

**Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН**

УПРАВЛЕНИЕ БОЛЬШИМИ СИСТЕМАМИ

Выпуск 24

Март 2009

**СБОРНИК
ТРУДОВ**

ISSN 1819-2467

Регистрационный номер Эл №ФС77-27285 от 22.02.2007

Москва – 2009

www.mtas.ru

ИНТЕРНЕТ-сайт теории управления организационными системами

Целью сайта является предоставление специалистам по теории и практике управления организационными системами (ученым, преподавателям, аспирантам, студентам, а также реальным управленцам) доступа к ресурсам, отражающим современное состояние теории и возможности обмена идеями и результатами.



На сайте имеются разделы:

Теория – с обзором теории управления организационными системами, глоссарием, информацией для аспирантов;

Практика – с обзором результатов внедрения механизмов управления в реальных организациях;

Библиография – около 2500 публикаций по теории управления, снабжена классификатором и аннотациями;

Электронная библиотека – более 600 полнотекстовых монографий, статей и учебных пособий;

а также многое другое.

На сайте работает **форум**, на котором можно обсудить вопросы, относящиеся к математике, экономике, управлению организациями, узнать новости теории управления и ознакомиться с планируемыми конференциями и семинарами.

НАУЧНО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ЦЕНТРЫ (НОЦ) – НОВАЯ ФОРМА СЕТЕВОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

НОЦ создаются на базе ВУЗов в целях объединения усилий и ресурсов ИПУ РАН и ВУЗов для:

- подготовки, переподготовки и повышения квалификации специалистов по теории и практике управления;
- проведения фундаментальных и прикладных научных исследований на основе грантов и договоров с заказчиками, федеральных и региональных научных программ и проектов;
- организации стажировок и обучения молодых ученых;
- проведения конкурсов по теории управления и приложениям;
- организации конференций и других научных мероприятий;
- осуществления издательской деятельности и т.д.

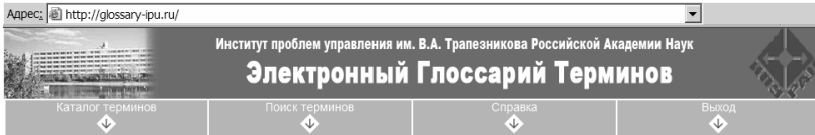
На сегодняшний день успешно функционируют:

- Волгоградский научно-образовательный центр проблем управления (на базе ВолГУ)
- Воронежский научно-образовательный центр проблем управления (на базе ВГАСУ)
- Казанский научно-образовательный центр проблем управления (на базе КГТУ)
- Инновационный научно-образовательный центр (на базе МАИ)
- Инновационный научно-образовательный центр (на базе МВТУ)
- Липецкий научно-образовательный центр проблем управления (на базе ЛГТУ)
- Самарский научно-образовательный центр проблем управления (на базе СГАУ)
- Старооскольский научно-образовательный центр проблем управления (на базе СТИ).
- Тверской научно-образовательный центр проблем управления (на базе ТГТУ)
- Удмуртский научно-образовательный центр проблем управления (на базе УдГУ)

Сборник трудов «Управление большими системами» выпускается ИПУ РАН совместно с этими НОЦ.

Приглашаем к сотрудничеству!

glossary-ipu.ru



Глоссарий - это комплексное введение в какую-либо тему. Он состоит из статей, в которых дается определение терминов и ссылки, по которым можно найти углубленное раскрытие темы. Своими статьями в совокупности глоссарий описывает ту или иную область знаний, в данном случае - это проблемы теории управления и ее приложений.

Задача сайта **glossary-ipu.ru** и, в частности, глоссария - дать возможность специалистам в области проблем управления лучше и правильно понимать друг друга. Это не означает единообразия в понимании той или иной проблемы, но сама она и ее решение должно быть описано в терминах, одинаково понятых всеми заинтересованными специалистами.

Каждый автор или группа по интересам может претендовать на свое понимание того или иного термина. Поэтому соответствующий раздел статьи глоссария может иметь несколько определений, которые заносятся туда после определенной процедуры согласования, выполняемой модератором рубрики.

Просмотр статей глоссария доступен любому пользователю. При желании Вы можете стать автором, предварительно пройдя регистрацию и получив разрешение модератора рубрики.

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова

**УПРАВЛЕНИЕ
БОЛЬШИМИ
СИСТЕМАМИ**

СБОРНИК ТРУДОВ

Выпуск 24

Москва – 2009

КООРДИНАЦИОННЫЙ СОВЕТ

Академики РАН Васильев С.Н., Емельянов С.В., Коровин С.К., Куржанский А.Б., Федосов Е.А., Черноусько Ф.Л.; члены-корреспонденты РАН Желтов С.Ю., Каляев И.А., Меликян А.А., Пархоменко П.П., Попков Ю.С.; д-ра техн. наук, проф. Бутковский А.Г., Дорофеев А.А., Кузнецов О.П., Кульба В.В., Кротов В.Ф., Лотоцкий В.А., Павлов Б.В., Поляк Б.Т., Рутковский В.Ю.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Главный редактор: Новиков Д.А. **Ответственный секретарь:** Губко М.В.

Д-ра техн. наук, проф. Алескеров Ф.Т. (ГУ ВШЭ), проф. Артамонов Е.И. (ИПУ РАН), д-р экон. наук, проф. Архипова М.Ю. (ИПИ РАН), д-ра техн. наук, проф. Афанасьев В.Н. (МИЭМ), проф. Бахтадзе Н.Н. (ИПУ РАН), проф. Бурков В.Н. (ИПУ РАН), проф. Вишневецкий В.М. (ИППИ РАН), д-р экон. наук, проф. Голиченко О.Г. (ЦЭМИ РАН), д-р физ.-мат. наук, проф. Добровидов А.В. (ИПУ РАН), д-ра техн. наук, проф. Заложнев А.Ю. (ИПУ РАН), проф. Земляков С.Д. (ИПУ РАН), проф. Ириков В.А. (МФТИ), проф. Калянов Г.Н. (ИПУ РАН), проф. Касаткин С.И. (ИПУ РАН), проф. Каравай М.Ф. (ИПУ РАН), д-р экон. наук, проф. Клочков В.В. (ИПУ РАН), д-ра техн. наук, проф. Кононенко А.Ф. (ВЦ РАН), проф. Курдюков А.П. (ИПУ РАН), проф. Лебедев В.Г. (ИПУ РАН), к-т техн. наук, доцент Лебедев В.Н. (ИПУ РАН), д-р экон. наук, проф. Ловчиновский Э.В. (ИПУ РАН), д-р техн. наук, проф. Мандель А.С. (ИПУ РАН), д-р экон. наук, проф. Нижегородцев Р.М. (ИПУ РАН), д-ра техн. наук, проф. Новосельцев В.Н. (ИПУ РАН), проф. Орлов А.И. (МВТУ), канд. техн. наук Петрикевич Я.И. (ИПУ РАН), д-р физ.-мат. наук, проф. Рапопорт Л.Б. (ИПУ РАН), д-р техн. наук, проф. Рыков А.С. (МИСИС), д-р экон. наук, проф. Секерин В.Д. (ИПУ РАН), д-ра техн. наук, проф. Сидельников Ю.В. (МАИ), проф. Совлуков А.С. (ИПУ РАН), д-р экон. наук, проф. Сухарев О.С. (Ин-т экономики РАН), д-ра техн. наук, проф. Уткин В.А. (ИПУ РАН), проф. Хоботов Е.Н. (МВТУ), канд. физ.-мат. наук, доцент Чеботарев П.Ю. (ИПУ РАН), д-ра физ.-мат. наук, проф. Чхартишвили А.Г. (ИПУ РАН), проф. Щербаков П.С. (ИПУ РАН).

РЕГИОНАЛЬНЫЕ РЕДАКЦИОННЫЕ СОВЕТЫ

Волгоград – д-ра физ.-мат. наук, проф. Воронин А.А., проф. Лосев А.Г. (ВолГУ); **Воронеж** – д-р техн. наук, проф. Баркалов С.А., д-р физ.-мат. наук, проф. Головинский П.А. (ВГАСУ), д-р техн. наук, проф. Подвальный С.Л. (ВГТУ); **Ижевск** – д-р физ.-мат. наук, проф. Непейвода Н.Н., к-т физ.-мат. наук, проф. Родионов В.И. (УдмГУ); **Иркутск** – д-ра физ.-мат. наук, проф. Бычков И.В., проф. Лакеев А.В. (ИДСТУ СО РАН); **Казань** – д-р физ.-мат. наук, проф. Маликов А.И., д-р физ.-мат. наук, проф. Сиразетдинов Р.Т. (КГТУ-КАИ); **Липецк** – д-ра техн. наук, проф. Кузнецов Л.А., проф. Погодаев А.К. (ЛГТУ); **Самара** – д-ра экон. наук, проф. Богатырев В.Д., проф. Гераськин М.И., д-р техн. наук, проф. Засканов В.Г. (СГАУ); **Санкт-Петербург** – д-ра физ.-мат. наук, проф. Петросян Л.А. (СПбГУ), проф. Фрадков А.Л. (ИПМ РАН); **Старый Оскол** – д-р техн. наук, проф. Еременко Ю.И. (СТИ); **Тверь** – д-ра техн. наук, проф. Кузнецов В.Н., проф. Палюх Б.В. (ТГТУ).

Адрес редакции: 117997, г. Москва, ул. Профсоюзная, д. 65.

Адрес в Интернет: ubs.mtas.ru.

Номер гос. регистрации электронного научного издания (ЭНИ): 0420900023.

© ИПУ РАН, 2009

СОДЕРЖАНИЕ

Системный анализ

Алиев В. С.

Точное агрегирование информации в многошаговых играх двух лиц с фиксированной последовательностью ходов при агрегированной информации о выборе партнера 5

Шмырин А. М., Седых И. А.

Алгоритмы идентификации и управления функционированием окрестностных систем, полученных на основе сетей Петри 18

Математическая теория управления

Ахобадзе А.Г., Краснова С.А.

Решение задачи слежения в условиях неопределенности на основе совместной блочно-канонической формы управляемости и наблюдаемости..... 34

Епифанов А. С.

Анализ геометрических образов законов функционирования автоматов 81

Информационные технологии в управлении

Воробкалов П. Н., Камаев В. А.

Оценка качества электронных обучающих систем 99

Карташев Е. А., Самков Л. М.

Онлайновая информационно-аналитическая система мониторинга индикаторов жизнеобеспечения территориальных объектов..... 112

Мазалов В. В., Печников А. А.

О рейтинге официальных сайтов научных учреждений северо-запада России 130

Управление в социально-экономических системах

- Афраймович Л. Г., Прилуцкий М. Х.**
Поиск потока в несовместных транспортных сетях 147
- Денин К. И.**
Математическая модель множественной коррупции в системе управления устойчивым развитием 169
- Карташов В. Я., Хорошева Т. А.**
Модели механизма и процесса социальной реабилитации (на примере детей «группы риска») 187
- Новиков Д.А.**
Структура теории управления социально-экономическими системами 216

Управление техническими системами и технологическими процессами

- Андриевский Б. Р.**
Глобальная стабилизация неустойчивого маятника с маховичным управлением 258

Управление подвижными объектами и навигация

- Шаров С. Н.**
Особенности мониторинга земной поверхности космическим аппаратом на геосинхронной и геостационарной орбите 281

Технические и программные средства управления

- Сизиков А. П.**
Программный продукт СМОННП (Система оптимизации нефтеперерабатывающих и нефтехимических производств) 298

УДК 519.837.3
ББК (В) 22.18

ТОЧНОЕ АГРЕГИРОВАНИЕ ИНФОРМАЦИИ В МНОГОШАГОВЫХ ИГРАХ ДВУХ ЛИЦ С ФИКСИРОВАННОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬЮ ХОДОВ ПРИ АГРЕГИРОВАННОЙ ИНФОРМАЦИИ О ВЫБОРЕ ПАРТНЕРА

Алиев В. С.¹

*(ФГОУ ВПО «Финансовая академия при Правительстве
Российской Федерации», Москва)*

Рассматривается многошаговая игра двух лиц с фиксированной последовательностью ходов при информации на каждом ходу о сложившейся к моменту принятия решения предыстории игры и агрегированной информации о выборе игрока 2 на этом ходу. Игрок 1, обладая на каждом шаге i этой информацией, первым выбирает на этом шаге стратегию $x_i(\cdot)$, и в начале игры, сразу на n ходов, сообщает свою стратегию $x(\cdot) = (x_1(\cdot), \dots, x_n(\cdot))$ игроку 2. Игрок 2, получая информацию о выборе игрока 1, и обладая информацией на каждом ходу о сложившейся к моменту принятия решения предыстории, выбором своей стратегии $v = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ стремится к увеличению своей функции выигрыша. В данной работе с использованием результатов теории групп Ли найдены достаточные условия точного агрегирования в рассматриваемой игре.

Ключевые слова: игра, оптимальная стратегия, максимальный гарантированный результат, теория групп Ли, точное агрегирование.

¹ Алиев Вагиф Судеиф оглы, доцент, кандидат физико-математических наук (Aliev_VS@mail.ru, тел. 8-499-760-9622, 8-916-128-0792).

1. Введение

В результате решения агрегированной задачи получаются значения укрупненных переменных, которые обычно не совпадают со значениями аналогичных агрегатов, получаемых при укрупнении точного решения первоначальной задачи. Разность между этими величинами называется ошибкой агрегирования. Классическая теория агрегирования изучает методы нахождения наилучшего способа агрегирования, который дает точное агрегирование или максимально уменьшает ошибку агрегирования.

Теория классического агрегирования, за исключением частных случаев, не решила проблемы устранения ошибки агрегирования и, главное, проблемы дезагрегирования, т.е. получения решения исходной задачи. Для устранения этих недостатков методов классического агрегирования в экономико-математических исследованиях появились методы итеративного агрегирования, позволяющие получать значения укрупненных и детализированных показателей плана с любой заранее заданной точностью.

К сожалению, для большинства оптимизационных задач, решаемых методами итеративного агрегирования, вопрос сходимости процесса итеративного агрегирования до сих пор остается открытым, несмотря на то, что для них доказаны теоремы, дающие условие окончания процесса, а именно, доказана оптимальность неподвижной точки этих процессов для исходной задачи. Вопросы точного агрегирования до сих пор остаются актуальными.

Настоящая работа посвящена вопросам точного агрегирования в многошаговых играх двух лиц с фиксированной последовательностью ходов при агрегированной информации о выборе игрока 2 на этом ходу и информации о сложившейся к моменту принятия решения предыстории игры [1].

2. Постановка задачи

Определение. Агрегирование в играх с фиксированной последовательностью ходов называется точным, если максималь-

ные гарантированные результаты игрока, имеющего право делать ход первым, при агрегированной и полной информации о выборах других игроков (другого игрока) совпадают.

Прежде чем сформулировать достаточные условия точного агрегирования, в соответствии с [1], где рассматривалась игра $\Gamma_2^1(T)$, введем обозначения, приведем формулировки задач и полученные там результаты.

Рассматриваются многошаговые игры двух лиц. Функции выигрыша игроков, соответственно, $f_i(x, v)$, $i = 1, 2$, к увеличению значения которых каждый из них стремится, предполагаются непрерывными, а x, v выбираются из соответствующих множеств

$$X = \prod_{i=1}^n X_i \subset E^k, \quad V = \prod_{i=1}^n V_i \subset E^m,$$

где $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, $v = (v_1, v_2, \dots, v_n)$, $x_i \in X_i \subset E^{k_i}$, $v_i \in V_i \subset E^{m_i}$, $i = 1, \dots, n$, $n < m$, $k_1 + k_2 + \dots + k_n = k$, $m_1 + m_2 + \dots + m_n = m$; X, V, X_i, V_i , $i = 1, \dots, n$ – компактные множества; $E^k, E^m, E^{k_i}, E^{m_i}$, $i = 1, \dots, n$ – евклидовы пространства соответствующей размерности.

В отличие от [2, 5] будем предполагать, что агрегированный вектор выбора игрока 2 $y = (y_1, \dots, y_n) = (T_1(v_1), \dots, T_n(v_n))$ при отсутствии информации о выборе v будет известен игроку 1 последовательно в n шагов, где $v_i \in V_i$, $y_i \in E^{r_i}$, $r_i < m_i$, $i = 1, \dots, n$, а $T_i(\cdot) : E^{m_i} \rightarrow E^{r_i}$ – известные игрокам непрерывные на V_i операторы, $i = 1, \dots, n$.

Введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \bar{x}_i &= (x_1, \dots, x_i), \quad \bar{y}_i = (y_1, \dots, y_i), \quad \bar{v}_i = (v_1, \dots, v_i); \\ \bar{T}_i(\bar{v}_i) &= (T_1(v_1), \dots, T_i(v_i)), \quad \bar{x}_i(\bar{T}_i(\bar{v}_i)) = (x_1(\bar{T}_1(\bar{v}_1)), \dots, x_i(\bar{T}_i(\bar{v}_i))); \\ Y_i(T_i) &= T_i(V_i) \text{ – образ множества } V_i; \\ V_i(y_i, T_i) &= T_i^{-1}(y_i) \cap V_i \text{ – пересечение прообраза } y_i \in Y_i(T_i) \text{ с} \\ &\text{множеством } V_i; \\ \bar{V}_i(\bar{y}_i, \bar{T}_i) &= \prod_{k=1}^i V_k(y_k, T_k), \quad \bar{V}_i = \prod_{k=1}^i V_k; \end{aligned}$$

$$\bar{X}_i = \prod_{k=1}^i X_k, \quad \bar{Y}_i(\bar{T}_i) = \prod_{k=1}^i Y_k(T_k), \quad i = 1, \dots, n;$$

$$T(\cdot) = (T_1(\cdot), \dots, T_n(\cdot)), \quad V(y, T) = \prod_{i=1}^n V_i(y_i, T_i).$$

Будем предполагать, что множеством стратегий игрока 1 на i -ом ходу является множество произвольных функций $\tilde{x}_i(\cdot)$, аргументами, которых являются сложившаяся к моменту принятия решения агрегированная предыстория $\bar{x}_{i-1}, \bar{y}_{i-1}$ и агрегированный выбор игрока 2 на i -ом ходу y_i , где значение функции $\tilde{x}_i(\bar{x}_{i-1}, \bar{y}_i)$ принадлежит множеству X_i , т.е. $\tilde{x}_i(\bar{x}_{i-1}, \bar{y}_i) \in X_i$. Обозначим множество таких функций $\tilde{x}_i(\cdot)$ через \tilde{X}_i :

$$\tilde{X}_i = \left\{ \tilde{x}_i(\cdot) : E^{\substack{r_i + \\ \sum_{s=1}^{i-1} (k_s + r_s)}} \rightarrow E^{k_i} \mid \tilde{x}_i(\bar{X}_{i-1}, \bar{Y}_i(\bar{T}_i)) \subseteq X_i \right\},$$

$i = 1, \dots, n.$

Заметим, что стратегии игрока 1 могут быть представлены в следующем виде: $x_i(\bar{x}_{i-1}, \bar{y}_i) = x_i(\bar{y}_i)$, $i = 1, \dots, n$. В нашем изложении \bar{x}_0, \bar{y}_0 – символы отсутствия аргумента.

Стратегией игрока 2 на i -ом ходу ($1 \leq i \leq n$) является $v_i \in V_i$, а агрегированной стратегией $y_i \in Y_i(T_i)$.

Игрок 1, обладая на каждом шаге i точной информацией о векторе $(\bar{x}_{i-1}, \bar{y}_i)$, первым выбирает $x_i(\cdot)$, $i = 1, \dots, n$, и в начале игры сразу на n ходов сообщает свою стратегию $x(\cdot) = (x_1(\cdot), \dots, x_n(\cdot))$ игроку 2.

Введем следующие обозначения:

$$L_n^1(x, y, T) = F_2(x, y, T) = \max_{v \in V(y, T)} f_2(x, v),$$

$$L_{i-1}^1(\bar{x}_{i-1}, \bar{y}_{i-1}, T) = \max_{y_i \in Y_i(T_i)} \min_{x_i \in X_i} L_i^1(\bar{x}_i, \bar{y}_i, T), \quad i = 1, \dots, n. \quad \checkmark$$

Тогда $L_{i-1}^1(\bar{x}_{i-1}, \bar{y}_{i-1}, T)$ выступает как максимальный гарантированный результат игрока 2 на i -м ходу.

При известной стратегии игрока 1, в соответствии со своим правилом поведения, игрок 2 свою стратегию $v \in V$ выбирает из множества

$$R_2(x(\cdot), T) = \left\{ v \in V / f_2(x(T(v)), v) = L_n^1(x(T(v)), T(v), T) \geq \right. \\ \left. \geq \max \left\{ \max_{0 \leq i \leq n-1} L_i^1(\bar{x}_i(\bar{T}_i(\bar{v}_i)), \bar{T}_i(\bar{v}_i), T); \sup_{z \in V} f_2(x(T(z)), z) - d(x(\cdot)) \right\} \right\},$$

где $d(\cdot)$ – известный игроку 1 функционал, причем $d(\cdot) = 0$, если в определении $R_2(x(\cdot), T)$ верхняя грань достигается, и равна числу $d_0 > 0$ в противном случае.

Игрок 1, зная о таком правиле поведения игрока 2, выбором своей стратегии $x(\cdot)$ стремится получить (может быть, с ϵ' -точностью, где $\epsilon' > 0$) свой максимальный гарантированный выигрыш

$$\gamma_2^1(T) = \sup_{x(\cdot) \in \tilde{X}} \inf_{v \in R_2(x(\cdot), T)} f_1(x(T(v)), v), \text{ где } \tilde{X} = \prod_{i=1}^n \tilde{X}_i.$$

Введем следующие обозначения:

$$X_i^n(\bar{x}_{i-1}, \bar{y}_i, T) = \text{Arg} \min_{x_i \in X_i} L_i^1(\bar{x}_i, \bar{y}_i, T), \quad i = 1, \dots, n;$$

$$E_i^1(\bar{x}_{i-1}, \bar{y}_{i-1}, T) = \text{Arg} \max_{y_i \in Y_i} \min_{x_i \in X_i} L_i^1(\bar{x}_i, \bar{y}_i, T), \quad i = 1, \dots, n;$$

$$V^+(x, y, T) = \text{Arg} \max_{v \in V(y, T)} f_2(x, y);$$

$$M_n^1(x, y, T) = F_1(x, y, T) = \min_{v \in V^+(x, y, T)} f_1(x, v);$$

$$M_{i-1}^1(\bar{x}_{i-1}, \bar{y}_{i-1}, T) = \\ = \inf_{y_i \in E_i^1(\bar{x}_{i-1}, \bar{y}_{i-1}, T)} \sup_{x_i \in X_i^n(\bar{x}_{i-1}, \bar{y}_i, T)} M_i^1(\bar{x}_i, \bar{y}_i, T),$$

$$D_i^1(T) = \left\{ (\bar{x}_i, \bar{y}_i) \in \bar{X}_i \times \bar{Y}_i(\bar{T}_i) / L_i^1(\bar{x}_i, \bar{y}_i, T) > \right. \\ \left. > \max_{0 \leq k \leq i-1} L_k^1(\bar{x}_k, \bar{y}_k, T) \right\},$$

$$K_i^1(T) = \sup_{(\bar{x}_i, \bar{y}_i) \in D_i^1(T)} M_i^1(\bar{x}_i, \bar{y}_i, T), \quad i = 1, \dots, n; \quad K_0^1(T) = M_0^1(T).$$

$$I(T) = \left\{ i \in \{0, 1, \dots, n\} \mid \max_{0 \leq p \leq n} K_p^1(T) = K_i^1(T) \right\}; \quad s = \max_{i \in I(T)} i.$$

Если $s \neq 0$, то для достаточно малого числа $e > 0$ определим точку $(\bar{x}_s^{s,e}, \bar{y}_s^{s,e})$ такую, что выполнены следующие соотношения

$$(\bar{x}_s^{s,e}, \bar{y}_s^{s,e}) \in D_s^1(T): M_s^1(\bar{x}_s^{s,e}, \bar{y}_s^{s,e}, T) \geq K_s^1(T) - e.$$

Определим точки y_i^+ , $x_i^{h,e}(\bar{y}_i)$, удовлетворяющие соответственно следующим условиям: $y_i^+ \in E_i^1(\bar{x}_{i-1}, \bar{y}_i, T)$,

$$M_{i-1}^1(\bar{x}_{i-1}, \bar{y}_{i-1}, T) + b \geq \sup_{x_i \in X_i^h(\bar{x}_{i-1}, \bar{y}_{i-1}, y_i^+, T)} M_i^1(\bar{x}_i, \bar{y}_{i-1}, y_i^+, T),$$

$$i = 1, \dots, n; \quad x_i^{h,e}(\bar{y}_i) \in X_i^h(\bar{x}_{i-1}, \bar{y}_i, T): M_i^1(\bar{x}_{i-1}, x_i^{h,e}(\bar{y}_i), \bar{y}_i, T) \geq$$

$$\geq \sup_{x_i \in X_i^h(\bar{x}_{i-1}, \bar{y}_i, T)} M_i^1(\bar{x}_i, \bar{y}_i, T) - \frac{e}{n}, \quad i = 1, \dots, n;$$

где $b > 0$ – достаточно малое число.

Теорема 1. В сформулированных условиях максимальный гарантированный результат игрока 1 в игре $\Gamma_2^1(T)$ равен $g_2^1(T) = K_s^1(T)$. Получение такого результата (может быть, с точностью до e) обеспечивает этому игроку стратегия $x^s(\cdot) \in \tilde{X}$:

$$x_i^s(\bar{y}_i) = \begin{cases} x_i^{s,e}, & \text{если } \bar{y}_i = \bar{y}_i^{s,e}, \quad 1 \leq i \leq s, \\ x_i^{s,e}(\bar{y}_i), & \text{если } \bar{y}_i \neq \bar{y}_i^{s,e}, \quad 1 \leq i \leq s, \\ x_i^{s,e}(\bar{y}_i), & \text{при } s+1 \leq i \leq n; \quad i = 1, \dots, n. \end{cases}$$

Теперь приступим к формулировке достаточных условий точного агрегирования.

3. Достаточные условия точного агрегирования

Пусть в игре $\Gamma_2^1(T)$ из [1] непрерывные операторы $T_i(\cdot)$ определены следующим образом: $T_i(\cdot) = (t_i^1(\cdot), \dots, t_i^{r_i}(\cdot))$, где $t_i^j(\cdot)$, $j = 1, \dots, r_i$, $i = 1, \dots, n$ – непрерывно дифференцируемые и функционально независимые функции v_i ; функции $f_1(\cdot), f_2(\cdot)$ – непрерывно дифференцируемые, а вектора $\partial f_i / \partial x_j$, $\partial f_i / \partial v_j$, $i = 1, 2; j = 1, \dots, n$, не равны тождественно нулю.

Для того чтобы найти достаточные условия точного агрегирования в игре $\Gamma_2^1(T)$, рассмотрим непрерывную группу преобразований G пространства E^{k+m} в себя, каждое преобразование $g(\cdot) \in G$, $g(\cdot) = (g_0(\cdot), g_1(\cdot), \dots, g_n(\cdot))$: $x' = g_0(x, v)$, $v_i' = g_i(x, v)$, $i = 1, \dots, n$; $(x, v), (x', v') \in E^k \times E^m$ которой обладает свойством $f_i(g(x, v)) = f_i(x, v)$, $i = 1, 2$, т.е. функции $f_1(\cdot), f_2(\cdot)$ являются инвариантами группы G .

Найдем, как и в [3, 4], подгруппу G' группы G такую, что функции $f_1(\cdot), f_2(\cdot)$ являются ее инвариантами, и любой другой ее инвариант выражается в виде функций от $f_1(\cdot), f_2(\cdot)$.

Пусть инфинитезимальный оператор некоторой однопараметрической подгруппы группы G' имеет вид:

$$Q(\cdot) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{k_i} a_i^j(x, v) \frac{\partial}{\partial x_i^j} + \sum_{i=1}^n \sum_{p=1}^{m_i} b_i^p(x, v) \frac{\partial}{\partial v_i^p}$$

Рассмотрим систему уравнений относительно $a_i^j(\cdot)$, $b_i^p(\cdot)$, $i = 1, \dots, n$, $j = 1, \dots, k_i$, $p = 1, \dots, m_i$:

$$(1) \quad Q(f_1(x, v)) = 0, \quad Q(f_2(x, v)) = 0.$$

Пусть для $\forall(x, v) \in X \times V$ ранг матрицы этой системы r равен ее рангу на $X \times V$ (очевидно $r = 1$ либо $r = 2$), а коэффициенты $c_l(x_1, x_2)$, $l = 1, \dots, r$ ($c_l(x_1, x_2)$ равен $a_i^j(x, v)$ либо $b_i^p(x, v)$), соответствуют r линейно независимым столбцам этой матрицы.

Подставляя поочередно вместо остальных коэффициентов $(c_{r+1, s}, \dots, c_{k+m, s}) = e_s$, $s = 1, \dots, k + m - r$ (e_s – единичный век-

тор с размерностью $k + m - r$, s -й компонент которого равен единице, а остальные равны нулю), решим рассматриваемую систему уравнений (1) относительно $c_l(\cdot)$, $l = 1, \dots, r$. Получим $a_{i,s}^j(\cdot)$, $b_{i,s}^p(\cdot)$, $j = 1, \dots, k_i$, $p = 1, \dots, m_i$, $i = 1, \dots, n$, $s = 1, \dots, k + m - r$, решения рассматриваемой нами системы уравнений и систему операторов

$$(2) \quad A_s(\cdot) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{k_i} a_{i,s}^j(x, v) \frac{\partial}{\partial x_i^j} + \sum_{i=1}^n \sum_{p=1}^{m_i} b_{i,s}^p(x, v) \frac{\partial}{\partial v_i^p},$$

$s = 1, \dots, k + m - r$,

которая является линейно независимой и якобиевой, т.е. $(A_i, A_j) = A_i A_j - A_j A_i = 0$, $i, j = 1, \dots, k + m - r$. Поэтому эта система операторов в силу обратной второй основной теоремы Ли определяет $(k + m - r)$ -параметрическую группу Ли G' (см. теорему 24 [8, §8, гл.2]).

Теорема 2. При сформулированных условиях для того, чтобы в игре $\Gamma_2^1(T)$ агрегирование было точным, достаточно, чтобы для каждой окрестности $W(x, v)$ и для каждого шага q ($1 \leq q \leq n$) существовали не все тождественно равные нулю функции $v_{s,b}^q(x, v)$, $s = 1, \dots, k + m - r$, $b = 1, \dots, B_q$, $B_q \geq m_q - r_q$, $q = 1, \dots, n$, удовлетворяющие следующим условиям:

$$(3) \quad \sum_{s=1}^{k+m-r} v_{s,b}^q(x, v) a_{i,s}^j(x, v) = 0, \quad b = 1, \dots, B_q, \quad j = 1, \dots, k_i,$$

$i = 1, \dots, n, q = 1, \dots, n$;

$$(4) \quad \sum_{s=1}^{k+m-r} v_{s,b}^q(x, v) b_{i,s}^j(x, v) = 0, \quad b = 1, \dots, B_q, \quad j = 1, \dots, m_i,$$

$i = \{1, \dots, n\} \setminus \{q\}$;

$$(5) \quad \frac{\partial}{\partial x} \sum_{s=1}^{k+m-r} v_{s,b}^q(x, v) b_{i,s}^j(x, v) = 0, \quad b = 1, \dots, B_q, \quad j = 1, \dots, m_i,$$

$i = 1, \dots, n$;

$$(6) \quad \frac{\partial}{\partial v_h} \sum_{s=1}^{k+m-r} v_{s,b}^q(x, v) b_{i,s}^j(x, v) = 0, \quad b = 1, \dots, B_q, \quad h = \{1, \dots, n\} \setminus \{q\},$$

$j = 1, \dots, m_i, i = 1, \dots, n$;

$$(7) \quad C_{b,q}(t_q^a(v_q)) = \sum_{j=1}^{m_q} \sum_{s=1}^{k+m-r} v_{s,b}^q(x,v) b_{q,s}^j(x,v) \frac{\partial t_q^a(v_q)}{\partial v_q^j} = 0,$$

$b = 1, \dots, B_q, a = 1, \dots, r_q, q = 1, \dots, n;$

$$(8) \quad \text{rank} \left[\sum_{s=1}^{k+m-r} v_{s,b}^q(x,v) b_{q,s}^j(x,v) \right]_{b=1, \dots, B_q}^{j=1, \dots, m_q} = m_q - r_q, \quad q = 1, \dots, n.$$

Доказательство. Учитывая результаты примера 2 из [7] можно утверждать, что если у группы G' существует подгруппа H_q , инфинитезимальные операторы которые имеют вид

$$(9) \quad C_{b,q}(\cdot) = \sum_{j=1}^{m_q} c_{b,q}^j(x,v) \frac{\partial}{\partial v_q^j}, \quad b = 1, \dots, B_q$$

и ранг матрицы $\left[c_{b,q}^j(x,v) \right]_{b=1, \dots, B_q}^{j=1, \dots, m_q}$ равен $m_q - r_q$, то $f_i(x, v)$,

$i = 1, 2$, выражаются через инварианты $x_1^1, \dots, x_1^{k_1}, \dots, x_n^1, \dots, x_n^{k_n}, v_1^1, \dots, v_1^{m_1}, \dots, z_q^1(v_q), \dots, z_q^{r_q}(v_q), \dots, v_n^1, \dots, v_n^{m_n}, q = 1, \dots, n$, этой подгруппы, т.е. существуют такие непрерывно дифференцируемые функции $f_1^*(\cdot), f_2^*(\cdot)$, что $f_i(x, v) = f_i^*(x, z_1(v_1), \dots, z_n(v_n))$, где $z_q(v_q) = (z_q^1(v_q), \dots, z_q^{r_q}(v_q))$, $q = 1, \dots, n$.

Так как инфинитезимальный оператор любой однопараметрической группы G' является линейной комбинацией с переменными коэффициентами операторов (2), то для того, чтобы существовал оператор вида (9), представляющий однопараметрическую подгруппу, необходимо и достаточно, чтобы существовали функции $v_{s,\beta}^q(x,v), s = 1, \dots, k+m-r, b = 1, \dots, B_q, B_q \geq m_q - r_q, q = 1, \dots, n$, для которых выполнены соотношения (3)-(6).

В этом случае операторы $C_{\beta,q}(\cdot)$ будут иметь вид:

$$C_{b,q}(\cdot) = \sum_{j=1}^{m_q} \sum_{s=1}^{k+m-r} v_{s,b}^q(x,v) b_{q,s}^j(x,v) \frac{\partial}{\partial v_q^j} = 0, \quad b = 1, \dots, B_q; \quad q = 1, \dots, n.$$

Значит, выполнение условий (7)-(8) является достаточным условием того, чтобы $t_q^1(v_q), \dots, t_q^{r_q}(v_q)$, $q = 1, \dots, n$, были инвариантами подгруппы H_q , $q = 1, \dots, n$, т.е. выполнились соотношения $f_i(x, v) = f_i^*(x, T_1(v_1), \dots, T_n(v_n))$, $i = 1, 2$, для произвольных стратегий $x \in X$, $v \in V$.

Напомним, что игра $\Gamma_2^1(T)$ является агрегированным аналогом игры, рассмотренной в [3], где выбор игроком 1 i -й компоненты стратегии на i -м ходе производится при полной информации о сложившейся предыстории $(\bar{x}_{i-1}, \bar{v}_{i-1})$ к моменту принятия решения и о выборе игрока 2 v_i на i -м ходу.

Для завершения доказательства теоремы в соответствии с [6] введем обозначения:

$$L_n(x, v) = f_2(x, v);$$

$$L_{i-1}(\bar{x}_{i-1}, \bar{v}_{i-1}) = \max_{v_i \in V_i} \min_{x_i \in X_i} L_i(\bar{x}_i, \bar{v}_i), \quad i = 1, \dots, n;$$

$$X_i^*(\bar{x}_{i-1}, \bar{v}_i) = \text{Arg} \min_{x_i \in X_i} L_i(\bar{x}_i, \bar{v}_i), \quad i = 1, \dots, n;$$

$$E_i(\bar{x}_{i-1}, \bar{v}_{i-1}) = \left\{ v_i \in V_i \mid L_{i-1}(\bar{x}_{i-1}, \bar{v}_{i-1}) = \min_{x_i \in X_i} L_i(\bar{x}_i, \bar{v}_i) \right\}, \quad i = 1, \dots, n;$$

$$D_i^1 = \left\{ (\bar{x}_i, \bar{v}_i) \in \bar{X}_i \times \bar{V}_i \mid L_i(\bar{x}_i, \bar{v}_i) > \max_{0 \leq k \leq i-1} L_k(\bar{x}_k, \bar{v}_k) \right\},$$

$$i = 1, \dots, n.$$

Введем также обозначения:

$$M_n(x, v) = f_1(x, v);$$

$$M_i(\bar{x}_i, \bar{v}_i) = \inf_{v_{i+1} \in E_{i+1}(\bar{x}_i, \bar{v}_i)} \sup_{x_{i+1} \in X_{i+1}^*(\bar{x}_i, \bar{v}_{i+1})} M_{i+1}(\bar{x}_{i+1}, \bar{v}_{i+1}),$$

$$i = 1, \dots, n-1;$$

$$K_i = \sup_{(\bar{x}_i, \bar{v}_i) \in D_i^1} M_i(\bar{x}_i, \bar{v}_i), \quad i = 1, \dots, n, \quad K_0 = M_0;$$

$$I = \left\{ i = \{0, 1, \dots, n\} \mid \max_{0 \leq p \leq n} K_p = K_i \right\}; \quad s = \max_{i \in I} i.$$

Введем достаточно малое число $\varepsilon > 0$. Если $s \neq 0$, определим точку $(\bar{x}_s^{s,\varepsilon}, \bar{v}_s^{s,\varepsilon}) \in D_s^1$ такую, что выполнилось неравенство $M_s(\bar{x}_s^{s,\varepsilon}, \bar{v}_s^{s,\varepsilon}) \geq K_s - \varepsilon$.

Определим точки $x_i^{*\varepsilon}(\bar{v}_i) \in X_i^*(\bar{x}_{i-1}, \bar{v}_i)$, $i = 1, \dots, n$, удовлетворяющие условиям:

$$M_i(\bar{x}_{i-1}, x_i^{*\varepsilon}(\bar{v}_i), \bar{v}_i) \geq \sup_{x_i \in X_i^*(\bar{x}_{i-1}, \bar{v}_i)} M_i(\bar{x}_i, \bar{v}_i) - \frac{\varepsilon}{n}, \quad i = 1, \dots, n.$$

Тогда легко проверить, что выполняются следующие соотношения:

$F_i(x, y, T) = f_i^*(x, y) = f_i(x, v)$ – при фиксированном $y \in Y(T)$ и для любого $v \in V(y, T)$ или при фиксированном $v \in V$ и для $y = T(v)$;

$V^+(x, y, T) = V(y, T)$ – для произвольных $x \in X, y \in Y$;

$L_i^1(\bar{x}_i, \bar{y}_i, T) = L_i(\bar{x}_i, \bar{v}_i)$, $i = 0, 1, \dots, n-1$;

$E_{i+1}^1(\bar{x}_i, \bar{y}_i, T) = T_{i+1}(E_{i+1}(\bar{x}_i, \bar{v}_i))$, $i = 0, 1, \dots, n-1$;

$X_i^H(\bar{x}_{i-1}, y_i, T) = X_i^*(\bar{x}_{i-1}, \bar{v}_i)$, $i = 1, \dots, n$;

$M_i^1(\bar{x}_i, \bar{y}_i, T) = M_i(\bar{x}_i, \bar{v}_i)$, $i = 1, \dots, n-1$ – при фиксированном $\bar{y}_i \in \bar{Y}_i(\bar{T}_i)$ и для любого $\bar{v}_i \in \bar{V}_i(\bar{y}_i, \bar{T}_i)$ или при фиксированном $\bar{v}_i \in \bar{V}_i$ и для $\bar{y}_i \in \bar{T}_i(\bar{v}_i)$;

$D_i^1(T) = \tilde{T}_i(D_i^1)$, $i = 1, \dots, n$ – где отображения $\tilde{T}_i(\cdot)$ определяются следующим образом: $\tilde{T}_i(\bar{x}_i, \bar{v}_i) = (\bar{x}_i, \bar{T}_i(\bar{v}_i))$ для любых $\bar{x}_i \in \bar{X}_i, \bar{v}_i \in \bar{V}_i$, $i = 1, \dots, n$;

$K_i^1(T) = K_i$, $i = 0, 1, \dots, n$;

Отсюда, учитывая результаты, полученные в теореме 1 и в работе [6], получаем, что максимальный гарантированный результат игрока 1 в игре $\Gamma_2^1(T)$ совпадает с соответствующим результатом игры с полной информацией на каждом шаге о выборе игрока 2, рассмотренный в [6], т.е. агрегирование в рассматриваемой игре точное. Теорема доказана.

Литература

1. АЛИЕВ В. С., КОНОНЕНКО А. Ф. *Многошаговые игры двух лиц с фиксированной последовательностью ходов при агрегированной информации о выборе партнера* // Автоматика и телемеханика, 2005, №2, с. 108-114.
2. АЛИЕВ В. С., КОНОНЕНКО А. Ф. *Некоторые вопросы принятия решений в играх двух лиц при агрегированной информации* // Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1997, т.37, №10, с. 1163-1173.
3. АЛИЕВ В. С., КОНОНЕНКО А. Ф. *Об условиях точного агрегирования информации в теоретико-игровых моделях*. М.: ВЦ РАН, 1991.
4. АЛИЕВ В. С., КОНОНЕНКО А. Ф. *Об агрегировании в динамических играх* // Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1995, т.35, №8, с. 1245-1259.
5. АЛИЕВ В. С., ЦВЕТКОВ А. В. *Игра двух лиц с фиксированной последовательностью ходов при агрегированной информации* // Планирование, оценка деятельности и стимулирование в активных системах: Сб. трудов, М.: Институт проблем управления, 1985, с.35-42.
6. ДАНИЛЬЧЕНКО Т. Н., МОСЕВИЧ К. К. *Многошаговые игры двух лиц с фиксированной последовательностью ходов* / Ж. вычисл. матем. и мат. физ. 1974. Т. 14. №4. С. 1047-1052.
7. ПАВЛОВСКИЙ Ю. Н. *Агрегирование сложных моделей и построение иерархических систем управления* // Исследование операций. М.: ВЦ АН СССР, 1974, вып. 4, 3-38.
8. ЧЕБОТАРЕВ Н. Г. *Теория групп Ли*. Изд. 2. М.: УРСС, 2003.

