{1j},\ t \geq t_1; \tag{13}$$

$$|v_{1j}(t)| \leq 1/k_{2j} \Leftrightarrow |\varepsilon_{2j}(t)| \leq \bar{\alpha}_{1j} + 1/k_{2j},\ t \geq t_2; \tag{14}$$

$$|a_{3j}\varepsilon_{3j}(t) - v_{2j}(t)| = |\alpha_{2j}(t)| \leq a_{3j}\bar{\alpha}_{2j},\ t \geq t_3; \tag{15}$$

(16) $\left|v_{2j}(t)\right| \le 1/k_{3j} \Leftrightarrow \left|\varepsilon_{3j}(t)\right| \le \overline{\alpha}_{2j} + 1/(a_{31}k_{3j}),\ t \ge t_4;$

(17) $\left|q_{2j}(t) - v_{3j}(t)\right| \le \overline{\alpha}_{3j},\ t \ge T.$

Выполнение неравенств (12), (14), (16), которые означают попадание аргументов в линейные зоны управляющих воздействий (9) за заданное время, обеспечивается выбором соответствующих амплитуд. Неравенства (13), (15), (17) и заданная точность оценивания (11) обеспечивается выбором больших коэффициентов управляющих воздействий (9). Равенство знаков управляемой переменной и управления в первом уравнение системы (8)–(9) sign (ε_{1j}) = sign (v_{1j}) выполняется при $0 \le t$. Достаточные условия, обеспечивающие (12), имеют вид:

(18) $$\begin{aligned} &\varepsilon_{1j}\dot{\varepsilon}_{1j} = \varepsilon_{1j}(\varepsilon_{2i} - m_{1i}\mathrm{sign}(\varepsilon_{1i})) \le \left|\varepsilon_{1i}\right|(\left|\varepsilon_{2i}\right| - m_{1i}),\\ &m_{1i} > \left|\varepsilon_{2i}\right| \Rightarrow \varepsilon_{1j}\dot{\varepsilon}_{1j} < 0. \end{aligned}$$

В общем случае равенства sign (ε_{ij}) = sign (v_{ij}), $i = 2, 3$, на начальном этапе не обеспечиваются и управления (9) с учетом (13)–(17) можно представить в виде

(19) $$v_{2j} = \begin{cases} -m_{2j}\mathrm{sign}(\varepsilon_{2j}),\ t \in [0;\ t_1),\\ m_{2j}\mathrm{sign}(\varepsilon_{2j}),\ t \in [t_1;\ t_2),\\ m_{2j}k_{2j}(\varepsilon_{2j}(t) \pm \alpha_{1j}),\ t \ge t_2; \end{cases}$$
$$v_{3j} = \begin{cases} -m_{3j}\mathrm{sign}(\varepsilon_{3j}),\ t \in [0;\ t_3),\\ m_{3j}\mathrm{sign}(\varepsilon_{3j}),\ t \in [t_3;\ t_4),\\ m_{3j}k_{3j}a_{3j}(\varepsilon_{3j}(t) \pm \alpha_{2j}),\ t \ge t_4. \end{cases}$$

Из выражений (19) с учетом (10) следует оценка максимальных значений ошибок наблюдения

(20) $$\begin{aligned} &\left|\varepsilon_{3j}(t)\right| \le \left|\varepsilon_{3j}(t_3)\right| \le X_{2j} + (X_{3j} + m_{3j})t_3 = E_{3j},\ t \ge 0,\\ &\left|\varepsilon_{2j}(t)\right| \le \left|\varepsilon_{2j}(t_1)\right| \le X_{1j} + (a_{3j}E_{3j} + m_{2j})/a_{2j} = E_{2j}. \end{aligned}$$

С учетом (18), (20) достаточные условия, обеспечивающие (14), (16), имеют вид:

$$m_{3j} \ge \frac{E_{3j}}{t_4 - t_3} + X_{3j} \Rightarrow \overline{m}_{3j} = \frac{X_{2j} + X_{3j}t_4}{t_4 - 2t_3};$$

(21) $$m_{2j} \ge \frac{E_{2j}}{t_2 - t_1} + a_{3j}E_{3j} \Rightarrow \overline{m}_{2j} = \frac{X_{1j} + a_{3j}E_{3j}(t_2 - t_1 + 1/a_{2j})}{t_2 - t_1 - 1/a_{2j}};$$

$$\overline{m}_{1i} > X_{1j} + (a_{3j}E_{3j} + m_{2j})/a_{2j}.$$

Из (21) следуют ограничения $t_2 > t_1 + 1 / a_{2j}$, $t_4 > 2t_3$, которые надо учитывать при назначении интервалов времени. При

