

УДК 519.7
ББК 22.18

АНАЛИЗ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБРАЗОВ ЗАКОНОВ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ АВТОМАТОВ

Епифанов А. С.¹

*(Учреждение Российской академии наук
Институт проблем точной механики и управления РАН,
Саратов)*

В работе осуществляется анализ свойств законов функционирования дискретных детерминированных динамических систем (автоматов), представленных в виде геометрических образов – графиков с числовыми координатами точек. В качестве геометрических образов рассматриваются классические геометрические кривые: спираль Фибоначчи, лемниската Бернулли, баллистическая кривая, эвольвента круга, логарифмическая спираль, спираль Архимеда, астроида, спираль Галилео, брахистохрона и т.д. Исследуется зависимость числа состояний у минимального автомата, построенного по кривой, от мощности входного алфавита автомата.

Конечный детерминированный автомат, фазовая картина дискретной детерминированной динамической системы, оценка сложности

1. Введение

Используемые традиционные математические модели дискретных детерминированных динамических систем задаются символьными структурами: таблицами, графами, матрицами, логическими уравнениями. Данные модели не пригодны для

¹ *Епифанов Антон Сергеевич, аспирант, г. Саратов, ул.Рабочая д. 24
(epifanovas@list.ru)*

использования при анализе и синтезе больших и сложных систем ввиду огромной размерности. Твердохлебовым В. А. в работе [8] предложен и разработан новый подход для задания законов функционирования дискретных детерминированных динамических систем, основанный на числовых структурах. Данный подход позволяет использовать мощные идеализации классической непрерывной математики: бесконечно малой величины, актуальной бесконечности, суммирования бесконечных рядов, предельного перехода и т.п. Предложенный подход позволяет задавать законы функционирования геометрическими фигурами, которые в свою очередь могут быть заданы аналитически, совместить средства диагностирования различной природы в единую форму – эксперимент с автоматом, использовать классические методы интерполяции и экстраполяции для доопределения частично заданных законов функционирования. Разработанный геометрический образ представляет собой фазовую картину объекта диагностирования, в котором сечениями представлены конкретные варианты функционирования объекта – фазовые траектории (см. рис. 1 (а)).

2. Геометрические образы законов функционирования автоматов

Геометрический образ g_s законов функционирования (см. работы [4-8]) – функции переходов $d: S \times X \rightarrow S$ и функции выходов $I: S \times X \rightarrow Y$ инициального конечного детерминированного автомата $A_s = (S, X, Y, d, I, s)$ с множествами состояний S , входных сигналов X и выходных сигналов Y , – определяется на основе введения линейного порядка w в автоматном отображении $r'_s = \bigcup_{p \in X^*} \{(p, I(s, p))\}$, где $I(s, p) = I(d(s, p'), x)$

при $p = p'x$.

Автоматное отображение ρ_s (множество пар) упорядочивается линейным порядком ω , определенным на основе порядка ω_1 на X^* и заданным следующими правилами:

Правило 1. На множестве X вводим некоторый линейный порядок w_1 (который будем обозначать $<_1$).

Правило 2. Порядок w_1 на X распространим до линейного порядка на множестве X^* , полагая, что

– для любых слов $p_1, p_2 \in X^*$ неодинаковой длины ($|p_1| \neq |p_2|$) $|p_1| < |p_2| \rightarrow p_1 <_1 p_2$;

– для любых слов $p_1, p_2 \in X^*$, для которых $|p_1| = |p_2|$ и $p_1 \neq p_2$, их отношение по порядку w_1 повторяет отношение ближайших слева несовпадающих букв слов p_1 и p_2 . Аналогично определяется порядок w_2 на множестве слов Y^* .

После введения на множестве X^* линейного порядка w_1 получаем линейно упорядоченное множество $r_s = (r_s', \omega_1')$, где w_1' – порядок на r_s' , индуцированный порядком w_1 на X^* .

Определив на множестве Y линейный порядок w_2 и разместив множество точек ρ_s в системе координат D_1 с осью абсцисс (X^*, w_1) и осью ординат (Y, w_2) , получаем геометрический образ γ_s законов функционирования инициального конечного детерминированного автомата $A_s = (S, X, Y, d, I, s)$. Линейные порядки w_1 и w_2 позволяют заменять элементы множеств X^* и Y их номерами $r_1(p)$ и $r_2(p)$ по этим порядкам. В результате определяются две формы геометрических образов: символьная структура в системе координат D_1 и числовая структура в системе координат с целочисленными или вещественными положительными полуосями.