PERFECT AGGREGATION OF INFORMATION IN MULTI-STAGE TWO-PERSON GAMES WITH A FIXED ORDER OF MOVES AND AGGREGATE INFORMATION ABOUT THE PARTNER'S CHOICE

Vagif Aliev, Federal state educational establishment of the supreme vocational training «Financial academy at the Government of the

Russian Federation», Moscow, The candidate of physical and mathematical sciences, assistant professor (Aliev_VS@mail.ru).

Abstract: Two-person multistage game is considered with fixed order of moves, with perfect information at every move about the history of the game, and with aggregated information about current move of the second player. Player 1 is the first to choose his move $x_i(\cdot)$ on every stage and at the beginning of the game announces his strategy $x(\cdot) = (x_1(\cdot), \dots, x_n(\cdot))$ – the complete plan for all n stages. Given the choice of player 1 and the history of the game the second player maximizes her payoff function by choosing her strategy $v = (v_1, v_2, \dots, v_n)$. The article applies the theory of Lie groups to give sufficient condition of perfect information aggregation in this game.

Keywords: game, optimal strategy, maximal guaranteed result, theory of Lie groups, perfect aggregation.

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии А.Ф. Кононенко

АЛГОРИТМЫ ИДЕНТИФИКАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ ФУНКЦИОНИРОВАНИЕМ ОКРЕСТНОСТНЫХ СИСТЕМ, ПОЛУЧЕННЫХ НА ОСНОВЕ СЕТЕЙ ПЕТРИ¹

Шмырин А. М.²
(ЛГТУ, г. Липецк)

Седых И. А.³

(Институт права и экономики, г. Липецк)

Предложены алгоритмы идентификации и управления сетями Петри с позиции окрестностных систем.

Ключевые слова: сети Петри, окрестностные системы, идентификация, управление.

1. Введение

Сети Петри, как и другие дискретные модели, являются частным случаем окрестностных систем. В работе предложена методика преобразования сетей Петри в окрестностные системы, приведены алгоритмы идентификации и управления функционированием недетерминированной окрестностной системы, полученной на основе сети Петри.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 08-08-00803)

² Шмырин Анатолий Михайлович, доктор технических наук, профессор кафедры высшей математики (amsh@lipetsk.ru)

³ Седых Ирина Александровна, доцент кафедры математических, естественнонаучных и экономических дисциплин (sedykh-irina@yandex.ru)

2. Понятие окрестностной системы

Окрестностная система [1] описывается набором $NGS = (N, X, V, Z, W, X[0])$, где:

1) $N = (A, O_x, O_v)$ – структура окрестностной системы; $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ – множество узлов; O_x – окрестности связей узлов по состояниям; O_v – окрестности связей узлов по управлениям. Для каждого узла $a_i \in A$ определена своя окрестность по

состояниям $O_x[a_i] \subseteq A$ и управлениям $O_v[a_i] \subseteq A$; $O_x = \bigcup_{i=1}^n O_x[a_i]$,

$O_v = \bigcup_{i=1}^n O_v[a_i]$;

2) $X \in R^n$ – вектор состояний окрестностной системы в текущий момент времени;

3) $V \in R^m$ – вектор управлений окрестностной системы в текущий момент времени;

4) $Z \in R_+^n$ – вектор временных задержек в узлах, где R_+ – множество неотрицательных действительных чисел;

5) $W: X_{O_x} \times V_{O_v} \rightarrow X$ – функция пересчета состояний окрестностной системы (в общем случае недетерминированная), где X_{O_x} – множество состояний узлов, входящих в окрестность O_x ; V_{O_v} – множество управлений узлов, входящих в окрестность O_v ;

6) $X[0]$ – начальное состояние системы.

Функция W может быть произвольной, например линейной, билинейной, квадратичной, полиномиальной и т.д. В линейном случае W можно представить в виде системы линейных уравнений:

$$(1) \quad \sum_{x \in O_x[t+1, a_i]} w_x[t+1, a_i, \alpha] x[t+1, \alpha] = \sum_{x \in O_x[t, a_i]} w_x[t, a_i, \alpha] x[t, \alpha] + \sum_{\beta \in O_v[t, a_i]} w_v[t, a_i, \beta] v[t, \beta],$$

где $O_x[t+1, a_i]$, $O_x[t, a_i]$ – окрестности узла a_i по x соответственно в моменты времени $t+1$ и t ; $O_v[t, a_i]$ – окрестность узла a_i по v в момент времени t , $a_i \in A$, $x[t+1, a_i] \in R^n$, $x[t, a_i] \in R^n$ –

состояния в узле a_i системы соответственно в моменты времени $t + 1$ и t , $v[t, a_i] \in R^m$ – вход в узле a_i системы в момент времени t , $w_x[t + 1, a_i, a] \in R^{c \times n}$, $w_x[t, a_i, a] \in R^{c \times n}$, $w_v[t, a_i, b] \in R^{c \times m}$ – матрицы-параметры.

Здесь t – номер такта функционирования системы. В начальный момент времени $t = 0$ блокируются все узлы системы $a_i \in A$ на заданное время z_i . Первый такт $t = 1$ соответствует разблокированию узлов с минимальной временной задержкой $z_k = \min_{i=1, \dots, n} z_i$, состояния разблокированных узлов системы пересчитываются по формуле (1), узлы снова блокируются на заданное время и т.д.

Модель (1) можно представить в виде:

$$(2) \quad W_x[t + 1] \cdot X[t + 1] = W_x[t] \cdot X[t] + W_v[t] \cdot V[t],$$

где $W_x[t + 1]$, $W_x[t]$ – матрицы коэффициентов по состояниям в моменты времени $t + 1$ и t соответственно; $W_v[t]$ – матрица коэффициентов по входам в момент времени t .

Изменяя составляющие общего описания окрестностной системы, можно получить различные классы дискретных распределенных моделей, например, сети Петри, конечные, клеточные автоматы и т.д.

3. Методика преобразования сетей Петри в окрестностные системы

3.1. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ОБОБЩЕННЫХ МАРКИРОВАННЫХ СЕТЕЙ ПЕТРИ ОКРЕСТНОСТНЫМИ СИСТЕМАМИ

Обобщенная маркированная сеть Петри (или просто сеть Петри) задается $S = (N, m_0)$ [3], где:

1) $N = (P, T, F)$ – структура сети Петри S , для которой: $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ – непустое конечное множество позиций; $T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$ – непустое конечное множество переходов ($P \cap T = \emptyset$); F – множество дуг, разделяется на два подмножества: $\{p_i, t_j\} \subseteq P \times T$ и $\{t_j, p_i\} \subseteq T \times P$;

2) $m_0 = (m_1^0, \dots, m_n^0)^T$ – вектор начальной маркировки сети Петри, $m_i^0 \in \mathbb{N}_0$ ($i = 1, \dots, n$) – количество фишек в позиции p_i до

начала функционирования сети Петри. Здесь и далее N_0 – множество натуральных чисел и ноль, т. е. $N_0 = \{0, 1, 2, \dots\}$.

Покажем, что сеть Петри является динамической окрестностной системой. Поставим в соответствие позициям сети Петри $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ узлы окрестностной системы $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$. Маркировки позиций сети Петри будут соответствовать состояниям узлов окрестностной системы, начальная маркировка сети – состоянию окрестностной системы в начальный момент времени: $X[0] = m_0$. На каждый узел a_i ($i = 1, \dots, n$) окрестностной системы в каждый момент времени t воздействует управляющий сигнал $v[a_i, t]$, определяющий величину изменения состояния этого узла. [2, 4, 5]

Все множество связей между узлами A разобьем на m совокупностей окрестностей (слоев) $O[1], O[2], \dots, O[m]$. В каждый k -ый слой ($k = 1, \dots, m$) входят все узлы окрестностной системы $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ и часть связей между ними, соответствующая k -му переходу сети Петри. Так $x[j] \in O[k]_{x[t]}$ и $v[j] \in O[k]_{v[t]}$, если $\{p_i, t_k\} \subseteq F$ и $\{t_k, p_j\} \subseteq F$ ($i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n$).

Для каждого k -го слоя окрестностной системы на основании правил функционирования сети Петри предложена система следующей структуры:

$$(3) \quad W_x^k[t+1] \cdot X[t+1] = W_x^k[t] \cdot X[t] + W_v^k[t] \cdot V[t],$$

где $W_x^k[t+1]$, $W_x^k[t]$ – матрицы коэффициентов k -го слоя по состояниям в моменты времени $t+1$ и t соответственно; $W_v^k[t]$ – матрица коэффициентов k -го слоя по входам в момент времени t .

В каждый момент времени $t = \{0, 1, 2, \dots, q, \dots\}$ на основании текущего состояния узлов системы $X[t]$ формируется случайный вектор $D \in R^m$, состоящий из нулей и одной единицы в позиции, соответствующей выбираемому слою k , по уравнениям которого происходит пересчет состояний узлов окрестностной системы в следующий момент времени $t+1$. Таким образом, уравнение недетерминированной динамической линейной окрестностной системы, моделирующей сеть Петри, будет иметь вид:

$$\begin{aligned}
 & [W_x^1[t+1] \ W_x^2[t+1] \dots W_x^m[t+1]] \cdot D \cdot X[t+1] = \\
 (4) \quad & = [W_x^1[t] \ W_x^2[t] \dots W_x^m[t]] \cdot D \cdot X[t] + \\
 & + [W_v^1[t] \ W_v^2[t] \dots W_v^m[t]] \cdot D \cdot V[t].
 \end{aligned}$$

3.2. АЛГОРИТМ ИДЕНТИФИКАЦИИ ОКРЕСТНОСТНОЙ СИСТЕМЫ, МОДЕЛИРУЮЩЕЙ СЕТЬ ПЕТРИ

Недетерминированная динамическая линейная окрестностная система, моделирующая сеть Петри, описывается системой уравнений (4). Особенностью системы является ее разбиение по слоям, причем каждому k -му слою соответствует своя система уравнений (3).

Пусть для окрестностной системы, заданной моделью (4), для каждого k -го слоя ($k = 1, \dots, m$) полностью определен набор всех $x[a_i, t]$, $v[a_i, t]$ в некоторый текущий момент времени t и $x[a_i, t+1]$ в следующий момент времени $t+1$ ($\forall a_i \in A$). Таким образом, для каждой k -ой системы (3) заданы наборы векторов $X[t]$, $X[t+1]$, $V[t]$. Исходные данные для идентификации системы получены в результате функционирования сети Петри. Требуется найти элементы матриц коэффициентов k -го слоя $W_x^k[t+1]$, $W_x^k[t]$, $W_v^k[t]$. В связи с особенностями полученной окрестностной модели, идентификация производится для каждого слоя отдельно.

В соответствии с [1], приведем систему (3) для каждого k -го слоя к виду:

$$(5) \quad A^k L^k = 0,$$

где L^k – матрица неизвестных коэффициентов специальной структуры k -го слоя. Число неизвестных коэффициентов в матрице L^k равно $3n^2$.

Для получения нетривиального решения системы (5) следует задать часть неизвестных матриц $W_x^k[t+1]$, $W_x^k[t]$, $W_v^k[t]$, т.е. решить задачу смешанной идентификации системы. Необходимое число задаваемых ненулевых элементов [1] равно $3n^2 - 3n$. Тогда (5) примет вид:

$$(6) \quad A^k L^k = B^k.$$

Критерий параметрической идентификации имеет вид: $\|A^k L^k - B^k\| \rightarrow \min$, для выполнения которого необходимо найти псевдорешение (6):

$$(7) \quad L^k = A^{k+} B^k + (E - A^{k+} A^k) y,$$

где A^{k+} – псевдообратная матрица к A^k ; E – единичная матрица; y – вектор с произвольными элементами соответствующей размерности.

Схема алгоритма параметрической идентификации окрестностной системы, полученной на основе сетей Петри, приведена на рис.1.

Идентификация модели (4) дает следующие результаты:

1. Все матрицы коэффициентов k -го слоя равны между собой: $W_x^k[t+1] = W_x^k[t] = W_v^k[t] = W^k$, $k = 1, \dots, m$.

2. Матрица коэффициентов любого слоя в уравнениях системы совпадает с матрицей смежности этого слоя: $W^k = S^k$, $k = 1, \dots, m$.

3. Вектор $V[t]$ зависит от выбранного слоя: $V[t] = [R_1 \ R_2 \ \dots \ R_m] \cdot D$.

Тогда уравнение (4) принимает вид:

$$(8) \quad \begin{bmatrix} W^1 & W^2 & \dots & W^m \end{bmatrix} \cdot D \cdot (X[t+1] - X[t] - [R_1 \ R_2 \ \dots \ R_m] \cdot D) = 0.$$

3.3. ИДЕНТИФИКАЦИЯ ОКРЕСТНОСТНЫХ СИСТЕМ, ПОЛУЧЕННЫХ НА ОСНОВЕ ВРЕМЕННЫХ СЕТЕЙ ПЕТРИ

Временная сеть Петри C_t определяется как $C_t = (N, m_0, Z, S, S')$, где $Z = (z_1 \ z_2 \ \dots \ z_m)^T$, $z_k \in R_+$, $k = 1, \dots, m$, – вектор продолжительности срабатывания переходов (временных задержек, блокировок); $S = (s_1 \ s_2 \ \dots \ s_n)^T$, $s_i \in R_+$, $i = 1, \dots, n$, – вектор временных или материальных затрат; S' – суммарное значение затрат в текущий момент функционирования сети Петри; $S'_0 = 0$.

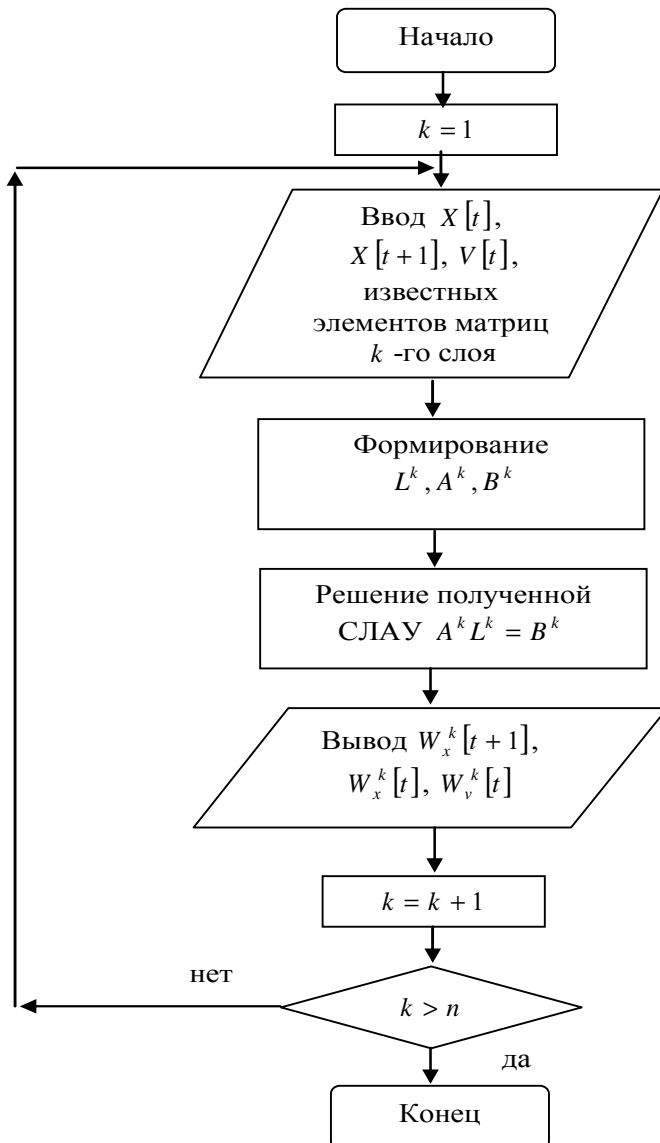


Рис.1 Схема алгоритма параметрической идентификации

Идентификация окрестностной системы, моделирующей временную сеть Петри, аналогична идентификации окрестностной системы, приведенной выше для обобщенных сетей Петри. Различия проявляются лишь в том, что каждому k -му слою ($k = 1, \dots, m$) приписывается время его блокировки z_k , и уравнение (8) разбивается на два уравнения – в начале и в конце блокировки слоя:

$$(9) \quad \begin{aligned} & [W^1 \ W^2 \ \dots \ W^m] \cdot D \cdot (X[t+1] - \\ & - X[t] - [R_1^- \ R_2^- \ \dots \ R_m^-] \cdot D) = 0; \end{aligned}$$

$$(10) \quad \begin{aligned} & [W^1 \ W^2 \ \dots \ W^m] \cdot D \cdot (X[t+1] - \\ & - X[t] - [R_1^+ \ R_2^+ \ \dots \ R_m^+] \cdot D) = 0. \end{aligned}$$

3.4. ПРИМЕР ИДЕНТИФИКАЦИИ ОКРЕСТНОСТНОЙ СИСТЕМЫ, ПОЛУЧЕННОЙ НА ОСНОВЕ СЕТИ ПЕТРИ

Приведем пример идентификации окрестностной системы, полученной на основе конкретной сети Петри. Рассмотрим сеть Петри (рис. 2).

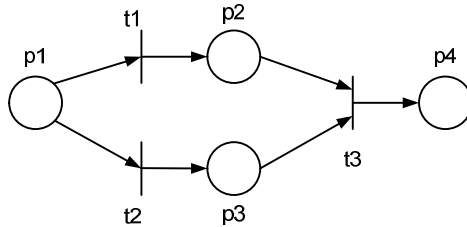


Рис.2. Пример сети Петри

Матрица инциденций данной сети:

$$R = R^+ - R^- = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Данной сети Петри соответствуют три совокупности элементарных окрестностей (слоя).

1. Первый слой.

Связи между узлами первого слоя окрестностной системы, соответствующего первому переходу сети Петри, показаны на рис. 3.

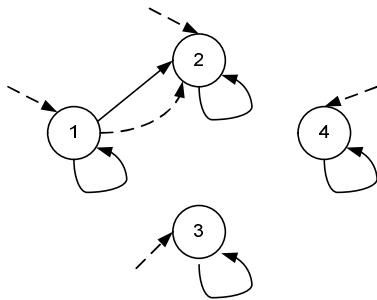


Рис.3. Первый слой окрестностной системы

Запишем уравнения этого слоя в общем виде.

$$\begin{cases} w_x^1[t+1,1,1]x_1[t+1] + w_x^1[t+1,1,2]x_2[t+1] = w_x^1[t,1,1]x_1[t] + \\ + w_x^1[t,1,2]x_2[t] + w_v^1[t,1,1]v_1[t] + w_v^1[t,1,2]v_2[t], \\ w_x^1[t+1,2,2]x_2[t+1] = w_x^1[t,2,2]x_2[t] + w_v^1[t,2,2]v_2[t], \\ w_x^1[t+1,3,3]x_3[t+1] = w_x^1[t,3,3]x_3[t] + w_v^1[t,3,3]v_3[t], \\ w_x^1[t+1,4,4]x_4[t+1] = w_x^1[t,4,4]x_4[t] + w_v^1[t,4,4]v_4[t]. \end{cases}$$

Исходные данные состояний и управлений, необходимые для идентификации системы, получим в результате функционирования сети Петри. Приведем систему к виду (6) и найдем ее решение.

После идентификации получаем следующую систему уравнений.

$$\begin{cases} x_1[t+1] + x_2[t+1] = x_1[t] + x_2[t] + v_1[t] + v_2[t], \\ x_2[t+1] = x_2[t] + v_2[t], \\ x_3[t+1] = x_3[t] + v_3[t], \\ x_4[t+1] = x_4[t] + v_4[t]. \end{cases}$$

В матричной форме:

$$W_x^1[t+1] \cdot X[t+1] = W_x^1[t] \cdot X[t] + W_v^1[t] \cdot V[t],$$

где $W_x^1[t+1] = W_x^1[t] = W_v^1[t] = S^1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Управление для первого слоя: $V[t] = R_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$.

2. Второй слой.

Связи между узлами второго слоя окрестностной системы, соответствующего второму переходу сети Петри показаны на рис. 4.

Запишем уравнения этого слоя.

$$\begin{cases} w_x^2[t+1,1,1]x_1[t+1] + w_x^2[t+1,1,3]x_3[t+1] = w_x^2[t,1,1]x_1[t] + \\ + w_x^2[t,1,3]x_3[t] + w_v^2[t,1,1]v_1[t] + w_v^2[t,1,3]v_3[t], \\ w_x^2[t+1,2,2]x_2[t+1] = w_x^2[t,2,2]x_2[t] + w_v^2[t,2,2]v_2[t], \\ w_x^2[t+1,3,3]x_3[t+1] = w_x^2[t,3,3]x_3[t] + w_v^2[t,3,3]v_3[t], \\ w_x^2[t+1,4,4]x_4[t+1] = w_x^2[t,4,4]x_4[t] + w_v^2[t,4,4]v_4[t]. \end{cases}$$

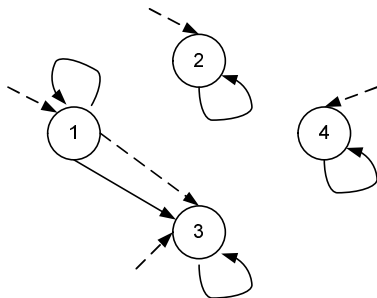


Рис.4. Второй слой окрестностной системы

После идентификации получаем следующую систему уравнений.

$$\begin{cases} x_1[t+1] + x_3[t+1] = x_1[t] + x_3[t] + v_1[t] + v_3[t], \\ x_2[t+1] = x_2[t] + v_2[t], \\ x_3[t+1] = x_3[t] + v_3[t], \\ x_4[t+1] = x_4[t] + v_4[t]. \end{cases}$$

В матричной форме:

$$W_x^2[t+1] \cdot X[t+1] = W_x^2[t] \cdot X[t] + W_v^2[t] \cdot V[t],$$

$$\text{где } W_x^2[t+1] = W_x^2[t] = W_v^2[t] = S^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$\text{Управление для второго слоя: } V[t] = R_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

3. Третий слой.

Связи между узлами третьего слоя окрестностной системы, соответствующего третьему переходу сети Петри, показаны на рис. 5.

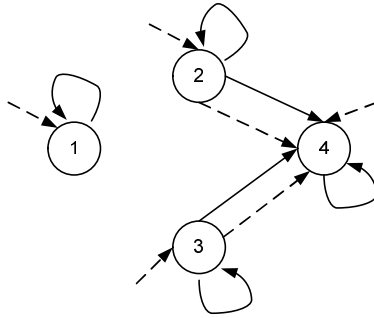


Рис.5. Третий слой окрестностной системы

Запишем уравнения 3-го слоя.

$$\begin{cases} w_x^3[t+1,1,1]x_1[t+1] = w_x^3[t,1,1]x_1[t] + w_v^3[t,1,1]v_1[t], \\ w_x^3[t+1,2,2]x_2[t+1] + w_x^3[t+1,2,4]x_4[t+1] = w_x^3[t,2,2]x_2[t] + \\ w_x^3[t,2,4]x_4[t] + w_v^3[t,2,2]v_2[t] + w_v^3[t,2,4]v_4[t], \\ w_x^3[t+1,3,3]x_3[t+1] + w_x^3[t+1,3,4]x_4[t+1] = w_x^3[t,3,3]x_3[t] + \\ w_x^3[t,3,4]x_4[t] + w_v^3[t,3,3]v_3[t] + w_v^3[t,3,4]v_4[t], \\ w_x^3[t+1,4,4]x_4[t+1] = w_x^3[t,4,4]x_4[t] + w_v^3[t,4,4]v_4[t]. \end{cases}$$

После идентификации получаем следующую систему уравнений.

$$\begin{cases} x_1[t+1] = x_1[t] + v_1[t], \\ x_2[t+1] + x_4[t+1] = x_2[t] + x_4[t] + v_2[t] + v_4[t], \\ x_3[t+1] + x_4[t+1] = x_3[t] + x_4[t] + v_3[t] + v_4[t], \\ x_4[t+1] = x_4[t] + v_4[t]. \end{cases}$$

В матричной форме:

$$W_x^3[t+1] \cdot X[t+1] = W_x^3[t] \cdot X[t] + W_v^3[t] \cdot V[t],$$

где $W_x^3[t+1] = W_x^3[t] = W_v^3[t] = S^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

$$\text{Управление для третьего слоя: } V[t] = R_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

4. Алгоритм управления функционированием окрестностной системы

Рассмотрим управление функционированием окрестностной системы, полученной на основе временной сети Петри S_t . Управление осуществляется вектором D , единица в котором соответствует слою окрестностной системы. По уравнениям выбранного слоя происходит переход к новым состояниям.

Вектор D определяется на основании условия активности слоя недетерминированной окрестностной системы. Заблокированным будем считать слой, в котором в текущий момент времени выполняется задержка. Активным считается незаблокированный слой, для которого выполняется условие

$$(11) \quad X[t] \geq R_j^-.$$

В каждый момент времени может быть активно несколько слоев.

При управлении функционированием недетерминированной окрестностной системы можно ввести ограничение на количество активных слоев, которое позволит варьировать недетерминированность системы в каждый момент времени t .

Для недетерминированных окрестностных систем можно рассмотреть несколько критериев оптимальности, учитывающих, например, время функционирования производственного процесса, общее количество затрат на производство продукции и т.д. В данной работе рассмотрим критерий времени функционирования процесса при ограничении размера затрат:

$$(12) \quad J = \sum_{\tau=1}^T z_{\tau} \rightarrow \min \quad \text{при} \quad \sum_{\tau=1}^T \sum_{a_i \in O[\tau]} S[a_i] \leq S_{kp},$$

где τ – номер такта функционирования системы; $O[\tau]$ – активный

слой на шаге τ ; $a_i \in O[\tau]$ – узлы, входящие в слой; $S[a_i]$ – затраты в узле a_i ; $S_{кр}$ – критическое значение затрат.

Опишем алгоритм управления функционированием недетерминированной окрестностной системы на основе задания меры недетерминированности, обеспечивающий минимальное значение критерия при максимальном значении недетерминированности. Алгоритм основан на построении дерева состояний из текущего состояния на заданную глубину.

1. Каждому k -му слою ($k = 1, \dots, m$) окрестностной системы сопоставить свой вес (или приоритет) $w_k \in [0, 1]$ по следующему правилу: чем меньше время блокировки слоя z_k , тем больше приоритет.

2. Задать глубину дерева G . Задать начальное состояние $X[0]$. Задать меру недетерминированности $1/m \leq g \leq 1$, где m – количество слоев окрестностной системы; $t := 0$.

3. Для текущего состояния $X[t]$ найти множество активных слоев A_t в соответствии с условием (11). Если активных слоев нет, конец алгоритма.

4. В соответствии с мерой g найти подмножество B_t множества A_t , причем в B_t выбираются слои из A_t в порядке убывания приоритета.

5. В дерево добавить потомков узла $X[t]$, полученных в результате всех комбинаций последовательности функционирования слоев из множества B_t . Для каждого узла дерева v найти время функционирования t_v и величину затрат S_v . Причем, если для какого-либо узла дерева $S_v > S_{кр}$, то такой узел далее не рассматривается.

6. В цикле перебрать потомков узла $X[t]$, $t := t + 1$. Для каждого из потомков выполнять алгоритм, начиная с пункта 3.

В построенном дереве ищется путь, для которого $S_v \leq S_{кр}$ и время функционирования минимально. Найденный путь даст оптимальное значение критерия (12) при максимальной мере недетерминированности $g = 1$. При уменьшении меры недетерминированности можно получить квазиоптимальное решение, при этом существенно снижается время работы алгоритма.

5. Заключение

В работе предложена методика преобразования сетей Петри в окрестностные системы, приведены алгоритмы идентификации и управления функционированием недетерминированной окрестностной системы, полученной на основе сети Петри.

Обратное преобразование окрестностных систем в сети Петри возможно только для узкого класса окрестностных систем с заданными ограничениями. Например, окрестностная система, преобразуемая в сеть Петри, должна быть недетерминированной, с изменяющимися окрестностными связями в каждый момент времени (за исключением частного случая сети Петри с одним переходом).

Следует также отметить, что сети Петри являются удобным инструментом для имитационного моделирования параллельных процессов. К основным их достоинствам относятся наглядность представления и возможность анализа свойств полученной модели. Однако после проведения анализа свойств и разработки адекватной модели сети Петри и перехода к соответствующей окрестностной модели можно решать более общие задачи, например, задачи оптимизации, смешанного управления и т.д.

Литература

1. БЛЮМИН С. Л., ШМЫРИН А. М. *Окрестностные системы: монография*. – Липецк: ЛЭГИ, 2005. – 132 с.
2. БЛЮМИН С. Л., ШМЫРИН А. М., СЕДЫХ И. А. *Основные свойства сетей Петри как окрестностных систем* / Материалы Воронежской весенней математической школы «Понтрягинские чтения-ХІХ». – Воронеж: ВГУ, 2008. – С. 48-49.
3. ЛЕОНЕНКОВ А. В. *Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH*. – Спб.: БХВ-Петербург, 2005. – 736 с.
4. ШМЫРИН А. М., СЕДЫХ И. А. *Идентификация линейных окрестностных систем, представляющих сети Петри. Перспективы развития информационных технологий* / Сбор-

ник материалов I Всероссийской научно-практической конференции – Новосибирск: ЦРНС – Издательство СИБ-ПРИНТ, 2008. – С. 91-97.

5. ШМЫРИН А. М., СЕДЫХ И. А. *Моделирование сетей Петри линейными окрестностными системами*. Экономика и управление: проблемы, тенденции, перспективы. Сборник научных трудов.– Липецк: МИПиЭ, 2008. – С. 133-136.

ALGORITHMS OF IDENTIFICATION AND OPERATIONAL CONTROL OF NEIGHBORHOOD SYSTEMS BUILT ON THE BASIS OF PETRI NETS

Anatoly Shmyrin, Lipetsk State Technical University, Lipetsk, Doctor of Science, professor (amsh@lipetsk.ru).

Irina Sedykh, Institute of Law and Economy, Lipetsk, assistant professor (sedykh-irina@yandex.ru).

The algorithms of identification and control for Petri nets are considered for the point of view of neighborhood systems theory.

Keywords: Petri nets, neighborhood systems, identification, control.

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии А.К. Погодаевым

УДК 62.50
ББК 32.817

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ СЛЕЖЕНИЯ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ НА ОСНОВЕ СОВМЕСТНОЙ БЛОЧНО-КАНОНИЧЕСКОЙ ФОРМЫ УПРАВЛЯЕМОСТИ И НАБЛЮДАЕМОСТИ

Ахобадзе А.Г.¹, Краснова С.А.²
(Учреждение Российской академии наук
Институт проблем управления РАН, Москва)

Исследуются структурные свойства линейных многомерных динамических систем при действии внешних возмущений в задаче слежения за заданными траекториями выходных переменных. Предполагается, что только выходные переменные подлежат измерениям, а компоненты вектора возмущений являются неизвестными гладкими ограниченными функциями времени. Разработана пошаговая процедура приведения математической модели исходной системы к совместной блочно-канонической форме управляемости и наблюдаемости относительно выходных переменных. На основе полученной формы разработана декомпозиционная процедура синтеза обратной связи, обеспечивающая асимптотическую сходимость к заданным траекториям. Информационная поддержка комбинированных законов управления осуществляется с помощью наблюдателей состояния на скользящих режимах.

Ключевые слова: слежение, декомпозиция, внешние возмущения, наблюдатели состояния на скользящих режимах.

¹ Анна Гурамиевна Ахобадзе, аспирантка (krasnova@ipu.rss.ru).

² Светлана Анатольевна Краснова, доктор технических наук, профессор (krasnova@ipu.rss.ru).

Введение

В работе изучается задача слежения за заданными траекториями выходных переменных объекта автоматического управления. Несмотря на то, что рассматриваемая математическая модель объекта управления представлена линейной динамической системой уравнений, она имеет такие качественные признаки сложной системы, как высокая размерность, многоканальность, неполнота измерений фазовых переменных; допускается неопределенность параметров. На систему действуют внешние неконтролируемые гладкие возмущения, не имеется аналитического описания задающих воздействий и, как следствие, – информации об их производных.

В указанных условиях возможность обеспечить асимптотическую сходимость выходных сигналов к значениям задающих воздействий определяется не только структурными свойствами оператора объекта управления, но также возможностью восстановить текущую информацию об объекте управления и среде его функционирования, требуемую для синтеза обратной связи и компенсации действия имеющихся неопределенностей. Требуется найти комплексное решение задач оценивания и синтеза обратной связи, обеспечивающее робастность и инвариантность замкнутой системы слежения.

Развитый раздел теории инвариантности составляют методы динамической компенсации [13-15], основанные на расширении пространства состояния за счет введения модели экзогенной системы, описывающей динамику внешних возмущений, и использовании оценок ее переменных для синтеза обратной связи. В частности, в работе [13] задача слежения относительно выходных переменных линейных систем в условиях параметрической определенности была рассмотрена на основе расширенной системы, которая включала линейные дифференциальные уравнения конечного порядка, описывающие динамику внешних возмущений и задающих воздействий. Известные методы решения задачи наблюдения при наличии внешних возмущений

предполагают использование генератора возмущений [1, 5] и могут быть дополнены алгоритмами адаптации при параметрической неопределенности моделей [9, 12].

В случае, когда возмущающие воздействия являются неизвестными, ограниченными по модулю функциями времени, приходится обращаться к классическим способам подавления действия внешних возмущений различной природы – так называемым «силовым» методам с использованием больших коэффициентов усиления или разрывных управлений, функционирующих в скользящем режиме [17]. Однако, эффективные в теории, данные методы не находят широкого применения на практике, поскольку для их реализации требуются или значительные ресурсы управления, или необходимость в специальной аппаратной реализации.

В данной работе для решения задачи слежения относительно выходных сигналов линейных систем, функционирующих в условиях неопределенности и при действии внешних неконтролируемых гладких возмущений, разработан альтернативный подход, не требующий ввода автономных динамических моделей входных воздействий. Данный подход основан на введении в контур обратной связи наблюдателей состояния с разрывными корректирующими воздействиями, функционирующими в скользящем режиме. Данный класс наблюдателей при определенных условиях позволяет решить задачу оценивания не только неизмеряемых фазовых переменных, но и имеющихся неопределенностей [6-8, 10, 11, 17, 20], что позволяет компенсировать их влияние с помощью комбинированного управления [12].

В наблюдателях на скользящих режимах сохраняются известные преимущества (декомпозиция и инвариантность) систем с разрывными управлениями [17], а задача оценивания вектора состояний и неконтролируемых возмущений решается за теоретически конечное время, что позволяет при некоторых необременительных ограничениях на динамику объекта управления проводить анализ и синтез наблюдателя и системы управ-

ления независимо. Отметим, что использование разрывных управляющих воздействий в задачах наблюдения выгодно отличается от их использования в задачах управления, где при наличии неучтенных динамик возникают автоколебания и реальный скользящий режим [10, 17], кроме того, в силу физической природы координат использование разрывных управлений ограничено. В задачах наблюдения вычислительная среда формируется искусственно и не включает динамические неидеальности объекта управления, а на использование разрывных управлений не накладываются физические ограничения. Как следствие, реальный скользящий режим в устройствах наблюдения близок к теоретическому.

Еще одна проблема настоящего исследования связана с многомерностью и многоканальностью рассматриваемого объекта управления. В таких системах, как правило, возникает необходимость в предварительном преобразовании исходной модели в канонические формы управляемости или наблюдаемости, в терминах которых проблемы анализа и синтеза упрощаются, а формулировка результатов значительно облегчается по сравнению с формулировкой в терминах исходной системы. Конструктивным приемом в решении задачи слежения как линейных, так и нелинейных динамических систем является неособое преобразование фазовых координат, приводящее к эквивалентной системе «вход–выход», непосредственно отражающей связи входных и выходных переменных. Наиболее целесообразным является прямой метод: получение выходного отображения исходной системы путем многократного дифференцирования выходных переменных с целенаправленной неособой заменой фазовых координат координатами выходного вектора и их производными [2, 3, 5, 7, 9, 13, 16, 18-22]. В отличие от известных покомпонентных децентрализованных форм, в данной работе предлагается блочная структура эквивалентной модели, которая состоит из связанных подсистем «вход–выход» различной размерности с учетом возмущений. В каждой подсистеме группы компонент выходного вектора регулируются

«своими» управляющими воздействиями (непосредственно или через цепочку интеграторов), не влияющими на поведение других выходных координат, и в которых имеется возможность устранить или компенсировать внутренние перекрестные связи и внешние возмущения с помощью обратной связи. При этом допускается формирование согласованных линейно независимых комбинаций как выходных, так и входных переменных с целью «закрепления» за группами выходных переменных, имеющих различную относительную степень, «своих» управляющих воздействий.

Работа имеет следующую структуру. В разделе 1 описывается математическая модель объекта управления, формализуется постановка задачи. В разделе 2 вводится понятие совместной блочно–канонической формы управляемости и наблюдаемости линейных систем с учетом возмущений рассматриваемого класса (СБКФ), формализуются условия ее существования, что является предпосылкой разрешимости задачи слежения. Заранее ориентируясь на предполагаемую высокую размерность задачи и допустимую неопределенность параметров модели объекта управления, в разделе 3 разработана пошаговая процедура трансформации математической модели исходной системы в СБКФ, что позволяет декомпозировать анализ разрешимости задачи слежения на независимо решаемые подзадачи меньшей размерности. На основе СБКФ в разделе 4 в рамках блочного подхода [4, 16] разработана декомпозиционная процедура синтеза комбинированной обратной связи по состоянию и по возмущению, которая сводится к последовательно решаемым элементарным подзадачам стабилизации и обеспечивает асимптотическую сходимость выходных сигналов к заданным траекториям инвариантно к внешним возмущениям. Для информационной поддержки базовых алгоритмов управления разработана процедура синтеза наблюдателей состояния на скользящих режимах, позволяющих за теоретически конечное время решить задачу оценивания составляющих базового закона управления, что существенно упрощает структуру регулятора.

1. Модель объекта управления. Постановка задачи

Рассматривается линейная математическая модель объекта автоматического управления вида

$$(1) \quad \dot{x} = Ax + Bu + Qh, \quad y_1 = Dx,$$

где $x \in R^n$ – вектор состояния, $y_1 \in R^{m_0}$ – вектор выходных (регулируемых) переменных, $u \in R^p$ – вектор управляющих воздействий, A, B, Q, D – матрицы с постоянными элементами соответствующих размерностей. Без ограничения общности полагается, что $\text{rank } D = m_0$, $\text{rank } B = p$, $0 < m_0 \leq p < n$. Выделим следующие особенности рассматриваемой модели (1):

1) $h(t) \in R^q$ – вектор внешних возмущений, компоненты которого полагаются неизвестными гладкими ограниченными по модулю функциями времени с ограниченными производными в общем случае до $(n - 1)$ -го порядка, допускается невыполнение условий согласования: $\text{rank } (B \ Q) \geq \text{rank } B$, в общем случае $\text{Im } Q \not\subset \text{Im } B$;

2) полагается, что измерениям подлежат только выходные переменные y_1 (т.е. начальные условия фазовых координат системы (1) неизвестны), шумы в измерениях отсутствуют;

3) класс допустимых управлений может включать как непрерывные, так и разрывные воздействия;

4) допускается параметрическая неопределенность матрицы Q , а также фрагментов матрицы A , которые включены в пространство управлений $\text{Im } B$. Предполагается, что известны конечные границы диапазонов, которым принадлежат значения данных элементов (допускается даже их плавная вариация в известных диапазонах);

5) аналитический вид задающих воздействий $g(t) \in R^{m_0}$ для выходных переменных $y_1(t) \in R^{m_0}$ неизвестен, имеются только их текущие значения. Предполагается, что сигналы $g(t)$ являются произвольными гладкими ограниченными функциями време-

ни с ограниченными производными в общем случае до n -го порядка, в общем случае соотношение $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{g}(t) = 0$ не имеет места.

Для системы (1) в сделанных предположениях ставится задача синтеза обратной связи, обеспечивающей асимптотическую сходимость выходных переменных к заданным траекториям:

$$(2) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} y_1(t) = g(t).$$

Решение данной задачи включает два этапа:

1) анализ разрешимости, т.е. формализация требований к тройке матриц $(D(A, B))$ системы (1), при которых задача слежения может быть решена в условиях полной определенности;

2) синтез обратной связи, который включает решение проблемы информационной поддержки базовых законов управления, обеспечивающих обработку выходными переменными задающих сигналов инвариантно к внешним возмущениям.

Еще раз подчеркнем, что задача (2) решается в «узкой» постановке без расширения пространства состояний за счет динамических моделей задающих и возмущающих воздействий, не предполагается также ввода динамического компенсатора, порождающего производные управляющих воздействий. В то же время предположение о гладкости задающих и возмущающих воздействий расширяет класс систем, в которых имеется возможность обеспечить инвариантность выходных сигналов по сравнению со случаем негладких возмущений [2, 3, 8].

Предварительно отметим, что в случае действия на систему внешних неконтролируемых возмущений стандартные предположения о наблюдаемости пары (D, A) и управляемости пары (A, B) (т.е. полный ранг матриц наблюдаемости и управляемости) уже не являются гарантией разрешимости задач наблюдения и стабилизации. Более того, даже для невозмущенной системы нет гарантии разрешимости задачи слежения относительно выходных переменных. Следующие простые примеры демонстрируют такие ситуации.

Пример 1. Рассмотрим систему $\dot{x}_1 = x_2 + h$, $\dot{x}_2 = u$, $y = x_1$, $h(t)$ – неизвестное внешнее воздействие. Здесь пара (D, A) наблюдаема, но возможность восстановить текущие значения фазовой координаты $x_2(t)$ отсутствует. Пара (A, B) управляема, но условие согласования не выполнено. Информации о текущих значениях $g(t)$ и даже $x_2(t)$, $h(t)$ недостаточно для обеспечения (2) стандартными способами, требуется привлечение специальных методов, которые представлены в данной работе.