(22) $$\begin{gathered} t_1 \in [1/\min\{a_{2j}\};\, \bar{t}];\; t_2 = 3t_1,\; t_3 = 4t_1,\; t_4 = 9t_1,\; T = 10t_1, \\ t_1 = \bar{t} > 0;\; t_2 = 2t_1 + \bar{a},\; t_3 = 3t_1 + \bar{a},\; t_4 = 7t_1 + 2\bar{a},\; T = 8t_1 + 2\bar{a} \end{gathered}$$

имеем оценку времени решения задачи наблюдения

(23) $$10/\min\{a_{2j}\} \le T \le 10\bar{t}.$$

После фиксации t_1^* (22) выбор амплитуд, обеспечивающий (12), (14), (16), выполняется в следующем порядке:

1) $m_{3j}^* \ge \overline{m}_{3j}(t_1^*)$ (21);

2) $E_{3j}(m_{3j}^*, t_1^*)$ (20);

3) $m_{2j}^* \ge \overline{m}_{2j}(E_{3j}, t_1^*)$ (21);

4) $m_{1j}^* \ge \overline{m}_{1j}(m_{2j}^*, E_{3j})$ (21).

Для выбора $k_{ij} = \text{const} > 0$ (9), обеспечивающих (12), (14), (16) с заданной точностью (11), рассмотрим оценки решений замкнутой системы (8) в линейных зонах на интервалах $[\,0;\, t_1\,]$, $[\,t_2;\, t_3 = t_2 + t_1\,]$, $[\,t_4;\, T = t_4 + t_1\,]$ соответственно:

(24) $$\begin{gathered} |\varepsilon_{1j}(t_1)| \le \frac{E_{2j}}{m_{1j}k_{1j}} + \frac{m_{1j} - E_{2j}}{m_{1j}k_{1j}} \exp(-m_{1j}k_{1j}t_1), \\ |\varepsilon_{2j}(t) - v_{1j}(t)| \le \overline{\alpha}_{1j},\; t \ge t_1 \Leftrightarrow (m_{1j} - E_{2j})e^{-m_{1j}k_{1j}t_1} \le \overline{\alpha}_{1j}; \end{gathered}$$

$$|\varepsilon_{2j}(t_3)| \le \overline{\alpha}_{1j} + \frac{m_{2j} - a_{3j}E_{3j}}{m_{2j}k_{2j}} \exp(-(m_{2j}k_{2j} + a_{2j})t_1) +$$

(25) $$+ a_{3j}E_{3j}/(m_{2j}k_{2j}) \le \delta_{1j},\; |a_{3j}\varepsilon_{3j}(t) - v_{2j}(t)| \le a_{3j}\overline{\alpha}_{2j},\; t \ge t_3 \Leftrightarrow$$

$$(m_{2j} - a_{3j}E_{3j})\exp(-(m_{2j}k_{2j} + a_{2j})t_1) \le a_{3j}\overline{\alpha}_{2j};$$

$$(26)\quad \begin{aligned} &\left|\varepsilon_3(T)\right| \le \overline{\alpha}_{2j} + \frac{m_{3j} - X_{3j}}{m_{3j}k_{3j}a_{3j}} \exp(-(m_{3j}k_{3j}a_{3j})t_1) + \\ &+ X_{3j} / (m_{3j}k_{3j}a_{3j}) \le \delta_{2j},\ \left|q_{2j}(t) - v_{3j}(t)\right| \le \overline{\alpha}_{3j}, t \ge T \Leftrightarrow \\ &(m_{3j} - X_{3j}) \exp(-(m_{3j}k_{3j}a_{3j})t_1) \le \overline{\alpha}_{3j} \le \delta_{3j}. \end{aligned}$$

Из (24)–(26) следует, что ошибки наблюдения сходятся в следующие окрестности нуля:

$$(27)\quad \begin{aligned} &\left|\varepsilon_{2j}(t)\right| \le \overline{\alpha}_{1j} + \frac{a_{3j}(E_{3j} + \overline{\alpha}_{2j})}{m_{2j}k_{2j}} \le \delta_{1j},\ t \ge t_3, \\ &\left|\varepsilon_3(t)\right| \le \overline{\alpha}_{2j} + \frac{X_{3j} + \delta_{3j}}{m_{3j}k_{3j}a_{3j}} \le \delta_{2j},\ t \ge T. \end{aligned}$$