Представление геометрического образа γ_s как числовой структуры позволяет при постановках и в методах решения задач использовать аппарат непрерывной математики: задание законов функционирования автоматов числовыми уравнениями, использование числовых процедур, интерполяцию и аппроксимацию частично заданных законов функционирования и т.п.

Предложенный Твердохлебовым В. А. [8] геометрический подход позволяет использовать для задания законов функционирования сложных систем следующую схему: законы функционирования дискретной детерминированной динамической

системы представляются как фазовая картина; фазовая картина совмещается с автоматным отображением, которое линейно упорядочивается и взаимнооднозначно представляется в форме дискретного числового графика; точки графика, соответствующего фазовой картине, рассматриваются на геометрической кривой линии в евклидовой плоскости, что позволяет для представления фазовых картин динамических систем использовать мощные идеализации непрерывной математики.

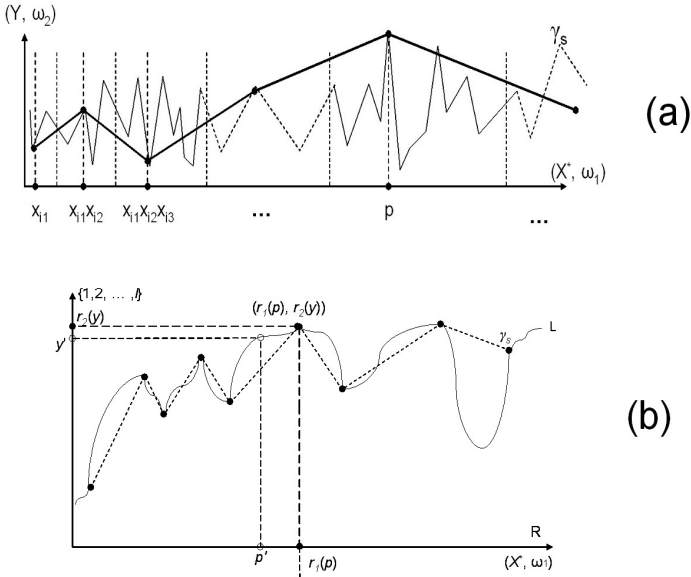


Рис. 1. Общие схемы: геометрического образа γ_s законов функционирования автомата и конкретного процесса функционирования $\gamma_s(p)$ – часть (а), и расположения геометрического образа на непрерывной кривой L с указанием расширения законов функционирования включением пары (p', y') – часть (б)

В геометрических образах законов функционирования автоматов (см. [4-8]) связь входных и выходных сигналов представлена явно, так как геометрические образы являются результатом

введения линейного порядка на автоматном отображении. В геометрических образах законов функционирования дискретных детерминированных динамических систем (т.е. дискретных детерминированных автоматов с конечным или бесконечным множеством состояний) функция изменения состояний определяется явно и точно, если в качестве множества состояний рассматривать множество $S = \{s_p\}_{p \in X^*}$, а функцию изменения состояний $d: S \times X \rightarrow S$ определять правилом: для любых $x \in X$ и $p \in X^*$ $d(s_p, x) = s_{px}$, а s_e – начальное состояние, для которого $d(s_e, p) = s_p$. В соответствии с правилами построения геометрических образов законов функционирования систем с дискретными множествами состояний, входных и выходных сигналов на оси абсцисс системы координат, в которой изображается геометрический образ, для каждого состояния s_p системы имеется взаимоднозначно определяемый отрезок из m точек, где $m = |X|$. Такими точками являются px_1, px_2, \dots, px_m . Для каждой из точек $px_i, 1 \leq i \leq m$, геометрический образ определяет точку $y_{j_i} = \tilde{I}(s_e, px_i)$, где $\tilde{I}(s_e, px_i)$ – последний выходной сигнал в последовательности выходных сигналов $I(s_e, px_i)$, определяемый расширенной функцией выходов I . (Если выходные сигналы являются метками состояний, как в автоматах типа Мура, то $y_{j_i} = n(s_{px_i})$, где n – функция отметок состояний). На рис. 2 показаны связь состояний системы с отрезками оси абсцисс и представление фазовой траектории $s_e, d(s_e, x_{i_1}), d(d(s_e, x_{i_1}), x_{i_2}), \dots, d(d(s_e, p), x_{i_3}), \dots$ последовательностью точек $(x_{i_1}, y_{j_1}), (x_{i_1} x_{i_2}, y_{j_2}), \dots, (px_{i_3}, y_{j_3}), \dots$ геометрического образа законов функционирования системы. После преобразования частичной фазовой картины в частичный геометрический образ поиск решения задачи определения всех воздействий, формирующих полную фазовую картину, может быть осуществлён на основе доопределения геометрического образа законов