Пример 2. Рассмотрим невозмущенную систему $\dot{x}_1 = x_2$, $\dot{x}_2 = u$, $y = \text{col}(x_1, x_2)$. Задача наблюдения не ставится, так как обе фазовые координаты подлежат измерениям, пара (A, B) управляема, но не выполняется условие $\text{rank } D \leq \text{rank } B$, т.е. фазовая координата x_1 не обеспечена «своим» управлением. Задача слежения за произвольными задающими воздействиями по каждой выходной переменной $g(t) = \text{col}(g_1(t), g_2(t))$ не имеет решения без ввода дополнительного управляющего воздействия в первое уравнение ($\dot{x}_1 = x_2 + u_1$, $\dot{x}_2 = u_2$), либо следует признать постановку задачи слежения некорректной. Действительно, в исходной системе регулируемые переменными являются фазовые координаты типа «положение–скорость». Задающие воздействия, отслеживание которых можно обеспечить в данной системе без аппаратной доработки, должны подчиняться зависимости $\dot{g}_1 = g_2$. Аналогичная ситуация проявляется и в системе $\dot{x}_1 = x_2$, $\dot{x}_2 = x_3 + u_1$, $\dot{x}_3 = u_2$, $y = \text{col}(x_1, x_2)$, где пара (D, A) наблюдаема, пара (A, B) управляема, но даже выполнение условия $\text{rank } D \leq \text{rank } B$ не гарантирует решение задачи слежения за произвольными задающими воздействиями по каждой выходной переменной.

Пример 3. Рассмотрим систему $\dot{x}_1 = x_2 + u$, $\dot{x}_2 = x_1 + x_2$, $y_1 = x_1$, пара (D, A) наблюдаема, пара (A, B) управляема. Очевидно, что в этой системе можно обеспечить стабилизацию выходной переменной на заданном уровне ($g = \text{const}$), но задача слежения относительно выходной координаты (например, при

$g = \sin t$) не может быть реализована, система будет неработоспособной из-за неустойчивости собственных движений второй координаты.

Как видим, необходимость обеспечения сходимости выходных переменных к заданным траекториям приводит к сужению ресурсов управляемости и наблюдаемости. Для разрешимости задачи слежения даже в условиях полной определенности оператор объекта управления (тройка матриц $(D(A, B))$) должен удовлетворять специфическим условиям, которые будут формализованы в разделе 2. В свою очередь, наличие неопределенностей, указанных при описании объекта управления (1), потребует привлечение специальных методов синтеза. Как будет показано в разделе 4, в данной работе решается задача обеспечения полной инвариантности выходных переменных к имеющимся неопределенностям за счет их компенсации на основе оценок, полученных с помощью наблюдателей на скользящих режимах.

В качестве методологической основы декомпозиции как задачи анализа, так и задачи синтеза, в работе используется блочный подход, который обладает большей конструктивностью, а также грубостью к вариациям параметров объекта управления по сравнению с известными каноническими представлениями [5]. К настоящему времени в рамках блочного подхода разработаны декомпозиционные процедуры синтеза законов управления [4, 14, 16] и наблюдателей состояния [4, 7] применительно к многомерным системам общего вида, в том числе и при наличии внешних возмущений различного класса. Суть блочного метода заключается в том, что в ходе неособых однотипных элементарных преобразований математическая модель преобразуется к блочной форме, которая отражает соответствующие структурные свойства (управляемости или наблюдаемости), что является основой для декомпозиционного синтеза обратной связи или наблюдателя состояния. Однако данные методы хотя и решают проблему «большой размерности», не находят непосредственного применения в задаче управления выходными переменными,

требующей комплексного анализа и синтеза указанных проблем. Блочные формы наблюдаемости и управляемости, полученные из исходной системы, как правило, не совпадают, а задачи наблюдения и собственно управления решаются относительно разных координатных базисов, что требует при синтезе обратной связи выполнения прямых и обратных преобразований координат в реальном времени.

Возникает естественное желание упростить структуру регулятора, сформулировав и задачу наблюдения, и задачу собственно управления выходными переменными в терминах совместной эквивалентной блочной формы управляемости и наблюдаемости, на основе которой обе задачи могут быть решены относительно одних и тех же блоков преобразованных координат. В этом случае не потребуется выполнять в реальном времени прямых и обратных замен переменных, что, в частности, не потребует тотального знания матриц перехода, а синтез закона управления и наблюдателя состояния будет сведен к последовательному решению элементарных подзадач стабилизации невязок, размерности которых равны размерностям блоков блочной формы.

В следующем разделе формализуется класс линейных систем (1), в которых в принципе (т.е. в условиях полной определенности) имеется возможность обеспечить задачу слежения за произвольными задающими воздействиями.

2. Совместная блочно-каноническая форма управляемости и наблюдаемости

В данном разделе вводится понятие эквивалентной блочной модели «вход–выход» (СБКФ) системы (1), на основе которой группы компонент выходного вектора y_1 будут регулироваться группами «своих» управляющих координат (непосредственно или через цепочку интеграторов), не влияющих на поведение других групп выходных координат. СБКФ может быть получена в режиме *off-line* путем многократного (m раз, где m – макси-

мальная относительная степень, $1 \leq m \leq n$) дифференцирования выходных переменных с целенаправленной неособой заменой фазовых координат выходными переменными и их производными до комплектации полного управления с матрицей ранга m_0 .

Будем рассматривать общий случай, когда вектор выходных переменных может быть расщеплен на непересекающиеся группы компонент

$$(3) \quad y_1 = \text{col}(y_{11}, y_{12}, \dots, y_{1m}), \quad \dim y_{1i} = p_i, \quad p_1 + \dots + p_m = m_0,$$

каждая из которых состоит из переменных, имеющих одинаковую относительную степень $n_i = i$, $1 \leq n_i \leq m \leq n$, т.е. полное управление в соответствующих дифференциальных уравнениях относительно y_{1i} появляется минимум после i дифференцирований. В частных случаях все выходные переменные могут иметь одинаковую относительную степень $n_m = m$ и $p_m = m_0$; та или иная группа компонент y_{1i} ($i = 1, \dots, m-1$) может отсутствовать по признаку $p_i = 0$; расщеплению (3) подлежат линейно независимые комбинации выходных переменных ранга m_0 , т.е. $H_{1y_1} = \text{col}(y_{11}, y_{12}, \dots, y_{1m})$, $\det H_y \neq 0$. Процесс «закрепления» за группами выходных переменных (или их линейных комбинаций), имеющих различную относительную степень, «своих» управляющих воздействий потребует также выполнения неособой замены координат вектора управления.

Введем понятие СБКФ системы (1), организация которой отражает указанную специфику задачи и является предпосылкой решения задачи слежения за произвольными задающими воздействиями в предположении, что оператор объекта управления известен, имеется информация о задающих и возмущающих воздействиях и их производных требуемого порядка.

Совместной блочно-канонической формой управляемости и наблюдаемости будем называть эквивалентную модель «вход–выход» исходной системы (1), полученную в результате преобразования фазовых координат и управляющих воздействий и имеющую блочную структуру вида

$$(4) \quad \begin{aligned} \dot{\bar{y}}_i &= y_{i+1}, \quad \tilde{y}_i = \sum_{j=1}^m \tilde{A}_{ij} y_j^* + \tilde{D}_i x_m + u_i + \tilde{Q}_i f_{m-1}, \quad i = \overline{1, m-1}; \\ \dot{y}_m^* &= \sum_{j=1}^m A_{mj} y_j^* + D_m x_m + u_m + Q_m f_m, \end{aligned}$$

$$(5) \quad \dot{x}_m = \sum_{j=1}^m C_{mj} y_j^* + G_m x_m + S_m u_{m+1} + R_m f_{m-1},$$

где $f_i = \text{col}(h, \dot{h}, \dots, h^{(i-1)})$,

$$(6) \quad H_x x + \Lambda_h f_{m-1} = \text{col}(y_1, \dots, y_m, x_m), \quad \det H_x \neq 0,$$

т.е. переменные системы (4) – координаты выходного вектора (или их линейно независимые комбинации) и их производные до $(m-1)$ -го порядка – связаны с фазовыми координатами x неособыми преобразованиями (6), в которых задействованы компоненты вектора возмущений h и их производные до $(m-2)$ -го порядка; $H_{iy} y_i = \text{col}(\bar{y}_i, \tilde{y}_i) = y_i^*$; $\det H_{iy} \neq 0$, $i = \overline{1, m-1}$,

$$(7) \quad \dim \bar{y}_i = \dim y_{i+1} = m_i, \quad m_0 + \dots + m_m = l, \quad l + \dim x_m = n,$$

$$(8) \quad \dim \tilde{y}_i = \dim u_i = p_i, \quad p_1 + \dots + p_m = m_0, \quad m_0 + \dim u_{m+1} = p,$$

$$(9) \quad H_u u = \text{col}(u_1, \dots, u_m, u_{m+1}), \quad \det H_u \neq 0,$$

т.е. новые управления u_i являются независимыми линейными комбинациями компонент исходного вектора управления u . В общем случае в системе (4) могут отсутствовать любые подблоки относительно переменных \tilde{y}_i по признаку $p_i = 0$. К переменным подсистемы (5), которые образуют внутреннюю динамику, предъявляется требование ограниченности решений:

$$(10) \quad \|x_m(t)\| \leq \bar{X} = \text{const}.$$

Если в системе (4)-(5) $\dim x_m = 0$, то будем называть ее полной СБКФ системы (1), при $\dim x_m \neq 0$ – неполной СБКФ, где переменные x_m подсистемы (5) в общем случае могут быть и ненаблюдаемыми, и неуправляемыми. Тогда для работоспособности неполной СБКФ и выполнения условия (10) требуется устойчивость собственных движений нулевой динамики (5).

Блочнo-каноническая форма (4) является совместной формой управляемости и наблюдаемости относительно выходных переменных в силу двойной функции, которую выполняют векторы y_{i+1} в подблоках относительно переменных \bar{y}_i :

– с одной стороны, при решении задачи наблюдения они подлежат оцениванию на i -ом шаге и трактуются как фиктивный выход полной размерности для $(i + 1)$ -го блока [7]. Заметим, что речь идет о наблюдаемости линейных комбинаций фазовых переменных и возмущающих воздействий и их производных (6), в отличие от традиционной задачи наблюдения указанных координат по отдельности, которая может не иметь решения;

– с другой стороны, в задаче слежения они трактуются как фиктивные управления полной размерности [4, 16], целенаправленно выбираемые для обеспечения требуемой динамики \bar{y}_i . Требуемая же динамика компонент \tilde{y}_i обеспечивается непосредственно с помощью выбора истинных управлений u_i .

Структура СБКФ (4) отражает прямые каналы действия управляющих воздействий u_i ($i = 1, \dots, m$) на выходные переменные $H_{1,y} y_1 = \text{col}(\bar{y}_1, \tilde{y}_1)$: \tilde{y}_1 полностью управляются посредством «своих» истинных u_1 , \bar{y}_1 – посредством фиктивных управлений y_2 , которые, в свою очередь, полностью управляются посредством «своих» истинных u_2 и фиктивных управлений y_3 , и т.д., и, наконец, переменные y_m полностью управляются «своими» истинными управлениями u_m .

Таким образом, выходные переменные y_1 не фигурируют в качестве фиктивных управлений (так, как в примере 2) и будут обрабатывать «свои», а не «чужие» задающие воздействия, что является предпосылкой разрешимости задачи слежения. Заметим, что в системе (4) выполняются условия согласования, так как незадействованные в неособых преобразованиях (6) внешние возмущения и их производные сосредоточены в пространстве новых управлений. Особенность структуры СБКФ (4) позволит на ее основе решить и задачу наблюдения в указанном

смысле, и задачу собственно управления выходными переменными относительно одного и того же координатного базиса, т.е. не потребуется выполнять в реальном времени прямых и обратных преобразований координат, что существенно упростит структуру регулятора.

Условия существования СБКФ, ее полнота и техническая реализуемость обусловлены структурными свойствами оператора объекта управления (1) и зависят от ранговых соотношений тройки матриц $(D(A, B))$. С целью выявить возможность трансформации исходной системы (1) в СБКФ, проведем анализ ее выходного отображения, составив избыточную систему путем дифференцирования выходных переменных n раз. Специфика построения выходного отображения заключается в том, что операции дифференцирования не предполагают порождение производных управляющих воздействий, а именно:

$$y_1 = Dx, \dot{y}_1 = DAx + DBu + DQh, y_2 = DAx + DQh;$$

$$\dot{y}_i = DA^i x + DA^{i-1} Bu + DA^{i-1} Qh + \sum_{j=1}^{i-1} DA^{i-1-j} Qh^{(j)},$$

$$y_{i+1} = DA^i x + DA^{i-1} Qh + \sum_{j=1}^{i-1} DA^{i-1-j} Qh^{(j)}, i = \overline{2, n-1};$$

$$\dot{y}_n = DA^n x + DA^{n-1} Bu + DA^{n-1} Qh + \sum_{j=1}^{n-1} DA^{n-1-j} Qh^{(j)},$$

или в общем виде

$$(11) \bar{Y} = \bar{A}x + \bar{B}u + \bar{Q}f_n,$$

где $\bar{Y} = \text{col}(y_1(t), \dot{y}_1(t), \dot{y}_2(t), \dots, \dot{y}_n(t))$, $\bar{Y} \in R^{m_0(n+1)}$, $\bar{A} \in R^{m_0(n+1) \times n}$, $\bar{B} \in R^{m_0(n+1) \times p}$, $\bar{Q} \in R^{m_0(n+1) \times qn}$, $f_n = \text{col}(h, \dot{h}, \dots, h^{(n-1)})$,

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} D \\ DA \\ DA^2 \\ \dots \\ DA^n \end{pmatrix}, \bar{B} = \begin{pmatrix} O \\ DB \\ DAB \\ \dots \\ DA^{n-1}B \end{pmatrix}, \bar{Q} = \begin{pmatrix} O & O & \dots & O \\ DQ & O & \dots & O \\ DAQ & DQ & \dots & O \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ DA^{n-1}Q & DA^{n-2}Q & \dots & DQ \end{pmatrix},$$

здесь и далее O – нулевая матрица соответствующей размерности. С учетом введенных обозначений i -е уравнения системы (11) имеют вид $\dot{y}_i = y_{i+1} + DA^{i-1}Bu, i = 1, \dots, n - 1$.

Прообраз СБКФ (4) – это $m_0 \leq l \leq n$ ($l = m_0 + \dots + m_m$) дифференциальных уравнений системы (11) относительно переменных $\bar{y} \in R^l, \bar{y} \subset \bar{Y}$, которые определяются путем последовательного «наращивания» базисных строк матриц $(\bar{A} \ \bar{B})$ так, чтобы поставить в соответствие всем компонентам вектора $y_1 \in R^{m_0}$ линейно независимые комбинации компонент вектора управления u ранга m_0 ; всем переменным вектора $\bar{y} \in R^l$ – линейно независимые комбинации компонент вектора x ранга l .

Теорема (достаточные условия существования СБКФ).
Если оператор линейной стационарной системы (1), где $h(t) \in R^q$ – гладкие функции времени, $0 < \text{rank } D = m_0 \leq \text{rank } B = p < n$, удовлетворяет условиям:

- 1) $\text{rank } \bar{B}_m = m_0$;
- 2) $\text{rank } (\bar{A} \ \bar{B})_m = m_0 + l, m_0 \leq l \leq n,$

$$\text{где } \bar{B}_m = \begin{pmatrix} DB \\ DAB \\ \dots \\ DA^{m-1}B \end{pmatrix}, (\bar{A} \ \bar{B})_m = \begin{pmatrix} D & O \\ DA & DB \\ \dots & \dots \\ DA^{m-1} & DA^{m-2}B \\ O & DA^{m-1}B \end{pmatrix}, 1 \leq m \leq n,$$

то существуют неособые преобразования (6), (9), позволяющие представить систему (1) в виде СБКФ (4)-(5).

Первое условие теоремы, обусловленное выполнением в системе (11) неравенства

$$(12) \text{rank } \bar{B} \geq m_0,$$

определяет существование неособой замены координат вектора управления (9) и обеспечение m_0 выходных переменных «своими» управляющими воздействиями. В противном случае часть выходных переменных размерности $m_0 - \text{rank } \bar{B}$ будет неуправляема в контексте рассматриваемой задачи слежения, т.е. будет вынуждена обрабатывать «чужие» задающие воздействия.

Исследуем структуру матрицы \bar{B} , последовательно наращивая ее блоки, определяя их совместный ранг и фиксируя базисные строки до набора m_0 базисных строк:

$$\begin{aligned} \bar{B}_1 &= DB, \text{rank } \bar{B}_1 = p_1 < m_0, \\ \bar{B}_2 &= \begin{pmatrix} \bar{B}_1 \\ DAB \end{pmatrix}, \text{rank } \bar{B}_2 = p_1 + p_2 < m_0, \dots, \\ (13) \bar{B}_m &= \begin{pmatrix} \bar{B}_{m-1} \\ DA^{m-1}B \end{pmatrix}, \text{rank } \bar{B}_m = p_1 + \dots + p_{m-1} + p_m = m_0, 1 \leq m \leq n, \end{aligned}$$

где $m = n_{\max}$ – максимальная относительная степень, при этом любое из чисел p_i (кроме p_m) может быть равно нулю по признаку $\text{rank } \bar{B}_i = \text{rank } \bar{B}_{i-1} = p_1 + \dots + p_{i-1}$.

Выявленная структура верхних блоков матрицы \bar{B} ($m_0 \leq \text{rank } \bar{B} \leq p$), т.е. ее m_0 линейно независимых строк, которые включают p_1 строк матрицы DB , p_2 строк матрицы DAB , ..., p_m строк матрицы $DA^{m-1}B$, обуславливает расщепление вектора выходных переменных на непересекающиеся группы компонент (3). Соответствующая расщеплению (3) цепочка интеграторов (уравнения относительно части переменных избыточной системы (11) $\bar{y} \subset \bar{Y}$), имеет размерность

$$(14) l = p_1 n_1 + p_2 n_2 + \dots + p_m n_m \leq n.$$

При $l < n$ останутся несвязанные переменные вектора x размерности $n - l$, образующие внутреннюю динамику (5) СБКФ.

Второе условие определяет существование неособого преобразования (6), т.е. однозначного соответствия между l фазовыми координатами исходной системы (1) с выходными переменными y_1 и частью их производных (11) по следующей схеме: со всеми m_0 переменными вектора y_1 , с $m_0 - p_1 = m_1$ переменными вектора y_2 , с $m_1 - p_2 = m_2$ переменными вектора y_3, \dots , с $m_{m-2} - p_{m-1} = m_{m-1} = p_m$ переменными вектора y_{m-1} .

В тривиальной ситуации, когда $\forall p_i = 0$ ($i = 1, \dots, m-1$) и $p_m = m_0$, т.е. все компоненты выходного вектора имеют одинаковую относительную степень $v_{\max} = m$ и $l = mm_0$, преобразование (6) существует тогда, когда матрица \bar{A} расширенной системы (11) имеет следующую структуру:

$$\bar{A}_0 = D, \text{rank } \bar{A}_0 = m_0, \bar{A}_1 = \begin{pmatrix} \bar{A}_0 \\ DA \end{pmatrix}, \text{rank } \bar{A}_1 = m_0 + m_0, \dots,$$

$$\bar{A}_{m-1} = \begin{pmatrix} \bar{A}_{m-2} \\ DA^{m-1} \end{pmatrix}, \text{rank } \bar{A}_{m-1} = mm_0.$$

В нетривиальной ситуации требуется совместное рассмотрение матриц \bar{A}_{m-1} и \bar{B}_m . Неособое преобразование (6) существует тогда, когда структура данных матриц соответствует указанной выше схеме трансформации, а именно:

$$(\bar{A} \ \bar{B})_0 = (D \ O), \text{rank } (\bar{A} \ \bar{B})_0 = m_0,$$

$$(\bar{A} \ \bar{B})_1 = \begin{pmatrix} (\bar{A} \ \bar{B})_0 \\ DA \ DB \end{pmatrix}, \text{rank } (\bar{A} \ \bar{B})_1 = m_0 + (m_1 + p_1),$$

$$m_1 + p_1 = m_0; (\bar{A} \ \bar{B})_2 = \begin{pmatrix} (\bar{A} \ \bar{B})_1 \\ DA^2 \ DAB \end{pmatrix},$$

$$\text{rank } (\bar{A} \ \bar{B})_2 = m_0 + (m_1 + p_1) + (m_2 + p_2), m_2 + p_2 = m_1, \dots,$$

$$\begin{aligned}
 (\bar{A} \ \bar{B})_{m-1} &= \begin{pmatrix} (\bar{A} \ \bar{B})_{m-2} \\ DA^{m-1} \ DA^{m-2}B \end{pmatrix}, \\
 (15) \ \text{rank}(\bar{A} \ \bar{B})_{m-1} &= m_0 + (m_1 + p_1) + \dots + (m_{m-1} + p_{m-1}), \\
 m_{m-1} + p_{m-1} &= m_{m-2}, \ (\bar{A} \ \bar{B})_m = \begin{pmatrix} (\bar{A} \ \bar{B})_{m-1} \\ O \ DA^{m-1}B \end{pmatrix} \\
 \text{rank}(\bar{A} \ \bar{B})_m &= m_0 + (m_1 + p_1) + \dots + (m_{m-1} + p_{m-1}) + p_m = m_0 + l, \\
 p_m &= m_{m-1}.
 \end{aligned}$$

В противном случае, когда при определении ранга матрицы $(\bar{A} \ \bar{B})_i$ возникает ситуация $m_i + p_i < m_{i-1}$ ($i = 1, \dots, m-1$), тогда часть выходных переменных размерности $m_{i-1} - (m_i + p_i) > 0$ теряют связь со «своими» управляющими воздействиями, т.е. становятся неуправляемыми в контексте задачи слежения. Ситуация $m_i + p_i > m_{i-1}$ ($i = 1, \dots, m-1$) невозможна в силу структуры матрицы наблюдаемости \bar{A} [1]. Теорема доказана.

Заметим, что совместное рассмотрение матриц \bar{A} и \bar{B} в (15) может привести к сужению наблюдаемого подпространства пары (D, A) , так как на каждой i -ой итерации p_i строк матрицы DA^i (независимо от того, являются они базисными строками матрицы \bar{A} или нет) и соответствующие им компоненты вектора y_{i+1} и их производные выбывают из дальнейших построений.

Построения (15) приводят к возможному сужению наблюдаемого подпространства пары (D, A) , по сути, означают выделение наблюдаемого подпространства пары (D, A) , не принадлежащего пространству управления.

Таким образом, СБКФ – упорядоченное выходное отображение, описываемое системой (11), которое при выполнении условий (13)-(15) может быть представлено в виде системы взаимосвязанных блоков (цепочек интеграторов), переменные которых являются укороченными, линейно независимыми и преобразованными неособым образом (6) производными компонент вектора выходных переменных y_1 с выполнением согла-

сованной неособой замены координат вектора управляющих воздействий (9).

Нахождение матриц неособых преобразований (6), (9) перехода к СБКФ осложняется предположениями о неопределенности части параметров системы (1). Заметим, что практически все известные неособые преобразования линейных систем в те или иные канонические формы предполагают знание параметров [5].

В следующем разделе в рамках блочного подхода разработана пошаговая процедура трансформации системы (1) в СБКФ (4)-(5), в которой проверка условий (13)-(15), процедуры замены переменных (6), (9) и преобразований подобия декомпозируются на последовательные подзадачи размерности m_i и допускают указанную неопределенность параметров.

3. Процедура конструктивного анализа

В данном разделе разработана пошаговая процедура анализа разрешимости задачи и приведения исходной системы (1) к СБКФ (4)-(5). Каждый i -ый ($i = 1, \dots, m-1$) шаг процедуры состоит в общем случае из следующих операций:

П1 – получение дифференциального уравнения относительно переменных $y_i \in R^{m_{i-1}}$ (i -го блока СБКФ) и его анализ;

П2 – приведение i -го блока к регулярной форме относительно истинного управления (выделение p_i базисных строк матрицы \bar{B} (11) и обнуление ее линейно зависимых строк), что позволяет сформировать линейные комбинации i -ых производных выходных переменных $y_{i+1} \in R^{m_i}$ ($m_i \leq m_{i-1}$), подлежащих вторичному дифференцированию;

П3 – закрепление за i -ой группой выходных переменных «своих» управляющих воздействий с неособой заменой координат вектора управления (при $p_i \neq 0$);

П4 – аннулирование в непреобразованной подсистеме управлений, закрепленных за j -ми ($j = 1, \dots, i$) группами выходных

переменных.

На каждом шаге комплексно проверяются условия существования СБКФ (4)-(5): условие А (все фазовые переменные x будут преобразованы в новые переменные $y_1, \dots, y_i, y_i \in R^{m_{i-1}}$); условие В (все группы выходных переменных (3) будут обеспечены «своими» группами истинных управлений); условие С (пролонгация процедуры на следующий шаг), а именно:

$$m_0 + \dots + m_{i-1} = n \quad (A i *),$$

$$m_0 + \dots + m_{i-1} < n \quad (A i **);$$

$$p_1 + \dots + p_i = m_0 \leq p \quad (B i *),$$

$$p_1 + \dots + p_i < m_0 \quad (B i **);$$

$$m_i + p_i < m_{i-1} \text{ или } m_i + p_i = m_{i-1}, p_1 + \dots + p_i = p \quad (C i *),$$

$$m_i = m_{i-1}, p_i = 0 \quad (C i **),$$

$$m_i + p_i = m_{i-1}, p_1 + \dots + p_i < p, p_i > 0 \quad (C i ***).$$

Процедура заканчивает на i -ом шаге в следующих случаях:

$(A i *, B i **); (A i **, B i **, C i *)$ – СБКФ не существует, требуется либо корректировка цели управления, либо аппаратная доработка системы (см. пример 2);

$(A i *, B i *)$ – получена полная СБКФ;

$(A i **, B i *)$ – получена неполная СБКФ с внутренней динамикой, для которой проверяется условие (10);

При выполнении условий $(A i **, B i **, C i ** (C i ***))$ процедура пролонгируется на следующий шаг.

На рис. 1 показана блок-схема процедуры конструктивного анализа, «черным квадратом» обозначен конец процедуры.

С практической точки важно, что при таком пошаговом рассмотрении оператора системы (1) появляется возможность выявления проблемных (нестационарных или плохо обусловленных) фрагментов матриц и их резервации. Конечный вид системы последовательно формируется из блоков, в ходе процедуры имеется возможность корректировать построения на каждом шаге, чтобы получить добротную конструкцию, тогда как в общем случае приходится искать различные варианты

реализации (6), (9), работая с матрицами избыточной системы (11).

Операции, связанные с перебором различных сочетаний базисных миноров и проверки их обусловленности, образуют дополнительную логику, не отраженную на рис. 1, но являющуюся неотъемлемой частью процедуры.

Процедура трансформации системы (1) в СБКФ (4)-(5).

Шаг 1. В тривиальном случае процедура может состоять из одного шага. Для однородности изложения рассмотрим этот случай, сняв априорные предположения о ранговых соотношениях матриц системы (1), кроме следующего: $\text{rank } D = m_0 \neq 0$.

А) В системе (1) выполняется одно из условий:

$$(A1^*) \quad m_0 = n \quad (\dim y_1 = \dim x),$$

$$(A1^{**}) \quad m_0 < n \quad (\dim y_1 < \dim x).$$

Переходим к первой операции, которая в зависимости от указанных вариантов имеет следующую реализацию.

A1*, П1) Все компоненты вектора состояния x связаны взаимнооднозначным соответствием с компонентами вектора выходных переменных $x = D^{-1}y_1$, $\det D_{m_0 \times m_0} \neq 0$. После дифференцирования и обратной подстановки имеем

$$(16) \quad \dot{y}_1 = A_{11}y_1 + B_1u + Q_1h,$$

где $A_{11} = DAD^{-1}$, $B_1 = DB$, $Q_1 = DQ$. Анализ оператора системы (16) позволяет сделать вывод о разрешимости поставленной задачи слежения.

В) Обозначим $\text{rank } B_1 = p_1 \leq p$. В системе (16) выполняется одно из условий:

$$(B1^*) \quad p_1 = m_0 \quad (\text{rank } B_1 = \dim y_1),$$

$$(B1^{**}) \quad p_1 < m_0 \quad (\text{rank } B_1 < \dim y_1).$$

В случае (A1*, B1*) все компоненты выходных переменных обеспечены своим управляющим воздействием, получена полная СБКФ, состоящая из одного блока (16); на ее основе переходим к задаче синтеза обратной связи.

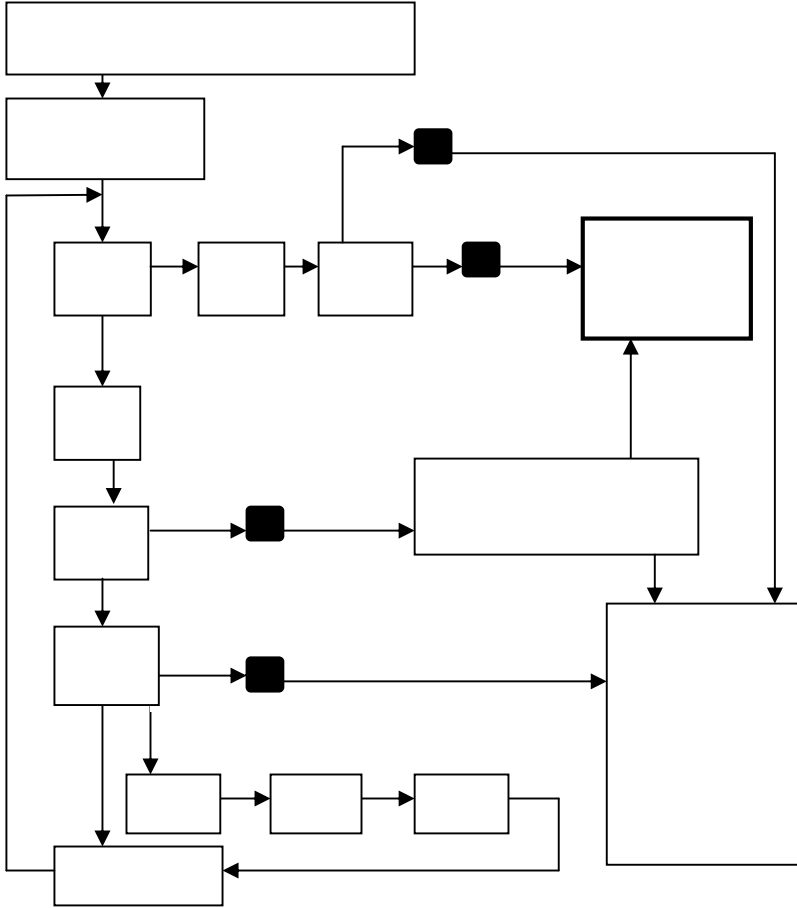


Рис. 1. Блок-схема процедуры конструктивного анализа

В случае $(A1^*, B1^{**})$ часть выходных переменных размерности $(m_0 - \text{rank } B_1)$ не обеспечена истинным управлением и будет вынуждена обрабатывать «чужие» задающие воздействия. Процедура заканчивается, СБКФ не существует.

$A1^{**}$, П1) Перегруппируем компоненты вектора состояния $x = \text{col}(\tilde{x}_1, x_1)$, $\tilde{x}_1 \in R^{m_0}$, $x_1 \in R^{n-m_0}$ так, чтобы в линейном

разложении $y_1 = Dx = D_{11}\tilde{x}_1 + D_{12}x_1$ выполнялось условие $\det D_{11} \neq 0$, что позволяет установить взаимнооднозначное соответствие между выходными переменными и координатами вектора состояния \tilde{x}_1 :

$$x_1 \mapsto H_{11} \begin{pmatrix} \tilde{x}_1 \\ x_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ x_1 \end{pmatrix}, \quad H_{11} = \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} \\ O & I_{n-m_0} \end{pmatrix}, \quad \det H_{11} \neq 0,$$

здесь и далее I – единичная матрица указанной размерности.

Представим систему (1) в виде двух подсистем

$$(17) \quad \begin{aligned} \dot{y}_1 &= A_{11}y_1 + D_1x_1 + B_1u + Q_1h, \\ \dot{x}_1 &= C_{11}y_1 + G_1x_1 + S_1u + R_1h, \end{aligned}$$

где $H_{11}AH_{11}^{-1} = \begin{pmatrix} A_{11} & D_1 \\ C_{11} & G_1 \end{pmatrix}$, $H_{11}B = \begin{pmatrix} B_1 \\ S_1 \end{pmatrix}$, $H_{11}Q = \begin{pmatrix} Q_1 \\ R_1 \end{pmatrix}$.

Далее в первом уравнении (17) выполняется комплексный анализ матриц D_1, B_1 в контексте решаемой задачи.

В) В первом уравнении (17) выполняется одно из условий: $(B1^*)$ или $(B1^{**})$. В случае $(A1^{**}, B1^*)$ все компоненты выходных переменных «обеспечены» своим управляющим воздействием, получена неполная СБКФ, переходим к проверке работоспособности (10) системы (17). В случае $(A1^{**}, B1^{**})$ приступаем к проверке следующего условия.

С) В первом уравнении (17) выполняется одно из условий:

$$(C1^*) \quad \text{rank}(D_1 \ B_1) < m_0 \quad \text{или} \quad \text{rank}(D_1 \ B_1) = m_0 \quad \text{и} \quad p_1 = p,$$

$$(C1^{**}) \quad \dim y_1 = \text{rank } D_1 = m_0 \quad p_1 = 0,$$

$$(C1^{***}) \quad \dim y_1 = \text{rank}(D_1 \ B_1) = m_1 + p_1 = m_0 \quad \text{и} \quad 0 < p_1 < p.$$

В первом варианте $(C1^*)$ часть выходных переменных не обеспечивается фиктивным управлением, в качестве которого рассматриваются фазовые переменные x_1 , а во втором – уже фиктивные управления x_1 не обеспечены истинным управлением. Процедура заканчивается, СБКФ не существует.

В случаях $(C1^{**}), (C1^{***})$ все выходные переменные обеспечены фиктивным и/или истинным управлением.

Результат первого шага в случае (A1**, B1**, C1**). В системе (17) $B_1 = O$, т.е. весь вектор первых производных выходных переменных подлежит повторному дифференцированию. Для единообразия изложения обозначим $y_2 = A_{11}y_1 + \bar{D}_1x_1 + Q_1h$, где $D_1 := \bar{D}_1$, $\text{rank } \bar{D}_1 = \dim y_1$ первая подсистема системы (17) примет вид первого блока СБКФ $\dot{y}_1 = y_2$. Переходим на второй шаг процедуры, где аналогичные построения применяются для второй подсистемы (17) с фиктивным выходом $y_2 \in R^{m_1}$, $m_1 = m_0$.

В случае (A1**, B1**, C1***) выполняем аннулирующие преобразования, которые позволят непосредственно сформировать комбинацию производных выходных переменных \dot{y}_1 , которые не зависят от управления и подлежат второму дифференцированию.

П2) В соответствии с логикой изложения, преобразования данного пункта выполняются, когда $0 < p_1 < m_0$.

С помощью перестановки строк выполним следующее расщепление первой подсистемы (17):

$$(18) \quad B_1 = \begin{pmatrix} \hat{B}_1 \\ \tilde{B}_1 \end{pmatrix}, \quad y_1 = \begin{pmatrix} \hat{y}_1 \\ \tilde{y}_1 \end{pmatrix}, \quad A_{11} = \begin{pmatrix} \hat{A}_{11} \\ \tilde{A}_{11} \end{pmatrix}, \quad D_1 = \begin{pmatrix} \hat{D}_1 \\ \tilde{D}_1 \end{pmatrix}, \quad Q_1 = \begin{pmatrix} \hat{Q}_1 \\ \tilde{Q}_1 \end{pmatrix},$$

где $\text{rank } B_1 = \text{rank } \tilde{B}_1 = \dim \tilde{y}_1 = p_1$, $\dim \hat{y}_1 = m_0 - p_1 = m_1$.

Обнулیم линейно зависимые строки матрицы B_1 с помощью неособой замены переменных $\bar{y}_1 = \hat{y}_1 - B_1^* \tilde{y}_1$, где $B_1^* \tilde{B}_1 = \hat{B}_1$, и выполним соответствующие преобразования подобия:

$$(19) \quad y_1 \mapsto H_{12} \begin{pmatrix} \hat{y}_1 \\ \tilde{y}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{y}_1 \\ \tilde{y}_1 \end{pmatrix} = y_1^*, \quad H_{12} = \begin{pmatrix} I_{m_0-p_1} & -B_1^* \\ O & I_{p_1} \end{pmatrix}, \quad \det H_{12} \neq 0,$$

$$H_{12} \begin{pmatrix} \hat{D}_1 & \hat{B}_1 \\ \tilde{D}_1 & \tilde{B}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{D}_1 & O \\ \tilde{D}_1 & \tilde{B}_1 \end{pmatrix}, \quad H_{12} \begin{pmatrix} \hat{A}_{11} \\ \tilde{A}_{11} \end{pmatrix} H_{12}^{-1} = \begin{pmatrix} \bar{A}_{11} \\ \tilde{A}_{11} \end{pmatrix}, \quad H_{12} \begin{pmatrix} \hat{Q}_1 \\ \tilde{Q}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{Q}_1 \\ \tilde{Q}_1 \end{pmatrix},$$

$C_{11} H_{12}^{-1} = \bar{C}_{11}$, $B_1^* = \hat{B}_1 \tilde{B}_1^+$ – реализация аннулирующей матрицы,

где $\tilde{B}_1^+ = \tilde{B}_1^T (\tilde{B}_1 \tilde{B}_1^T)^{-1}$ – псевдообратная матрица матрицы \tilde{B}_1 . Неособые преобразования не изменяют ранга матрицы, а именно: $\text{rank}(D_1 B_1) = m_1 + p_1 = m_0 \Rightarrow \text{rank } \bar{D}_1 = m_1 = \dim \bar{y}_1, m_1 \neq 0$.

Отметим, что если в расщеплении (18)

$$(20) \hat{B}_1 = O,$$

то неособая замена переменных (19) не выполняется. Для единообразия изложения будем полагать, что в этом случае H_{12} с точностью до перестановок столбцов равна единичной матрице.

П3) Во втором подблоке (19) p_1 координат вектора управления, соответствующих базисным столбцам матрицы \tilde{B}_1 , фиксируются в качестве управляющих воздействий для p_1 компонент вектора \tilde{y}_1 с помощью неособой замены $\tilde{B}_1 u = u_1$, а именно:

$$(21) u \mapsto H_{13} \begin{pmatrix} \tilde{u}_1 \\ u_2^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2^* \end{pmatrix}, H_{13} = \begin{pmatrix} \tilde{B}_{11} & \tilde{B}_{12} \\ O & I_{p-p_1} \end{pmatrix}, \tilde{B}_1 = (\tilde{B}_{11} \quad \tilde{B}_{12}),$$

$$\det \tilde{B}_{11} \neq 0, \det H_{13} \neq 0, \tilde{u}_1, u_1 \in R^{p_1}, u_2^* \in R^{p-p_1},$$

$$\tilde{u}_1 = \tilde{B}_{11}^{-1}(u_1 - \tilde{B}_{12} \bar{u}_2), \tilde{B}_1 H_{13}^{-1} = I_{p_1}, S_1 H_{13}^{-1} = (P_{11} \quad S_1^*).$$

В результате преобразований (19), (21) система (17) принимает вид

$$(22) \begin{aligned} \dot{\tilde{y}}_1 &= \bar{A}_{11} y_1^* + \bar{D}_1 x_1 + \bar{Q}_1 h = y_2, \\ \tilde{y}_1 &= \tilde{A}_{11} y_1^* + \tilde{D}_1 x_1 + u_1 + \tilde{Q}_1 h, \end{aligned}$$

$$\dot{x}_1 = C_{11}^* y_1^* + G_1 x_1 + P_{11} u_1 + S_1^* u_2^* + R_1 h,$$

где $y_2 \in R^{m_1}$ – сформированные неособым образом (19) линейные комбинации первых производных выходных переменных, подлежащие повторному дифференцированию. Тот факт, что неособая замена $y_2 = \bar{A}_{11} y_1^* + \bar{D}_1 x_1 + \bar{Q}_1 h$, где $\text{rank } \bar{D}_1 = \dim y_2 = m_1$, зависит от внешних возмущений, приведет после дифференцирования к появлению их производных, что допустимо в рассматриваемом классе систем.

П4) С целью исключить из дифференциального уравнения

относительно y_2 управляющие воздействия u_1 , зарезервированные для переменных \tilde{y}_1 , введем неособую замену переменных

$$(23) \quad \hat{y}_2 = y_2 - B_{21}\tilde{y}_1, \quad B_{21} = \tilde{A}_{11} + \overline{D}_1 P_{11}, \quad \overline{A}_{11} y_1^* = \overline{A}_{11} \tilde{y}_1 + \tilde{A}_{11} \tilde{y}_1, \\ H_{14} \begin{pmatrix} \tilde{y}_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{y}_1 \\ \hat{y}_2 \end{pmatrix}, \quad H_{14} = \begin{pmatrix} I_{p_1} & O \\ -B_{21} & I_{m_1} \end{pmatrix}, \quad \det H_{14} \neq 0, \quad \hat{y}_2 \in R^{m_1}.$$

Переходим на второй шаг, где аналогичные преобразования выполняются для последней подсистемы (22) с фиктивным выходом (23), который возьмем за основу изложения как более общий случай, по сравнению с (A1**, B1**, C1**).

Шаг 2. А) На втором шаге с учетом $\text{rank } \overline{D}_1 = m_1 \neq 0$ выполняется одно из условий:

$$(A2^*) \quad m_0 + m_1 = n \quad (\dim \hat{y}_2 = \dim x_1),$$

$$(A2^{**}) \quad m_0 + m_1 < n \quad (\dim \hat{y}_2 < \dim x_1).$$

A2*, П1) Все компоненты вектора состояния x_1 связаны взаимнооднозначным соответствием с компонентами вектора \hat{y}_2 : $x_1 = \overline{D}_1^{-1}(\hat{y}_2 + B_{21}\tilde{y}_1 - \overline{A}_{11}y_1^* - \overline{Q}h)$, $\det \overline{D}_{1(m_1 \times m_1)} \neq 0$. После дифференцирования и обратной подстановки имеем

$$(24) \quad \dot{\hat{y}}_2 = A_{21}y_1^* + A_{22}\hat{y}_2 + B_2 u_2^* + Q_2 f_2, \quad f_2 = \text{col}(h, \dot{h}).$$

В) Обозначим $\text{rank } B_2 = p_2$, $p_1 + p_2 \leq p$. В системе (25) выполняется одно из условий:

$$(B2^*) \quad p_2 = m_1 \quad (\text{rank } B_2 = \dim \hat{y}_2),$$

$$(B2^{**}) \quad p_2 < m_1 \quad (\text{rank } B_2 < \dim \hat{y}_2).$$

В случае (A2*, B2*) все компоненты выходных переменных обеспечены своим управляющим воздействием, получена полная СБКФ, состоящая из двух блоков – первых двух подсистем (22) и (24); на ее основе переходим к задаче синтеза обратной связи. В случае (A2*, B2**) часть выходных переменных размерности $(m_1 - \text{rank } B_2)$ не обеспечена истинным управлением и будет вынуждена отрабатывать «чужие» задающие воздействия. Процедура заканчивается, СБКФ не существует.