Примем, например, $\overline{\alpha}_{ij} = \delta_{ij} / 2, i = 1, 2, \overline{\alpha}_{3j} = \delta_{3j}$. Тогда из (24)–(27) получим нижние границы для выбора больших коэффициентов (при уже выбранных амплитудах), обеспечивающие заданную точность оценивания (11):

$$(28)\quad \begin{aligned} &\bar{k}_{1j} = \frac{1}{m_{1j}^* t_1^*} \ln \frac{2(m_{1j}^* - E_{2j})}{\delta_{1j}}; \\ &\bar{k}_{2j} = \frac{1}{m_{2j}^*} \max\left\{ \frac{2E_{3j} + \delta_{2j}}{\delta_{1j} / a_{3j}}; \frac{1}{t_1^*} \ln \frac{2(m_{2j}^* - a_{3j}E_{3j})}{a_{3j}\delta_{2j}} - a_{2j} \right\}; \\ &\bar{k}_{3j} = \frac{1}{m_{3j}^* a_{3j}} \max\left\{ \frac{2(X_{3j} + \delta_{3j})}{\delta_{2j}}; \frac{1}{t_1^*} \ln \frac{m_{3j}^* - X_{3j}}{\delta_{3j}} \right\}. \end{aligned}$$

Таким образом, существуют такие $\overline{m}_{ij}$ (21) и $\bar{k}_{ij}$ (28), что при всех $m_{ij} \ge \overline{m}_{ij}, k_{ij} \ge \bar{k}_{ij}$, $i = \overline{1,3}$, неравенства (11) будут выполнены. Лемма доказана.

Обратим внимание, что в представленной лемме доказывалось существование решения поставленной задачи с помощью анализа подсистем замкнутой системы на разных временных интервалах и достаточных условий устойчивости. При этом на всех этапах доказательства расчеты выполнялись для «наихудшего» случая. Конструктивность доказательства заключается в том, что формализован алгоритм настройки и нижние оценки для выбора параметров управляющих воздействий (9) в виде (21), (28), но по указанной причине полученные оценки весьма консервативны. Попытка получить менее консервативные оценки расчетным путем без конкретизации начальных условий приведет к избыточным громоздким построениям. Эффективным способом для дополнительной «тонкой» настройки параметров наблюдателя является численное моделирование замкнутой системы с динамической обратной связью.

Следует отметить, что величина ошибки наблюдения

$$\left|\varepsilon_{1j}\right| \le \frac{2E_{2j} + \delta_{1j}}{2m_{1j}^{*}k_{1j}^{*}}, t \ge t_1$$

не принципиальна в контексте поставленной задачи (4), так как переменные $\varphi(t)$ измеряются. В замкнутой системе базовый закон управления u (q_1, q_2, φ, ω, τ) формируется и по измеряемым выходам, и по полученным оценкам u (z_1, z_2, φ, ω, τ).

4. Заключение

Для электромеханического объекта с бездатчиковым манипулятором показана возможность оценивания неизмеряемых переменных вектора состояния с любой заданной точностью в условиях существенной параметрической неопределенности. Предложенный подход не требует идентификации неизвестных параметров и позволяет синтезировать наблюдатель независимо от используемого в замкнутой системе закона управления, так как на систему (5) и, следовательно, (6) управление напрямую не действует. Однако при синтезе обратной связи потребуется учитывать незатухающие ошибки наблюдения и их влияние на управляемые процессы. Поэтому при анализе замкнутой системы с динамической обратной связью и конкретным законом управления потребуются дополнительные исследования.

Представленные в данной работе пошаговые алгоритмы синтеза кусочно-линейных управляющих воздействий наблюдателя третьего порядка без ограничения общности можно распространить на наблюдатели большей размерности для соответствующих объектов управления. Формализация условий, при которых появляется возможность с помощью редуцированных наблюдателей специальной структуры получить оценки неизмеряемых переменных состояния параметрически неопределенных объектов управления общего вида, составляет предмет будущих исследований автора.