функционирования системы. Такое доопределение без дополнительных условий и ограничений неоднозначно.

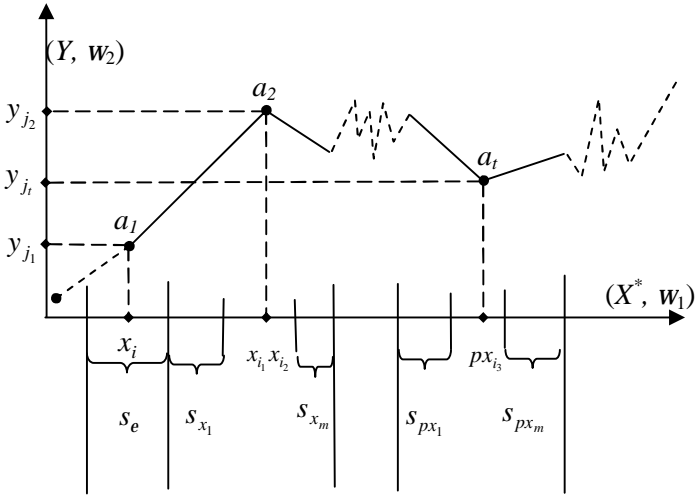


Рис. 2. Схема связи фазовой траектории $a_1, a_2, \dots, a_i, \dots$ с последовательностью состояний системы и геометрическим образом законов функционирования

3. Метод синтеза автомата по заданной геометрической кривой

Предполагается, что плоская геометрическая фигура Φ' размещена в главном квадранте (первом квадрате) декартовой системы координат. Точки фигуры имеют интерпретацию в некоторой прикладной области как представители свойств, характеристик, значений параметров и т.п. В связи с этим обход фигуры рассматривается как «движение» (изменение в реальном или абстрактном времени) этих свойств, характеристик, значений параметров и т.п.

Для множества состояний инициального конечного детерминированного автомата (A, s_0) , $A = (S, X, Y, d, I)$ будем использовать обозначение: $S = \{s_p\}_{p \in X^*}$, где для любых $x \in X$ и $p \in X^*$ $d(s_p, x) = s_{px}$, $s_0 = s_\varepsilon$. Это позволяет ввести и использовать стандартное определение функции переходов δ с возможной последующей минимизацией автомата по числу состояний и соответствующей коррекцией функции δ .

Метод состоит из реализации следующих этапов, включающих действия в двух вариантах главного квадранта классической системы координат.

Действия, выполняемые в первом варианте главного квадранта:

1 этап. Заданная фигура Φ' (возможно, но не обязательно) заменяется конгруэнтной фигурой Φ с более удобным её расположением относительно осей системы координат (рис. 3, (b)).

2 этап. Выбирается обход фигуры Φ , имеющий интерпретацию (или порождающий интерпретацию) как изменение свойств, характеристик, значений параметров моделируемого объекта, процесса, события и т.п. (рис. 3, (c)).

3 этап. Выбирается прямая линия Z , которая параллельна оси ординат и имеет одну или несколько общих точек с фигурой Φ (касается или пересекает фигуру).

4 этап. Одна из общих точек a_1 линии Z и фигуры Φ выбирается начальной точкой обхода (см. рис. 3, (d)).

5 этап. Строится сеть прямых линий, пересекающих фигуру Φ , по следующим правилам:

– фигура Φ пересекается u прямыми линиями (при выбранной величине u), параллельными оси ординат;

– фигуру Φ пересекает конечное число прямых, параллельных оси абсцисс и проходящих через точки пересечения фигуры Φ с построенными прямыми, параллельными оси ординат;

– точки, в которых в фигуре Φ одновременно пересекаются прямые, параллельные оси ординат, и прямые, параллельные оси абсцисс, обозначаются a_1, a_2, \dots, a_d в соответствии с порядком обхода фигуры Φ .