A2**, П1) В отличие от замены переменных H_{11} , начиная со второго шага в неособых преобразованиях участвуют предыдущие переменные и внешние возмущения. Перегруппируем компоненты вектора состояния $x_1 = \text{col}(\tilde{x}_2, x_2)$, $\tilde{x}_2 \in R^{m_1}$, $x_2 \in R^{n-m_0-m_1}$ так, чтобы в линейном разложении $\hat{y}_2 = \overline{\overline{A}}_{11}\overline{y}_1 - \overline{\overline{D}}_1 P_{11}\tilde{y}_1 + \overline{\overline{Q}}_1 h + D_{21}\tilde{x}_2 + D_{22}x_2$ выполнялось условие $\det D_{21} \neq 0$, что позволяет установить взаимнооднозначное соответствие между переменными (23) и координатами вектора состояния \tilde{x}_2 :

$$(25) \quad H_{21} \begin{pmatrix} y_1^* \\ h \\ \tilde{x}_2 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1^* \\ h \\ \hat{y}_2 \\ x_2 \end{pmatrix}, \quad H_{21} = \begin{pmatrix} I_{m_0} & O & O & O \\ O & I_q & O & O \\ (\overline{\overline{A}}_{11} - \overline{\overline{D}}_1 P_{11}) & \overline{\overline{Q}}_1 & D_{21} & D_{22} \\ O & O & O & I_{n-m_0-m_1} \end{pmatrix},$$

где $\det H_{21} \neq 0$. После дифференцирования и обратной подстановки в силу (25) имеем:

$$(26) \quad \begin{aligned} \dot{\hat{y}}_2 &= A_{21}y_1^* + A_{22}\hat{y}_2 + D_{22}x_2 + B_2u^* + Q_2f_2, \\ \dot{x}_2 &= C_{21}y_1^* + \hat{C}_{22}\hat{y}_2 + G_2x_2 + P_2u_1 + S_2u_2^* + R_2h. \end{aligned}$$

В первом уравнении (26) выполняется комплексный анализ матриц D_2, B_2 в контексте решаемой задачи.

В) В первом уравнении (26) выполняется одно из условий: (B2*) или (B2**). В случае (A2**, B2*) все компоненты выходных переменных «обеспечены» своим управляющим воздействием, получена неполная СБКФ, переходим к проверке работоспособности (10) системы (26). В случае (A2**, B2**) приступаем к проверке следующего условия.

С) В первом уравнении (26) выполняется одно из условий:

$$(C2^*) \quad \text{rank}(D_2 \ B_2) < m_1 \text{ или } \text{rank}(D_2 \ B_2) = m_1 \text{ и } p_1 + p_2 = p,$$

$$(C2^{**}) \quad \dim \hat{y}_2 = \text{rank } D_2 = m_1 \quad p_2 = 0,$$

$$(C2^{***}) \quad \dim \hat{y}_2 = \text{rank}(D_2 \ B_2) = m_2 + p_2 = m_1,$$

$$0 < p_2, \quad p_1 + p_2 < p.$$

В первом варианте (C2*) часть выходных переменных не обеспечивается фиктивным управлением, в качестве которого рассматриваются фазовые переменные x_2 , а во втором – уже фиктивные управления x_2 не обеспечены истинным управлением. Процедура заканчивается, СБКФ не существует.

В случаях (C2**), (C2***) все выходные переменные обеспечены фиктивным и/или истинным управлением.

*Результат второго шага в случае (A2**, B2**, C2**).* В системе (26) $B_2 = O$, т.е. весь вектор первых производных выходных переменных подлежит повторному дифференцированию. Для единообразия изложения обозначим $y_3 = A_{21}y_1^* + A_{22}\hat{y}_2 + \bar{D}_2x_2 + Q_2f_2$, где $D_2 := \bar{D}_2$, $\text{rank } \bar{D}_2 = \dim \hat{y}_2$, тогда первое уравнение (26) примет вид второго блока СБКФ $\hat{y}_2 = y_3$. Переходим на третий шаг процедуры, где аналогичные построения применяются для второй подсистемы (26) с фиктивным выходом $y_3 \in R^{m_2}$, $m_2 = m_1$.

В случае (A2**, B2**, C2***) выполняем аннулирующие преобразования, которые позволят непосредственно сформировать комбинацию вторых производных выходных переменных, которые не зависят от управления и подлежат повторному дифференцированию.

П2) В соответствии с логикой изложения, преобразования данного пункта выполняются, когда $0 < p_2 < m_1$.

С помощью перестановки строк выполним (аналогично (18)) расщепление первой подсистемы (26):

$$(27) \quad B_2 = \begin{pmatrix} \bar{B}_2 \\ \tilde{B}_2 \end{pmatrix}, \quad \hat{y}_2 = \begin{pmatrix} \hat{y}_2 \\ \tilde{y}_2 \end{pmatrix}, \quad A_{22} = \begin{pmatrix} \bar{A}_{22} \\ \tilde{A}_{22} \end{pmatrix}, \quad D_2 = \begin{pmatrix} \bar{D}_2 \\ \tilde{D}_2 \end{pmatrix} \text{ и др.},$$

где $\text{rank } B_2 = \text{rank } \bar{B}_2 = \dim \tilde{y}_2 = p_2$, $\dim \hat{y}_2 = m_1 - p_2 = m_2$.

Обнулим линейно зависимые строки матрицы B_2 с помощью неособой замены переменных $\bar{y}_2 = \hat{y}_2 - B_2^* \tilde{y}_2$, где $B_2^* \bar{B}_2 = \bar{B}_2$ (например, $B_2^* = \bar{B}_2 \bar{B}_2^+$, $\bar{B}_2^+ = \bar{B}_2^T (\bar{B}_2 \bar{B}_2^T)^{-1}$), и выполним соответствующие преобразования подобия:

$$(28) \hat{y}_2 \mapsto H_{22} \begin{pmatrix} \bar{y}_2 \\ \tilde{y}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{y}_2 \\ \tilde{y}_2 \end{pmatrix} = y_2^*, \quad H_{22} = \begin{pmatrix} I_{m_1-p_2} & -B_2^* \\ O & I_{p_2} \end{pmatrix}, \quad \det H_{22} \neq 0,$$

$$H_{22} \begin{pmatrix} \bar{D}_2 & \bar{B}_2 \\ \tilde{D}_2 & \tilde{B}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{D}_2 & O \\ \tilde{D}_2 & \tilde{B}_2 \end{pmatrix}, \quad H_{22} \begin{pmatrix} \bar{A}_{22} \\ \tilde{A}_{22} \end{pmatrix} H_{22}^{-1} = \begin{pmatrix} \bar{A}_{22} \\ \tilde{A}_{22} \end{pmatrix}, \text{ и др.},$$

где $\text{rank}(D_2 \ B_2) = m_2 + p_2 = m_1 \Rightarrow \text{rank} \bar{D}_2 = m_2 = \dim \bar{y}_2$, $m_2 \neq 0$.

Если в расщеплении (27) $\bar{B}_2 = O$, то неособая замена переменных (28) не выполняется. Для единообразия изложения будем полагать, что в этом случае H_{22} с точностью до перестановок столбцов равна единичной матрице.

П3) Во втором подблоке (28) p_2 координат вектора управления u_2^* , соответствующих базисным столбцам матрицы \tilde{B}_2 , фиксируются в качестве управляющих воздействий для p_2 компонент вектора \tilde{y}_2 с помощью неособой замены $\tilde{B}_2 u_2^* = u_2$:

$$(29) u_2^* \mapsto H_{23} \begin{pmatrix} \tilde{u}_2 \\ u_3^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_2 \\ u_3^* \end{pmatrix}, \quad H_{23} = \begin{pmatrix} \tilde{B}_{21} & \tilde{B}_{22} \\ O & I_{p-p_1-p_2} \end{pmatrix}, \quad \tilde{B}_2 = (\tilde{B}_{21} \ \tilde{B}_{22}),$$

$$\det \tilde{B}_{21} \neq 0, \quad \det H_{23} \neq 0, \quad \tilde{u}_2, u_2 \in R^{p_2}, \quad u_3^* \in R^{p-p_1-p_2},$$

$$\tilde{u}_2 = \tilde{B}_{21}^{-1}(u_2 - \tilde{B}_{22}u_3^*), \quad \tilde{B}_2 H_{23}^{-1} = I_{p_2}, \quad S_2 H_{23}^{-1} = (P_{22} \ S_2^*).$$

В результате (28)–(29) система (26) принимает вид

$$\begin{aligned} \dot{\bar{y}}_2 &= \bar{A}_{21}y_1^* + \bar{A}_{22}y_2^* + \bar{D}_2x_2 + \bar{Q}_2f_2 = y_3, \\ (30) \quad \dot{\tilde{y}}_2 &= \tilde{A}_{21}y_1^* + \tilde{A}_{22}y_2^* + \tilde{D}_2x_2 + u_2 + \tilde{Q}_2f_2, \\ \dot{x}_2 &= C_{21}y_1^* + C_{22}y_2^* + G_2x_2 + P_{21}u_1 + P_{22}u_2 + S_2^*u_3^* + R_2h. \end{aligned}$$

где $y_3 \in R^{m_2}$ – сформированные неособым образом (28) линейные комбинации вторых производных выходных переменных, подлежащие повторному дифференцированию.

П4) С целью исключить из дифференциального уравнения относительно u_3 управляющие воздействия u_1, u_2 , зарезервированные для переменных \tilde{y}_1, \tilde{y}_2 , введем неособую замену

$$(31) \hat{y}_3 = y_3 - B_{31}\tilde{y}_1 - B_{32}\tilde{y}_2,$$

$$H_{24} \begin{pmatrix} \tilde{y}_1 \\ \tilde{y}_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{y}_1 \\ \tilde{y}_2 \\ \hat{y}_3 \end{pmatrix}, H_{24} = \begin{pmatrix} I_{p_1} & O & O \\ O & I_{p_2} & O \\ -B_{31} & -B_{32} & I_{m_1} \end{pmatrix}, \det H_{24} \neq 0,$$

где $B_{31} = \tilde{A}_{21} + \overline{D}_2 P_{21}$, $B_{32} = \tilde{A}_{22} + \overline{D}_2 P_{22}$, $\overline{A}_{21} y_1^* = \overline{\overline{A}}_{21} \overline{y}_1 + \tilde{A}_{21} \tilde{y}_1$,
 $\overline{A}_{22} y_2^* = \overline{\overline{A}}_{22} \overline{y}_2 + \tilde{A}_{22} \tilde{y}_2$.

Переходим на третий шаг, где аналогичные преобразования выполняются для последней подсистемы (30) с фиктивным выходом (31), и т.д. На следующих шагах выполняемые преобразования принципиально не отличаются от преобразований второго шага, на каждом шаге проверяются условия окончания или пролонгации процедуры. Ограничимся ситуацией, когда процедура закончится именно на третьем шаге по одному из указанных ниже условий.

Шаг 3 (последний). А) На третьем шаге с учетом $\text{rank} \overline{D}_2 = m_2 \neq 0$ выполняется одно из условий:

$$(A3^*) \quad m_0 + m_1 + m_2 = n \quad (\dim \hat{y}_3 = \dim x_2),$$

$$(A3^{**}) \quad m_0 + m_1 + m_2 < n \quad (\dim \hat{y}_3 < \dim x_2).$$

A3*, П1) Все компоненты вектора состояния x_2 связаны взаимнооднозначным соответствием с компонентами вектора \hat{y}_3 (31), $\det \overline{D}_{2(m_2 \times m_2)} \neq 0$. После дифференцирования и обратной подстановки имеем

$$(32) \quad \dot{\hat{y}}_3 = A_{31} y_1^* + A_{32} y_1^* + A_{33} \hat{y}_3 + B_3 u_3^* + Q_3 f_3, \quad f_3 = \text{col}(h, \dot{h}, \ddot{h}).$$

В) Обозначим $\text{rank} B_3 = p_3$, $p_1 + p_2 + p_3 \leq p$. В системе (32) выполняется одно из условий:

$$(B3^*) \quad p_3 = m_2 \quad (\text{rank} B_3 = \dim \hat{y}_3),$$

$$(B3^{**}) \quad p_3 < m_2 \quad (\text{rank} B_3 < \dim \hat{y}_3).$$

В случае (A3*, B3*) все компоненты выходных переменных обеспечены своим управляющим воздействием, получена полная СБКФ, состоящая из трех блоков – первых двух уравнений

систем (22), (30) и (32); на ее основе переходим к задаче синтеза обратной связи.

В случае (A3*, B3**) часть выходных переменных размерности $(m_2 - \text{rank } B_3)$ не обеспечена истинным управлением и будет вынуждена обрабатывать «чужие» задающие воздействия. Процедура заканчивается, СБКФ не существует. Для решения поставленной задачи требуется аппаратная доработка системы, а именно, ввод в систему (32) дополнительных каналов управления так, чтобы обеспечить (B3*).

A3**, П1) Перегруппируем компоненты вектора состояния $x_2 = \text{col}(\tilde{x}_3, x_3)$, $\tilde{x}_3 \in R^{m_2}$, $x_3 \in R^{n-m_0-m_1-m_2}$ так, чтобы в линейном разложении $\hat{y}_3 = \bar{A}_{21}\bar{y}_1 - \bar{D}_2P_{21}\tilde{y}_1 + \bar{A}_{22}\bar{y}_2 - \bar{D}_2P_{22}\tilde{y}_2 + \bar{Q}_2f_2 + D_{31}\tilde{x}_3 + D_{32}x_3$ выполнялось условие $\det D_{31} \neq 0$, что позволяет установить взаимнооднозначное соответствие между переменными (32) и координатами \tilde{x}_3 вектора состояния. Соответствующее неособое преобразование H_{31} , $\det D_{31} \neq 0$, в котором задействованы внешние возмущения и их первые производные, аналогично (25). После дифференцирования и обратной подстановки имеем:

$$(33) \quad \begin{aligned} \dot{\hat{y}}_3 &= A_{31}y_1^* + A_{32}y_2^* + A_{33}\hat{y}_3 + D_3x_3 + B_3u_3^* + Q_3f_3, \\ \dot{x}_3 &= C_{31}y_1^* + C_{32}y_2^* + C_{33}\hat{y}_3 + G_3x_3 + P_{31}u_1 + P_{32}u_2 + S_3u_3^* + R_3f_2. \end{aligned}$$

В) В первом уравнении (33) выполняется одно из условий: (B2*) или (B2**). Сделанное предположение, что процедура закончится на третьем шаге, означает, что в случае (A2**, B2**) выполняется условие

$$(C3^*) \quad \text{rank}(D_3 B_3) < m_2; \text{rank}(D_3 B_3) = m_2, p_1 + p_2 + p_3 = p,$$

которое означает, что СБКФ не существует, так как в первом варианте часть выходных переменных не обеспечивается фиктивным управлением, в качестве которого рассматриваются фазовые переменные x_3 , а во втором – уже фиктивные управления x_3 не обеспечены истинным управлением. Для решения поставленной задачи требуется аппаратная доработка системы:

либо ввод в первое уравнение системы (33) дополнительных каналов управления так, чтобы обеспечить (В3*); либо ввод дополнительных внутренних связей, обеспечивающих $\text{rank}(D_3 B_3) = m_2$, и дальнейшее исследование системы (33). На практике выбирают наиболее реализуемый вариант, вплоть до корректировки цели управления (2).

В случае (А3**, В3*) все компоненты выходных переменных «обеспечены» своим управляющим воздействием, для их фиксации аналогично (29) выполняется неособое преобразование $B_3 u_3^* = u_3$:

$$u_3^* \mapsto H_{33} \begin{pmatrix} \tilde{u}_3 \\ u_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_3 \\ u_4 \end{pmatrix}, \quad H_{33} = \begin{pmatrix} B_3^1 & B_3^2 \\ O & I_{p-p_1-p_2-p_3} \end{pmatrix}, \quad B_3 = (B_3^1 \ B_3^2),$$

$$\det B_3^1 \neq 0, \quad \det H_{33} \neq 0, \quad \tilde{u}_3, u_3 \in R^{p_3}, \quad u_4 \in R^{p-p_1-p_2-p_3},$$

$$B_3 H_{33}^{-1} = I_{p_3}, \quad S_3 H_{33}^{-1} = (P_{33} \ P_{34}).$$

В результате получена неполная СБКФ системы (1), которая в общем случае (при пролонгации первых двух шагов по признаку (А**, В**, С***) и с учетом выполненных замен переменных имеет вид, соответствующий (4)-(5), а именно:

$$\dot{\tilde{y}}_1 = y_2, \quad \tilde{y}_1 = \sum_{j=1}^3 \tilde{A}_{1j} y_j^* + \tilde{D}_1 x_3 + u_1 + \tilde{Q}_1 f_2,$$

$$(34) \quad \dot{\tilde{y}}_2 = y_3, \quad \tilde{y}_2 = \sum_{j=1}^3 \tilde{A}_{2j} y_j^* + \tilde{D}_2 x_3 + u_2 + \tilde{Q}_2 f_2,$$

$$\dot{y}_3^* = \sum_{j=1}^3 A_{3j} y_j^* + D_3 x_3 + u_3 + Q_3 f_3,$$

$$(35) \quad \dot{x}_3 = \sum_{j=1}^3 C_{3j} y_j^* + G_3 x_3 + \sum_{j=1}^4 P_{3j} u_j + R_3 f_2,$$

где $\hat{y}_3 := y_3^*$, и для простоты изложения оставлены прежние обозначения матриц, изменившихся в результате выполнения преобразований подобия; с учетом H_{12} (19), H_{14} (23), H_{22} (28), H_{24} (31) имеем

$$(36) \quad y_1^* = H_{12}y_1, \quad y_2 = H_{22}^{-1}y_2^* + B_{21}\tilde{y}_1 = \begin{pmatrix} \bar{y}_2 + B_2^*\tilde{y}_2 + B_{21}^3\tilde{y}_1 \\ \tilde{y}_2 + B_{21}^2\tilde{y}_1 \end{pmatrix},$$

$$y_3 = y_3^* + B_{31}\tilde{y}_1 + B_{32}\tilde{y}_2.$$

Система (34) будет работоспособной, если решения системы (35) ограничены (10). Для этого требуется, во-первых, ограниченность внешних составляющих правой части уравнения (35), что оговаривалось в постановке задачи; во-вторых, устойчивость собственных движений $\operatorname{Re} I_i(G_3) < 0$, если резерв управляющих воздействий исчерпан и $\operatorname{rank} P_{34} = 0$. При $\operatorname{rank} P_{34} \neq 0$ требуется не только управляемость (стабилизируемость) пары (G_3, P_{34}) , но и возможность реализации обратной связи, а именно, наблюдаемость переменных x_3 относительно выходных переменных y_1 с учетом возмущений [2].

Рассмотрим численный пример, иллюстрирующий приведенную процедуру анализа.

Пример 4. Пусть в системе (1)

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ a_1 & a_2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad Q = \begin{pmatrix} q \\ 0 \end{pmatrix}, \quad D = (1 \ 0),$$

где $\operatorname{rank} D = m_0 = \operatorname{rank} B = p = 1$, элементы a_1, a_2, q неизвестны.

Шаг 1. В рассматриваемой системе выполняется условие (A1**): $m_0 \leq n$ ($1 < 2$). Преобразование П1, где

$$H_{11} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad D_{11} = 1, \quad D_{12} = 0, \quad x \mapsto H_{11} \begin{pmatrix} \tilde{x}_1 \\ x_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ x_1 \end{pmatrix},$$

приводит к следующему виду системы (17):

$$\dot{y}_1 = x_1 + qh, \quad \dot{x}_1 = a_1y_1 + a_2x_2 + u,$$

где выполняется условие (B1**): $\operatorname{rank} B_1 = 0 < \dim y_1 = 1$. С учетом $B_1 = O$ имеем случай (A1**, B1**, C1**). Вводим неособую замену переменных $y_2 = x_1 + qh$ и переходим на второй шаг.

Шаг 2. Условие (A2*) ($\dim y_2 = \dim x_1 = 1$) выполнено.

A2*, П1) После дифференцирования и обратной подстановки $x_1 = y_2 - qh$ исходная система принимает вид

$$\dot{y}_1 = y_2, \quad y_2 = a_1 y_1 + a_2 (y_2 - qh) + q\dot{h} + u,$$

где выполняется условие (B2*): $\text{rank } B_2 = \dim y_2$. Таким образом, получена полная СБКФ, все условия существования которой выполнены: $\text{rank } \bar{B}_2 = 1 = m_0$, $m = 2$ (13), $\text{rank}(\bar{A} \quad \bar{B})_2 = 1 + 2 = m_0 + l$, $l = 2$ (15). Отметим, что в представленной в разделе 4 процедуре синтеза на основе СБКФ не возникает необходимости в выполнении обратной замены переменных $x_1 = y_2 - qh$ (грубо говоря, задача наблюдения будет решаться относительно смешанной координаты $y_2 = x_1 + qh$), а используемые наблюдатели на скользящих режимах восстанавливают также текущие оценки сигнала $a_1 y_1 + a_2 (y_2 - qh) + q\dot{h}$. Такая информационная поддержка позволяет решить задачу слежения в асимптотике при неизвестных по отдельности параметрах a_1 , a_2 , q и функциях $h(t), \dot{h}(t)$.

Пусть в системе (35) условие (10) выполняется. Прежде чем переходить к синтезу обратной связи, выполним в системе (34) расщепление выходных переменных на непересекающиеся группы с одинаковой относительно степенью (3): $\tilde{y}_1 \in R^{p_1}$ с относительной степенью $n_1 = 1$, $\bar{y}_1 = \text{col}(y_{12}, y_{13})$, $y_{12} \in R^{p_2}$ — $n_2 = 2$, $y_{13} \in R^{p_3}$ — $n_3 = 3$, что с учетом (36) позволяет раскрыть связи между блоками и представить систему (34) в виде блочно-децентрализованных подсистем «вход–выход»:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{y}}_1 &= \sum_{j=1}^3 \tilde{A}_{1j} y_j^* + \tilde{D}_1 x_3 + \mathbf{u}_1 + \tilde{Q}_1 f_2; \\ \dot{y}_{12} &= \tilde{y}_2 + B_{21}^2 \tilde{y}_1, \quad \dot{\tilde{y}}_2 = \sum_{j=1}^3 \tilde{A}_{2j} y_j^* + \tilde{D}_2 x_3 + \mathbf{u}_2 + \tilde{Q}_2 f_2; \\ (37) \quad \dot{y}_{13} &= \bar{y}_2 + B_{21}^3 \tilde{y}_1 + B_2^* \tilde{y}_2, \quad \dot{\bar{y}}_2 = \mathbf{y}_3^* + B_{31} \tilde{y}_1 + B_{32} \tilde{y}_2, \\ \dot{y}_3^* &= \sum_{j=1}^3 A_{3j} y_j^* + D_3 x_3 + \mathbf{u}_3 + Q_3 f_3, \end{aligned}$$

где жирным шрифтом выделены фиктивные и истинные управления каждого блока.

Структурная схема системы (37) показана на рис. 2.

Как видим, в системе (37) уравнения относительно каждой группы компонент вектора выходных переменных $y_1^* = \text{col}(\tilde{y}_1, \bar{y}_{12}, \bar{y}_{13})$ являются первыми блоками блочно-управляемых и одновременно блочно-наблюдаемых подсистем. Размерность переменных состояния подсистем системы (37) p_i , $i = 1, 2, 3$, можно трактовать как совместные индексы управляемости и наблюдаемости системы (1) относительно выходных переменных с учетом возмущений, подлежащих дифференцированию. Существенно, что если на первом шаге процедуры выполняются условия (С1**) или (20), то вектор y_1^* получен из вектора y_1 путем перестановки строк – операция, которая допустима в задаче автономного управления [13, 14, 16]. В этом случае на основе системы (37) может быть решена и задача автономного управления выходными переменными.

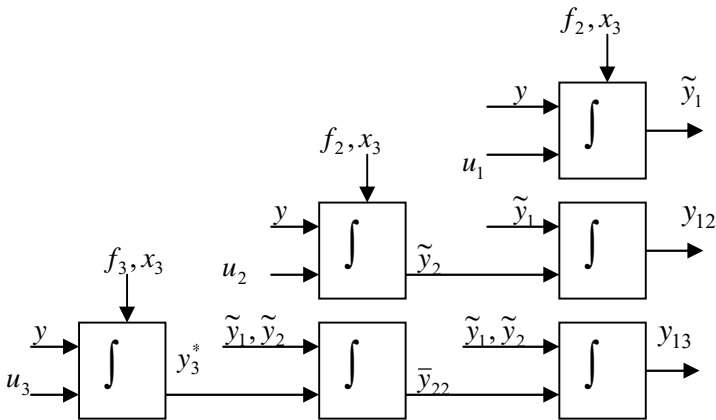


Рис. 2. Структурная схема системы (37)

Как будет показано в следующем разделе, в процедуре трансформации можно упростить промежуточные преобразования и не выполнять totally все преобразования подобия,

детализирующие правые части подсистем относительно переменных $\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, y_3^*$, на которые непосредственно действуют управляющие воздействия, благодаря используемым на этапе синтеза специальным методам информационной поддержки.

4. Декомпозиционный синтез обратной связи

В общем случае с учетом (19) регулируемые переменные в СБКФ (37) являются линейные комбинации компонент вектора выходных переменных $H_{12}y_1 = y_1^* = \text{col}(\tilde{y}_1, y_{12}, y_{13})$, $\det H_{12} \neq 0$. Данное преобразование не является препятствием в решении задачи слежения за заданными траекториями, которые однозначно пересчитываются в задающие воздействия для регулируемых переменных: $H_{12}g = g^* = \text{col}(\tilde{g}, g_2, g_3)$.

Для системы (37) ставится задача синтеза обратной связи, обеспечивающей отработку выходными переменными y_1 программных траекторий g^* в асимптотике (2). Данная задача сводится к задаче стабилизации невязок

$$(38) \tilde{e}_1 = \tilde{y}_1 - \tilde{g}_1 \rightarrow 0, \tilde{e}_1 \in R^{p_1}, e_{li} = y_{li} - g_i \rightarrow 0, e_{li} \in R^{p_i}, i = 2, 3.$$

и решается процедурно на основе блочного принципа [4, 16], что позволяет разделить решение задачи синтеза размерности $l = p_1 + 2p_2 + 3p_3$ на последовательно решаемые элементарные задачи формирования фиктивных, а потом и истинных управлений в каждой i -ой ($i = 1, 2, 3$) цепочке (37). Информационная поддержка базовых алгоритмов управления осуществляется с помощью наблюдателя состояния на скользящих режимах. Задача наблюдения также разделяется на независимо решаемые элементарные подзадачи синтеза корректирующих воздействий. Нижеследующая процедура без ограничений общности справедлива для СБКФ (4) любого порядка.

Процедура декомпозиционного синтеза

Шаг 1. Представим первую подсистему (37) относительно невязки (38)

$$(39) \quad \dot{\tilde{e}}_1 = \tilde{f}_1 + u_1,$$

где $\tilde{f}_1 = \sum_{j=1}^3 \tilde{A}_{1j} y_j^* + \tilde{D}_1 x_3 + \tilde{Q}_1 f_2 - \dot{\tilde{g}}_1$. С учетом априорных предположений об ограниченности внешних возмущений, задающих воздействий и их производных, а также фазовых переменных, полагаем $\|\tilde{f}_1\| \leq \tilde{F}_1 \quad \forall t \geq 0$, где \tilde{F}_1 – известная константа.

Замечание 1. Первый способ обеспечения инвариантности в подсистеме (39) – подавление неопределенностей путем формирования разрывных управлений

$$(40) \quad u_1 = -M_1 \text{sign } \tilde{e}_1, \quad \text{sign } \tilde{e}_1 = \text{col}(\text{sign } \tilde{e}_{11}, \dots, \text{sign } \tilde{e}_{1p_1}),$$

амплитуда которых выбирается на основе достаточных условий существования скользящих режимов [17]:

$$(41) \quad \tilde{e}_1^T \dot{\tilde{e}}_1 < 0 \Rightarrow \tilde{e}_1^T (\tilde{f}_1 - M_1 \text{sign } \tilde{e}_1) \leq \|\tilde{e}_1\| (\tilde{F}_1 - M_1) < 0 \Rightarrow M_1 > \tilde{F}_1.$$

При выполнении условия (41) за конечное время $t_1 > 0$ возникнет скользящий режим на многообразии $\tilde{e}_1 = 0 \Rightarrow \tilde{y}_1 = \tilde{g}_1$, что обеспечивает решение задачи слежения (38) в подсистеме (39). Переменные состояния $\tilde{e}_1(t) = \tilde{y}_1(t) - \tilde{g}_1(t)$ известны, реализация закона (40) не требует построения наблюдателя состояния.

Если в рассматриваемой системе не предусмотрена реализация разрывного управления (40), то тогда прибегаем ко второму способу – формированию комбинированного управления [12] с непрерывной и компенсирующей составляющими

$$(42) \quad u_1 = -K_{11} \tilde{e}_1 - \tilde{f}_1,$$

где выбор коэффициентов $K_{11} = \text{diag}(k_{11,i})$, $k_{11,i} = \text{const} > 0$, определяет темпы сходимости в нуль переменных замкнутой системы $\dot{\tilde{e}}_1 = -K_{11} \tilde{e}_1$.

Для информационной поддержки закона управления (42) на основе системы (39) построим наблюдатель состояния на скользящих режимах [6, 7] вида $\dot{\tilde{z}}_1 = u_1 + \tilde{v}_1$, где $\tilde{z}_1 \in R^{p_1}$ – вектор состояния, $\tilde{v}_1 \in R^{p_1}$ – вектор корректирующих воздействий наблюдателя, которые выбираются в классе разрывных функций

так, чтобы решить задачу стабилизации относительно невязок $\tilde{e}_1 = \tilde{e}_1 - \tilde{z}_1$: $\tilde{e}_1 = \tilde{f}_1 - \tilde{v}_1$. Сформируем разрывные корректирующие воздействия $\tilde{v}_1 = M_{11} \text{sign } \tilde{e}_1$ по измеряемым переменным $\tilde{e}_1 = \tilde{e}_1 - \tilde{z}_1$, где $M_{11} > 0$ – амплитуда разрывной коррекции, по аналогии с (41) $\tilde{e}_1^T \tilde{e}_1 < 0 \Rightarrow M_{11} > \tilde{F}_1$. Тогда за конечное время $t_{11} > 0$ возникнет скользящий режим на многообразии $S_{11} = \{\tilde{e}_1 = 0\} \Rightarrow \tilde{z}_1 = \tilde{e}_1$. При $t > t_{11}$ из уравнения статики $\tilde{e}_1 = \tilde{f}_1 - \tilde{v}_{1\text{eq}} = 0$ имеем оценки компенсирующей составляющей $\tilde{v}_{1\text{eq}} = \tilde{f}_1$ закона управления (42), значения которых получим с выходов линейных фильтров первого порядка с малой постоянной времени [17]:

$$(43) \quad I \dot{t} = -t + \tilde{v}_{1\text{eq}}, \quad t \in R^{p_1}, \quad \lim_{t \rightarrow +0} t = \tilde{v}_{1\text{eq}}.$$

Используемая техника построения наблюдателей состояния на скользящих режимах позволяет обеспечить асимптотическую сходимость к программным траекториям (38) и не требует знания оператора подсистемы (39), в том числе внешних возмущений и производных задающих воздействий; требуется только их ограниченность.

Шаг 2. Представим первое уравнение второй цепочки (37) относительно невязки (38) $\dot{e}_{12} = \tilde{y}_2 + j_{12}$, где $j_{12} = B_{21}^2 \tilde{y}_1 - \dot{g}_2$, $\|j_{12}\| \leq F_{12} = \text{const}$, \tilde{y}_2 – фиктивное управление, которое выбирается в комбинированном виде

$$(44) \quad \tilde{y}_2 = -K_{12} e_{12} - j_{12},$$

где $K_{12} = \text{diag}(k_{12,i})$, $k_{12,i} = \text{const} > 0$.

Согласно блочному принципу сформированная зависимость (44) обеспечивается с помощью истинного управления u_2 при решении задачи стабилизации невязки между реальным и выбранным фиктивным управлением $\tilde{e}_2 = \tilde{y}_2 + K_{12} e_{12} + j_{12}$. С учетом введенных неособых замен переменных вторая подсистема (37) принимает вид:

$$(45) \dot{e}_{12} = -K_{12}e_{12} + \tilde{e}_2, \quad \tilde{e}_2 = \tilde{f}_2 + u_2,$$

$$\text{где } \tilde{f}_2 = \sum_{j=1}^3 \tilde{A}_{2j} y_j^* + \tilde{D}_2 x_3 + \tilde{Q}_2 f_2 + K_{12}(-K_{12}e_{12} + \tilde{e}_2) + B_{21}^2 \tilde{y}_1 - \ddot{g}_2,$$

$\|\tilde{f}_2\| \leq \tilde{F}_2 = \text{const}$. Комбинированный закон управления

$$(46) u_2 = -K_{22}\tilde{e}_2 - \tilde{f}_2,$$

где $K_{22} = \text{diag}(k_{22,i})$, $k_{22,i} = \text{const} > 0$, приведет к замкнутой подсистеме $\dot{\tilde{e}}_2 = -K_{22}\tilde{e}_2$. Другой способ – формирование в системе (45) разрывного истинного управления (см. замечание 1).

Для информационной поддержки базового закона управления (46) на основе системы (45) построим наблюдатель состояния на скользящих режимах вида $\dot{z}_{12} = -K_{12}z_{12} + \tilde{z}_2 + v_{12}$, $\tilde{z}_2 = u_2 + \tilde{v}_2$, и запишем систему дифференциальных уравнений относительно невязок $e_{12} = e_{12} - z_{12}$, $\tilde{e}_2 = \tilde{e}_2 - \tilde{z}_2$:

$$(47) \dot{e}_{12} = -K_{12}e_{12} + \tilde{e}_2 - v_{12}, \quad \tilde{e}_2 = \tilde{f}_2 - \tilde{v}_2.$$

Используя технику каскадного синтеза наблюдателей состояния на скользящих режимах, в первой подсистеме (47) сформируем разрывные корректирующие воздействия $v_{12} = M_{12} \text{sign } e_{12}$. При $e_{12}^T \dot{e}_{12} < 0 \Rightarrow M_{12} > \|\tilde{e}_2\|$ за конечное время $t_{12} > 0$ возникнет скользящий режим на многообразии $S_{12} = \{e_{12} = 0\} \Rightarrow z_{12} = e_{12}$. При $t > t_{12}$ из уравнения статики $\dot{e}_{12} = \tilde{e}_2 - v_{12\text{eq}} = 0$ имеем оценки $v_{12\text{eq}} = \tilde{e}_2$, значения которых получим с выходов фильтров типа (43) и которые используем для формирования разрывной коррекции во второй подсистеме (47): $\tilde{v}_2 = M_{22} \text{sign } \tilde{e}_2$. При $\tilde{e}_2^T \dot{\tilde{e}}_2 < 0 \Rightarrow M_{22} > \tilde{F}_2$ за конечное время $t_{22} > t_{12}$ возникнет скользящий режим на многообразии $S_{22} = \{S_{12} \cap \tilde{e}_2 = 0\} \Rightarrow \tilde{z}_2 = \tilde{e}_2$. При $t > t_{22}$ из уравнения статики $\tilde{e}_2 = \tilde{f}_2 - \tilde{v}_{2\text{eq}} = 0$ имеем оценки компенсирующей составляющей $\tilde{v}_{2\text{eq}} = \tilde{f}_2$ закона управления (46), значения которых получим с выходов фильтров типа (43).

Последняя цепочка (37) содержит три блока интеграторов.

Это означает, что согласно идеологии блочного синтеза фиктивное управление, сформированное в ее первой подсистеме, подлежит двукратному дифференцированию. При этом только к первым производным фиктивного управления предъявляется требование гладкости (в контексте решаемой задачи они не должны зависеть от «чужих» управляющих воздействий, которые могут иметь разрывной характер и не подлежать дифференцированию). Ко вторым производным требований гладкости не предъявляется, так они попадают в пространство истинного управления, где сосредотачиваются все имеющиеся неопределенности. Таким образом, начиная с третьего шага теперь уже на этапе синтеза требуется формировать фиктивные управления, дифференцируемые требуемое число раз. Заметим, что в силу организации СБКФ отслеживание данного требования и в общем случае (4)-(5) не составляет проблемы.

Шаг 3. Представим первое уравнение третьей цепочки (37) относительно невязки (38) с учетом введенных замен переменных ($\tilde{y}_1 = \tilde{e}_1 + \tilde{g}_1, \tilde{y}_2 = \tilde{e}_2 - K_{12}e_{12} - B_{21}^2\tilde{y}_1 + \dot{g}_2$), сформированных на первых двух шагах:

$$\dot{e}_{13} = B^* \tilde{e}_1 + B_2^* \tilde{e}_2 + j_{13} + \bar{y}_2, \quad B^* = B_{21}^3 - B_2^* B_{21}^2,$$

где в вектор-функции $j_{13} = B^* \tilde{g}_1 + B_2^* (-K_{12}e_{12} + \dot{g}_2) - \dot{g}_3$ собраны компоненты, первые полные производные которых являются гладкими, $\|j_{13}\| \leq F_{13} = \text{const}$. Сформируем фиктивное управление в виде $\bar{y}_2 = -K_{13}e_{13} - j_{13}$, $K_{13} = \text{diag}(k_{13,i})$, $k_{13,i} = \text{const} > 0$. Составим дифференциальное уравнение относительно невязки $\bar{e}_2 = \bar{y}_2 + K_{13}e_{13} + j_{13}$, а именно, $\dot{\bar{e}}_2 = \bar{J}_2 + y_3^*$, где вектор-функция $\bar{J}_2 = B_{31}\tilde{y}_1 + B_{32}\tilde{y}_2 + K_{13}\dot{e}_{13} + \dot{j}_{13}$ ($\|\bar{J}_2\| \leq \bar{F}_2 = \text{const}$) состоит из компонент, подлежащих дифференцированию, что позволяет сформировать фиктивное управление в виде $y_3^* = -K_{23}\bar{e}_2 - \bar{J}_2$, где $K_{23} = \text{diag}(k_{23,i})$, $k_{23,i} = \text{const} > 0$.

С учетом введенных неособых замен переменных, в результате составления дифференциального уравнения относительно

невязки $e_3 = y_3^* + K_{23}\bar{e}_2 + \bar{J}_2$ третья цепочка (37) принимает вид:

$$(48) \quad \dot{e}_{13} = B^* \tilde{e}_1 + B_2^* \tilde{e}_2 - K_{13} e_{13} + \bar{e}_2, \quad \dot{\bar{e}}_2 = -K_{23} \bar{e}_2 + e_3, \quad \dot{e}_3 = j_3 + u_3,$$

где $j_3 = \sum_{j=1}^3 A_{3j} y_j^* + D_3 x_3 + Q_3 f_3 + K_{23} \dot{\bar{e}}_2 + \dot{\bar{J}}_2$, $\|j_3\| \leq F_3 = \text{const}$.

Комбинированный закон управления

$$(49) \quad u_3 = -K_{33} e_3 - j_3,$$

где $K_{33} = \text{diag}(k_{33,i})$, $k_{33,i} = \text{const} > 0$, приведет к замкнутой подсистеме $\dot{e}_3 = -K_{33} e_3$.

Для системы (48) построим наблюдатель состояния с учетом полученной на втором шаге оценки \tilde{e}_2 и имеющих измерения $\dot{z}_{13} = B^* \tilde{e}_1 + B_2^* \tilde{z}_2 - K_{13} z_{13} + \bar{z}_2 + v_{13}$, $\dot{\bar{z}}_2 = -K_{23} \bar{z}_2 + z_3 + \bar{v}_2$, $\dot{z}_3 = u_3 + v_3$, и запишем систему дифференциальных уравнений относительно невязок $e_{13} = e_{13} - z_{13}$, $\bar{e}_2 = \bar{e}_2 - \bar{z}_2$, $e_3 = e_3 - z_3$:

$$(50) \quad \dot{e}_{13} = B_2^* \tilde{e}_2 - K_{13} e_{13} + \bar{e}_2 - v_{13}, \quad \dot{\bar{e}}_2 = -K_{23} \bar{e}_2 + e_3 - \bar{v}_2, \quad \dot{e}_3 = j_3 - v_3.$$

В первой подсистеме (50) сформируем разрывные корректирующие воздействия $v_{13} = M_{13} \text{sign} e_{13}$. При $e_{13}^T \dot{e}_{13} < 0 \Rightarrow M_{13} > \|\bar{e}_2\|$ за конечное время $t_{13} > t_{22}$ возникнет скользящий режим на многообразии $S_{13} = \{S_{22} \cap e_{13} = 0\} \Rightarrow z_{13} = e_{13}$. При $t > t_{13}$ из уравнения статики $\dot{e}_{13} = 0$ имеем оценки $v_{13\text{eq}} = \bar{e}_2$, значения которых получим с выходов фильтров типа (43).

Данные оценки используем для формирования разрывной коррекции во второй подсистеме (50) $\dot{\bar{e}}_2 = -K_{23} \bar{e}_2 + e_3 - M_{23} \text{sign} \bar{e}_2$, где при $\bar{e}_2^T \dot{\bar{e}}_2 < 0 \Rightarrow M_{23} > \|e_3\|$ за конечное время $t_{23} > t_{13}$ возникнет скользящий режим на многообразии $S_{23} = \{S_{13} \cap \bar{e}_2 = 0\} \Rightarrow \bar{z}_2 = \bar{e}_2$. При $t > t_{23}$ из уравнения статики $\dot{\bar{e}}_2 = 0$ имеем оценки $\bar{v}_{2\text{eq}} = e_3$, значения которых получим с выходов линейных фильтров типа (43), и которые используем для формирования разрывной коррекции в третьей подсистеме (50): $v_3 = M_{33} \text{sign} e_3$. При $e_3^T \dot{e}_3 < 0 \Rightarrow M_{33} > F_3$ за конечное время

$t_{33} > t_{23}$ возникнет скользящий режим на многообразии $S_{33} = \{S_{23} \cap e_{33} = 0\} \Rightarrow z_3 = e_3$. При $t > t_{33}$ из уравнения статики $\dot{e}_3 = 0$ имеем оценки компенсирующей составляющей $v_{3\text{eq}} = j_3$ закона управления (49), значения которых получим с выходов линейных фильтров типа (43).