Литература

1. АНДРИЕВСКИЙ Б.Р., ФУРТАТ И.Б. *Наблюдатели возмущений: методы и приложения. Часть 2. Приложения* // Автоматика и телемеханика. – 2020. – №10. – P. 35–91.
2. АНТИПОВ А.С., КРАСНОВ Д.В., УТКИН А.В. *Декомпозиционный синтез системы управления электромеханическими объектами в условиях неполной информации* // Прикладная математика и механика. – 2019. – Т. 83, вып. 4. – С. 530–548.
3. КОКУНЬКО Ю.Г., КРАСНОВ Д.В., УТКИН А.В. *Два метода синтеза наблюдателей состояния и возмущений для беспилотного летательного аппарата* // Проблемы управления. – 2020. – №1. – С. 3–16.
4. КРАСНОВ Д.В., УТКИН А.В. *Синтез многофункциональной системы слежения в условиях неопределенности* // Управление большими системами. – 2017. – Вып. 69. – С. 29–49.
5. КРАСНОВА С.А. *Оценивание внешних возмущений на основе виртуальных динамических моделей* // Управление большими системами. – 2018. – Вып. 76. – С. 6–25.
6. КРАСНОВА С.А., МЫСИК Н.С. *Синтез инвариантной системы управления продольным движением летательного аппарата* // Автоматика и телемеханика. – 2011. – №10. – С. 104–116.
7. КРАСНОВА С.А., УТКИН В.А., УТКИН А.В. *Блочный синтез управления механическими системами в условиях неопределенности* // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2009. –№6. – С. 41–54.

8. ADETOLA V., GUAY M. *Finite-time parameter estimation in adaptive control of nonlinear systems* // IEEE Trans. on Automatic Control. – 2008. – Vol. 53, No. 3. – P. 807–811.
9. BUSURIN V.I., WIN Y.N., ZHEGLOV M.A. *Effect of Linear Acceleration on the Characteristics of an Optoelectronic Ring Transducer of Angular Velocity and its Compensation* // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. – 2019. – Vol. 55, No. 3. – P. 309–316.
10. KHALIL H.K., PRALY L. *High-gain observers in nonlinear feedback control* // Int. Journal Robust and Nonlinear Control. – 2014. – Vol. 24. – P. 993–1015.
11. LUENBERGER D.B. *Observers of multivariable system*s // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1966. – Vol. 11, No. 2. – P. 190–197.
12. SPONG M., HUTCHINSON S., VIDYASAGAR M. *Robot Modeling and Control*. – New York: Wiley, 2005. – 496 p.
13. SPURGEON S.K. *Sliding mode observers: a survey* // Int. Journal of Systems Science. – 2008. – Vol. 39, No. 8. – P. 751–764.
14. TEEL A.R. *A nonlinear small gain theorem for the analysis of control systems with saturation* // IEEE Trans. on Automatic Control. – 1996. – No. 41. – P. 1256–1270.

SYNTHESIS OF A REDUCED ORDER OBSERVER FOR ALL-DRIVE ELECTROMECHANICAL SYSTEM

Dmitry Krasnov, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, researcher (dim93kr@mail.ru).

Abstract: In a deterministic formulation, the problem of observing non-measurable variables of an electromechanical system operating under conditions of parametric uncertainty is considered. For the case when the sensors are located only on electrical actuators, the conditions are formalized under which the problem of observing the entire state vector has a solution without increasing the dynamic order of the closed-loop system due to regressors and identifiers of undefined parameters. As a basis for constructions, an approach to assessing external disturbances acting on an object is adopted, which does not need to use dynamic models of external influences. Within the framework of this approach, for the considered electromechanical system, the structure of a reduced robust state observer is substantiated. Unlike the standard reduced Luenberger observer, which does not use differential equations of measured variables, the proposed observer does not use differential equations *describing the dynamics of unmeasured state variables, which are assumed to be external bounded perturbations in solving the observation problem. A decomposition procedure for adjusting the parameters of piecewise linear feedbacks in an observer is developed, which provides stabilization with a given accuracy for a given time of observation errors and their derivatives. It is shown that the estimated signals of unmeasured variables are the corresponding variables and the control actions of the observer.*

Keywords: electromechanical system, robustness, reduced state observer, decomposition, piecewise linear feedback.

УДК 62.50
ББК 32.817
DOI: 10.25728/ubs.2022.96.3

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии Э.Ю. Калимулиной..

Поступила в редакцию 12.11.2021.
Опубликована 31.03.2022.