6 этап. Точки оси ординат, полученные пересечением прямых, параллельных оси абсцисс и проходящих через точки a_1, a_2, \dots, a_d , обозначаются от начала системы координат символами y_1, y_2, \dots, y_l , где $l \leq d$, интерпретируемыми как выходные сигналы автомата (рис. 3, (e)).

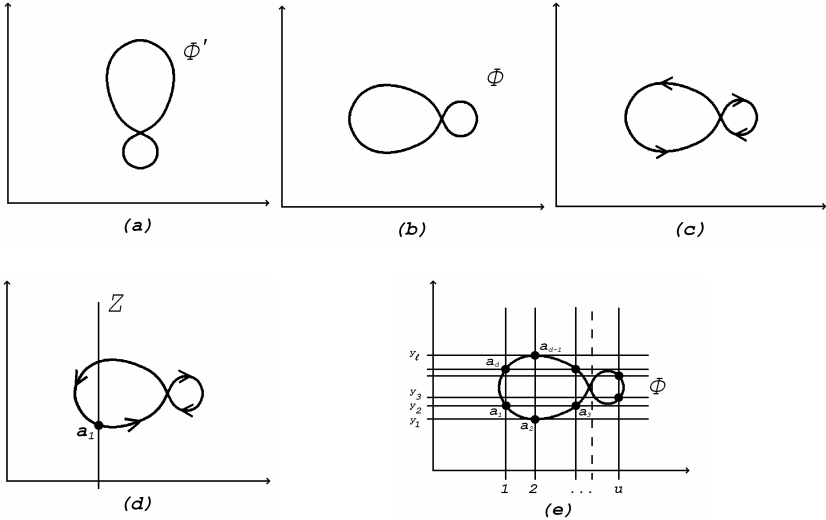


Рис.3. Иллюстрация этапов 1-6 синтеза автомата по геометрической фигуре

Действия, выполняемые во втором варианте главного квадранта:

7 этап. По последовательности точек a_1, a_2, \dots, a_d строится ломаная линия по правилам:

- на оси абсцисс при $u \leq d$ откладывается d точек $1, 2, \dots, d$;
- через каждую точку $i, u < i \leq d$, проводится прямая, параллельная оси ординат;
- каждой точке $i, u < i \leq d$, оси абсцисс сопоставляется вторая координата точки a_i фигуры Φ и определяется точка $(i, pr_2(a_i))$ – вершина ломаной линии.

Полученная последовательность точек $(i, pr_2(a_i))$, где $1 \leq i \leq d$, полагается базовой ломаной линией γ_B , определяющей геометрический образ автомата (A, s_e) . Возможен один из двух случаев:

- γ_B периодическая ломаная линия с наименьшим периодом g'_B ;
- g_B непериодическая ломаная линия.

Если ломаная линия γ_B содержит конечное число вершин, то для ее продолжения на всю ось абсцисс требуется выбрать правила доопределения. В случае, когда γ_B – периодическая ломаная линия с наименьшим периодом γ_B , ломаная линия может быть бесконечно продолжена как периодическая линия с периодом g'_B . Если γ_B непериодическая ломаная линия, то выбирается некоторый способ ее доопределения.

Следующие этапы метода синтеза автомата по заданной геометрической фигуре реализуются для заданного периода периодического геометрического образа g_{s_e} автомата (A, s_e) .

8 этап. Выбирается целое положительное число m , $2 \leq m \leq d$, и полагается, что $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$.

9 этап. Выбираем на оси абсцисс (счетно) бесконечную последовательность точек, нумеруем точки числами натурального ряда и сопоставляем взаимнооднозначно точкам элементы множества всех конечных слов X^* по порядку ω_1 , введенному в части 2. Полученная бесконечная ломаная линия полагается геометрическим образом g_{s_e} инициального автомата (A, s_e) .

10 этап. По заданному числу m , принятым обозначениям состояний $s_0 = s_e$ и $d(s_p, x) = s_{px}$ стандартно, без учета специфических свойств функции δ , заполняется часть T'_d таблицы переходов T_d для функции δ .