Уравнения замкнутой системы (39), (42), (45) (46), (48), (49) можно представить в виде $\dot{e} = A^* e$, где

$$(51) \quad A^* e = \begin{pmatrix} -K_{11} & O & O & O & O & O \\ O & -K_{12} & I & O & O & O \\ O & O & -K_{12} & O & O & O \\ B^* & O & B_2^* & -K_{13} & I & O \\ O & O & O & O & -K_{23} & I \\ O & O & O & O & O & -K_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{e}_1 \\ e_{12} \\ \tilde{e}_2 \\ e_{13} \\ \bar{e}_2 \\ e_3 \end{pmatrix}.$$

Нетрудно убедиться в том, что собственные числа матрицы A^* (51) удовлетворяют соотношению $\prod(I + K_{ij}) = 0$, замкнутая система устойчива. Поведение переменных замкнутой системы (51) описывается логическими цепочками $e_{11} \rightarrow 0 \Leftrightarrow y_{11} \rightarrow g_1$; $e_{22} \rightarrow 0 \Rightarrow e_{12} \rightarrow 0 \Leftrightarrow y_{12} \rightarrow g_2$; $e_{33} \rightarrow 0 \Rightarrow e_{23} \rightarrow 0 \Rightarrow$ (и с учетом $e_{11} \rightarrow 0$, $e_{22} \rightarrow 0$) $e_{13} \rightarrow 0 \Leftrightarrow y_{13} \rightarrow g_3$, которые обуславливают соответствующую иерархию коэффициентов усиления K_{ij} , определяющую темпы переходных процессов в системе (51).

Как видим, использование наблюдателей состояния на скользящих режимах не только значительно упрощает вычислительный аспект процедуры синтеза (аналитические выражения для вектор-функций \tilde{j}_1 , \tilde{j}_2 , j_3 находить не требуется), но также снижает требования к объему априорной информации об объекте управления и среде его функционирования. Существенно, что с помощью данных наблюдателей оцениваются именно те линейные комбинации переменных, которые непосредственно фигурируют в базовых законах управления (42), (46), (49), что сокращает объем вычислений, выполняемых в реальном времени.

Структурная схема замкнутой системы с наблюдателями состояния показана на рис. 3.

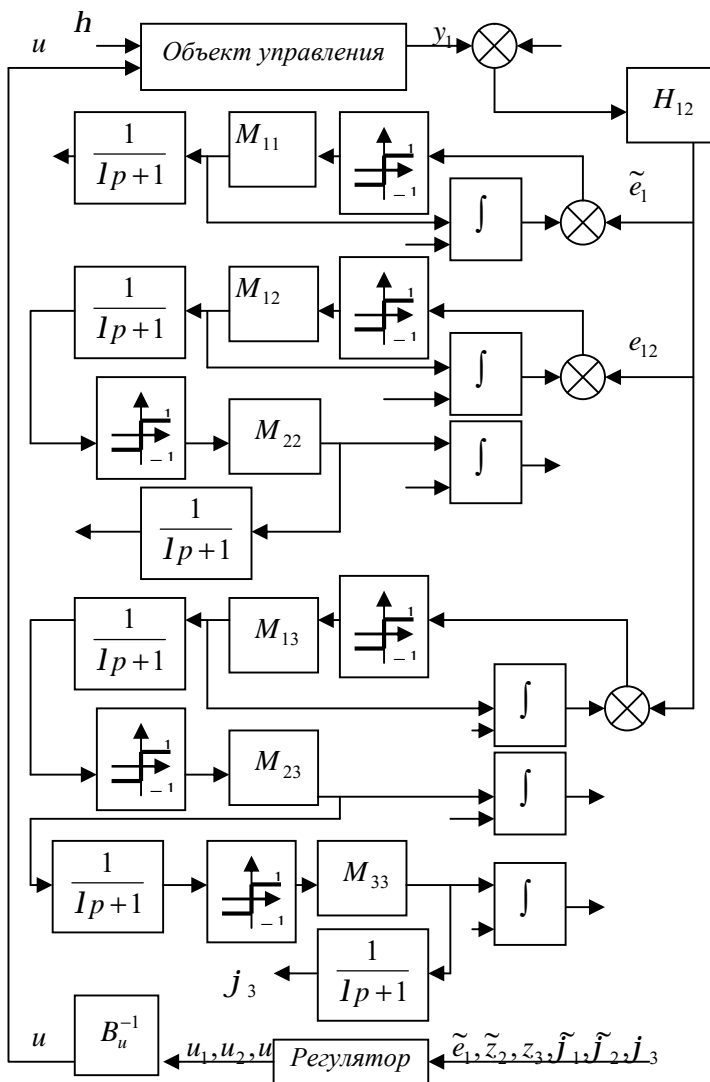


Рис. 3. Структурная схема замкнутой системы

В заключение отметим, что разработанная методика решения задачи слежения относительно выходных переменных линейных систем, функционирующих в условиях сигнальной и параметрической неопределенности, опирается на структурные свойства оператора объекта управления и может быть использована при синтезе систем управления нелинейными объектами автоматического управления. Представленные в работе теоретические результаты были апробированы в задачах управления электроприводами различных типов, роботами-манипуляторами, системой топливоподачи двигателей внутреннего сгорания [7, 8, 10, 11, 20].

Литература

1. АНДРЕЕВ Ю. Н. *Управление конечномерными линейными объектами*. – М.: Наука, 1976.
2. АХОБАДЗЕ А. Г., КРАСНОВА С. А. *Инвариантность к возмущениям и стабилизация выходных сигналов линейных динамических систем / Труды Института*. Том XXVIII. – М.: ИПУ РАН, 2008. – С. 37-54.
3. АХОБАДЗЕ А. Г., КРАСНОВА С. А. *Декомпозиционный анализ и синтез линейных динамических систем относительно выходных переменных // Труды международной конференции «Идентификация систем и задачи управления» SICPRO'08*. – М.: ИПУ РАН, 2008. – С. 960-976.
4. ДРАКУНОВ С. В., ИЗОСИМОВ Д. Б., ЛУКЬЯНОВ А. Г., УТКИН В. А., УТКИН В. И. *Принцип блочного управления // АиТ*. – 1990. – №5. – С. 38-47.
5. КИМ Д. П. *Теория автоматического управления. Т. 2. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы*. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.
6. КРАСНОВА С. А., КУЗНЕЦОВ С. И. *Оценивание на скользящих режимах неконтролируемых возмущений в нелинейных динамических системах // АиТ*. – 2005. – №10. – С. 54-69.

7. КРАСНОВА С. А., УТКИН В. А. *Каскадный синтез наблюдателей состояния динамических систем.* – М.: Наука, 2006.
8. КРАСНОВА С. А., НГУЕН ТХАНЬ ТИЕН *Блочный синтез системы управления электромеханическими объектами, функционирующими в условиях неопределенности / Труды Института. Том XXVIII.* – М.: ИПУ РАН, 2008. – С. 55-65.
9. МИРОШНИК И. В., НИКИФОРОВ В. А., ФРАДКОВ А. Л. *Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами.* – СПб.: Наука, 2000.
10. НГУЕН КУАНГ ХЫНГ, УТКИН В. А. *Задачи управления двигателем постоянного тока // АиТ.* – 2006. – №5. – С. 102-118.
11. НГУЕН ТХАНЬ ТИЕН, КРАСНОВА С. А. *Информационное обеспечение систем управления электромеханическими объектами при наличии внешних возмущений / Труды Института. Том XXVII.* – М.: ИПУ РАН, 2006. – С. 86-98.
12. ПЕТРОВ Б. Н., РУТКОВСКИЙ В. Ю., ЗЕМЛЯКОВ С. Д. *Адаптивное координатно-параметрическое управление нестационарными объектами.* – М.: Наука, 1980.
13. УОНЕМ У. М. *Линейные многомерные системы управления. Геометрический подход.* – М.: Наука, 1980.
14. УТКИН А. В. *Метод расширения пространства состояния в задаче синтеза автономного управления // АиТ.* – 2007. – №6. – С. 81-98.
15. УТКИН В. А., УТКИН В. И. *Метод разделения в задачах инвариантности // АиТ.* – 1983. – №12. – С. 39-48.
16. УТКИН В. А. *Инвариантность и автономность в системах с разделяемыми движениями // АиТ.* – 2001. – №11. – С. 73-94.
17. УТКИН В. И. *Скольльзящие режимы в задачах оптимизации и управления.* – М.: Наука, 1987.
18. ISIDORI A. *Nonlinear control systems.* – Berlin: Springer-Verlag. 1995.

19. FLOQUET T., BARBOT J. P. *An observability form for linear system with unknown inputs* // Int. J. Control. – 2006. – №79. – P. 132-139.
20. KRASNOVA S. A., UTKIN V. A., UTKIN A. V. *Direct method of manipulator endpoint control synthesis* // Proceedings of the 17th World Congress IFAC, Seoul, Korea. – 2008. – P. 2388-2393.
21. MARINO R., TOMEI P. *Nonlinear control systems design*. – Englewood Cliffs, N. J.: Prentice Hall, 1995.
22. ZHOU K., DOYLE J., GLOVER R. *Robust and optimal control*. Englewood Cliffs, N. J.: Prentice Hall, 1995.

TRACKING PROBLEM SOLUTION UNDER UNCERTAINTY BASED ON JOINT CONTROLLABILITY AND OBSERVABILITY BLOCK FORM

Anna Akhobadze, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, postgraduate student (krasnova@ipu.rss.ru).

Svetlana Krasnova, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Doctor of Science, professor (krasnova@ipu.rss.ru).

Abstract: Structural properties of linear multidimensional dynamic systems under effect of external disturbances are analyzed in tracking problem on output values. Only output variables are supposed to be measured, components of external distributions are assumed to be unknown non-smooth limited functions of time. The step-by-step transformation procedure of source linear system to joint controllability and observability block form relating to output values is developed. On the basis of the given form decomposition feedback synthesis procedure is presented that provides convergence of

output variables to program trajectory with predetermined asymptotic convergence rates. The problem of information support for compositing control algorithms is solved by state observer on sliding modes.

Keywords: tracking, decomposition, external disturbances, state observers on sliding modes.

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии В.А. Уткиным*

УДК 519.7
ББК 22.18

АНАЛИЗ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБРАЗОВ ЗАКОНОВ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ АВТОМАТОВ

Епифанов А. С.¹

*(Учреждение Российской академии наук
Институт проблем точной механики и управления РАН,
Саратов)*

В работе осуществляется анализ свойств законов функционирования дискретных детерминированных динамических систем (автоматов), представленных в виде геометрических образов – графиков с числовыми координатами точек. В качестве геометрических образов рассматриваются классические геометрические кривые: спираль Фибоначчи, лемниската Бернулли, баллистическая кривая, эвольвента круга, логарифмическая спираль, спираль Архимеда, астроида, спираль Галилео, брахистохрона и т.д. Исследуется зависимость числа состояний у минимального автомата, построенного по кривой, от мощности входного алфавита автомата.

Конечный детерминированный автомат, фазовая картина дискретной детерминированной динамической системы, оценка сложности

1. Введение

Используемые традиционные математические модели дискретных детерминированных динамических систем задаются символьными структурами: таблицами, графами, матрицами, логическими уравнениями. Данные модели не пригодны для

¹ *Епифанов Антон Сергеевич, аспирант, г. Саратов, ул.Рабочая д. 24
(epifanovas@list.ru)*

использования при анализе и синтезе больших и сложных систем ввиду огромной размерности. Твердохлебовым В. А. в работе [8] предложен и разработан новый подход для задания законов функционирования дискретных детерминированных динамических систем, основанный на числовых структурах. Данный подход позволяет использовать мощные идеализации классической непрерывной математики: бесконечно малой величины, актуальной бесконечности, суммирования бесконечных рядов, предельного перехода и т.п. Предложенный подход позволяет задавать законы функционирования геометрическими фигурами, которые в свою очередь могут быть заданы аналитически, совместить средства диагностирования различной природы в единую форму – эксперимент с автоматом, использовать классические методы интерполяции и экстраполяции для доопределения частично заданных законов функционирования. Разработанный геометрический образ представляет собой фазовую картину объекта диагностирования, в котором сечениями представлены конкретные варианты функционирования объекта – фазовые траектории (см. рис. 1 (а)).

2. Геометрические образы законов функционирования автоматов

Геометрический образ g_s законов функционирования (см. работы [4-8]) – функции переходов $d: S \times X \rightarrow S$ и функции выходов $I: S \times X \rightarrow Y$ инициального конечного детерминированного автомата $A_s = (S, X, Y, d, I, s)$ с множествами состояний S , входных сигналов X и выходных сигналов Y , – определяется на основе введения линейного порядка w в автоматном отображении $r'_s = \bigcup_{p \in X^*} \{(p, I(s, p))\}$, где $I(s, p) = I(d(s, p'), x)$

при $p = p'x$.

Автоматное отображение ρ_s (множество пар) упорядочивается линейным порядком ω , определенным на основе порядка ω_1 на X^* и заданным следующими правилами:

Правило 1. На множестве X вводим некоторый линейный порядок w_1 (который будем обозначать \prec_1).

Правило 2. Порядок w_1 на X распространим до линейного порядка на множестве X^* , полагая, что

– для любых слов $p_1, p_2 \in X^*$ неодинаковой длины ($|p_1| \neq |p_2|$)
 $|p_1| < |p_2| \rightarrow p_1 \prec_1 p_2$;

– для любых слов $p_1, p_2 \in X^*$, для которых $|p_1| = |p_2|$ и $p_1 \neq p_2$, их отношение по порядку w_1 повторяет отношение ближайших слева несовпадающих букв слов p_1 и p_2 . Аналогично определяется порядок w_2 на множестве слов Y^* .

После введения на множестве X^* линейного порядка w_1 получаем линейно упорядоченное множество $r_s = (r_s', \omega_1')$, где w_1' – порядок на r_s' , индуцированный порядком w_1 на X^* .

Определив на множестве Y линейный порядок w_2 и разместив множество точек ρ_s в системе координат D_1 с осью абсцисс (X^*, w_1) и осью ординат (Y, w_2) , получаем геометрический образ γ_s законов функционирования инициального конечного детерминированного автомата $A_s = (S, X, Y, d, I, s)$. Линейные порядки w_1 и w_2 позволяют заменять элементы множеств X^* и Y их номерами $r_1(p)$ и $r_2(p)$ по этим порядкам. В результате определяются две формы геометрических образов: символьная структура в системе координат D_1 и числовая структура в системе координат с целочисленными или вещественными положительными полуосями.

Представление геометрического образа γ_s как числовой структуры позволяет при постановках и в методах решения задач использовать аппарат непрерывной математики: задание законов функционирования автоматов числовыми уравнениями, использование числовых процедур, интерполяцию и аппроксимацию частично заданных законов функционирования и т.п.

Предложенный Твердохлебовым В. А. [8] геометрический подход позволяет использовать для задания законов функционирования сложных систем следующую схему: законы функционирования дискретной детерминированной динамической

системы представляются как фазовая картина; фазовая картина совмещается с автоматным отображением, которое линейно упорядочивается и взаимнооднозначно представляется в форме дискретного числового графика; точки графика, соответствующего фазовой картине, рассматриваются на геометрической кривой линии в евклидовой плоскости, что позволяет для представления фазовых картин динамических систем использовать мощные идеализации непрерывной математики.

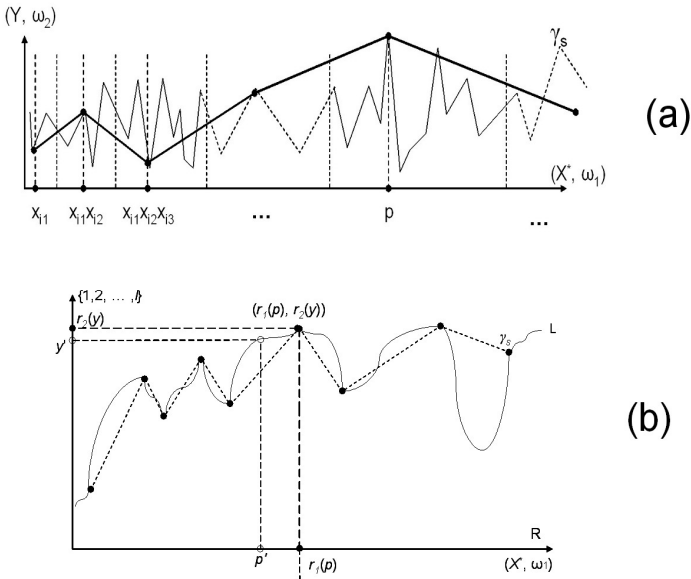


Рис. 1. Общие схемы: геометрического образа γ_s законов функционирования автомата и конкретного процесса функционирования $\gamma_s(p)$ – часть (а), и расположения геометрического образа на непрерывной кривой L с указанием расширения законов функционирования включением пары (p', y') – часть (б)

В геометрических образах законов функционирования автоматов (см. [4-8]) связь входных и выходных сигналов представлена явно, так как геометрические образы являются результатом

введения линейного порядка на автоматном отображении. В геометрических образах законов функционирования дискретных детерминированных динамических систем (т.е. дискретных детерминированных автоматов с конечным или бесконечным множеством состояний) функция изменения состояний определяется явно и точно, если в качестве множества состояний рассматривать множество $S = \{s_p\}_{p \in X^*}$, а функцию изменения состояний $d: S \times X \rightarrow S$ определять правилом: для любых $x \in X$ и $p \in X^*$ $d(s_p, x) = s_{px}$, а s_e – начальное состояние, для которого $d(s_e, p) = s_p$. В соответствии с правилами построения геометрических образов законов функционирования систем с дискретными множествами состояний, входных и выходных сигналов на оси абсцисс системы координат, в которой изображается геометрический образ, для каждого состояния s_p системы имеется взаимоднозначно определяемый отрезок из m точек, где $m = |X|$. Такими точками являются px_1, px_2, \dots, px_m . Для каждой из точек $px_i, 1 \leq i \leq m$, геометрический образ определяет точку $y_{j_i} = \tilde{I}(s_e, px_i)$, где $\tilde{I}(s_e, px_i)$ – последний выходной сигнал в последовательности выходных сигналов $I(s_e, px_i)$, определяемый расширенной функцией выходов I . (Если выходные сигналы являются метками состояний, как в автоматах типа Мура, то $y_{j_i} = n(s_{px_i})$, где n – функция отметок состояний). На рис. 2 показаны связь состояний системы с отрезками оси абсцисс и представление фазовой траектории $s_e, d(s_e, x_{i_1}), d(d(s_e, x_{i_1}), x_{i_2}), \dots, d(d(s_e, p), x_{i_3}), \dots$ последовательностью точек $(x_{i_1}, y_{j_1}), (x_{i_1} x_{i_2}, y_{j_2}), \dots, (px_{i_3}, y_{j_3}), \dots$ геометрического образа законов функционирования системы. После преобразования частичной фазовой картины в частичный геометрический образ поиск решения задачи определения всех воздействий, формирующих полную фазовую картину, может быть осуществлён на основе доопределения геометрического образа законов

функционирования системы. Такое доопределение без дополнительных условий и ограничений неоднозначно.

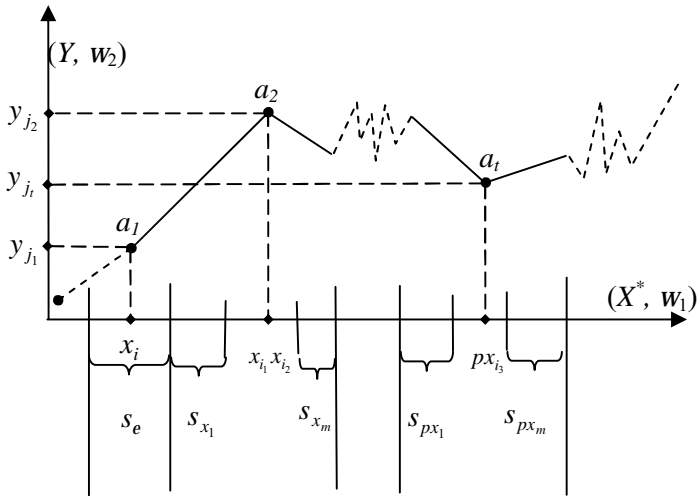


Рис. 2. Схема связи фазовой траектории $a_1, a_2, \dots, a_i, \dots$ с последовательностью состояний системы и геометрическим образом законов функционирования

3. Метод синтеза автомата по заданной геометрической кривой

Предполагается, что плоская геометрическая фигура Φ' размещена в главном квадранте (первом квадрате) декартовой системы координат. Точки фигуры имеют интерпретацию в некоторой прикладной области как представители свойств, характеристик, значений параметров и т.п. В связи с этим обход фигуры рассматривается как «движение» (изменение в реальном или абстрактном времени) этих свойств, характеристик, значений параметров и т.п.

Для множества состояний инициального конечного детерминированного автомата (A, s_0) , $A = (S, X, Y, d, I)$ будем использовать обозначение: $S = \{s_p\}_{p \in X^*}$, где для любых $x \in X$ и $p \in X^*$ $d(s_p, x) = s_{px}$, $s_0 = s_\varepsilon$. Это позволяет ввести и использовать стандартное определение функции переходов δ с возможной последующей минимизацией автомата по числу состояний и соответствующей коррекцией функции δ .

Метод состоит из реализации следующих этапов, включающих действия в двух вариантах главного квадранта классической системы координат.

Действия, выполняемые в первом варианте главного квадранта:

1 этап. Заданная фигура Φ' (возможно, но не обязательно) заменяется конгруэнтной фигурой Φ с более удобным её расположением относительно осей системы координат (рис. 3, (b)).

2 этап. Выбирается обход фигуры Φ , имеющий интерпретацию (или порождающий интерпретацию) как изменение свойств, характеристик, значений параметров моделируемого объекта, процесса, события и т.п. (рис. 3, (c)).

3 этап. Выбирается прямая линия Z , которая параллельна оси ординат и имеет одну или несколько общих точек с фигурой Φ (касается или пересекает фигуру).

4 этап. Одна из общих точек a_1 линии Z и фигуры Φ выбирается начальной точкой обхода (см. рис. 3, (d)).

5 этап. Строится сеть прямых линий, пересекающих фигуру Φ , по следующим правилам:

– фигура Φ пересекается u прямыми линиями (при выбранной величине u), параллельными оси ординат;

– фигуру Φ пересекает конечное число прямых, параллельных оси абсцисс и проходящих через точки пересечения фигуры Φ с построенными прямыми, параллельными оси ординат;

– точки, в которых в фигуре Φ одновременно пересекаются прямые, параллельные оси ординат, и прямые, параллельные оси абсцисс, обозначаются a_1, a_2, \dots, a_d в соответствии с порядком обхода фигуры Φ .

6 этап. Точки оси ординат, полученные пересечением прямых, параллельных оси абсцисс и проходящих через точки a_1, a_2, \dots, a_d , обозначаются от начала системы координат символами y_1, y_2, \dots, y_l , где $l \leq d$, интерпретируемыми как выходные сигналы автомата (рис. 3, (e)).

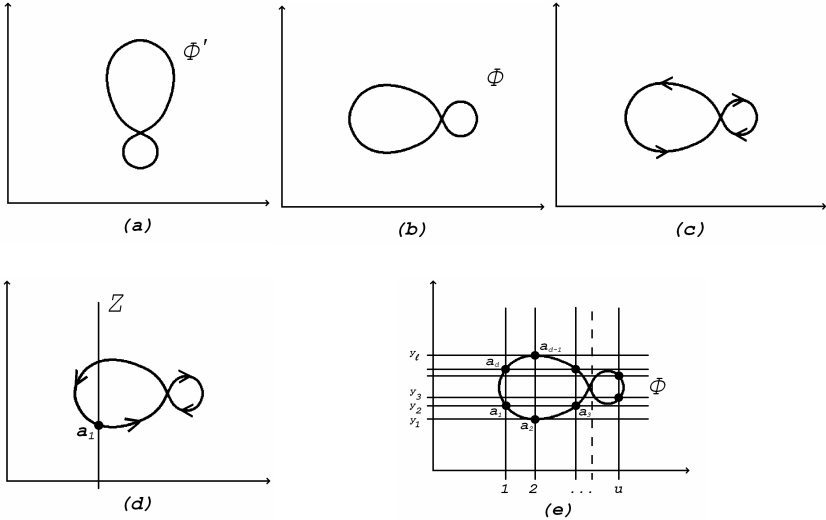


Рис.3. Иллюстрация этапов 1-6 синтеза автомата по геометрической фигуре

Действия, выполняемые во втором варианте главного квадранта:

7 этап. По последовательности точек a_1, a_2, \dots, a_d строится ломаная линия по правилам:

- на оси абсцисс при $u \leq d$ откладывается d точек $1, 2, \dots, d$;
- через каждую точку $i, u < i \leq d$, проводится прямая, параллельная оси ординат;
- каждой точке $i, u < i \leq d$, оси абсцисс сопоставляется вторая координата точки a_i фигуры Φ и определяется точка $(i, pr_2(a_i))$ – вершина ломаной линии.

Полученная последовательность точек $(i, pr_2(a_i))$, где $1 \leq i \leq d$, полагается базовой ломаной линией γ_B , определяющей геометрический образ автомата (A, s_e) . Возможен один из двух случаев:

- γ_B периодическая ломаная линия с наименьшим периодом g'_B ;
- g_B непериодическая ломаная линия.

Если ломаная линия γ_B содержит конечное число вершин, то для ее продолжения на всю ось абсцисс требуется выбрать правила доопределения. В случае, когда γ_B – периодическая ломаная линия с наименьшим периодом γ_B , ломаная линия может быть бесконечно продолжена как периодическая линия с периодом g'_B . Если γ_B непериодическая ломаная линия, то выбирается некоторый способ ее доопределения.

Следующие этапы метода синтеза автомата по заданной геометрической фигуре реализуются для заданного периода периодического геометрического образа g_{s_e} автомата (A, s_e) .

8 этап. Выбирается целое положительное число m , $2 \leq m \leq d$, и полагается, что $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$.

9 этап. Выбираем на оси абсцисс (счетно) бесконечную последовательность точек, нумеруем точки числами натурального ряда и сопоставляем взаимнооднозначно точкам элементы множества всех конечных слов X^* по порядку ω_1 , введенному в части 2. Полученная бесконечная ломаная линия полагается геометрическим образом g_{s_e} инициального автомата (A, s_e) .

10 этап. По заданному числу m , принятым обозначениям состояний $s_0 = s_e$ и $d(s_p, x) = s_{px}$ стандартно, без учета специфических свойств функции δ , заполняется часть T'_d таблицы переходов T_d для функции δ .

11 этап. По определению геометрического образа g_{s_e} и выбору целого положительного числа m (числа входных сигналов автомата) на оси абсцисс множество точек (линейно упорядоченное порядком ω_1 множество X^*) слева направо разбивается

на отрезки по m точек. Каждому отрезку сопоставляется состояние автомата в соответствии с порядком состояний, определяемым порядком их индексов: $s_e, s_{x_1}, \dots, s_{x_m}, s_{x_1 x_1}, \dots, s_p, \dots$.

12 этап. Каждым выделенным на этапе 11 отрезком $\langle px_1, px_2, \dots, px_m \rangle$ оси абсцисс, где $p \in X^*$, и соответствующей частью ломаной линии $\langle (px_1, y_{j_1}), (px_2, y_{j_2}), \dots, (px_m, y_{j_m}) \rangle$, где $y_{j_1}, y_{j_2}, \dots, y_{j_m} \in Y$, определяется часть расширенной функции выходов $I(s_e, px_1) = y_{j_1}, I(s_e, px_2) = y_{j_2}, \dots, I(s_e, px_m) = y_{j_m}$, т.е. равенства $I(s_p, x_1) = y_{j_1}, I(s_p, x_2) = y_{j_2}, \dots, I(s_p, x_m) = y_{j_m}$.

Приведённый метод синтеза законов функционирования дискретного детерминированного автомата по заданной геометрической фигуре устанавливает взаимнооднозначное соответствие между функциями d и I и геометрической фигурой на основании выбранных и зафиксированных обходов линии и точек на кривой. Фактически в методе кривая линия представлена последовательностью точек, выбор которой без дополнительных условий неоднозначен. Кроме того, любая последовательность элементов из произвольного конечного множества может быть рассмотрена как последовательность вторых координат вершин геометрического образа законов функционирования дискретного детерминированного автомата. К последовательности должны быть добавлены конечное множество X с интерпретацией его как множества входных сигналов и линейный порядок w_1 на X^* . Это позволяет любое «движение», т.е. изменение параметров, свойств, показателей, характеристик и т.п., систематизированное в форму точек кривой линии, представить в любом из следующих видов:

- геометрический образ законов функционирования дискретной детерминированной динамической системы;
- сечение геометрического образа, соответствующим конкретному процессу функционирования.

Следовательно, выбранные точки на кривой линии и ориентация их обхода могут быть рассмотрены как фазовая картина или как конкретная фазовая траектория.

4. Классификация и оценка сложности законов функционирования дискретных детерминированных систем

Предложенный и разработанный в работе [8] аппарат геометрических образов автоматов позволяет рассматривать кривую на плоскости как фазовую картину законов функционирования дискретной детерминированной динамической системы. Новый геометрический подход позволяет сопоставить произвольной кривой на плоскости автомат и осуществлять классификацию и оценку сложности кривых на основе свойств автоматов. В данной работе общие свойства кривых и специфические свойства определяются на основе определения числа состояний в минимальном автомате, сопоставленном кривой.

Для анализа выбран банк $2D$ - и $3D$ -кривых и фракталов, представленный в сети интернет по адресу [10]. Данный банк собран коллективом французских математиков и обозначен авторами как «Энциклопедия фундаментальных математических структур» (далее для обозначения банка *ENCYCLOPÉDIE DES FORMES MATHÉMATIQUES REMARQUABLES* используется аббревиатура *EFMR*). В данной работе исследованию подвергаются только $2D$ -кривые, извлеченные из *EFMR*. Для анализа выбраны 50 наиболее известных и распространенных геометрических кривых на плоскости: спираль Фибоначчи, лемниската Бернулли, баллистическая кривая, эвольвента круга, логарифмическая спираль, спираль Архимеда, астроида, спираль Галилео брахистохрона, кардиоида, кривая преследования, циссоида, кривая Гаусса, корноида и др. Проведенное исследование свойств $2D$ -кривых включило:

– построение по каждой кривой трёх автоматов (при $|X| = 2, 5, 10$);

- минимизация построенных автоматов по числу состояний;
- разбиение класса из 150 автоматов на подклассы по числу состояний в минимальном автомате.

Исследование банка кривых проводилось в предположении, что для представления специфических свойств кривых достаточно их приближения, заданного 30 точками (соответственно извлеченные последовательности состоят из 30 элементов). Существенным является способ доопределения функции переходов δ автомата. Исследованы циклическое доопределение, доопределение в начальное состояние, генерация состояния псевдослучайным образом (из множества возможных состояний). В случае, когда $\frac{k}{|X|} \neq \left\lceil \frac{k}{|X|} \right\rceil$, где $|X|$ – мощность входного

алфавита автомата, а k – число точек на кривой (по которой строятся законы функционирования автомата), доопределение требуется и для функции выходов λ . В данной работе доопределение функции переходов осуществляется всеми указанными способами, а значение мощности входного алфавита и количество точек выбраны таким образом, что $\frac{k}{|X|} = \left\lceil \frac{k}{|X|} \right\rceil$, поэтому

доопределение функции λ не требуется. В таблицах 1, 2 приведено табличное задание автомата (при $|X| = 2$), построенного по спирали Фибоначчи при циклическом доопределении функции переходов.

Таблица 1. Таблица переходов автомата, построенного по спирали Фибоначчи

δ	s_0	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8	s_9	s_{10}	s_{11}	s_{12}	s_{13}	s_{14}
x_1	s_1	s_3	s_5	s_7	s_9	s_{11}	s_{13}	s_0	s_2	s_4	s_6	s_8	s_{10}	s_{12}	s_{14}
x_2	s_2	s_4	s_6	s_8	s_{10}	s_{12}	s_{14}	s_1	s_3	s_5	s_7	s_9	s_{11}	s_{13}	s_0

Таблица 2. Таблица выходов автомата (имеющего два входных сигнала), построенного по спирали Фибоначчи

λ	s_0	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8	s_9	s_{10}	s_{11}	s_{12}	s_{13}	s_{14}
x_1	y_5	y_3	y_6	y_6	y_3	y_1	y_1	y_3	y_8	y_{10}	y_{12}	y_{14}	y_{16}	y_{18}	y_{18}
x_2	y_4	y_5	y_7	y_5	y_2	y_0	y_2	y_7	y_9	y_{11}	y_{13}	y_{15}	y_{17}	y_{18}	y_{17}

Построенные по спирали Фибоначчи три автомата (так же как и по любой из анализируемых геометрических кривых) имеют соответственно 15, 6 и 3 состояния. Проведенное выделение классов эквивалентных состояний показало, что у всех 150 автоматов, построенных по 50 геометрическим кривым количество классов эквивалентности совпадает с числом состояний автомата, т.е. автоматы уже являются минимальными по числу состояний. Данное свойство присутствует у всех 150 автоматов, построенных при всех использованных способах доопределения функции переходов автомата: при циклическом доопределении функции переходов, при доопределении в начальное состояние, при доопределении с использованием генератора случайных чисел (состояние выбирается случайным образом из множества возможных состояний). В качестве примера автомата, построенного при доопределении функции переходов в начальное состояние в таблице 3 приведен автомат, имеющий 5 входных сигналов (построенный по лемнискате Бернулли). Все три использованных способа доопределения функции переходов автомата дали одинаковые результаты (по числу состояний автомата после минимизации). В общем случае от способа доопределения существенно зависит число состояний у автомата после минимизации. В результате проведенного исследования определены классы эквивалентных по сложности кривых и стоящих за ними законов функционирования дискретных динамических систем.

Таблица 3. Таблицы переходов и выходов автомата (имеющего 5 входных сигналов), построенного по лемнискате Бернулли

δ	s_0	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5
x_1	s_1	s_0	s_0	s_0	s_0	s_0
x_2	s_2	s_0	s_0	s_0	s_0	s_0
x_3	s_3	s_0	s_0	s_0	s_0	s_0
x_4	s_4	s_0	s_0	s_0	s_0	s_0
x_5	s_5	s_0	s_0	s_0	s_0	s_0

λ	s_0	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5
x_1	y_3	y_7	y_2	y_3	y_7	y_2
x_2	y_5	y_6	y_1	y_5	y_6	y_1
x_3	y_6	y_5	y_0	y_6	y_5	y_0
x_4	y_7	y_4	y_1	y_7	y_4	y_1
x_5	y_8	y_3	y_2	y_8	y_3	y_2

Проведенное исследование банка *EFMR* включило также построение и анализ спектров Ω для числовых последовательностей, извлеченных из 50 выбранных для исследования геометрических кривых. Спектр динамических параметров рекуррентного определения числовых последовательностей, предложенный и разработанный в работе [8], характеризует сложность последовательности с позиции взаиморасположения элементов в последовательности. Спектр $\Omega(x)$ для последовательности x имеет 5 уровней: $\Omega(x) = (\Omega_0(x), \Omega_1(x), \Omega_2(x), \Omega_3(x), \Omega_4(x))$, на которых числовыми значениями представлены порядки рекуррентных форм, длины отрезков последовательности, определяемые отдельными рекуррентными формами и количества смен рекуррентных форм. По определению $\Omega_0(x) = m_0(x)$, где $m_0(x)$ – наименьший порядок рекуррентной формы, определяющей всю последовательность x . На уровне $\Omega_1(x)$ спектра $\Omega(x)$ расположено m_0 чисел ($m_0 \in N^+$), определяющих для рекуррентных форм порядков от 1 до m_0 размеры наибольших определяемых начальных отрезков последовательности x . Уровень $\Omega_2(x)$ содержит m_0 чисел, показывающих, сколько раз для рассматриваемого порядка рекуррентных форм потребовалось заменять рекуррентные формы при определении последовательности x . На уровне $\Omega_3(x)$ каждое число смен рекуррентных форм, показанное на уровне $\Omega_2(x)$, заменено длинами отрезков последовательности x , определяемых отдельными рекуррентными формами. С

использованием введенных обозначений спектр $\Omega(\mathbf{x})$ имеет структуру:

$$\begin{aligned}\Omega_0(\mathbf{x}) &= \langle m_0(\bar{\mathbf{x}}) \rangle; \\ \Omega_1(\mathbf{x}) &= \langle d^1(\mathbf{x}), d^2(\mathbf{x}), \dots, d^a(\mathbf{x}) \rangle; \\ \Omega_2(\mathbf{x}) &= \langle r^1(\mathbf{x}), r^2(\mathbf{x}), \dots, r^a(\mathbf{x}) \rangle; \\ \Omega_3(\mathbf{x}) &= \langle \Omega_3^1(\mathbf{x}), \Omega_3^2(\mathbf{x}), \dots, \Omega_3^a(\mathbf{x}) \rangle,\end{aligned}$$

где $a = m_0(\mathbf{x})$ и $\Omega_3^j(\mathbf{x}) = \langle d_1^j(\mathbf{x}), d_2^j(\mathbf{x}), \dots, d_{n_j}^j(\mathbf{x}) \rangle$; n_j – номер последнего отрезка в определении последовательности \mathbf{x} как последовательности отрезков, определяемых отдельными рекуррентными формами порядка j ; $\Omega_4(\mathbf{x}) = \Theta(\Omega_3(\mathbf{x}))$, где Θ – оператор замены в $\Omega_3(\mathbf{x})$ величин длин отрезков весами использованных рекуррентных форм для определения отрезков.

Характеристика разбиений P_0, P_1, P_2, P_3 множества из 50 анализируемых последовательностей длины 30, полученная в результате построения спектров и разбиений по показателям спектров, представлены в таблице 4. На рис. 4, в качестве примера, изображены кривые, эквивалентные на нулевом уровне Ω_0 спектра Ω . В данном классе эквивалентности находится логарифмическая спираль (см. рис. 4.(3)), а также кривые, информация о которых представлена в таблице 5. Минимальный порядок рекуррентной формы, необходимый для определения последовательности, сопоставляемой кривой, в данном классе эквивалентности равен 3.

Таблица 4. Информация о разбиениях множества последовательностей, сопоставленных геометрическим кривым на классы эквивалентности по спектру Ω

Характеристика	P_0	P_1	P_2	P_3
Число подклассов в разбиении	9	44	46	47
Максимальная мощность подкласса	18	3	3	3
Минимальная мощность подкласса	1	1	1	1

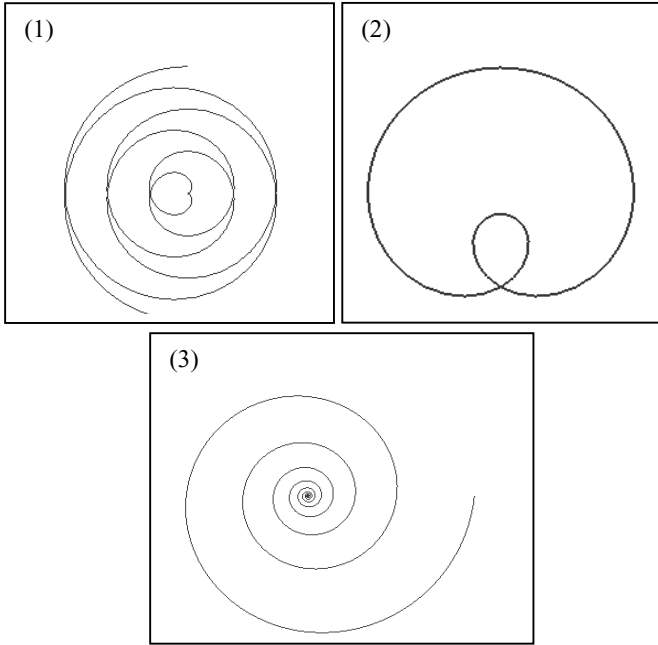


Рис. 4. Геометрические кривые, эквивалентные по показателям нулевого уровня Ω_0 спектра Ω

Таблица 5. Геометрические кривые, эквивалентные на нулевом уровне Ω_0 спектра Ω

№	Название кривой в банке EFMR	Аналитическое задание (извлеченное из EFMR)	Ссылка на изображение
1.	<i>Developpante de cercle</i>	$aq = \pm \left(\sqrt{r^2 - a^2} - a \arccos \frac{a}{r} \right)$	рис. 4(1)
2.	<i>Limacon trisecteur</i>	$r = a(1 + 2 \cos q)$	рис. 4(2)
3.	<i>Spirale Logarithmique</i>	$r = ae^{kq}$	рис. 4(3)

5. Краткие выводы

В работе построены и проанализированы классы дискретных детерминированных автоматов, определенные на основе математических свойств геометрических образов, задающих законы функционирования автоматов. Используемый геометрический подход позволяет исследовать свойства законов функционирования дискретных детерминированных динамических систем на основе анализа свойств геометрических кривых и числовых последовательностей. Изложенные в статье результаты показывают возможность практического использования аппарата геометрических образов для задания и исследования свойств законов функционирования дискретных детерминированных динамических систем. Определены эквивалентные по сложности геометрические кривые, т.е. эквивалентные по сложности законы функционирования автоматов.

Литература

1. ЕПИФАНОВ А. С. *Анализ фазовых картин дискретных динамических систем*. – Саратов: Изд-во «Научная книга», 2008. – 156 с.
2. ЕПИФАНОВ А. С. *Интерпретация спектра характеристик дискретных систем при проектировании* / Материалы 6-ой международной конф. «Автоматизация проектирования дискретных систем». – Минск, 2007. – Т.1.
3. ЕПИФАНОВ А. С. *Интерполяция фазовых картин дискретных детерминированных систем* // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2008. – №5. – С. 128-132.
4. ТВЕРДОХЛЕБОВ В. А. *Геометрические образы конечных детерминированных автоматов* // Известия Саратов. ун-та (Новая серия), Саратов. – 2005. – Т.5. Вып.1. – С. 141-153.
5. ТВЕРДОХЛЕБОВ В. А. *Геометрические образы поведения дискретных детерминированных систем* // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2006. – №5. – С. 161-165.

6. ТВЕРДОХЛЕБОВ В. А. *Рекуррентно-автоматные характеристики динамических систем* / Материалы 9-ой Международ. конф. «Интеллектуальные системы и компьютерные науки». – Москва, 2006. – Т.1, Ч.2. – С.168-171.
7. ТВЕРДОХЛЕБОВ В. А. *Методы интерполяции в техническом диагностировании* / Ж-л «Проблемы управления», Москва. – 2007. – №2. – С.28-34.
8. ТВЕРДОХЛЕБОВ В. А. *Геометрические образы законов функционирования автоматов*. – Саратов: изд-во «Научная книга», 2008. – 183 с.
9. <http://www.research.att.com/~njas/sequences/Seis.html> (дата обращения: 20.11.2008).
10. www.mathcurve.com (дата обращения: 22.11.2008).

THE ANALYSIS OF GEOMETRICAL IMAGES OF FINITE STATE MASHINE OPERATION RULES

Anton Epifanov, Institute of problems of precision mechanics and Control Sciences of RAS, Saratov, PhD student (epifanovas@list.ru).

Operations rules are analyzed of the discrete determined dynamic systems (finite state machine) presented in the form of geometrical images - schedules with numerical coordinates of points. As geometrical images are considered classical geometrical curves: golden spiral, Lemniscate of Bernouilli, a ballistic curve, Equiangular spiral, Archimedian spiral, Astroid, Galileo's spiral, Brachistochrone (or brachistochronous) curve etc. In article is researched dependence of number of conditions at the minimal finite state machine constructed on a curve, from power of the entrance alphabet of the finite state machine.

Keywords: finite state machine, phase picture of the discrete determined dynamic system, estimation of complexity

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии М.Ф. Караваем

УДК 004.05 + 004.588
ББК 32.973.26-018.2

ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ЭЛЕКТРОННЫХ ОБУЧАЮЩИХ СИСТЕМ

Воробкалов П. Н.¹, Камаев В. А.²
(Волгоградский Государственный Технический
Университет, Волгоград)

В статье проанализированы существующие подходы к оценке качества электронных обучающих систем. Описан «многослойный» подход к оценке качества электронных обучающих систем и способ моделирования процесса обучения. Предложен метод оценки качества, использующий моделирование процесса обучения, и критерии оценки качества. Описана модель процесса обучения, основанная на расширенных цветных стохастических сетях Петри. Метод реализован в автоматизированной системе оценки качества «QuAdS». Показаны результаты апробации разработанного метода и критериев качества. Авторы высказывают мнение, что использование моделирования процесса обучения для оценки качества позволяет экспертам идентифицировать и устранять недостатки электронной обучающей системы на всех этапах ее жизненного цикла.

Ключевые слова: управление качеством, оценка качества, электронные обучающие системы, адаптивные обучающие системы.

¹ Павел Николаевич Воробкалов, аспирант кафедры «САПР» (pavor84@mail.ru).

² Валерий Анатольевич Камаев, доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой «САПР» (cad@vstu.ru, тел. (8442) 24-81-00).

1. Введение

Электронные обучающие системы широко применяются в образовании. Результат обучения с помощью таких систем в большой степени зависит от качества этих систем. Поэтому, одной из важнейших задач в данной области является создание средств, которые бы позволили оценить качество электронного обучения для того, чтобы обеспечить обучаемых качественными учебными материалами.

Электронная обучающая система представляет обучающие материалы пользователю и затем оценивает его знания. Адаптивная обучающая система – это электронная обучающая система, которая учитывает некоторые характеристики каждого обучаемого и, затем, строит стратегию обучения индивидуально для него. Изменения, вносимые адаптивной системой в процесс обучения, могут затрагивать как порядок обучающих концептов (тем), так и содержимое каждой страницы, поэтому качество процесса обучения напрямую зависит от моделей, методов и механизмов адаптации, используемых в системе. Добавление механизмов адаптации в обучающую систему делает ее более сложной, а результаты обучения могут быть неудовлетворительными. Поэтому проблемы оценки качества электронных обучающих систем, выбора механизмов адаптации, поиска причин низкой эффективности обучения актуальны для разработчиков таких систем.

2. Существующие исследования

Существует два подхода к оценке качества электронных обучающих систем: подход к оценке качества «в целом» и «многослойный» подход.

Подход «в целом» основан на рассмотрении системы в виде «черного ящика» и оценке значений общих критериев качества (производительность, безопасность и т.д.). Результат применения данного подхода – свертка критериев, так что по данному

значению сложно обнаружить конкретные причины низкого качества и недостатки системы. Поэтому после применения подхода «в целом» необходим дальнейший анализ результатов. Современный процесс разработки электронных обучающих систем ведется согласно спиральной модели жизненного цикла программного обеспечения, в которой начальные стадии, такие как анализ и проектирование, играют значительную роль. Неполное выполнение задач разработки на каждом витке спирали приводит к недостаткам системы на разных архитектурных уровнях. Использование подхода «в целом» приемлемо на стадии полной завершенности системы, но во время разработки системы применение его затруднено.

Новый, «многослойный» подход, который предназначен для оценки качества электронных обучающих систем, предложен в [3]. Данный подход позволяет производить оценку качества электронных обучающих систем на различных стадиях их жизненного цикла. Процесс человеко-машинного взаимодействия в электронной обучающей системе в «многослойном» подходе разделяется на несколько шагов (также называемых слоями), которые оцениваются в отдельности. Могут быть выявлены следующие преимущества использования «многослойного» подхода: он предоставляет данные о функционировании отдельных компонентов системы; может быть использован на различных стадиях разработки системы. Недостатками, которые могут затруднить применение «многослойного» подхода, являются зависимость от внутренних механизмов оцениваемой системы и сложность интерпретации значений критериев качества с точки зрения преподавателя.

3. Моделирование процесса обучения

Цель «многослойного» подхода – представить систему в виде «белого ящика», чтобы выявить причины различных адаптационных решений, принятых обучающей системой. Но подобная декомпозиция не показывает деталей процесса обучения,

и каждый раз при применении «многослойного» подхода становится необходимым дополнительный анализ поведения электронной обучающей системы. Под процессом обучения мы подразумеваем процесс взаимодействия между обучаемым и электронной обучающей системой. Для обеспечения оценки качества необходима разработка модели процесса обучения для широкого класса электронных обучающих систем, включающего адаптивные системы.

С прагматической точки зрения именно результат обучения и является главным критерием качества системы. Если студенты имеют недостаточное знание обучающего курса после обучения в электронной обучающей системе, то данная система должна быть оценена как система с низким качеством. Поэтому статистика обучения должна быть отражена в модели процесса обучения. Модель также должна поддерживать моделирование процесса обучения студента, чтобы помочь эксперту при анализе адаптационных решений системы.

Для модели процесса обучения выбраны следующие два параметра:

- уровень знаний обучаемого;
- длительность обучения.

Под уровнем знаний мы подразумеваем текущий уровень знаний обучаемого, который должен измеряться электронной обучающей системой во время процесса обучения. Длительность обучения показывает, насколько эффективно тратится время на обучение.

Большинство современных электронных обучающих систем используют семантические сети для представления предметной области. Поэтому использование сети для моделирования процесса обучения должно упростить интерпретацию результатов моделирования. Нами были проанализированы различные модели, которые могут быть интерпретированы как сеть: конечные автоматы, цепи Маркова, сети Петри. В результате выбор был сделан в пользу раскрашенных стохастических сетей Петри по следующим причинам:

– сеть Петри является событийной моделью, поэтому может легко представить такие события, как изучение концепта или выполнение тестового задания;

– модель на основе сети Петри может быть легко расширена;

– визуализация процесса моделирования на основе сети Петри может помочь эксперту в анализе процесса обучения;

– позиции, переходы и дуги сети Петри могут быть интерпретированы в контексте процесса обучения.

Данные, собранные электронной обучающей системой в ходе тестирования групп обучаемых, используются в качестве исходных для модели. Позиция сети Петри интерпретируется как концепт предметной области. Перемещение меток показывает прогресс пользователей в изучении курса. Каждый переход соответствует шагу обучающего процесса. Срабатывание перехода интерпретируется как выполнение какого-либо обучающего задания. Говоря «обучающее задание», мы имеем в виду любой тип заданий, которые пользователь должен закончить в течение обучающего процесса: выполнение тестов и упражнений.

При моделировании сложных обучающих процессов, включающих взаимодействие студентов, мы используем компоненту *Identity* цвета метки сети Петри для идентификации роли каждого из студентов. Для представления уровня знаний пользователя сеть Петри была расширена нами с помощью атрибута «уровень знаний». Он позволяет отслеживать результаты обучаемого на каждом шаге моделирования процесса обучения. Метки разделены на два класса: метки первого класса находятся в позициях, соответствующих изучаемым в настоящее время концептам – “*Current*”; метки второго класса расположены в позициях, изученных ранее – “*Learned*” (см. рис. 1). Класс метки определяется полем *Kind*. Данные расширения сети Петри позволяют видеть, какие концепты уже изучены и какие изучаются в любой момент процесса обучения для каждого обучаемого. Количество меток класса “*Learned*” в концепте соответствует числу попыток

прохождения теста, контролирующего знания по данному концепту.

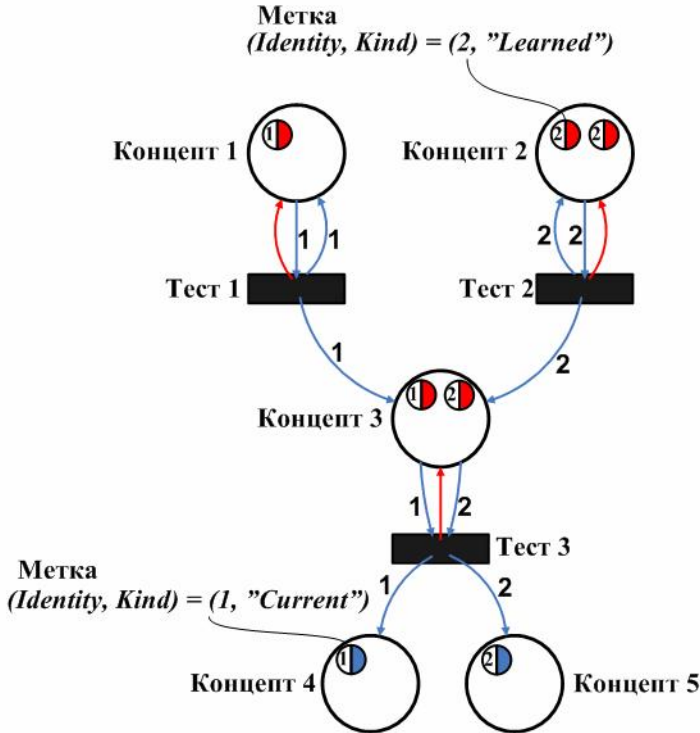


Рис. 1. Модель процесса обучения, основанная на сети Петри

Каждому переходу сопоставлены две случайные переменные: время срабатывания перехода, изменение уровня знания обучаемого после перехода. Данные величины определяются по статистическим данным о процессе обучения, собранным в рассматриваемой электронной обучающей системе. Предполагается, что собранные данные являются адекватными. Так, например, измерение времени обучения системой должно производиться только с учетом времени активной работы в системе,

т.е. когда пользователь периодически выполняет различные действия (перемещает курсор мыши, прокручивает текст).

Переход должен иметь только одну входную позицию и две или более выходных позиций. Одна из выходных позиций всегда соответствует единственной входной позиции и необходима нам для помещения в нее метки при изучении. Остальные выходные позиции соответствуют альтернативам развития процесса обучения. Метка, соответствующая изучаемому в текущий момент времени концепту, помещается в одну из данных позиций случайным образом. Таким образом, учитывается статистическое распределение вероятностей различных альтернатив обучающего процесса.

4. Оценка качества

Предлагаемый метод оценки качества электронных обучающих систем включает в себя следующие шаги:

- расчет априорных критериев качества электронной обучающей системы;
- анализ результатов априорной оценки качества и внесение соответствующих изменений в электронную обучающую систему;
- сбор данных об обучении студентов с использованием электронной обучающей системы;
- построение модели процесса обучения на основе собранных данных;
- идентификация концептов обучающего курса с недостаточным уровнем качества;
- расчет комплексных параметров качества идентифицированных концептов и поиск причин недостаточного качества;
- модификация обучающего курса;
- тестирование модифицированного обучающего курса и верификация изменений.

Нами разработан набор критериев для оценки модели процесса обучения, построенной для электронной обучающей

системы. Данные критерии могут быть разделены на три группы: критерии, основанные на количественных характеристиках графа сети Петри; критерии, основанные на статистических атрибутах переходов стохастической сети Петри; критерии, основанные на результатах моделирования с использованием полученной модели процесса обучения. на количественных характеристиках графа сети Петри включают в себя следующие:

- число позиций сети Петри;
- число переходов сети Петри;
- число дуг сети Петри;
- число всех возможных маршрутов;
- отношение числа всех возможных маршрутов к числу позиций;
- связность сети Петри.

Критерии, основанные на статистических атрибутах переходов стохастической сети Петри:

- средний уровень знания концептов;
- интегрированность концепта в обучающий курс;
- степень связности между концептами обучения.

Критерии, основанные на результатах моделирования с использованием полученной модели процесса обучения:

- средний уровень знаний студентов;
- процент правильных адаптационных решений.

Метод инвариантен по отношению к внутренним механизмам оцениваемой электронной обучающей системы. Ограничения метода следующие: оцениваемая система должна использовать сетевую модель в качестве модели предметной области, что характерно для естественно-научных и технических дисциплин; система должна сохранять время обучения каждого концепта и уровень знаний для каждого студента.

Процесс определения концептов курса с недостаточным качеством показан на рис. 2. Переходы в модели упорядочиваются по возрастанию отношения *«изменение уровня знаний»/«время обучения»* (уровень знаний измеряется по 100-бальной шкале). Переходы с минимальным значением отношения считаются

териев произведена в ходе разработки адаптивной системы, основанной на сети Бейеса [1], которая была разработана на кафедре САПР Волгоградского государственного технического университета (Россия).

Набор характеристик в модели обучаемого и набор технологий адаптации были использованы для измерения адекватности модели обучаемого. Влияние каждой характеристики было оценено, и в результате выявлена неполнота разработанной модели на основе сети Бейеса. Для предоставления недостающей информации об обучаемом определен набор характеристик был дополнительно включен в модель.

Оценка чувствительности модели обучаемого к уровню знаний показала, что модель, основанная на сети Бейеса, учитывает стабильность результатов обучаемого во время процесса адаптации. При росте стабильности результатов обучения влияние последующих оценок обучаемого снижается. Если обучаемый показывает нестабильные результаты, модель вновь становится чувствительной. Данный факт показывает, что модель Бейеса корректно обрабатывает противоречивые данные.

Моделирование процесса обучения может быть произведено, когда система уже полностью реализована. Для апробации модели процесса обучения мы разработали автоматизированную систему оценки качества *QuAdS*. С ее помощью мы оценили электронную обучающую систему *CALMAT* [5] (один из авторов имел возможность в ходе проекта *TEMPUS* в Калидонском университете г. Глазго, Шотландия, совместно с Катрин Хартманн произвести оценку данной системы) и адаптивную обучающую систему «АНА!» [2].

Обучающий курс «Статистика» для специальностей медицины и биологии содержит 10 концептов (см. статистику обучения в таблице 1). Оценка качества обучающего курса «Статистика» показала, что оценки студентов по последним трем темам ниже, чем по остальным, поскольку они слабо связаны с ними, т.е. нами были найдены приоритетные для внесения изменений и улучшения темы курса.

Таблица 1. Уровень знаний обучающегося курса «Статистика» студентов в системе CALMAT (число студентов – 151)

Концепт	Средняя оценка (максимум 100)
T01	93
T02	94
T03	71
T04	81
T05	78
T06	95
T07	87
T08	69
T09	75
T10	69

Для апробации критериев качества механизмов адаптации нами была использована свободно распространяемая обучающая система «АНА!». Обучающий курс «Теоретические основы автоматизированного управления», разработанный на кафедре САПР Волгоградского государственного технического университета, был реализован в виде адаптивного обучающего курса в системе «АНА!». Информация о процессе обучения хранится в системе «АНА!» в открытом формате, так что на ее основе мы смогли построить модель процесса обучения. Затем каждая стратегия адаптации в модели процесса обучения была проанализирована. Выполненный анализ позволил изменить обучающий курс таким образом, чтобы исключить обучающие стратегии с низким качеством.

6. Выводы и перспективы исследования

Предложенный метод оценки качества электронных обучающих систем, использующий моделирование процесса обучения, и разработанные критерии качества электронных обучающих систем.

щих систем могут быть использованы в процессе проектирования и разработки таких систем, а также при сертификации. Метод охватывает широкий класс электронных обучающих систем, основанных на сетевых моделях. Модель обучающего процесса может помочь эксперту произвести анализ процесса электронного обучения и обнаружить ошибки в обучающем курсе. Метод и критерии оценки качества успешно применены для оценки качества существующих и разрабатываемых электронных обучающих систем.

В рамках последующей работы планируется расширение множества критериев качества и создание среды разработки электронных обучающих систем с интегрированными средствами оценки качества.

Литература

1. ШАБАЛИНА О. А. *Модель пользователя для изучения языков программирования в адаптивной обучающей системе* // Вестник компьютерных и информационных технологий. – 2005. – №2. – С. 36-39.
2. DE BRA, P., *The Design of AHA!* // Proceedings of the ACM Hypertext Conference, Odense, Denmark. – 2006. – P. 133.
3. KARAGIANNIDIS, C., SAMPSON, D., BRUSILOVSKY, P., *Layered Evaluation of Adaptive and Personalized Educational Applications and Services* // AIED 2001 Workshop on Assessment Methods in Web-based Learning Environments & Adaptive Hypermedia. – 2001. – P. 21-29.
4. VOROBKALOV, P. N., KAMAIEV, V. A., *Quality estimation of e-Learning systems* // Methodologies and Tools of the Modern (e-) Learning: International Book Series “Information Science and Computing”. Supplement to International Journal “Information Technologies and Knowledge”. – 2008. – Vol. 2. – P. 25-30.
5. CALMAT website. – URL: <http://www.calmat.gcal.ac.uk> (дата обращения 07.08.08).

ESTIMATING THE QUALITY OF E-LEARNING SYSTEMS

Pavel Vorobkalov, Volgograd State Technical University, Volgograd, CAD department, post-graduate student
(pavor84@mail.ru).

Valerij Kamaev, Volgograd State Technical University, Volgograd, Doctor of Science, professor, chief of CAD department
(cad@vstu.ru, (8442)24-81-00).

Abstract: Existing approaches to e-learning systems quality estimation are analyzed. The “layered” approach for e-learning systems quality estimation enhanced with learning process modeling and simulation is presented. The method of quality estimation using learning process modeling and quality criteria are suggested. The learning process model based on extended colored stochastic Petri net is described. The method was implemented in the automated system of e-learning systems “QuAdS” quality estimation. Results of approbation of the method developed and quality criteria are presented. We argue that using learning process modeling for quality estimation simplifies identifying lacks of an e-learning system for an expert.

Keywords: quality management, quality estimation, e-learning, adaptive learning systems.

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии М. В. Губко

**ОНЛАЙНОВАЯ ИНФОРМАЦИОННО-
АНАЛИТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА МОНИТОРИНГА
ИНДИКАТОРОВ ЖИЗНЕОБЕСПЕЧЕНИЯ
ТЕРРИТОРИАЛЬНЫХ ОБЪЕКТОВ**

Карташев Е. А.¹, Самков Л. М.²

*(Учреждение Ханты–Мансийского автономного округа –
Югры «Югорский научно-исследовательский институт
информационных технологий»)*

Представлены результаты разработок авторами онлайн-овых информационно-аналитических систем для поддержки задач мониторинга территориальных объектов. Предложены: оригинальная модель индикаторов жизнеобеспечения территориальных объектов, архитектура аналитической системы, использование аналогов социальных сетей (концепция «Web 2.0») для коллективного принятия решений управленцами

Ключевые слова: Индикаторы жизнеобеспечения, мониторинг, территориальные объекты, онлайн-овая база данных, информационно-аналитическая система

1. Введение

Задача жизнеобеспечения территориального объекта (страна, регион, муниципальное образование, поселение) естественным образом дополняет задачу его устойчивого развития. В

¹ Евгений Анатольевич Карташев (kea@uriit.ru).

² Леонид Михайлович Самков, кандидат технических наук, доцент (saml@uriit.ru).

первом случае управление территориальным объектом должно обеспечить воспроизводство его подсистем в коротких временных циклах. Во втором речь идет о длительной перспективе, в которой территориальный объект не должен испытать деградацию. Задачи жизнеобеспечения и устойчивого развития находятся в сложных взаимоотношениях между собой: с одной стороны, эффективное жизнеобеспечение является необходимым условием устойчивого развития, с другой – избыточное жизнеобеспечение отнимает ресурсы от задач развития.

Ранее нами были разработаны модели идентификации индикаторов устойчивого развития [15], которые реализованы затем в ряде автоматизированных систем мониторинга социально-экономического развития территориальных объектов. Они эксплуатировались в Минэкономразвития, в Омской и Новосибирской областях, Ханты-Мансийском автономном округе [11, 16-18].

Настоящая работа посвящена следующему этапу – созданию систем мониторинга индикаторов жизнеобеспечения территориальных объектов. Данный проект в настоящее время реализуется в Ханты-Мансийском автономном округе: созданы онлайн-системы мониторинга обеспеченности населения округа услугами объектов социальной инфраструктуры, а также система мониторинга индикаторов социальных групп населения на примере несовершеннолетних. Указанные системы размещены по адресу <http://mtb.uriit.ru/banki.htm>. Результаты отражены в публикациях [6, 8-10].

ИАС управления территориями в настоящее время быстро развиваются в рамках ФЦП «Электронная Россия». Созданы и функционируют онлайн-системы социальной поддержки населения [1], системы мониторинга социально-экономических показателей регионов [3], анализа и прогнозирования социально-экономического развития региона [14], информационно-аналитическая система «Московская промышленность», разработанная ООО НВП "ИНЭК" для Департамента науки и промышленной политики города Москвы [7].

Разрабатываемая нами система реализует онлайн-режим функционирования и интеграцию информационной поддержки различных функций управления на основе последних версий инструментария *Visual Studio.net*.

На основе консолидации опыта разработки и эксплуатации систем, как онлайн-овых, так и десктопных, различными группами разработчиков, будут созданы типовые автоматизированные системы поддержки управления жизнеобеспечением и устойчивым развитием регионов.

2. Система нормативов и модель индикаторов жизнеобеспечения

Для индикаторов жизнеобеспечения характерной особенностью является нормативность – законодательно устанавливаются их предельные значения, например ПДК для загрязнителей, стоимость потребительской корзины, прожиточный минимум, обеспеченность населения услугами объектов социальной инфраструктуры [8, 9] и т.п. Если норматив по какому-либо индикатору отсутствует, в качестве ориентиров берутся значения, достигнутые лидером и аутсайдером, индикатор рассчитывается в пропорциональной шкале, которая принята ООН для расчета индексов развития человеческого потенциала (ИРЧП) [5, стр. 341].

Согласно данной методике индикатор по каждому показателю выражается величиной от 0 до 1, которая рассчитывается по формуле

$$R = \frac{X - N}{M - N},$$

где N и M – это соответственно минимальное и максимальное значения показателя на всем множестве оцениваемых объектов

Для негативного показателя (чем он больше, тем его оценка ниже)

$$R = \frac{M - X}{M - N}.$$

Следует заметить, что в данной модели интервал (N, M) с течением времени может увеличиваться, что приводит к принципиальной возможности неограниченного роста показателя X . Это противоречит концепции устойчивого развития. Для согласования с ней нужно ввести ограничения («пределы роста»), что обеспечивается в нормативном подходе. Если имеется официально утвержденный норматив для показателя X , то превышение его значения не должно поощряться повышением оценки (в противном случае имеем избыточное жизнеобеспечение, отнимающее ресурсы у задач развития). Кроме того, может быть установлен норматив для наихудшего возможного значения показателя – при таком значении показателя объект еще может существовать, а ниже испытывает деградацию. Следует, однако, заметить, что нормативы зачастую отражают не объективно обусловленные критерии жизнеобеспечения, а лишь возможности общества по их финансированию, обусловленные имеющимся уровнем социально-экономического развития страны или региона. Примером может послужить норматив оплаты по 1 разряду ЕТС, который не достигал прожиточного минимума.

Определим нормативные индикаторы следующим образом. Для позитивных показателей

$$R = \min \left(\max \left(\frac{X - N}{M - N}, 0 \right), 1 \right),$$

где N и M соответственно минимальное и максимальное значения норматива для показателя X на рассматриваемом множестве территориальных объектов, при этом N – норматив жизнеспособности, ниже которого объект деградирует (нулевая оценка); M – норматив устойчивого развития, превосходя который объект отнимает ресурсы у других объектов либо ограничивает перспективы развития данной системы («грабим будущие поколения»).

Пример: X – размер пенсии, N – прожиточный минимум, M – средняя заработная плата в регионе.

Для негативных показателей

$$R = \min \left(\max \left(\frac{M - X}{M - N}, 0 \right), 1 \right),$$

где N – норматив устойчивого развития; M – норматив жизнеспособности.

Пример: X – концентрация загрязнителя в питьевой воде, N – концентрация загрязнителя в эталонном природном источнике, M – предельно допустимая концентрация

Указанные оценки определены на единичном интервале $[0, 1]$, т.е. они могут быть единообразно использованы для построения интегральных оценок иерархии показателей (группы показателей и направления социально-экономического развития регионов [11, 17]). Ранее нами была разработана [15] и использовалась в ряде мониторинговых систем рейтинговая модель, в рамках которой при построении интегральной оценки используются следующие функции свертки входящих в интегральную оценку показателей, учитывающие их природу

Достаточные показатели. Высокий уровень хотя бы одного из них достаточен для обеспечения высокого значения связанного с ним индикатора верхнего уровня, а низкое значение любого из них мало влияет на величину индикатора. К ним относятся показатели экономического развития. Территориальный объект может зарабатывать средства на свое воспроизводство за счет лишь одной отрасли, т.е. достаточно высокого значения индикатора хотя бы по одному такому показателю, чтобы территория не была депрессивной. Для таких показателей используется операция обобщенного сложения

$$I = \bigcup_{i=1}^n x_i = H^{-1} \left(\prod_{i=1}^n H(x_i) \right), \quad H(x) = \frac{1-x}{1+Ix}$$

Необходимые показатели. Высокий уровень каждого из них необходим для обеспечения высокого уровня индикатора, низкий уровень любого из них делает значение индикатора

низким и не может быть скомпенсирован высокими значениями других показателей. В эту группу входят показатели жизнеобеспечения.

Для них используется операция обобщенного умножения без единичного элемента

$$I = \bigcap_{i=1}^n x_i = F^{-1} \left(\prod_{i=1}^n F(x_i) \right), \quad F(x) = \frac{(1-m)x}{1-mx}.$$

Зафиксировав в интегральной оценке один из показателей x и обобщенное произведение остальных показателей

$$S = \bigcap_{i=1}^{n-1} x_i = F^{-1} \left(\prod_{i=1}^{n-1} F(x_i) \right),$$

получим кривую Лоренца, которая может быть использована для управления параметрами жизнеобеспечения

$$I = x \cap S = \frac{(1-m)Sx}{1-m(S+x)+mSx}.$$

Операции обобщенного сложения и умножения ассоциативны и коммутативны, интегральные оценки получаются как полиномы относительно этих операций.

3. Необходимость мониторинговой системы для задач жизнеобеспечения

В условиях возросших финансовых ресурсов и экономического роста в нашей стране произошел переход к сильной социальной политике, в которой приоритетом является развитие человеческого капитала; он, в свою очередь, является необходимым условием экономического развития на базе научно-технологического прогресса. Организационной формой управленческих решений являются государственные целевые программы, включающие точно определенные плановые задания по основным индикаторам социального развития. В процессе их реализации органы управления должны осуществлять непрерывное слежение за значениями указанных параметров, достиг-

нутых в заданные сроки, осуществлять управление по конечным результатам. Мероприятия должны иметь адресный характер, приоритет при распределении ресурсов должен отдаваться наиболее отстающим территориальным и социальным объектам.

В связи с этим ставятся новые цели перед системой мониторинга индикаторов жизнеобеспечения:

– обеспечить слежение за состоянием территориальных и социальных объектов на микроуровне, т.е. доходить до каждого поселения, социального учреждения и, в идеале, до каждого человека. Это делает необходимой паспортизацию целевых объектов и создание соответствующих баз данных – регистров, кадастров и т.п., которые в дальнейшем вытеснят усредненную статистическую информацию в задачах управления;

– обеспечить оперативность обновления данных. Они должны вводиться в оборот сразу после их создания или корректировки, например, построена школа – соответствующее число ученических мест отражается в плановых расчетах сразу же, а не по истечении календарного года, как в статистической информации. Это требует обновления базы данных в реальном масштабе времени, например, посредством онлайн-доступа к ней;

– обеспечить соответствие расчетных индикаторов утвержденным федеральным и региональным нормативам жизнеобеспечения (например, нормативы обеспеченности населения услугами социальных учреждений [12, 13]);

– обеспечить более глубокий анализ данных путем использования прогнозных моделей и моделей зависимости между показателями.

Эти цели реализованы в разработках авторов последних пяти лет. Создана информационно-аналитическая система, осуществляющая мониторинг обеспеченности населения Ханты-Мансийского автономного округа – Югры услугами социальных учреждений, которая определяется согласно федеральным нормативам по 17 видам социальных учреждений и соответствующих услуг. К ним относятся детские дошкольные учрежде-

ния, дневные общеобразовательные учреждения, спортивные сооружения, плавательные бассейны, музеи, библиотеки, детские школы искусств, учреждения дополнительного образования детей, клубные учреждения, кинотеатры, больницы, поликлиники, территориальные центры социальной помощи семье и детям, социально-реабилитационные центры для несовершеннолетних, социальные приюты для детей и подростков, реабилитационные центры для детей и подростков с ограниченными возможностями, дома-интернаты для престарелых и инвалидов.

Организационно они оформлены в виде следующих трех систем:

- Банк электронных паспортов учреждений социальной сферы Ханты-Мансийского автономного округа – Югры;
- Система анализа обеспеченности населения округа услугами учреждений социальной инфраструктуры Ханты-Мансийского автономного округа – Югры;
- Банк данных «Дети Югры».

4. Архитектура системы мониторинга индикаторов жизнеобеспечения

Указанные системы размещены на сервере ЮНИИ ИТ (<http://www.uriit.ru>, баннер «Банки данных Югры»), эксплуатируются в течение нескольких лет [6, 8-10].

Результаты используются для принятия управленческих решений по строительству социальных учреждений там, где обеспеченность ими низка.

Обновление данных осуществляется в онлайн-режиме привилегированными пользователями в рамках их компетенции. Например, данные об учреждениях культуры корректируются в базе данных должностными лицами, компетентными в данной области и ответственными за достоверность данных. Доступ к данным осуществляется в режиме тонкого клиента, с использованием наиболее распространенного Web-браузера *Internet Explorer*. Интерфейс реализуется посредством активных web-

страниц, разработанных с использованием инструментария *Microsoft Visual.Net 2005*.

Система включает три компонента: хранилище данных, онлайновая технологическая подсистема (*OLTP*), онлайновая аналитическая подсистема (*OLAP*). Архитектура системы представляет собой многоуровневое Web-приложение, при этом взаимодействие с пользователем осуществляется через Интернет с использованием стандартных протоколов (*HTTP, HTTPS*, стек протоколов *TCP/IP*).

Основные модули подсистем *OLTP* и *OLAP* размещены на сервере приложений, при разработке особое внимание уделялось

- уменьшению времени обработки запроса пользователя, – это реализовано за счет приоритетизации задач и использования конвейеров (позволяет максимально использовать имеющиеся аппаратные ресурсы сервера);

- повышению управляемости системы (мониторинг работы системы, оперативное внесение изменений, обеспечение защиты информации), – это реализовано за счет концентрации основных модулей системы в одном месте, дублирования оборудования, резервного копирования данных, использования сертифицированных средств защиты информации, создания необходимой обеспечивающей инфраструктуры.

Проектирование хранилища данных осуществлялось с учетом следующих условий:

- организация физически целостной центральной базы данных для обеспечения постоянного доступа к первичной информации;

- создание единой системы описания информации, находящейся в хранилище данных (метабазы данных), включающей для каждого факта сведения об источнике данных, времени актуализации, ответственном лице;

- возможность формирования на основе первичной информации предметно-ориентированных наборов данных (витрин

данных), включающих агрегированные показатели различных уровней и вторичные данные для концептуального анализа.

В результате разработана структура хранилища данных для построения многомерных кубов данных по предметно-ориентированным областям деятельности, а также иерархическая система описания данных, позволяющая обеспечить навигацию по наборам данных. Хранилище данных реализовано на базе СУБД *Oracle*, которая позволяет обрабатывать большие объемы данных, имеет встроенные механизмы защиты данных, предоставляет набор стандартных функций для выборки и обработки данных.

Для обслуживания типовых аналитических задач на сервере приложений создаются и периодически обновляются *OLAP* – модули с использованием реляционной базы данных в формате *Microsoft Jet 4.0*. Клиентская компонента написана с использованием языка программирования *VisualC#.net* с последующей адаптацией к *Open Office* [20].

Онлайновая аналитическая подсистема включает активные серверные страницы и расчетные модули (сервер приложений). Реализованы модели статистического анализа (корреляционный анализ, трендовый прогноз), представление результатов в виде графиков.

Выбор инструментов для реализации информационно-аналитической системы осуществлялся с учетом уже используемого программного обеспечения на стороне пользователей и квалификации специалистов её обслуживающих, что позволило снизить издержки на внедрение и эксплуатацию системы.

5. Перспективы развития системы

Потребности современного этапа социально-экономического развития России диктуют необходимость совершенствования данной системы в следующих направлениях:

– расширение круга пользователей системы, в частности, активными пользователями должны быть органы управления

муниципальными образованиями и поселениями, органы управления корпорациями, менеджеры средних и малых предприятий;

– расширение круга используемых моделей анализа данных (нормативное прогнозирование, факторный анализ, автокорреляционные прогнозные модели, модели анализа чувствительности объектов к управляющим воздействиям, балансовые модели налоговых поступлений и бюджетных расходов и т.п., модели дробных территориальных образований и корпоративных систем);

– соответственно перечисленным объектам и моделям включение в систему более широкого круга показателей и индикаторов, организованных в иерархические системы – атрибутивные (от первичных показателей до интегральных характеристик, рейтингов и индикаторов социально-экономического развития) и объектные (территориальная иерархия, классификационные иерархии социальных групп и т.п.).

Для решения перечисленных задач в настоящее время разрабатывается опытно-промышленная версия онлайн-системы мониторинга индикаторов жизнеобеспечения Ханты-Мансийского автономного округа – Югры, обладающая следующими свойствами:

– использование системы показателей и индикаторов социально-экономического развития автономного округа, определенной государственными целевыми программами, а также используемой компьютерной моделью индикативного планирования и социально-экономического развития автономного округа;

– обеспечение возможности изменения набора показателей в процессе эксплуатации системы;

– обеспечение возможности сквозных расчетов показателей и индикаторов по их территориальной, социальной и функциональной иерархии;

– обеспечение возможности использования системы органами управления всех территориальных уровней для решаемых

ими задач перспективного планирования и прогнозирования, а также корпоративными органами управления, менеджерами средних и малых предприятий при решении социальных и маркетинговых задач;

– использование моделей анализа данных, необходимых для поддержки принятия управленческих решений по жизнеобеспечению (нормативно-целевое прогнозирование, факторный анализ, автокорреляционные прогнозные модели, модели анализа чувствительности объектов к управляющим воздействиям, балансовые модели налоговых поступлений и бюджетных расходов муниципального образования и т.п.);

– широкое использование, наряду со статистическими данными, также первичных данных, относящихся к исходным объектам – поселение, учреждение, человек («дойти до каждого...»), которые позволят максимально локализовать проблемы жизнеобеспечения и обеспечить высокую адресность вырабатываемых решений;

– непрерывное приведение используемых моделей расчета индикаторов жизнеобеспечения в соответствие с текущей нормативной базой, определенной федеральными и окружными органами власти.

Масштабы системы и важность решаемых задач требуют обеспечить высокие ее эксплуатационные качества и снижение издержек, а также обеспечить защиту конфиденциальных данных для чего предполагается использовать современные технологические средства, в том числе:

– использование очередных версий современной технологии разработки и эксплуатации онлайн-овых аналитических систем и баз данных (*Microsoft Visual.Net 2008*);

– использование концепций коллективной работы пользователей онлайн-овых баз данных (технология *Web 2.0*);

– использование сертифицированных средств защиты конфиденциальной информации;

– использование мультисервисной сети специального назначения для органов государственной власти и местного самоуправления Ханты-Мансийского автономного округа – Югры

Указанные средства обеспечивают взаимодействие клиентов с большими базами данных и выполнение сложных аналитических расчетов на сервере теми же средствами и столь же легко, как это происходит при работе с простыми web-страницами. То есть те функции, которые раньше реализовывались на компьютере клиента, теперь становятся онлайн-услугами, что устраняет необходимость обслуживания и сопровождения сложного программного инструментария силами клиента – все происходит на сервере. Дальнейшее развитие системы так же предполагает разработку дополнительных модулей для поддержки функционирования пользователей использующих свободно распространяемое программное обеспечение (*Linux, Open Office* и т.п.).

Согласно концепции *Web 2.0* [4] клиент играет более активную роль при взаимодействии с системой. Например, он сам участвует в ведении базы данных, в результате сокращаются расходы на ведение базы данных, а также обеспечивается должный уровень компетенции. Кроме того используются различные формы общения клиентов между собой (сетевые сообщества, блоги и т.п.), благодаря чему система не только сама оказывает информационные услуги, но и является посредником между клиентами, что углубляет качество исполнения этих услуг и повышает интеллектуальность системы. Это позволит реализовать самоорганизацию всей системы управления жизнеобеспечением территориальной системы, она при этом будет включать не только вертикальные управленческие воздействия, но и горизонтальные, например, население какой-либо территории кооперируется, чтобы удовлетворить какую-либо потребность, складывая свои ресурсы. Такие формы работы предусмотрены реформой местного самоуправления.

Пользователь получает доступ к хранилищу данных через онлайн-аналитические подсистемы – витрины данных.

Привилегированные пользователи, кроме того, могут пополнять хранилище данных своей информацией в рамках своей компетенции или корректировать их. Стандартные *web*-формы системы, предназначенные для онлайн-оввода, корректировки и просмотра данных, представляют собой паспорта объектов, – социальных учреждений, поселений, муниципальных образований и т.п. – посредством которых осуществляется мониторинг условий жизнеобеспечения. Аналогичный формат имеют типовые отчеты системы, предназначенные для скачивания клиентом.

Клиент сможет не только получать нужную ему информацию в табличном и графическом виде, но и производить расчеты необходимых вторичных данных – определять статистические закономерности, прогнозные тренды и т.п. с целью определения возможности достижения нужных значений индикаторов жизнеобеспечения в те или иные моменты времени в будущем, а также оценивать необходимые для этого бюджетные ресурсы.

Использование предлагаемой системы в настоящее время становится особенно актуальной в связи с необходимостью организовать деятельность по формированию проектов целевых программ в рамках «Концепции-2020» всеми территориальными объектами вплоть до отдельных поселений. Полученные таким образом перспективные планы и прогнозы автоматически будут тесно увязаны друг с другом соответственно тесной связи самих территориальных объектов. Совместная онлайн-овая работа органов управления обеспечивает взаимодействие между ними, адекватным средством для чего и будет данная система.

Литература

1. *Автоматизация городских задач социальной поддержки населения, ГИВЦ Москвы.* – URL: <http://www.iccm.ru/projects/detail.php?ID=108> (дата обращения: 12.03.2009)

2. *Автоматизированная информационная система управления бюджетным процессом г. Москвы (АИС УБП-2).* – <http://www.econmos.com/news/019.html> (дата обращения: 12.03.2009).
3. *Банк данных показателей социально-экономического развития Алтайского края.* – URL: <http://altay.norbit.ru/Default.aspx?link=3> (12.03.2009)
4. *Веб 2.0* // Википедия http://ru.wikipedia.org/wiki/Web_2, *Web 2.0* // Wikipedia http://en.wikipedia.org/wiki/Web_2 (дата обращения: 12.03.2009).
5. *Доклад о развитии человека за 2003 год Цели в области развития, сформулированные в Декларации тысячелетия: межгосударственная договоренность об избавлении человечества от нищеты.* Издано по заказу Программы развития Организации Объединенных Наций (ПРООН), Минск: «Юнипак», 2003. – URL: http://hdr.undp.org/en/media/HDR_2003_RU.pdf (дата обращения: 12.03.2009).
6. ДРУЖИНИН В. А., САМКОВ Л. М. *Создание единого банка данных о детях, проживающих на территории Ханты-Мансийского автономного округа – Югры* // Сборник трудов третьей межрегиональной конференции «Информационные технологии и решения для «Электронной России». – Ханты-Мансийск, 2004. – Ч.1. – С. 135-137.
7. *Информационно-аналитическая система «Московская промышленность».* – URL: <http://www.inec.ru/cgi-bin/inec/view.pl?pageID=1179911574&gid=5> (дата обращения: 12.03.2009).
8. КАРТАШЕВ Е. А., МЕНЬШЕНИН И. Н., САМКОВ Л. М. *Онлайновые хранилища данных для решения обратных задач регионального управления* // Материалы 4-й научно-практической конференции «Обратные задачи и информационные технологии рационального природопользования». – Ханты-Мансийск: Полиграфист, 2008. – С. 52-55.