11 этап. По определению геометрического образа g_{s_e} и выбору целого положительного числа m (числа входных сигналов автомата) на оси абсцисс множество точек (линейно упорядоченное порядком ω_1 множество X^*) слева направо разбивается

на отрезки по m точек. Каждому отрезку сопоставляется состояние автомата в соответствии с порядком состояний, определяемым порядком их индексов: $s_e, s_{x_1}, \dots, s_{x_m}, s_{x_1 x_1}, \dots, s_p, \dots$.

12 этап. Каждым выделенным на этапе 11 отрезком $\langle px_1, px_2, \dots, px_m \rangle$ оси абсцисс, где $p \in X^*$, и соответствующей частью ломаной линии $\langle (px_1, y_{j_1}), (px_2, y_{j_2}), \dots, (px_m, y_{j_m}) \rangle$, где $y_{j_1}, y_{j_2}, \dots, y_{j_m} \in Y$, определяется часть расширенной функции выходов $I(s_e, px_1) = y_{j_1}, I(s_e, px_2) = y_{j_2}, \dots, I(s_e, px_m) = y_{j_m}$, т.е. равенства $I(s_p, x_1) = y_{j_1}, I(s_p, x_2) = y_{j_2}, \dots, I(s_p, x_m) = y_{j_m}$.

Приведённый метод синтеза законов функционирования дискретного детерминированного автомата по заданной геометрической фигуре устанавливает взаимнооднозначное соответствие между функциями d и I и геометрической фигурой на основании выбранных и зафиксированных обходов линии и точек на кривой. Фактически в методе кривая линия представлена последовательностью точек, выбор которой без дополнительных условий неоднозначен. Кроме того, любая последовательность элементов из произвольного конечного множества может быть рассмотрена как последовательность вторых координат вершин геометрического образа законов функционирования дискретного детерминированного автомата. К последовательности должны быть добавлены конечное множество X с интерпретацией его как множества входных сигналов и линейный порядок w_1 на X^* . Это позволяет любое «движение», т.е. изменение параметров, свойств, показателей, характеристик и т.п., систематизированное в форму точек кривой линии, представить в любом из следующих видов:

- геометрический образ законов функционирования дискретной детерминированной динамической системы;
- сечение геометрического образа, соответствующим конкретному процессу функционирования.

Следовательно, выбранные точки на кривой линии и ориентация их обхода могут быть рассмотрены как фазовая картина или как конкретная фазовая траектория.

4. Классификация и оценка сложности законов функционирования дискретных детерминированных систем

Предложенный и разработанный в работе [8] аппарат геометрических образов автоматов позволяет рассматривать кривую на плоскости как фазовую картину законов функционирования дискретной детерминированной динамической системы. Новый геометрический подход позволяет сопоставить произвольной кривой на плоскости автомат и осуществлять классификацию и оценку сложности кривых на основе свойств автоматов. В данной работе общие свойства кривых и специфические свойства определяются на основе определения числа состояний в минимальном автомате, сопоставленном кривой.

Для анализа выбран банк $2D$ - и $3D$ -кривых и фракталов, представленный в сети интернет по адресу [10]. Данный банк собран коллективом французских математиков и обозначен авторами как «Энциклопедия фундаментальных математических структур» (далее для обозначения банка *ENCYCLOPÉDIE DES FORMES MATHÉMATIQUES REMARQUABLES* используется аббревиатура *EFMR*). В данной работе исследованию подвергаются только $2D$ -кривые, извлеченные из *EFMR*. Для анализа выбраны 50 наиболее известных и распространенных геометрических кривых на плоскости: спираль Фибоначчи, лемниската Бернулли, баллистическая кривая, эвольвента круга, логарифмическая спираль, спираль Архимеда, астроида, спираль Галилео брахистохрона, кардиоида, кривая преследования, циссоида, кривая Гаусса, корноида и др. Проведенное исследование свойств $2D$ -кривых включило:

– построение по каждой кривой трёх автоматов (при $|X| = 2, 5, 10$);

- минимизация построенных автоматов по числу состояний;
- разбиение класса из 150 автоматов на подклассы по числу состояний в минимальном автомате.

Исследование банка кривых проводилось в предположении, что для представления специфических свойств кривых достаточно их приближения, заданного 30 точками (соответственно извлеченные последовательности состоят из 30 элементов). Существенным является способ доопределения функции переходов δ автомата. Исследованы циклическое доопределение, доопределение в начальное состояние, генерация состояния псевдослучайным образом (из множества возможных состояний). В случае, когда $\frac{k}{|X|} \neq \left\lceil \frac{k}{|X|} \right\rceil$, где $|X|$ – мощность входного

алфавита автомата, а k – число точек на кривой (по которой строятся законы функционирования автомата), доопределение требуется и для функции выходов λ . В данной работе доопределение функции переходов осуществляется всеми указанными способами, а значение мощности входного алфавита и количество точек выбраны таким образом, что $\frac{k}{|X|} = \left\lceil \frac{k}{|X|} \right\rceil$, поэтому

доопределение функции λ не требуется. В таблицах 1, 2 приведено табличное задание автомата (при $|X| = 2$), построенного по спирали Фибоначчи при циклическом доопределении функции переходов.

Таблица 1. Таблица переходов автомата, построенного по спирали Фибоначчи

δ	s_0	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8	s_9	s_{10}	s_{11}	s_{12}	s_{13}	s_{14}
x_1	s_1	s_3	s_5	s_7	s_9	s_{11}	s_{13}	s_0	s_2	s_4	s_6	s_8	s_{10}	s_{12}	s_{14}
x_2	s_2	s_4	s_6	s_8	s_{10}	s_{12}	s_{14}	s_1	s_3	s_5	s_7	s_9	s_{11}	s_{13}	s_0

Таблица 2. Таблица выходов автомата (имеющего два входных сигнала), построенного по спирали Фибоначчи

λ	s_0	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8	s_9	s_{10}	s_{11}	s_{12}	s_{13}	s_{14}
x_1	y_5	y_3	y_6	y_6	y_3	y_1	y_1	y_3	y_8	y_{10}	y_{12}	y_{14}	y_{16}	y_{18}	y_{18}
x_2	y_4	y_5	y_7	y_5	y_2	y_0	y_2	y_7	y_9	y_{11}	y_{13}	y_{15}	y_{17}	y_{18}	y_{17}

Построенные по спирали Фибоначчи три автомата (так же как и по любой из анализируемых геометрических кривых) имеют соответственно 15, 6 и 3 состояния. Проведенное выделение классов эквивалентных состояний показало, что у всех 150 автоматов, построенных по 50 геометрическим кривым количество классов эквивалентности совпадает с числом состояний автомата, т.е. автоматы уже являются минимальными по числу состояний. Данное свойство присутствует у всех 150 автоматов, построенных при всех использованных способах доопределения функции переходов автомата: при циклическом доопределении функции переходов, при доопределении в начальное состояние, при доопределении с использованием генератора случайных чисел (состояние выбирается случайным образом из множества возможных состояний). В качестве примера автомата, построенного при доопределении функции переходов в начальное состояние в таблице 3 приведен автомат, имеющий 5 входных сигналов (построенный по лемнискате Бернулли). Все три использованных способа доопределения функции переходов автомата дали одинаковые результаты (по числу состояний автомата после минимизации). В общем случае от способа доопределения существенно зависит число состояний у автомата после минимизации. В результате проведенного исследования определены классы эквивалентных по сложности кривых и стоящих за ними законов функционирования дискретных динамических систем.

Таблица 3. Таблицы переходов и выходов автомата (имеющего 5 входных сигналов), построенного по лемнискате Бернулли

δ	s_0	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5
x_1	s_1	s_0	s_0	s_0	s_0	s_0
x_2	s_2	s_0	s_0	s_0	s_0	s_0
x_3	s_3	s_0	s_0	s_0	s_0	s_0
x_4	s_4	s_0	s_0	s_0	s_0	s_0
x_5	s_5	s_0	s_0	s_0	s_0	s_0

λ	s_0	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5
x_1	y_3	y_7	y_2	y_3	y_7	y_2
x_2	y_5	y_6	y_1	y_5	y_6	y_1
x_3	y_6	y_5	y_0	y_6	y_5	y_0
x_4	y_7	y_4	y_1	y_7	y_4	y_1
x_5	y_8	y_3	y_2	y_8	y_3	y_2