9. КАРТАШЕВ Е. А., ПУРТОВА И. Ю., САМКОВ Л. М. *Система ведения паспортов учреждений социальной сферы Ханты-Мансийского автономного округа – Югры* // Четвертая межрегиональная конференция «Информационные технологии и решения для «Электронной России». – Ханты-Мансийск, 2005. – С. 105-107.
10. КАРТАШЕВ Е. А., САМКОВ Л. М. *Система мониторинга условий жизнеобеспечения населения ХМАО – Югры* // Материалы 3-й научно-практической конференции «Обратные задачи и информационные технологии рационального природопользования». – Екатеринбург: Средне-Уральское книжное издательство, 2006. – С. 48-51.
11. КЛИСТОРИН В. И., ПОЗДНЯКОВ А. М., САМКОВ Л. М., СУСЛОВ В. И., СУСПИЦЫН С. А. *Проект СИРЕНА: Методы измерения и оценки региональной асимметрии*. – Новосибирск: ИЭиОПП СО РАН, 2002. – 248 с.
12. *О методике определения нормативной потребности субъектов Российской Федерации в объектах социальной инфраструктуры* // Распоряжение Правительства Российской Федерации от 19 октября 1999 года № 1683-р.
13. *О социальных нормативах и нормах* // Распоряжение Правительства Российской Федерации от 3 июля 1996 г. № 1063-р (с изм. и доп. от 14 июля 2001 г.).
14. *Проект Hinterland «Оценка потенциала и возможностей развития депрессивных территорий республики Карелия»*. – URL: <http://hinterland.krc.karelia.ru/section.php?plang=r&id=14>, <http://ladoga-park.ru/a080622164302.html> (дата обращения: 12.03.2009).
15. САМКОВ Л. М. *Оперативная идентификация в системах мониторинга устойчивого развития территориальных объектов* // Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – М.: ИПУ, 2000. – С. 1816-1823. – URL: <http://mtb.uriit.ru/saml/Pub/0068r.doc> (дата обращения: 12.03.2009).

16. САМКОВ Л. М. *Применение индикаторов социально-экономического мониторинга к управлению региональным рынком труда* // Материалы межрегиональной конференции «Социальный диалог на рынке труда». – Омск: КТиЗН, 1999. – С. 74-78.
17. САМКОВ Л. М. *Система моделей жизнеобеспечения и устойчивого развития территориальных социально-экономических объектов* // Методы анализа и моделирования динамики экономических процессов. – Новосибирск: ИЭиОПП СО РАН, 2002. – С. 101-131.
18. САМКОВ Л. М., СЕМЕШКО Л. Т. *Информационно-аналитическая система социально-экономического мониторинга муниципальных образований Ханты-Мансийского автономного округа – Югры* // Сборник трудов третьей межрегиональной конференции Информационные технологии и решения для «Электронной России». – Ханты-Мансийск: 2004. – Ч.1. – С.95-97.
19. УТКИН В. В., ЗАХАРОВ Ю. Н., ГУЦА А. Г. *Информационно-аналитическое обеспечение задач стратегического планирования развития региона, ГУП «Санкт-Петербургский информационно-аналитический центр».* – URL: <http://citystrategy.leontief.net/?it=3f8d4a4fed88c>
<http://citystrategy.leontief.net/forum/for11.zip> (дата обращения: 12.03.2009).
20. Behrmann Lars, *OpenOffice programming with C#/.net.* – URL: <http://opendocument4all.com/content/view/68/47/>,
<http://www.i-rs.ru/content/view/full/1019> (русский перевод) (дата обращения: 12.03.2009).

ONLINE ANALYTICAL PROCESSING SYSTEM FOR TERRITORY LIFE-SUPPORT LEVEL INDICATORS MONITORING

Evgeny Kartashev, Ugra research institute of information technologies (Khanty-Mansiysk) (kea@uriit.ru).

Leonid Samkov, Ugra research institute of information technologies (Khanty-Mansiysk) assistant professor (saml@uriit.ru).

Abstract: The online analytical processing system for territory indicators monitoring developed by the authors is presented. Original model for territory life-support level indicators is suggested, original architecture of analytical system is designed, the use of social networks (the «Web 2.0» concept) for collective managerial decision-making is justified.

Keywords: Life-support indicators, monitoring, territory management, online database, analytical processing system.

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии М.В. Губко*

УДК 004.738.5
ББК 32.973.202

О РЕЙТИНГЕ ОФИЦИАЛЬНЫХ САЙТОВ НАУЧНЫХ УЧРЕЖДЕНИЙ СЕВЕРО-ЗАПАДА РОССИИ

Мазалов В. В.¹, Печников А. А.²

(Учреждение Российской академии наук
Институт прикладных математических исследований
КарНЦ РАН, Петрозаводск)

На основе новых подходов к измерениям известных вебометрических индикаторов и вычислению функций ранжирования, проведено ранжирование сайтов научных организаций РАН северо-запада России. Проанализированы результаты ранжирования по двум методикам и сформулированы предложения по продолжению исследований.

Ключевые слова: вебометрика, Интернет, веб-ресурсы, индикаторы, поисковые машины, ранжирование сайтов.

1. Введение

Термин «вебометрика» (*webometrics*), введенный более 10 лет назад, обозначает раздел информатики, в рамках которого исследуются количественные аспекты конструирования и использования информационных ресурсов, структур и технологий применительно к *World Wide Web* (далее – Веб) [17].

Одним из наиболее известных вебометрических проектов является проект испанской исследовательской группы

¹ Владимир Викторович Мазалов, доктор физико-математических наук, профессор (vmazalov@krc.karelia.ru).

² Андрей Анатольевич Печников, кандидат физико-математических наук, доцент (baebron@karelia.ru, моб. тел. +7 921 700 3362).

Cybermetrics Lab «Webometrics Ranking of World Universities» [23], посвященный изучению вебометрических индикаторов и ранжированию на их основе сайтов университетов и научно-исследовательских институтов. Исследования ведутся с 2004 г., накоплен большой объем информации по сайтам 16 000 учреждений высшего образования и 7 000 научных учреждений.

В январе 2009 г. был открыт новый сайт «*Ranking Web of World Research Centers*» [22], посвященный только научно-исследовательским институтам. На сайте опубликован рейтинг «*Top 2000 R&D*», в который входят 59 российских научных сайтов, занимающих достаточно скромные позиции. Например, портал Сибирского отделения РАН занимает 66-е место, портал Российской академии наук – 91-е, сайт Уральского отделения РАН – 587-е, сайт Института математики им. С. Л. Соболева Сибирского отделения РАН – 728-е.

Понятно, что на сегодняшний день большинство мировых веб-ресурсов составляют англоязычные сайты. Чтобы убедиться в том, что и наибольшее количество исследований посвящено англоязычным сегментам Веба, достаточно посмотреть публикации [19, 27] и список литературы к ним. Вместе с тем, с развитием веб-технологий появляется все большее количество исследований, ориентированных на национальные веб-ресурсы университетов и научно-исследовательских институтов, причем не только в Европе и США, но и в Австралии, Латинской Америке, Иране и Нигерии [16, 20, 21, 28].

Россия не является исключением и можно отметить работы, посвященные исследованию и ранжированию научных сайтов Сибирского отделения РАН [6, 14], а также раздел «Рейтинг сайтов научных учреждений СО РАН» официального сайта Института вычислительных технологий [11]. Ранжированию сайтов классических университетов России посвящена работа [9], а в работе [3] исследуются рейтинги университетов северо-запада России и Финляндии.

В продолжение этой тенденции было проведено обследование и ранжирование официальных сайтов научных организаций РАН северо-запада России с использованием подходов, предло-

женных в [14], и их модификаций, сделанных авторами статьи, что позволило выявить ряд интересных моментов, отраженных в данной статье.

2. Целевое множество исследования

Выбор сайтов научных организаций РАН северо-запада России в качестве объекта исследований позволяет получить достаточно обширную выборку научных сайтов (около 10% всех официальных сайтов учреждений РАН), относящихся к разным областям науки, находящихся в различных иерархических отношениях с вышестоящими инстанциями и размещенных достаточно компактно в географическом плане. При этом в целевое множество включались только официальные сайты организаций, имеющие собственные доменные имена. (Такое очевидное сужение множества имеет объяснения, следующие из дальнейшего изложения).

Основным способом выявления сайтов для целевого множества являлся анализ информации, содержащейся в Справочнике РАН [12] и Единой информационной системе РАН [2]. В случае отсутствия данных о доменном имени сайта института выполнялся поиск в поисковых системах *Яндекс* и *Google* по его названию. Каждый найденный веб-адрес проверялся на работоспособность, причем в случае отказов – несколько раз, поскольку существует вероятность отказов на уровне каналов связи и оборудования.

В случае наличия у организации нескольких сайтов в целевое множество включался сайт, удовлетворяющий одному из следующих условий (приоритет сверху вниз):

- включен в перечень информационных систем научных учреждений РАН;
- указан в соответствующем перечне на сайте регионального научного центра;
- на самом сайте сказано, что он является официальным сайтом учреждения.

Было сформировано целевое множество исследования, содержащее 3 сайта региональных научных центров (Санкт-Петербургский, Карельский и Кольский), 24 сайта институтов РАН, географически расположенных в Санкт-Петербурге и Ленинградской области (подчиняющихся Отделениям РАН по областям науки), 1 научное учреждение Санкт-Петербургского научного центра, 7 – Карельского научного центра и 5 – Кольского научного центра. Полный перечень сайтов целевого множества приводится на специализированном сайте «Вебометрика. ИПМИ КарНЦ РАН» [1] в разделе «Ранжирование сайтов РАН». Веб-ресурсы некоторых институтов не вошли в целевое множество, поскольку не имеют собственного доменного имени, а являются директориями вышестоящего домена. Кроме того, несколько доменных имен, указанных в ряде источников как имена официальных сайтов институтов, оказались неработающими (к счастью, их было очень мало).

3. Вебометрические индикаторы, методика измерений и ранжирование сайтов

Вначале определим вебометрические индикаторы S , V , R и Sc в соответствии с [23]:

– под размером сайта (S – *size*) понимается общее количество страниц, обнаруживаемых на сайте поисковыми машинами *Google*, *Yahoo*, *Live Search* и *Exalead*;

– видимость сайта (V – *visibility*) – это количество уникальных гипертекстовых ссылок с других веб-ресурсов, обнаруживаемых *Yahoo Search*, *Live Search* и *Exalead*;

– количество полнотекстовых файлов (R – «*rich files*») – это суммарное количество файлов с расширениями *PDF*, *DOC*, *PS* и *PPT*, обнаруживаемых *Google*;

– и, наконец, научность сайта (Sc – «*scholar*») – это количество ссылок на сайт, обнаруживаемых *Google Scholar*.

Одно из первых замечаний, которое возникает при чтении предыдущего абзаца, заключается в перечне используемых поисковых машин и применимости их к российскому (или

неанглоязычному) Вебу. Можно согласиться с коллегами из Новосибирска, использующими *Яндекс*, *Google* и *Yahoo*, поскольку «именно эти поисковые системы наиболее полно индексируют русскоязычную часть Интернета» [6, 14]. Первые две системы имеют необходимые сервисы для измерений индикаторов и при этом используются более 80% пользователями в России (по данным проекта *LiveInternet* [13]). *Yahoo* – далеко не самая популярная в России поисковая система, однако ее использование практически всеми исследователями основано на развитых сервисах. В частности, предоставляется возможность исключать из множества ссылок на заданный сайт ссылки, сделанные с этого же сайта, что важно при измерениях индикатора *V*. Как и в [14], мы исключим из рассмотрения файлы *PS*, поскольку их количество на российских сайтах весьма незначительно, а сервис *Яндекса* не позволяет их обнаружить.

По поводу измерения индикатора научности сайта *Sc* никаких вариантов, кроме использования системы *Google Scholar*, не остается, поскольку российские аналоги пока слишком неубедительны. Вместе с тем, можно принять дополнение, предложенное в [14], когда в качестве значения *Sc*, измеряемого средствами *Яндекса*, принимается так называемый ТИЦ, – тематический индекс цитирования, – «авторитетность» сайта с учетом качественной характеристики ссылок на них с других сайтов [4].

В данном разделе мы приведем некоторые результаты измерений индикаторов и ранжирования сайтов описанного выше целевого множества по методике Института вычислительных технологий Сибирского отделения РАН. Опишем способы измерения индикаторов, которые будем обозначать, как и в [14], латинскими буквами с индексами, указывающими поисковую систему:

$S_{\text{Яндекс}}$ – на странице <http://webmaster.yandex.ru/check.xml> в строке поиска вводится доменное имя сайта (без *http* и закрывающих «/»);

S_{Google} – на странице <http://www.google.ru> в строке поиска вводится *site:доменное имя сайта*;

S_{Yahoo} – на странице <http://www.yahoo.com> в строке поиска вводится доменное имя сайта;

$V_{Яндекс}$ – на странице <http://www.yandex.ru> в строке поиска вводится доменное имя сайта в кавычках, из количества найденных страниц следует вычесть количество страниц, указанных в пункте «Еще с сайта» для измеряемого сайта;

V_{Google} – на странице <http://www.google.ru> в строке поиска вводится *link:доменное имя сайта*;

V_{Yahoo} – на странице <http://siteexplorer.search.yahoo.com> в строке поиска вводится доменное имя сайта, выбирается кнопка *inlinks*, выбирается опция *Except from this domain* и выбирается опция *Entire Site*;

$R_{Яндекс}$ – на странице <http://yandex.ru/advanced.html> в позиции «находятся на сайте» вводится доменное имя сайта, для одно-временного поиска по форматам *PDF*, *DOC* и *PPT* все они выбираются в окне «формат» с удерживанием клавиши *Shift*;

R_{Google} – на странице http://www.google.ru/advanced_search?hl=ru в позиции «домен» вводится доменное имя сайта, в позиции «формат файла» последовательно выбираются *PDF*, *DOC* и *PPT* и результаты суммируются;

R_{Yahoo} – на странице <http://www.yahoo.com> вводится доменное имя сайта и выбирается кнопка *Web Search*, выбираются *Options*, *Advanced Search*, затем последовательно в позиции *File Format* выбираются *PDF*, *DOC*, *PPT* и результаты суммируются;

$Sc_{Яндекс}$ – на странице <http://yaca.yandex.ru/yaca> в строке поиска вводится доменное имя сайта;

Sc_{Google} – на странице <http://scholar.google.com> в строке поиска набирается «+доменное имя сайта».

Полностью результаты замеров вебметрических индикаторов для целевого множества приведены в [1]. Учитывая динамику Веба и постоянную деятельность роботов поисковых машин, отметим, что измеренное значение индикатора – это значение, полученное данной поисковой машиной в конкретный момент времени.

Ранжирование сайтов целевого множества проводилось по методике, которую можно увидеть в Вебе по ссылке [11], но для

удобства мы вкратце опишем ее здесь. Рейтинг сайта вычислялся по формуле

$$W = V + S + 2R + 1,5Sc,$$

где

$$V = \log_{10}(V_0); V_0 = [V_{\text{Яндекс}} + V_{\text{Google}} + V_{\text{Yahoo}}]/3;$$

$$S = \log_{10}(S_0); S_0 = [S_{\text{Яндекс}} + S_{\text{Google}} + S_{\text{Yahoo}}]/3;$$

$$R = \log_{10}(R_0); R_0 = [R_{\text{Яндекс}} + R_{\text{Google}} + R_{\text{Yahoo}}]/3;$$

$$Sc = [\log_{10}(Sc_{\text{Яндекс}}) + \log_{10}(Sc_{\text{Google}})]/2.$$

Полный ранжированный список всех 40 сайтов целевого множества приведен в [1]; первая десятка выглядит так:

1. Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе РАН;
2. Зоологический институт РАН;
3. Институт проблем машиноведения РАН;
4. Петербургский институт ядерной физики РАН;
5. Институт русской литературы РАН (Пушкинский дом);
6. Кольский научный центр РАН;
7. Кунсткамера (Музей антропологии и этнографии РАН);
8. Пулковская астрономическая обсерватория РАН;
9. Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН;
10. Институт лингвистических исследований РАН.

4. О применимости поисковых машин в качестве «измерительных устройств» и уточнении понятия «единица анализа»

Алгоритмы работы поисковых роботов и механизмы индексации страниц являются секретными особенностями поисковых машин, о которых можно лишь догадываться [7]. Однако полученные авторами результаты измерений не могут не вызвать вопроса о применимости коммерческих поисковых машин для измерения вебметрических индикаторов. Критические публикации на эту тему появились достаточно давно и продолжают появляться [18, 24, 25], что, однако, не останавливает исследователей, имеющих в качестве «измерительных устройств» только поисковые системы.

Продемонстрируем особенности измерений общего количества страниц на примере сайта Карельского научного центра РАН (КарНЦ РАН) www.krc.karelia.ru. Бросается в глаза существенная зависимость результатов от поисковой машины: $S_{\text{Яндекс}} = 30\,000$, $S_{\text{Google}} = 5\,670$, а $S_{\text{Yahoo}} = 18$.

Детальный анализ перечня страниц сайта www.krc.karelia.ru, проиндексированных Яндексом, показывает, что сюда же отнесены страницы самостоятельных сайтов, имеющих доменные имена 4-го уровня (*rcdl2009.krc.karelia.ru*, *tender.krc.karelia.ru*, *mathem.krc.karelia.ru* и многие другие). В то же время измерение значения $S_{\text{Яндекс}}$, к примеру, для сайта Института прикладных математических исследований КарНЦ РАН дает значение 811, т. е. этот сайт рассматривается Яндексом как самостоятельная единица анализа. Отсюда следует, что реальное значение $S_{\text{Яндекс}}$ для КарНЦ РАН существенно завышено за счет самостоятельных сайтов, имеющих доменные имена 4-го уровня, входящие в домен третьего уровня *krc.karelia.ru*. Практически та же ситуация наблюдается и при измерениях $R_{\text{Яндекс}}$.

Конечно, эти ситуации могут быть обойдены, если нам известен полный перечень всех доменных имен так называемой «доменной зоны». К сожалению, эта информация известна далеко не всегда. Более того, она ничем не поможет нам в случаях измерений посредством *Google* и *Yahoo* ($S_{\text{Google}} = 5\,670$ и $S_{\text{Yahoo}} = 18$), хотя и добавит понимания того факта, что поисковый робот обходит не весь Веб. Авторам достоверно известно, что реальное количество страниц на сайте КарНЦ РАН чуть меньше 17 000. Но вряд ли мы когда-нибудь достоверно узнаем, почему *Google* индексирует примерно треть из них, а *Yahoo* – лишь тысячную часть. (Одна из авторских гипотез зависимости $S_{\text{Яндекс}}$ от реального размера сайта и/или его структурной организации приводится в [10]).

По поводу измерений количества уникальных гипертекстовых ссылок с других веб-ресурсов, обнаруживаемых поисковыми машинами, также приведем пример для КарНЦ РАН: $V_{\text{Яндекс}} = 215$, $V_{\text{Google}} = 189$ и $V_{\text{Yahoo}} = 1\,025$. Эти результаты трудно поддаются объяснению, поэтому лишь сошлемся на критиче-

скую работу [18], в которой показано, что для конкретных случаев *Google* скрывает от 48 до 70% проиндексированных им же страниц, содержащих ссылки на заданный сайт.

Соображения по поводу применения в качестве «измерительных устройств» не поисковых машин, а другого программного обеспечения, будут изложены в следующем разделе.

Остановимся подробнее на вопросе о том, что считать единицей анализа при ранжировании сайтов. В разделе «Целевое множество исследований» было отмечено, что авторы в рамках данного исследования для каждого учреждения РАН анализируют только официальный сайт. При этом понятным кажется и подход, используемый в [14] и [22], когда в случае наличия у организации нескольких доменных имен используется их совокупность.

Расширим такой подход до уровня веб-ресурсов крупной организации в целом. Тогда следует вести речь о сложном информационном комплексе, являющемся в каком-то смысле отражением ее организационно-управленческой и научной структуры. Как правило, в этом информационном комплексе существует так называемая точка входа (основной сайт организации), а далее следуют: административный сайт, сайты лабораторий, сайты выполняемых проектов, страницы сотрудников и т. д. При этом некоторые подразделения крупных институтов (в особенности это свойственно подразделениям, профессионально связанным с информационными технологиями), имеют веб-ресурсы, зарегистрированные под именами, не содержащими доменного имени основного сайта организации. И в противовес им могут существовать сайты организаций, содержащих доменное имя основного сайта, но не имеющих отношения к его научной деятельности (сайт профсоюзной организации института – это еще куда ни шло, но могут быть и сайты туристических клубов и др.).

В этом случае только содержательный анализ ресурса может дать ответ на вопрос, является ли этот ресурс частью веб-ресурсов организации. Учитывая, что мы сталкиваемся с определенными проблемами даже на стадии выявления официаль-

ных сайтов, хотелось бы говорить о веб-ресурсах организации как о некотором официально утвержденном и опубликованном перечне. Только в этом случае под единицей анализа можно понимать «веб-ресурсы организации в целом». В противном случае очень многое зависит от субъективных знаний исследователей об институтах и трактовок о том, следует ли считать некоторый сайт веб-ресурсом организации или нет. Например, использование в качестве единицы анализа не только доменного имени официального сайта Института прикладных математических исследований КарНЦ РАН (ИПМИ КарНЦ РАН), но и всех его веб-ресурсов, известных авторам, изменяет положение в рейтинге с 34-го на 16-е.

5. Смешанный подход к измерениям индикаторов и модифицированный рейтинг

В 2008 г. в ИПМИ КарНЦ РАН стартовал проект «Вебметрические исследования научных Интернет-ресурсов Российского Интернета»¹. Опыт, накопленный в процессе исследования более 200 официальных сайтов РАН [1], позволяет сделать некоторые предложения как по поводу измерений вебметрических индикаторов, так и о соответствующей модификации формул вычисления рейтинга сайтов.

В рамках указанного проекта для сборки гиперссылок, исходящих с заданного сайта, для их последующего анализа был разработан робот *LPR* (от слов *Link*, *Page* и *Robot*). Побочным эффектом от работы *LPR* является получение реальных значений количества всех страниц отсканированных сайтов. Таким образом, мы получаем вебметрические индикаторы S и R , измеренные не поисковыми машинами, а *LPR* (обозначим их как S_{LPR} и R_{LPR}), значения которых можно использовать при ранжировании сайтов.

¹ Поддержан Российским фондом фундаментальных исследований (грант №08-07-00023а).

Основное опасение, которое могло бы сдерживать использование LPR и подобных ему роботов для измерения значений S и R , заключается в слишком больших размерах сайтов, и, следовательно, в неоправданных затратах ресурсов. Однако проведенные исследования показывают, что на сегодняшний день среди сайтов научных организаций РАН лишь Портал РАН содержит общее количество страниц большее чем 500 000. Сайты, содержащие десятки тысяч страниц (что приемлемо по затратам ресурсов для их сканирования), исчисляются десятками, а значительное количество официальных сайтов содержит до тысячи страниц. Единственный большой сайт, отсканированный LPR не до конца в нашем случае – это сайт Физико-технического института им. А. Ф. Иоффе РАН (полученных значений и так достаточно, чтобы вывести его на первое место в рейтинге).

Таким образом, вместо значений S и R , измеренных с помощью поисковых машин, предлагается взять значения, измеренные LPR . (К сожалению, поступить подобным образом с индикаторами V и Sc мы не можем по причине слишком большой размерности Веба). Тогда модифицированная формула для вычисления рейтинга сайта будет выглядеть следующим образом:

$$WM = V + S_M + 2R_M + 1,5Sc,$$

где

$$V = \log_{10}(V_0), \quad V_0 = [V_{\text{Яндекс}} + V_{\text{Google}} + V_{\text{Yahoo}}]/3;$$

$$S_M = \log_{10}(S_{LPR}), \quad R_M = \log_{10}(R_{LPR});$$

$$Sc = [\log_{10}(Sc_{\text{Яндекс}}) + \log_{10}(Sc_{\text{Google}})]/2.$$

Полный ранжированный список всех 40 сайтов целевого множества по модифицированной формуле для WM приведен в [1], а первая десятка выглядят так:

1. Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе РАН;
2. Зоологический институт РАН;
3. Институт проблем машиноведения РАН;
4. Карельский научный центр РАН;
5. Кольский научный центр РАН;
6. Кунсткамера (Музей антропологии и этнографии РАН);

7. Институт лингвистических исследований РАН;
8. Институт прикладной астрономии РАН;
9. Петербургский институт ядерной физики РАН;
10. Ботанический институт им. В. Л. Комарова РАН.

Сравнивая места сайтов первой десятки по критериям W и WM , нетрудно убедиться в том, что списки совпадают на 70%. (Коэффициент корреляции между значениями W и WM для всего целевого множества равен 0,81, см. [1]).

Поясним на двух примерах причины, по которым, как нам кажется, в первую десятку по критерию WM не вошли сайты с очевидно высоким рейтингом. Сайт Института русской литературы РАН (Пушкинский дом) имеет доменное имя второго уровня *pushkinskijdom.ru*, но при этом имеются его разделы, адресуемые как доменные имена третьего уровня (например, раздел «Электронные публикации Института русской литературы» *lib.pushkinskijdom.ru*, содержащий более 6 000 страниц) и другие разделы. В данном случае, как и в случае с сайтом КарНЦ РАН, $S_{Яндекс}$ имеет гораздо большее значение, чем S_{LPR} .

Сайты некоторых институтов робот LPR не смог отсканировать по другой причине. Известно, что роботы, сканирующие Веб, могут доставлять владельцам сайтов ряд проблем, таких как рост трафика, вторжение в закрытую информацию, нарушение авторских прав и поведение, похожее на деятельность программ-вирусов [26]. Поэтому владельцы сайтов и/или веб-серверов могут вводить ограничения доступа к их содержимому. Из Кодекса этического поведения АСМ [15], в частности, следует, что не должны прилагаться усилия по преодолению введенных ограничений доступа, и разработчики робота LPR следуют эти правилам. В рамках данной статьи невозможно дать развернутого ответа на вопрос о том, нарушается ли этика поведения роботами поисковых машин. Короткий ответ может выглядеть так: возможно, не нарушается, а по ответам на запросы выдаются данные из архивов, сформированных раньше, чем были установлены ограничения доступа к сайтам.

6. Заключение и предложения

Проделанная работа по ранжированию сайтов научных организаций РАН северо-запада России позволяет сделать ряд выводов и рекомендаций для дальнейших исследований.

Соглашаясь с определением основных вебометрических индикаторов, отметим, что выбор тех или иных «измерительных устройств» является дискуссионным. В ряде работ, включая и данную, показаны примеры, заставляющие задуматься о надежности применимости поисковых машин. В то же время, самостоятельные разработки программного обеспечения также могут быть подвергнуты сомнению до тех пор, пока не докажут свою надежность. Это вопрос, который должен быть тщательно исследован и обсужден специалистами.

В то же время показано, что выбор «измерительных устройств» и методик ранжирования не слишком влияет на положение явных лидеров. Ранжирование по двум различным методикам на замерах, сделанных для одних и тех же единиц анализа (в нашем случае это доменные имена официальных сайтов), как продемонстрировано в статье, дает результаты по первой десятке, совпадающие на 70 процентов. (Интересно, что результаты ранжирования по методике *Cybermetrics Lab* [23], которые не приводятся в данной статье, дают еще лучшее совпадение!) Причем сайты теряют высокие места именно в связи с тем, что происходит сужение совокупности веб-ресурсов института, а не из-за изменения функции вычисления значения рейтинга или методики измерения индикаторов.

По-видимому, более существенным на сегодня вопросом является вопрос о том, что следует считать единицей анализа при ранжировании сайтов. Как было отмечено, даже само выявление сайтов некоторых научных учреждений сегодня представляет определенные трудности, тем более трудновыполнимой представляется задача обнаружения всей совокупности веб-ресурсов одного учреждения. Возможно, следовало бы на официальном уровне (например, в отделениях и научных центрах РАН) разработать рекомендации по содержательному наполне-

нию первых страниц официальных сайтов институтов. Одной из рекомендаций могло бы быть наличие раздела под названием «Веб-ресурсы института (организации, учреждения)», так, как это сделано на первых страницах сайтов ИПМИ КарНЦ РАН и Петрозаводского госуниверситета [5, 8].

Вебометрические исследования рейтингов сайтов являются хорошей основой для сравнительного анализа некоторых характеристик уже созданных веб-ресурсов, а значит, позволяют определить направления их дальнейшего развития.

Литература

1. *Вебометрика. Институт прикладных математических исследований КарНЦ РАН* [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://webometrics.krc.karelia.ru>.
2. *Единая информационная система РАН* [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.ras.ru/scientificactivity/eis.aspx>.
3. ИЛЮКЕВИЧ О. Г., ПЕЧНИКОВ А. А. *Рейтинг официальных web-сайтов университетов России и Финляндии: сравнительный анализ* // Информационные ресурсы России. – 2008. – №3(103) – С.25-28.
4. *Индекс цитирования* [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://help.yandex.ru/catalogue/?id=873431>.
5. *Институт прикладных математических исследований КарНЦ РАН* [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://mathem.krc.karelia.ru>.
6. КЛИМЕНКО О. А., ШОКИН Ю. И. *О рейтинге сайтов научных организаций СО РАН* // Наука в Сибири. – 2008 г. – №44 (2679). – URL: <http://www-sbras.nsc.ru/HBC/hbc.phtml?5+479+1> (дата обращения: 18.03.2009).
7. НЕКРЕСТЬЯНОВ И., ПАНТЕЛЕЕВА Н. *Системы текстового поиска для Веб* [Электронный ресурс] // Группа исследования методов организации информации. – URL: <http://meta.math.spbu.ru/~nadejda/papers/web-ir/web-ir.html> (дата обращения: 18.03.2009).

8. *Петрозаводский государственный университет* [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://petsu.karelia.ru>.
9. ПЕЧНИКОВ А. А. *Вебометрические исследования Web-сайтов университетов России* // Информационные технологии. – 2008. – №11 – С. 74-78.
10. ПЕЧНИКОВ А. А., ЛУГОВАЯ Н. Б. *Измерения научных сайтов* // Телематика'2008. Труды XV Всероссийской научно-методической конференции, С-Петербург, 2008 г. – Т. 1. – С. 166.
11. *Рейтинг сайтов научных учреждений СО РАН* [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.ict.nsc.ru/ranking>.
12. *Российская академия наук. Справочник 2007 года. Часть II* [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.ras.ru/fstorage/download.aspx?id=209736f0-13f2-4509-882f-d90161a9b120> (дата обращения: 18.03.2009).
13. *Статистика сайта «Сайты Рунета»* [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.liveinternet.ru/stat/ru/searches.html>.
14. ШОКИН Ю. И., КЛИМЕНКО О. А., РЫЧКОВА Е. В., ШАБАЛЬНИКОВ И. В. *Рейтинг сайтов научных организаций СО РАН* // Вычислительные технологии. – 2008. – Т. 13, №3. – С. 128-135.
15. *ACM code of ethics and professional conduct* // Association for Computing Machinery : сайт. – URL: <http://www.acm.org/constitution/code.html> (дата обращения: 18.03.2009).
16. AGUILLO I. F. *Indicadores de contenidos para la web académica iberoamericana [Content indicators for Iberoamerican academic webs]* // BiD: textos universitaris de biblioteconomia i documentació. – 2005. – №15: сайт. – URL: http://www2.ub.edu/bid/consulta_articulos.php?fichero=15aguil2.htm (дата обращения: 18.03.2009).
17. ALMIND T., INGWERSEN P. *Informetric analyses on the World Wide Web: Methodological approaches to «webometrics»* // Journal of Documentation. – 1997. – №53(4). – P. 404-426.

18. Bar-Ilan J. *How much information do search engines disclose on the links to a web page? A longitudinal case study of the 'cybermetrics' home page* // Journal of Information Science. – 2002. – Vol. 28, No. 6. – P. 455-466.
19. BJÖRNEBORN L, INGWERSEN P. *Toward a basic framework for webometrics* // Journal of the American Society for Information Science. – 2004. – Vol. 55, Iss. 14. – P. 1216-1227.
20. BOELL S., WILSON C., COLE F. *A Webometric Analysis of Australian Universities using Staff and Size dependent Web Impact Factors (WIF)* // Fourth International Conference on Webometrics, Informetrics, and Scientometrics & Ninth COLLNET Meeting, Berlin, 2008. – URL: <http://www.collnet.de/Berlin-2008/BoellWIS2008waa.pdf> (дата обращения: 18.03.2009).
21. NORUZI A. *Web Impact Factors for Iranian Universities* // Webology. – 2005. – Vol. 2, Num. 1 : сайт. – URL: <http://www.webology.ir/2005/v2n1/a11.html> (дата обращения: 18.03.2009).
22. *Ranking Web of World Research Centers* [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://research.webometrics.info>.
23. *Ranking Web of World Universities* [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.webometrics.info>.
24. SNYDER H.; ROSENBAUM H. *Can search engines be used as tools for web-link analysis? A critical view* // Journal of documentation. – 1999. – Vol. 55(4). – P. 375-384.
25. THELWALL M. *Web impact factors and search engine coverage* // Journal of Documentation. – 2000. – Vol. 56(2). – P. 185-189.
26. THELWALL M. *Web Crawling Ethics Revisited: Cost, Privacy and Denial of Service* // Journal of the American Society for Information Science and Technology. – 2006. – №57. – P. 1771-1779.
27. THELWALL M., VAUGHAN L., BJÖRNEBORN L. *Webometrics* // Annual Review of Information Science and Technology. – 2005. – Vol. 39, Iss. 1. – P. 81-135.

28. UTULU S. C. *Webometric Ranking and Nigerian Private Universities: A Case Study of Bells University of Technology, Ota* // E-prints in Library and Information Science. – 2007. – URL: <http://eprints.rclis.org/9007/1/F0927C9D.pdf> (дата обращения: 18.03.2009).

ON THE RATING OF OFFICIAL SITES OF SCIENTIFIC INSTITUTIONS OF THE RUSSIAN NORTHWEST REGION

Vladimir Mazalov, Institute of Applied Mathematical Research of Karelian Research Centre of RAS, Petrozavodsk, Doctor of Science, professor (vmazalov@krc.karelia.ru).

Andrey Pechnikov, Institute of Applied Mathematical Research of Karelian Research Centre of RAS, Petrozavodsk, Cand.Sc., assistant professor (baebron@karelia.ru, моб. тел. +7 921 700 3362).

Abstract: On the basis of new approaches to measurements known webometrics indicators and to computation of ranging functions, ranging of sites of the scientific organizations of the Russian Academy of Sciences of the northwest of Russia is spent. Results of ranking by two techniques are analyzed and offers on continuation of researches are formulated.

Keywords: webometrics, Internet, web-resources, indicators, search engines, ranking of sites.

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии Д.А. Новиковым

УДК 519.8
ББК 22.18

ПОИСК ПОТОКА В НЕСОВМЕСТНЫХ ТРАНСПОРТНЫХ СЕТЯХ

Афраймович Л. Г.¹, **Прилуцкий М. Х.**²
(Нижегородский государственный университет,
Нижний Новгород)

Работа посвящена проблеме поиска потока в несовместной транспортной сети с двусторонними пропускными способностями дуг. При исследовании несовместных потоковых моделей рассматривается задача минимизации суммарных штрафов за изменения пропускных способностей сети. Предлагаемый алгоритм решения рассматриваемой задачи основан на сводимости к задаче поиска потока минимальной стоимости. В случае древовидной структуры сети предлагается алгоритм решения задачи, основанный на методе приведенных границ.

Ключевые слова: задачи распределение ресурсов, иерархические системы транспортного типа, потоки в сетях, несовместные системы линейных неравенств.

Введение

Существует широкий класс задач распределения ресурсов в иерархических системах транспортного типа, решение которых связано с поиском потоков в сети [1, 2, 5-9]. Примерами таких задач являются: задача планирования транспорта газа в магистральном газопроводе, задачи объемно-календарного планирования, задача распределения мощностей каналов передачи данных, и др.

¹ Афраймович Лев Григорьевич, кандидат физико-математических наук, ст. преподаватель, (levafraimovich@gmail.com).

² Прилуцкий Михаил Хаимович, доктор технических наук, профессор, (pril@iani.unn.ru).

Задача планирования транспорта газа в магистральном газопроводе [9].

Рассматривается сложная система, основными элементами которой являются газовые промыслы, на которых происходит добыча газа; компрессорные станции, основным оборудованием которых являются газоперекачивающие агрегаты; нитки газопроводов, соединяющие газовые промыслы с компрессорными станциями. Добытый на газовых промыслах газ поступает в газопровод. Для его движения через определенные расстояния на магистральных газопроводах устанавливаются компрессорные станции, предназначенные для перекачки газа в газопроводе. Схема функционирования процесса транспонирования газа включает в себя добычу газа на газовых промыслах, обладающих ограниченными объёмами добычи газа, транспортировку газа по различным ниткам газопроводов, имеющих ограниченные пропускные способности, прохождение газа через компрессорные станции, каждая из которых в свою очередь обладает ограниченной "мощностью". Требуется при заданных ограничениях на объёмы добычи газа, ограничениях на пропускные способности ниток газопровода и известных "мощностях" компрессорных станций, на заданный период планирования определить максимально возможные объёмы транспортировки газа в существующей системе при минимальных затратах на обслуживание всей системы.

Задачи объемно-календарного планирования.

Задача объемно-календарного планирования для подразделений предприятия с единичным и мелкосерийным характером производства [5, 6].

Требуется распределить общий план предприятия в объёмных характеристиках (нормо-часы, рубли, условные тонны) по различным показателям: группам оборудования, периодам планирования, этапам изготовления, потребляемым ресурсам, видам продукции. Показатели искомого плана делятся на "жесткие", выполнение которых обязательно, и "желательные", к выполнению которых нужно стремиться. Жесткие показатели формализуются в виде ограничений, а "желательные" — в виде критериев опти-

мальности.

Задача объёмно-календарного планирования для нефтеперерабатывающих предприятий [8].

Рассматривается производственная система, которая из сырья, используя различные технологические установки, производит готовую продукцию. Сырьё через ёмкости поступает на технологические установки. На технологических установках, под воздействием технологических режимов, сырьё перерабатывается в продукты производства. Готовые продукты производства поступают в ёмкости для готовой продукции, а затем потребителям готовой продукции. Заданы ограничения на объёмы ёмкостей и ограничения на производительности технологических установок. Требуется найти план производства готовой продукции, обеспечивающий эффективное функционирование предприятия.

Задача распределения мощностей каналов передачи данных [7].

Необходимо распределять ограниченные мощности каналов передачи данных между различными узлами сети городских провайдеров. Известны потребности абонентов сети в получении того или иного количества информации, возможности провайдеров в предоставлении каналов той или иной мощности между различными узлами связи. С учетом этих возможностей заданы пожелания (предпочтения) абонентов и провайдеров относительно возможности передачи того или иного количества информации тому или иному абоненту или узлу. Определены условия признания эффективности того или иного распределения каналов (относительно их пропускной способности). Требуется распределить пропускную способность каналов максимально эффективно, учитывая как потребности и предпочтения абонентов, так и возможности провайдеров.

В задачах подобного рода особый интерес представляет принятие решений в случае, когда математическая модель, формализующая реальный объект, оказывается несовместной.

Математическая модель потоков в сети представляет собой систему линейных алгебраических неравенств транспортного ти-

па. В [3, 4, 11] рассматриваются задачи чебышевского приближения систем линейных неравенств и систем линейных уравнений; обсуждаются вопросы, связанные с мерой несовместности. Для заданной нормы $\| \cdot \|_p$, $1 \leq p \leq \infty$, в [17] рассматривается задача поиска наилучшего приближения несовместной системы линейных уравнений, которая при $p = \infty$, совпадает с задачей чебышевского приближения систем линейных уравнений. Обзор результатов оптимального преобразования несовместных систем линейных неравенств приведен в [19]. Вопросы построения минимальной несовместной подсистемы и максимальной совместной подсистемы обсуждаются в работах [14] и [13], соответственно.

Ряд работ посвящен исследованию несовместных сетевых потоковых моделей. Так, в [18] приводится обзор результатов исследования задачи поиска "наименее" несовместных потоков для различных мер несовместности. Как известно, проблема поиска потока в сети сводится к поиску максимального потока, величина которого определяется величиной минимального разреза и служит критерием несовместности исходной сети. В [12] рассматривается задача поиска разреза минимальной мощности, являющегося причиной несовместности сети.

В данной работе исследуется проблема поиска потока в несовместной сети с двусторонними пропускными способностями дуг и нулевыми балансными ограничениями. Как уже отмечалось, подобного рода модели возникают, например, при решении задач распределения ресурсов в иерархических системах транспортного типа. При этом ограничения баланса в вершинах описывают структуру иерархической системы, тогда как ограничения на пропускные способности определяют допустимые объемы производства, потребления или передачи ресурсов. Реальные объекты (предприятия, магистрали газопровода, вычислительные системы и др.), для которых актуальны подобного рода задачи, имеют иерархическую структуру, изменение которой часто является невозможной для самих объектов. Изменение же ряда ограничений на допустимые объемы ресурсов оказываются возможными,

но связаны с затратами (привлечение дополнительных мощностей, модификация оборудования и др.). Таким образом, в случае несовместности сетевой потоковой модели возникает задача поиска потока, удовлетворяющего балансным ограничениям и минимизирующего штрафы за изменения пропускных способностей дуг.

В работе доказывается сводимость рассматриваемой задачи поиска потока в несовместной сети с n вершинами и m дугами к задаче поиска потока минимальной стоимости с $O(n + m)$ вершинами и $O(m)$ дугами. На основании данной сводимости предлагается алгоритм решения рассматриваемой задачи с вычислительной сложностью $O((n + m)^3 \log^2(n + m))$. Для специального случая древовидной структуры сети строится алгоритм решения задачи, основанный на методе приведенных границ [7], с вычислительной сложностью $O(n^2)$.

1. Поиск допустимого потока

Пусть $G = (V, A)$ – ориентированный граф без петель, $A \subseteq V^2$, $|V| = n$, $|A| = m$. Обозначим через l_{ij} , u_{ij} нижнюю и верхнюю пропускные способности дуги (i, j) , соответственно, $0 \leq l_{ij} \leq u_{ij}$; x_{ij} – величину потока, проходящего через дугу (i, j) , $(i, j) \in A$. Тогда проблема поиска потока в транспортной сети заключается в определении величин x_{ij} , $(i, j) \in A$, для которых выполняются условия:

$$(1) \quad \sum_{(j,i) \in A} x_{ji} - \sum_{(i,j) \in A} x_{ij} = 0, \quad i \in V;$$

$$(2) \quad l_{ij} \leq x_{ij} \leq u_{ij}, \quad (i, j) \in A.$$

Здесь условия (1) – балансные ограничения в вершинах, условия (2) – двусторонние ограничения на пропускные способности дуг. В некоторых приложениях возникают задачи поиска потока с двусторонними балансными ограничениями в вершинах. Обозначив через a_i , b_i нижнюю и верхнюю границы баланса в вершине i ,

$a_i \leq b_i$, $i \in V$, получим следующую систему линейных неравенств:

$$(3) \quad a_i \leq \sum_{(j,i) \in A} x_{ji} - \sum_{(i,j) \in A} x_{ij} \leq b_i, \quad i \in V.$$

Тогда проблема поиска потока будет заключаться в определении величин x_{ij} , $(i, j) \in A$, удовлетворяющих системе ограничений (2), (3). Однако, так как система ограничений (2), (3) сводится к системе (1), (2) (см., например, [10]), в дальнейшем при исследовании проблемы поиска потока в несовместной сети мы будем рассматривать модель потоков в постановке (1), (2).