Проведенное исследование банка *EFMR* включило также построение и анализ спектров Ω для числовых последовательностей, извлеченных из 50 выбранных для исследования геометрических кривых. Спектр динамических параметров рекуррентного определения числовых последовательностей, предложенный и разработанный в работе [8], характеризует сложность последовательности с позиции взаиморасположения элементов в последовательности. Спектр $\Omega(x)$ для последовательности x имеет 5 уровней: $\Omega(x) = (\Omega_0(x), \Omega_1(x), \Omega_2(x), \Omega_3(x), \Omega_4(x))$, на которых числовыми значениями представлены порядки рекуррентных форм, длины отрезков последовательности, определяемые отдельными рекуррентными формами и количества смен рекуррентных форм. По определению $\Omega_0(x) = m_0(x)$, где $m_0(x)$ – наименьший порядок рекуррентной формы, определяющей всю последовательность x . На уровне $\Omega_1(x)$ спектра $\Omega(x)$ расположено m_0 чисел ($m_0 \in N^+$), определяющих для рекуррентных форм порядков от 1 до m_0 размеры наибольших определяемых начальных отрезков последовательности x . Уровень $\Omega_2(x)$ содержит m_0 чисел, показывающих, сколько раз для рассматриваемого порядка рекуррентных форм потребовалось заменять рекуррентные формы при определении последовательности x . На уровне $\Omega_3(x)$ каждое число смен рекуррентных форм, показанное на уровне $\Omega_2(x)$, заменено длинами отрезков последовательности x , определяемых отдельными рекуррентными формами. С

использованием введенных обозначений спектр $\Omega(x)$ имеет структуру:

$$\begin{aligned}\Omega_0(x) &= \langle m_0(\bar{x}) \rangle; \\ \Omega_1(x) &= \langle d^1(x), d^2(x), \dots, d^a(x) \rangle; \\ \Omega_2(x) &= \langle r^1(x), r^2(x), \dots, r^a(x) \rangle; \\ \Omega_3(x) &= \langle \Omega_3^1(x), \Omega_3^2(x), \dots, \Omega_3^a(x) \rangle,\end{aligned}$$

где $a = m_0(x)$ и $\Omega_3^j(x) = \langle d_1^j(x), d_2^j(x), \dots, d_{n_j}^j(x) \rangle$; n_j – номер последнего отрезка в определении последовательности x как последовательности отрезков, определяемых отдельными рекуррентными формами порядка j ; $\Omega_4(x) = \Theta(\Omega_3(x))$, где Θ – оператор замены в $\Omega_3(x)$ величин длин отрезков весами использованных рекуррентных форм для определения отрезков.

Характеристика разбиений P_0, P_1, P_2, P_3 множества из 50 анализируемых последовательностей длины 30, полученная в результате построения спектров и разбиений по показателям спектров, представлены в таблице 4. На рис. 4, в качестве примера, изображены кривые, эквивалентные на нулевом уровне Ω_0 спектра Ω . В данном классе эквивалентности находится логарифмическая спираль (см. рис. 4.(3)), а также кривые, информация о которых представлена в таблице 5. Минимальный порядок рекуррентной формы, необходимый для определения последовательности, сопоставляемой кривой, в данном классе эквивалентности равен 3.

Таблица 4. Информация о разбиениях множества последовательностей, сопоставленных геометрическим кривым на классы эквивалентности по спектру Ω

Характеристика	P_0	P_1	P_2	P_3
Число подклассов в разбиении	9	44	46	47
Максимальная мощность подкласса	18	3	3	3
Минимальная мощность подкласса	1	1	1	1

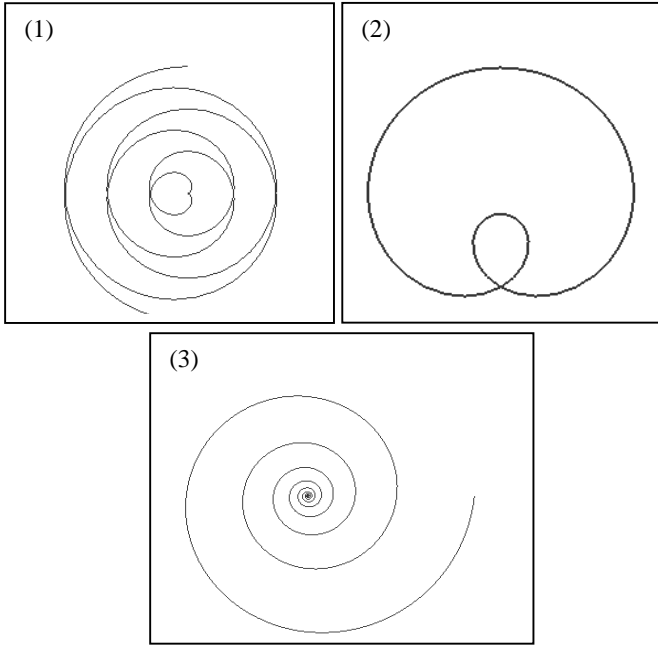


Рис. 4. Геометрические кривые, эквивалентные по показателям нулевого уровня Ω_0 спектра Ω

Таблица 5. Геометрические кривые, эквивалентные на нулевом уровне Ω_0 спектра Ω

№	Название кривой в банке EFMR	Аналитическое задание (извлеченное из EFMR)	Ссылка на изображение
1.	<i>Developpante de cercle</i>	$aq = \pm \left(\sqrt{r^2 - a^2} - a \arccos \frac{a}{r} \right)$	рис. 4(1)
2.	<i>Limaçon trisecteur</i>	$r = a(1 + 2 \cos q)$	рис. 4(2)
3.	<i>Spirale Logarithmique</i>	$r = ae^{kq}$	рис. 4(3)

5. Краткие выводы

В работе построены и проанализированы классы дискретных детерминированных автоматов, определенные на основе математических свойств геометрических образов, задающих законы функционирования автоматов. Используемый геометрический подход позволяет исследовать свойства законов функционирования дискретных детерминированных динамических систем на основе анализа свойств геометрических кривых и числовых последовательностей. Изложенные в статье результаты показывают возможность практического использования аппарата геометрических образов для задания и исследования свойств законов функционирования дискретных детерминированных динамических систем. Определены эквивалентные по сложности геометрические кривые, т.е. эквивалентные по сложности законы функционирования автоматов.

Литература

1. ЕПИФАНОВ А. С. *Анализ фазовых картин дискретных динамических систем*. – Саратов: Изд-во «Научная книга», 2008. – 156 с.
2. ЕПИФАНОВ А. С. *Интерпретация спектра характеристик дискретных систем при проектировании* / Материалы 6-ой международной конф. «Автоматизация проектирования дискретных систем». – Минск, 2007. – Т.1.
3. ЕПИФАНОВ А. С. *Интерполяция фазовых картин дискретных детерминированных систем* // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2008. – №5. – С. 128-132.
4. ТВЕРДОХЛЕБОВ В. А. *Геометрические образы конечных детерминированных автоматов* // Известия Саратов. ун-та (Новая серия), Саратов. – 2005. – Т.5. Вып.1. – С. 141-153.
5. ТВЕРДОХЛЕБОВ В. А. *Геометрические образы поведения дискретных детерминированных систем* // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2006. – №5. – С. 161-165.

6. ТВЕРДОХЛЕБОВ В. А. *Рекуррентно-автоматные характеристики динамических систем* / Материалы 9-ой Международ.конф. «Интеллектуальные системы и компьютерные науки». – Москва, 2006. – Т.1, Ч.2. – С.168-171.
7. ТВЕРДОХЛЕБОВ В. А. *Методы интерполяции в техническом диагностировании* / Ж-л «Проблемы управления», Москва. – 2007. – №2. – С.28-34.
8. ТВЕРДОХЛЕБОВ В. А. *Геометрические образы законов функционирования автоматов*. – Саратов: изд-во «Научная книга», 2008. – 183 с.
9. <http://www.research.att.com/~njas/sequences/Seis.html> (дата обращения: 20.11.2008).
10. www.mathcurve.com (дата обращения: 22.11.2008).

THE ANALYSIS OF GEOMETRICAL IMAGES OF FINITE STATE MASHINE OPERATION RULES

Anton Epifanov, Institute of problems of precision mechanics and Control Sciences of RAS, Saratov, PhD student (epifanovas@list.ru).

Operations rules are analyzed of the discrete determined dynamic systems (finite state machine) presented in the form of geometrical images - schedules with numerical coordinates of points. As geometrical images are considered classical geometrical curves: golden spiral, Lemniscate of Bernouilli, a ballistic curve, Equiangular spiral, Archimedian spiral, Astroid, Galileo's spiral, Brachistochrone (or brachistochronous) curve etc. In article is researched dependence of number of conditions at the minimal finite state machine constructed on a curve, from power of the entrance alphabet of the finite state machine.

Keywords: finite state machine, phase picture of the discrete determined dynamic system, estimation of complexity

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии М.Ф. Караваем