Исследование совместности системы ограничений (1), (2), как известно (см., например, [10]), сводится к поиску максимального потока в сети с односторонними пропускными способностями. Вычислительная сложность алгоритма проверки совместности сетевой модели, описываемой системой (1), (2), а также алгоритма поиска допустимого потока, совпадает с вычислительной сложностью поиска максимального потока в сети с $O(n)$ вершинами и $O(n + m)$ дугами. Обзор алгоритмов поиска максимального потока в сети приведен в работе [16].

Особый интерес представляет случай корневой древовидной структуры сети. Пусть граф $G = (V, A)$ является корневым ориентированным деревом. Среди множества вершин дерева выделена специальная вершина s – корень дерева, $s \in V$, и подмножество T – множество листьев, $T \subseteq V$. Обозначим через $\pi(i)$ вершину, непосредственно предшествующую вершине i , $i \in V \setminus \{s\}$. Балансные ограничения в данной постановке принимают следующий вид:

$$(4) \quad x_{\pi(i)i} - \sum_{(i,j) \in A} x_{ij} = 0, \quad i \in V \setminus (T \cup \{s\}).$$

Проблема поиска потока в древовидной сети заключается в определении величин x_{ij} , $(i, j) \in A$, удовлетворяющих системе ограничений (2), (4).

Приведем более удобную постановку модели (2), (4), которую в дальнейшем будем применять при исследовании древо-

видного случая. Для вершины i , $i \in A$, определим нижнюю и верхнюю пропускные способности вершины через $L_i = l_{\pi(i)i}$, $U_i = u_{\pi(i)i}$, $i \in V \setminus \{s\}$; $L_s = \sum_{(s,j) \in A} l_{sj}$, $U_s = \sum_{(s,j) \in A} u_{sj}$. Пусть

$$X_i = x_{\pi(i)i}, i \in V \setminus \{s\}; \quad X_s = \sum_{j|\pi(j)=s} x_{sj}. \text{ Тогда система (2), (4)}$$

приводится к виду

$$(5) \quad X_i = \sum_{j|\pi(j)=i} X_j, \quad i \in V \setminus T;$$

$$(6) \quad L_i \leq X_i \leq U_i, \quad i \in V.$$

В работе [7] был разработан метод приведенных границ исследования совместности системы (5), (6). Метод основан на рекуррентных соотношениях построения приведенных границ системы (5), (6), определяющих ее совместность. Вычислительная сложность метода $O(n)$.

2. Постановки задач

2.1. Общий случай

Пусть сетевая потоковая модель несовместна. Известно подмножество дуг, для которых разрешены изменения величин нижних и (или) верхних пропускных способностей. Заданы штрафы за изменения пропускных способностей сети. Тогда содержательно рассматриваемая задача заключается в определении потока, удовлетворяющего балансным ограничениям и минимизирующего суммарный штраф за изменения пропускных способностей.

Введем вспомогательные обозначения. Пусть b_{ij}^l , b_{ij}^u – параметры, определяющие дуги, для которых разрешены изменения пропускных способностей; так, b_{ij}^l (b_{ij}^u) равно 1, если для дуги (i, j) разрешено изменение нижней (верхней) пропускной способности, и равно 0 в противном случае, $b_{ij}^l, b_{ij}^u \in \{0, 1\}$, $(i, j) \in A$; d_{ij} , e_{ij} – штрафы за изменение на единицу нижней и верхней пропускных способностей дуги (i, j) , соответственно,

$d_{ij}, e_{ij} > 0, (i, j) \in A$; p_{ij}, q_{ij} – искомые величины, на которые будут изменены нижняя и верхняя пропускные способности дуги (i, j) , соответственно, $(i, j) \in A$.

Пусть система (1), (2) несовместна. Тогда задача поиска потока в несовместной сети заключается в определении величин $x_{ij}, p_{ij}, q_{ij}, (i, j) \in A$, являющихся решением следующей задачи линейного программирования:

$$(7) \quad \sum_{(j,i) \in A} x_{ji} - \sum_{(i,j) \in A} x_{ij} = 0, \quad i \in V;$$

$$(8) \quad l_{ij} - p_{ij}b_{ij}^l \leq x_{ij} \leq u_{ij} + q_{ij}b_{ij}^u, \quad (i, j) \in A;$$

$$(9) \quad x_{ij}, p_{ij}, q_{ij} \geq 0, \quad (i, j) \in A;$$

$$(10) \quad f(p, q) = \sum_{(i,j) \in A} (d_{ij}p_{ij}b_{ij}^l + e_{ij}q_{ij}b_{ij}^u) \rightarrow \min$$

В целочисленном случае при поиске потока в несовместной сети дополнительно требуется выполнения условия целочисленности переменных:

$$(11) \quad x_{ij}, p_{ij}, q_{ij} \in Z_+, \quad (i, j) \in A;$$

Задача при этом ставится как задача целочисленного линейного программирования (7)-(8), (11), (10).

2.2. Случай корневой древовидной сети

Предполагается заданной структура сети, верхняя пропускная способность корня $U_s \geq 0$. Пропускные способности остальных вершин определяются с использованием следующих рекуррентных соотношений: $L_i^p = L_i, U_i^p = U_i, i \in T$; $L_i^p = \sum_{j|\pi(j)=i} L_j^p, i \in V \setminus T$; $U_i^p = \sum_{j|\pi(j)=i} U_j^p, V \setminus (T \cup \{s\})$. На основании теоремы о приведенных границах [7] система (5), (6) совместна тогда и только тогда, когда $L_s^p \leq U_s$.

Подобные задачи возникают, например, когда распределяется однородный ресурс в древовидной иерархической системе

заданной структуры, в которой известен максимально возможный объем распределяемого ресурса (верхняя пропускная способность корня) и интервальные потребности потребителей ресурса (верхние и нижние пропускные способности листьев). Необходимо определить пропускные способности промежуточных вершин (передающих элементов системы) и, в случае несовместности системы, изменить пропускные способности элементов с наименьшими затратами.

Пусть D_i – штраф за изменение на единицу нижней пропускной способности вершины i , $D_i > 0$, $i \in V$; P_i – величина, на которую будет уменьшена нижняя пропускная способность вершины i , $i \in V$. Пусть система (5), (6) несовместна. Задача поиска потока в рассматриваемой несовместной древовидной сети заключается в определении величин X_i , P_i , $i \in V$, являющихся решением следующей задачи линейного программирования:

$$(12) \quad X_i = \sum_{j|\pi(j)=i} X_j, \quad i \in V \setminus T;$$

$$(13) \quad L_i^p - P_i \leq X_i \leq U_i^p, \quad i \in V \setminus \{s\};$$

$$(14) \quad L_s^p - P_s \leq X_s \leq U_s;$$

$$(15) \quad X_i, P_i \geq 0, \quad i \in V$$

$$(16) \quad F(P) = \sum_{i \in V} D_i P_i \rightarrow \min$$

Замечание 1. В подобных задачах могут быть заданы не максимально возможные объемы распределяемого ресурса, а L_s – минимально возможные объемы. Тогда система (5), (6) будет совместна тогда и только тогда, когда $L_s \leq \sum_{j|\pi(j)=s} U_s^p$.

3. Алгоритмы решения

3.1. Общий случай

Предлагаемый в работе алгоритм решения задачи поиска потока в несовместной сети основан на ее сводимости к вспомога-

тельной задаче поиска потока минимальной стоимости. При доказательстве сводимости в данном разделе приводится схема построения вспомогательной задачи и устанавливается связь между решениями рассматриваемых задач.

Проведем доказательство для частного случая задачи поиска потока в несовместной сети, когда изменения нижней и верхней пропускной способности разрешены для всех дуг сети. В рамках данного раздела будем предполагать, что $b_{ij}^l, b_{ij}^u = 1, (i, j) \in A$. Далее будет показано, как обобщить предлагаемый алгоритм на случай, когда часть параметров b_{ij}^l, b_{ij}^u могут принимать нулевые значения.

Решение задачи (7)-(10) поиска потока в несовместной сети обладает следующими свойствами:

Лемма 1. Пусть $x_{ij}^*, p_{ij}^*, q_{ij}^*, (i, j) \in A$, – решение задачи (7)-(10). Тогда для каждой из дуг $(i, j), (i, j) \in A$, выполняются следующие условия:

- а) если $l_{ij} \leq x_{ij}^* \leq u_{ij}$, то $p_{ij}^* = 0, q_{ij}^* = 0$;
- б) если $x_{ij}^* < l_{ij}$, то $p_{ij}^* = l_{ij} - x_{ij}^*, q_{ij}^* = 0$;
- в) если $u_{ij} < x_{ij}^*$, то $p_{ij}^* = 0, q_{ij}^* = x_{ij}^* - u_{ij}$;
- д) $p_{ij}^* \leq l_{ij}$.

Доказательство.

а) Доказательство от противного. Предположим, что выполняются условия леммы, но существует дуга $(i', j'), (i', j') \in A$, что $l_{i'j'} \leq x_{i'j'}^* \leq u_{i'j'}$ и $p_{i'j'}^* \neq 0$. Тогда из условия (9) следует, что $p_{i'j'}^* > 0$. Рассмотрим набор значений $x'_{ij} = x_{ij}^*, q'_{ij} = q_{ij}^*, (i, j) \in A; p'_{ij} = p_{ij}^*, (i, j) \in A \setminus \{(i', j')\}; p'_{i'j'} = 0$. Легко увидеть, что построенный набор значений удовлетворяет системе ограничений (7)-(9) и $f(p', q') < f(p^*, q^*)$, что противоречит условию леммы. Таким образом, предположение неверно. Случай, когда $l_{i'j'} \leq x_{i'j'}^* \leq u_{i'j'}$ и $q_{i'j'}^* \neq 0$ рассматривается по аналогии.

б) Доказательство от противного. Предположим, что выполняются условия леммы, но существует дуга $(i', j'), (i', j') \in A$, что $x_{i'j'}^* < l_{i'j'}$ и $p_{i'j'}^* \neq l_{i'j'} - x_{i'j'}^*$. Тогда из условия (8) следует, что $l_{i'j'} - x_{i'j'}^* < p_{i'j'}^*$. Построим набор значений $x'_{ij} = x_{ij}^*, q'_{ij} = q_{ij}^*, (i, j) \in A; p'_{ij} = p_{ij}^*, (i, j) \in A \setminus \{(i', j')\}; p'_{i'j'} = l_{i'j'} - x_{i'j'}^*$.

Легко увидеть, что построенный набор значений удовлетворяет системе ограничений (7)-(9). Но так как $p_{i'j'}^* > p'_{i'j'}$, то $f(p', q') \leq f(p^*, q^*)$, что противоречит условию леммы. Таким образом, предположение неверно. Случай, когда $x_{i'j'}^* < l_{i'j'}$ и $q_{i'j'}^* \neq 0$ рассматривается по аналогии с пунктом (а).

с) Доказательство аналогично доказательству в пункте (b).

d) Доказательство от противного. Предположим, что выполняются условия леммы, но существует дуга (i', j') , $(i', j') \in A$, что $p_{i'j'}^* > l_{i'j'}$. Рассмотрим набор значений $x'_{ij} = x_{ij}^*$, $q'_{ij} = q_{ij}^*$, $(i, j) \in A$; $p'_{ij} = p_{ij}^*$, $(i, j) \in A \setminus \{(i', j')\}$; $p'_{i'j'} = l_{i'j'}$. Легко увидеть, что построенный набор значений удовлетворяет системе ограничений (7)-(9) и $f(p', q') < f(p^*, q^*)$, что противоречит условию леммы. Таким образом, предположение неверно. Лемма доказана.

Далее введем для каждой из дуг (i, j) , $(i, j) \in A$, вспомогательные переменные y_{ij} , z_{ij} , w_{ji} , которые будем интерпретировать следующим образом. Для заданного ориентированного графа $G = (V, A)$ рассмотрим вспомогательный ориентированный мультиграф с множеством вершин V , в котором для каждой из дуг (i, j) , $(i, j) \in A$, заданного графа строятся (см. рис. 1)

- две мультидуги из вершины i в вершину j , поток вдоль которых обозначается через y_{ij} , z_{ij} соответственно;
- обратная дуга из вершины j в вершину i , поток вдоль которых обозначается через w_{ji} .

Построенный мультиграф будет определять сеть, в которой

- нижняя и верхняя пропускные способности дуги, связанной с переменной y_{ij} , составляют l_{ij} и u_{ij} соответственно, стоимость дуги равна 0;
- нижняя и верхняя пропускные способности дуги, связанной с переменной w_{ji} , составляют 0 и l_{ij} соответственно, стоимость дуги равна d_{ij} ;

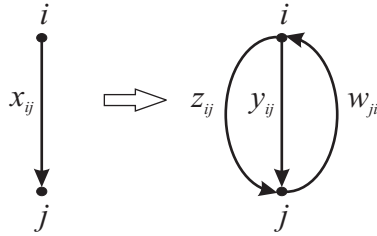


Рис. 1.

- дуга, связанная с переменной z_{ij} , имеет нулевую нижнюю и неограниченную верхнюю пропускные способности, стоимость дуги равна e_{ij} .

Отметим, что в построенной сети, определяемой мультиграфом, величина входящего в вершину i , $i \in V$, потока составляет

$$\sum_{(i,j) \in A} w_{ji} + \sum_{(j,i) \in A} (z_{ji} + y_{ji});$$

величина исходящего из вершины i потока составляет

$$\sum_{(i,j) \in A} (z_{ij} + y_{ij}) + \sum_{(j,i) \in A} w_{ij}.$$

Далее рассмотрим вспомогательную задачу поиска потока минимальной стоимости в построенной сети, определяемой мультиграфом:

$$(17) \quad \sum_{(i,j) \in A} w_{ji} + \sum_{(j,i) \in A} (z_{ji} + y_{ji}) - \\ - \sum_{(i,j) \in A} (z_{ij} + y_{ij}) - \sum_{(j,i) \in A} w_{ij} = 0, \quad i \in V;$$

$$(18) \quad l_{ij} \leq y_{ij} \leq u_{ij}, \quad (i, j) \in A;$$

$$(19) \quad w_{ji} \leq l_{ij}, \quad (i, j) \in A;$$

$$(20) \quad y_{ij}, z_{ij}, w_{ji} \geq 0, \quad (i, j) \in A;$$

$$(21) \quad g(z, w) = \sum_{(i,j) \in A} e_{ij} z_{ij} + d_{ij} w_{ji} \rightarrow \min.$$

Решение задачи (17)-(21) поиска потока минимальной стоимости в построенной сети обладает следующими свойствами:

Лемма 2. Пусть $y_{ij}^*, z_{ij}^*, w_{ji}^*, (i, j) \in A$, – решение задачи (17)-(21). Тогда $w_{ji}^* \cdot z_{ij}^* = 0, (i, j) \in A$.

Доказательство. Доказательство от противного. Предположим, что выполняются условия леммы, но существует дуга (i', j') , $(i', j') \in A$, что $w_{j'i'}^* \neq 0$ и $z_{i'j'}^* \neq 0$. Тогда из условия (20) следует, что $w_{j'i'}^* > 0, z_{i'j'}^* > 0$. Рассмотрим цикл, образуемый парой дуг, связанных с переменными $w_{j'i'}^*$ и $z_{i'j'}^*$. Пусть $\Delta = \min(w_{j'i'}^*, z_{i'j'}^*)$, по предположению $\Delta > 0$. Уменьшим поток вдоль рассматриваемого цикла на величину Δ . Т.е. рассмотрим набор значений $y'_{ij} = y_{ij}^*, (i, j) \in A; z'_{ij} = z_{ij}^*, w'_{ji} = w_{ji}^*, (i, j) \in A \setminus \{(i', j')\}; w'_{j'i'} = w_{j'i'}^* - \Delta, z'_{i'j'} = z_{i'j'}^* - \Delta$. Легко увидеть, что построенный набор значений удовлетворяет системе ограничений (17)-(20) и $g(z', w') < g(z^*, w^*)$, что противоречит условию леммы. Таким образом, предположение неверно. Лемма доказана.

Покажем теперь, что задача (7)-(10) поиска потока в несоединенной сети сводится к вспомогательной задаче (17)-(21) поиска потока минимальной стоимости.

Лемма 3. Пусть $x_{ij}^*, p_{ij}^*, q_{ij}^*, (i, j) \in A$, – решение задачи (7)-(10), тогда набор значений $y_{ij} = x_{ij}^* + p_{ij}^* - q_{ij}^*, z_{ij} = q_{ij}^*, w_{ji} = p_{ij}^*, (i, j) \in A$, является решением системы ограничений (17)-(20), и при этом $g(z, w) = f(p^*, q^*)$.

Доказательство. Пусть выполняются условия леммы. Тогда рассмотрим набор значений $y_{ij} = x_{ij}^* + p_{ij}^* - q_{ij}^*, z_{ij} = q_{ij}^*, w_{ji} = p_{ij}^*, (i, j) \in A$. Подставим данные значения в ограничения (17)-(20).

Рассмотрим ограничение (17) для вершины $i, i \in V$:

$$\begin{aligned}
 & \sum_{(i,j) \in A} w_{ji} + \sum_{(j,i) \in A} (z_{ji} + y_{ji}) - \sum_{(i,j) \in A} (z_{ij} + y_{ij}) - \sum_{(j,i) \in A} w_{ij} = \\
 & = \sum_{(i,j) \in A} p_{ij}^* + \sum_{(j,i) \in A} (q_{ji}^* + (x_{ji}^* + p_{ji}^* - q_{ji}^*)) - \\
 & - \sum_{(i,j) \in A} (q_{ij}^* + (x_{ij}^* + p_{ij}^* - q_{ij}^*)) - \sum_{(j,i) \in A} p_{ji}^* = \\
 & = \sum_{(j,i) \in A} x_{ji}^* - \sum_{(i,j) \in A} x_{ij}^* = 0.
 \end{aligned}$$

Таким образом, ограничение (17) выполняется.

Далее рассмотрим ограничение (18) для дуги $(i, j), (i, j) \in A$:

- если $l_{ij} \leq x_{ij}^* \leq u_{ij}$, то из пункта (а) Леммы 1 следует, что $p_{ij}^* = 0, q_{ij}^* = 0$, тогда $y_{ij} = x_{ij}^*$ и ограничение (18) выполняется;
- если $x_{ij} < l_{ij}^*$, то из пункта (б) Леммы 1 следует, что $p_{ij}^* = l_{ij} - x_{ij}^*, q_{ij}^* = 0$, тогда $y_{ij} = l_{ij}$ и ограничение (18) выполняется;
- если $u_{ij} < x_{ij}^*$, то из пункта (с) Леммы 1 следует, что $p_{ij}^* = 0, q_{ij}^* = x_{ij}^* - u_{ij}$, тогда $y_{ij} = u_{ij}$ и ограничение (18) выполняется.

Выполнимость ограничения (19) автоматически следует из пункта (д) Леммы 1.

Рассмотрим ограничение (20). Неотрицательность величин $z_{ij}, w_{ji}, (i, j) \in A$, непосредственно следует из условия (9). Величины $y_{ij}, (i, j) \in A$, являются неотрицательными, так как для них выполняются условия (18).

Наконец рассмотрим значение целевой функции (21):

$$\begin{aligned} g(z, w) &= \sum_{(i,j) \in A} (e_{ij}z_{ij} + d_{ij}w_{ji}) = \\ &= \sum_{(i,j) \in A} (e_{ij}q_{ij}^* + d_{ij}p_{ij}^*) = f(p^*, q^*). \end{aligned}$$

Лемма доказана.

Лемма 4. Пусть $y_{ij}^*, z_{ij}^*, w_{ji}^*, (i, j) \in A$, – решение задачи (17)-(21), тогда набор значений $x_{ij} = y_{ij}^* + z_{ij}^* - w_{ji}^*, p_{ij} = w_{ji}^*, q_{ij} = z_{ij}^*, (i, j) \in A$, является решением системы ограничений (7)-(9), и при этом $f(p, q) = g(z^*, w^*)$.

Доказательство. Пусть выполняются условия леммы. Тогда рассмотрим набор значений $x_{ij} = y_{ij}^* + z_{ij}^* - w_{ji}^*, p_{ij} = w_{ji}^*, q_{ij} = z_{ij}^*, (i, j) \in A$. Подставим данные значения в ограничения (7)-(9).

Рассмотрим ограничение (7) для вершины $i, i \in V$:

$$\begin{aligned} \sum_{(j,i) \in A} x_{ji} - \sum_{(i,j) \in A} x_{ij} &= \sum_{(j,i) \in A} (y_{ji}^* + z_{ji}^* - w_{ij}^*) - \\ &- \sum_{(i,j) \in A} (y_{ij}^* + z_{ij}^* - w_{ji}^*) = \sum_{(i,j) \in A} w_{ji} + \sum_{(j,i) \in A} (z_{ji} + y_{ji}) - \\ &- \sum_{(i,j) \in A} (z_{ij} + y_{ij}) - \sum_{(j,i) \in A} w_{ij} = 0. \end{aligned}$$

Таким образом, ограничение (7) выполняется.

Далее рассмотрим ограничение (8) для дуги $(i, j), (i, j) \in A$. Из Леммы 2 следует, что для каждой из таких дуг выполняется хотя бы одно из двух условий: $z_{ij} = 0$ или $w_{ji} = 0$. Из ограничения (18) следует, что

- если $z_{ij}^* = 0$, то $l_{ij} - p_{ij} = l_{ij} - w_{ji}^* \leq y_{ij}^* - w_{ji}^* = x_{ij} \leq u_{ij} - w_{ji}^* \leq u_{ij} = u_{ij} + q_{ij}$, таким образом, ограничение (8) выполняется;
- если $w_{ji}^* = 0$, то $l_{ij} - p_{ij} = l_{ij} \leq l_{ij} + z_{ij}^* \leq y_{ij}^* + z_{ij}^* = x_{ij} \leq u_{ij} + z_{ij}^* = u_{ij} + q_{ij}$, таким образом, ограничение (8) выполняется.

Рассмотрим ограничение (9). Воспользуемся здесь также Леммой 2. Тогда

- если $z_{ij}^* = 0$, то $x_{ij} = y_{ij}^* - w_{ji}^*$ и из условий (19) и (20) следует, что $x_{ij} \geq 0$;
- если $w_{ji}^* = 0$, то $x_{ij} = y_{ij}^* + z_{ij}^*$, и из условия (20) следует, что $x_{ij} \geq 0$.

Неотрицательность величин p_{ij} , q_{ij} , $(i, j) \in A$, непосредственно следует из условия (20). Таким образом, ограничение (9) выполняется.

Наконец рассмотрим значение целевой функции (10):

$$\begin{aligned} f(p, q) &= \sum_{(i,j) \in A} (e_{ij}q_{ij} + d_{ij}p_{ij}) = \\ &= \sum_{(i,j) \in A} (e_{ij}z_{ij}^* + d_{ij}w_{ji}^*) = g(z^*, w^*). \end{aligned}$$

Лемма доказана.

Теорема 1. Пусть y_{ij}^* , z_{ij}^* , w_{ji}^* , $(i, j) \in A$, – решение задачи (17)-(21), тогда набор значений $x_{ij} = y_{ij}^* + z_{ij}^* - w_{ji}^*$, $p_{ij} = w_{ji}^*$, $q_{ij} = z_{ij}^*$, $(i, j) \in A$, является решением задачи (7)-(10).

Доказательство. Доказательство от противного. Пусть выполняются условия Теоремы, но набор значений $x_{ij} = y_{ij}^* + z_{ij}^* - w_{ji}^*$, $p_{ij} = w_{ji}^*$, $q_{ij} = z_{ij}^*$, $(i, j) \in A$, не является решением задачи (7)-(10). Из Леммы 4 следует, что построенный набор значений

является решением системы (7)-(9) и $f(p, q) = g(z^*, w^*)$. Пусть $x_{ij}^*, p_{ij}^*, q_{ij}^*, (i, j) \in A$ – решение задачи (7)-(10), следовательно $f(p^*, q^*) < f(p, q)$. Тогда из Леммы 3 следует, что можно построить набор значений $y'_{ij}, z'_{ij}, w'_{ji}, (i, j) \in A$, являющийся решением системы (17)-(20), и при этом $g(z', w') = f(p^*, q^*)$. Тогда $g(z'w') = f(p^*, q^*) < f(p, q) = g(z^*, w^*)$, что противоречит условию Леммы. Таким образом, предположение неверно. Теорема доказана.

Теорема 1 позволяет предложить алгоритм решения задачи (7)-(10) поиска потока в несовместной транспортной сети, основанный на решении соответствующей задачи поиска потока минимальной стоимости (17)-(21). При решении задачи поиска потока минимальной стоимости можно воспользоваться известными методами (обзор методов приведен, например, в работе [15]). Отметим, что транспортная сеть, связанная с задачей (17)-(21), содержит обратные дуги и мультидуги. Для большинства потоковых алгоритмов предполагается отсутствие обратных дуг и мультидуг сети. Преобразуем рассматриваемую транспортную сеть: для всех обратных дуг и мультидуг произведем операцию подразделения – заменим каждую из соответствующих дуг на две последовательных дуги. Таким образом, мы приходим к задаче поиска потока минимальной стоимости в сети, содержащей $O(n + m)$ вершин и $O(m)$ дуг. Обозначим через $\varphi(n', m')$ вычислительную сложность алгоритма решения задачи поиска потока минимальной стоимости в транспортной сети с n' вершинами и m' дугами. Тогда на основании Теоремы 1 можно сформулировать следующее утверждение:

Утверждение 1. *Существует алгоритм решения задачи (7)-(10) с вычислительной сложностью $O(\varphi(O(n + m), O(m)))$.*

Применим к решению задачи поиска потока минимальной стоимости, например, сильнополиномиальный алгоритм Галиля и Тардош [15]. Для данного алгоритма $\varphi(n'm') = O(n^3(\log n')(m' + n' \log n'))$. Отсюда сформулируем следующее утверждение:

Утверждение 2. *Существует алгоритм решения задачи (7)-*

(10) с вычислительной сложностью $O((n + m)^3 \log^2(n + m))$

В целочисленном случае задача поиска потока в несовместной сети ставится как задача целочисленного линейного программирования (7)-(8), (11), (10). Из построения следует

Утверждение 3. Матрицы систем ограничений (7)-(9) и (17)-(21) абсолютно унимодулярны.

Таким образом, исходя из Теоремы 1, при целочисленных исходных данных задачи (7)-(10) предлагаемый подход гарантирует нахождение целочисленного решения.

Замечание 2. В случае, когда часть параметров b_{ij}^l, b_{ij}^u может принимать нулевые значения, необходимо модифицировать схему построения вспомогательной сети, определяемой мультиграфом. Для каждой из дуг (i, j) исходного графа G введем дуги мультиграфа, связанные с переменными

– y_{ij}, z_{ij} и w_{ji} , если $b_{ij}^l = b_{ij}^u = 1$;

– y_{ij} и w_{ji} , если $b_{ij}^l = 1, b_{ij}^u = 0$;

– y_{ij} и z_{ij} , если $b_{ij}^l = 0, b_{ij}^u = 1$;

– y_{ij} , если $b_{ij}^l = 0, b_{ij}^u = 0$.

Поток минимальной стоимости в модифицированной сети будет определять решение рассматриваемой задачи поиска потока в несовместной сети.

3.2. Случай древовидной сети

Рассмотрим случай древовидной структуры исходной сети. Алгоритм решения задачи (12)-(16) включает в себя следующие шаги:

1) Найти все пути от корня до листьев с ненулевыми нижними границами.

2) Для каждого пути определить величину суммарных затрат на уменьшение на единицу нижних пропускных способностей всех вершин, входящих в этот путь.

3) Упорядочить найденные пути по невозрастанию суммарных затрат, найденных на шаге 2: $W_1, W_2, \dots, W_{|H|}$, $|H| \leq |T|$.

4) Присвоить $i := 1$.

5) Уменьшить нижние пропускные способности вершин пути от корня до листа, соответствующего пути с номером i , на величину $R_i = \min(L_k, \Delta)$, где k - номер листа, которому соответствует путь W_i , а $\Delta = L_s^p - U_s$.

6) Уменьшить Δ на величину R_i . Если $\Delta > 0$, то присвоить $i := i + 1$ и перейти на шаг 5. В противном случае задача решена, и полученная сеть станет совместной.

Вычислительная сложность алгоритма $O(n^2)$.

Очевидно, что предложенный алгоритм легко преобразуется в алгоритм решения задачи, описанной в Замечании 1.

4. Выводы и практические рекомендации

Предложенный подход к исследованию несовместных транспортных сетей позволяет для широкого класса практически важных прикладных задач применять хорошо разработанные эффективные потоковые алгоритмы. Несовместность сети означает, что при заданных ее характеристиках невозможно найти решение задачи, и тем самым невозможно выполнить принятые обязательства без изменения исходных параметров. Такие изменения, как правило, требуют существенных затрат: для задачи планирования транспорта газа - увеличение пропускных способностей отдельных участков газопровода, установка на компрессорных станциях дополнительных газоперекачивающих агрегатов; для задач объемно-календарного планирования - увеличение производственных мощностей, необходимых для выполнения плановых обязательств; для задачи распределения мощностей каналов передачи данных - изменение пропускных способностей каналов связи. Методы решения задач, предложенные в данной работе, позволяют минимизировать такие затраты. Решение конкретных

производственных задач может быть осуществлено по предложенной в данной работе методике, используя стандартные пакеты программ поиска потока минимальной стоимости. Информацию о потоковых алгоритмах и программных продуктах можно получить, например, на интернет-сайте [20].

Литература

1. АФРАЙМОВИЧ Л. Г., ПРИЛУЦКИЙ М. Х. *Многоиндексные задачи распределения ресурсов в иерархических системах* // Автоматика и телемеханика. – 2006. – №6. – С. 194-205.
2. АФРАЙМОВИЧ Л. Г., ПРИЛУЦКИЙ М. Х. *Многопродуктовые потоки в древовидных сетях* // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2008. – №2. – С. 57-63.
3. ЕРЕМИН И. И. *О несовместных системах линейных неравенств* // ДАН. СССР. – 1961. – №6. – С. 1280-1283.
4. ЗУХОВИЦКИЙ С. И., АВДЕЕВА Л. И. *Линейное и выпуклое программирование*. – М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1967.
5. ПРИЛУЦКИЙ М. Х. *Многоиндексные задачи объёмно-календарного планирования транспортного типа* // Труды международной конференции "Идентификация систем и задачи управления SICPRO-06". – М.: Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, 2006. – С. 503-510.
6. ПРИЛУЦКИЙ М. Х. *Многокритериальные многоиндексные задачи объёмно-календарного планирования* // Известия академии наук. Теория и системы управления. – 2007. – №1. – С. 78-82.
7. ПРИЛУЦКИЙ М. Х. *Распределение однородного ресурса в иерархических системах древовидной структуры* // Труды международной конференции "Идентификация систем и задачи управления SICPRO 2000". – М.: Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, 2000. – С. 2038-2049.

8. ПРИЛУЦКИЙ М. Х., КОСТЮКОВ В. Е. *Оптимизационные задачи объемно-календарного планирования для нефтеперерабатывающих предприятий* // Системы управления и информационные технологии. – 2007. – №2.1(28). – С. 188-192.
9. ПРИЛУЦКИЙ М. Х., КОСТЮКОВ В. Е. *Оптимизационные задачи планирования транспортировки газа* // Информационные технологии и вычислительные системы. – 2008. – №2. – С. 57-63.
10. ФОРД Л., ФАЛКЕРСОН Д. *Потоки в сетях*. – М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1968.
11. ЧЕРНИКОВ С. Н. *Линейные неравенства*. – М.: Мир, 1966.
12. AGGARWAL S., AHUJA R. K., HAO J., ORLIN J. B. *Diagnosing infeasibilities in network flow problems* // Mathematical Programming. – 1998. – V. 81., №3. – P. 263-280.
13. AMALDI E., PFETSCH M. E., LESLIE E. T. *On the maximum feasible subsystem problem, IISs and IIS-hypergraphs* // Mathematical Programming. – 2003. – V. 95, №3. – P. 533-554.
14. CHINNECK J. W., DRAVNIKIS E. R. *Locating minimal infeasible constraint sets in linear programs* // ORSA Journal on Computing. – 1991. – V. 3, №3. – P. 157-168.
15. GALIL Z., TARDOS E. *An mincost flow algorithm* // Journal of the ACM. – 1988. – V. 35, №2. – P. 374-386.
16. GOLDBERG A. V., RAO S. *Beyond the flow decomposition barrier* // Journal of the ACM. – 1998. – V. 45, №5. – P. 783-797.
17. KÄMPKE T. *The geometry of linear infeasibility* // Applied Mathematics and Computation. – 2002. – V. 129, №2-3. – P. 317-337.
18. MCCORMICK S. T. *How to compute least infeasible flows* // Mathematical Programming. – 1997. – V. 78, №2. – P. 179-194.

19. MURTY K. G., KABADI S. N., CHANDRASEKARAN R. *Infeasibility analysis for linear systems, a survey* // Arabian Journal of Science and Technology. – 2000. – V. 25. – P. 3-18.
20. <http://www.avglab.com/andrew/>

FLOW SEARCH IN INFEASIBLE NETWORKS

Lev Afraimovich, Nizhny Novgorod State University, Nizhny Novgorod, Cand.Sc., senior lecturer (levafraimovich@gmail.com).

Mikhail Prilutskii, Nizhny Novgorod State University, Nizhny Novgorod, Doctor of Science, professor (pril@iani.unn.ru).

Abstract: The paper covers the problem of finding flow in infeasible transport type network with two-side arc capacities. Minimization problem of overall penalty for capacities modification was considered while investigating of infeasible network flow models. Proposed algorithm of solving the considered problem is based on reduction to min-cost network flow problem. In the case of tree-like network algorithm of solving the considered problem based on bounds reduction method is proposed.

Keywords: resource allocation problems, hierarchical transport type systems, network flows, infeasible linear inequality systems.

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии А.Г. Чхартишвили

УДК 519.83+519.86
ББК 22.18 65.050

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МНОЖЕСТВЕННОЙ КОРРУПЦИИ В СИСТЕМЕ УПРАВЛЕНИЯ УСТОЙЧИВЫМ РАЗВИТИЕМ

Денин К. И.¹

(Южный Федеральный Университет, Ростов-на-Дону)

Приводится анализ двухуровневой иерархической теоретико-игровой математической модели распределения квот при использовании методов иерархического управления с учётом множественной коррупции и соблюдения условий устойчивого развития. Рассматриваются области реакции Ведомого и оптимальные доходы игроков. Проводится классификация коррупции по степени жёсткости. Указывается ограничение применимости метода побуждения.

Ключевые слова: иерархическое управление, устойчивое развитие, коррупция, область реакции.

1. Введение

Коррупция как социально-экономическая проблема является предметом научных исследований на протяжении более чем 30 лет. Первым трудом по моделированию коррупции как таковой учёное сообщество привыкло считать статью С. Роз-Аккерман «The Economics of Corruption» [9], вышедшую в 1975 году. В модели Роз-Аккерман были, в первую очередь, адаптированы более общие идеи Беккера [8] о моделировании преступной экономической деятельности применительно непосредственно к коррупции. Кроме того, автор представила вниманию трёхуровневую модель коррупционного взаимодействия

¹ Константин Ильич Денин, аспирант (kid_rostov@mail.ru).

«Principal-Agent-Client» ставшую к нашему времени классической. Также, в статье Роз-Аккерман были формализованы различные аспекты коррупционной деятельности (напр. моральный, денежный, и пр.) как лица берущего взятку, так и взяткодателя. Такого рода чёткое математическое построение послужило толчком для развития моделирования коррупции.

За последующие годы были созданы десятки моделей, описывающих различные аспекты и вариации протекания процессов коррупционной деятельности. Из наиболее цитируемых работ российских учёных в области моделирования коррупции можно выделить труды В. М. Полтеровича [4, 5], М. И. Левина о коррупции в сфере приватизации [3], а также статью А. А. Васина и О. Агаповой [10], рассматривающих модель коррупции в налоговых органах. В качестве наиболее значимых трудов последних лет можно выделить работу Р. А. Выборнова [1], в которой были произведены формализация и существенное обобщение трёхуровневых механизмов коррупционного взаимодействия для шести видов экономических задач в рамках классического подхода.

Рассматриваемая автором модель является обобщением класса моделей коррупции, подробно исследованного и описанного в [6]. В качестве примеров нововведений можно привести расширенную версию коррупционного взаимодействия, выражаемую возможностью субъекта нижнего уровня давать одновременно несколько взяток различной природы и рассмотрение более общего подхода к благосклонности вышестоящего игрока при совершении коррупционных сделок.

2. Описание модели: критерии, ограничения, механизм иерархического взаимодействия

Рассматривается статическая двухуровневая теоретико-игровая модель множественной коррупции с применением методов иерархического управления при одновременном учёте условий устойчивого развития. Необходимо подчеркнуть, что

данная модель не относится к какой-либо узкой предметной области и может быть использована в различных областях применения. В качестве примеров можно привести эколого-экономические системы (распределение квот на добычу и переработку биоресурсов), системы социально-экономических отношений внутри трудовых коллективов (определение рабочей нагрузки на отдельно взятого работника) и т.д.

Субъектами игрового взаимодействия являются: официальное лицо, выдающее квоты на возобновляемый ресурс и собирающее налоги на его добычу, далее именуемое как Ведущий (субъект верхнего уровня), и предприятие, занимающееся добычей и переработкой этого ресурса, именуемое в дальнейшем, как Ведомый (субъект нижнего уровня).

Базовое теоретико-игровое иерархическое взаимодействие осуществляется согласно принципу гарантированного результата Ю. Б. Гермейера [2] для игры класса Γ_2 с дополнительным предположением об осведомлённости обоих участников о значении всех экзогенных параметров. В качестве усовершенствования методов манипулирования вышестоящим субъектом игроком с более низким иерархическим рангом в модели применяются принципы иерархического управления, подробно изложенные в [7]. Кроме того, для учёта уровня благосклонности Ведущего по отношению к Ведомому (низкий уровень благосклонности может выражаться, например, в изначально завышенной налоговой ставке), были использованы параметры, названные величинами жёсткости коррупции. Вместе с этим, Ведущий единолично назначается ответственным за соблюдение в системе условия устойчивого развития во избежание чрезмерной добычи Ведомым ресурса, выражаемое в штрафовании первого при добыче ресурса Ведомым сверх квоты (с учётом взяток). Следует также отметить, что в модели присутствует «жёсткое» требование следования Ведущим условию устойчивого развития, подразумевающее штрафование последнего в случае однократного нарушения условия, что не противоречит статической природе модели, но позволяет достаточно

просто обобщить данное условие и на случай динамической модели.

Взаимодействие игроков осуществляется следующим образом: Ведущий, зная значения всех экзогенных параметров, рассчитывает выгодность своих действий относительно возможного выбора собственных стратегий и потенциальной реакции Ведомого. Далее Ведущий, реализуя механизм побуждения, определяет функции поощрения – наказания для налогообложения $p \in P^{U(q)}$, делая изначально наиболее доходные для Ведущего стратегии-реакции Ведомого выгодными и для самого Ведомого, но не ограничивая при этом области стратегий последнего. На следующем этапе Ведущий с учётом этих функций реализует механизм принуждения, определяя наиболее выгодный для него диапазон квот Q_v , сужая тем самым область стратегий Ведомого до выгодных Ведущему значений. Основываясь на этом, Ведущий определяет оптимальные для себя стратегии и делает ход. Ведомый реагирует на него выбором взятки (тем самым «докупая» себе необходимые ресурсы при необходимости) и долю изъятия с учётом оптимальности хода относительно своей целевой функции и ограничений, накладываемых механизмом принуждения.

Математическая модель выглядит следующим образом:

Задача Ведущего:

$$(1) \quad J_v = (c_1 * p_b * u^{k_1} - M * r(U_v, u)) \rightarrow \max_{q \in Q_v} \max_{p \in P^{U(q)}} \min_{u \in R(p, q)} ;$$

Задача Ведомого:

$$(2) \quad J_u = (c_2 * (1 - p_b) * u^{k_2} * (1 - b_p - b_a)) \rightarrow \max_{u, b_p, b_a} ;$$

Ограничения:

$$(3) \quad q_b = q ;$$

$$(4) \quad u \in [0, 1 - q_b] ;$$

$$(5) \quad U_v = [0, a + I * b_a - d_a] ;$$

$$(6) \quad p, p_b, q \in [0, 1] ;$$

$$(7) \quad p_b = p - g * b_p + d_p ;$$

$$(8) \quad d_p \in [0, g] ;$$

$$(9) \quad d_a \in [0, I] ;$$

$$(10) \quad a \in [0, 1] ;$$

$$(11) \quad k_1, k_2, I, g > 0 ;$$

$$(12) \quad b_a, b_p \geq 0 ;$$

$$(13) \quad M \rightarrow +\infty ;$$

Параметры модели имеют следующий смысл: U – область устойчивого развития, т.е. множество долей изъятия, добыча ресурса в рамках которых не приведёт к необратимому истощению его запасов; a – размер области устойчивого развития; u – доля изъятия ресурса Ведомым (является управлением Ведомого); p – налоговая ставка на изъятие ресурсов (является управлением Ведущего); p_β – налоговая ставка с учётом взятки; q – доля ресурса, которую необходимо не изымать из системы для обеспечения воспроизводства ресурса. Непосредственно квота определяется как $1 - q$ (является управлением Ведущего); q_β – доля ресурса с учётом взятки; M – бесконечно большая штрафная константа, являющаяся величиной штрафа Ведущего в случае нарушения условий устойчивого развития; $\rho(\cdot)$ – функция расстояния для множеств, являющаяся индикатором нарушения условия устойчивого развития (условие считается нарушенным, если $u \notin U_v$); γ – эффективность р-коррупции, т.е. величина, на которую Ведущий снизит налоговую ставку при условии, что Ведомый отдаст ему весь возможный доход; λ – эффективность а-коррупции, – величина, на которую Ведущий расширит законодательно установленные рамки области устойчивого развития при условии, что Ведомый отдаст ему весь возможный доход; d_p – жёсткость р-коррупции как величина благосклонности Ведущего по отношению к Ведомому применительно к снижению налоговой ставки; d_a – жёсткость а-коррупции как величина благосклонности Ведущего по отношению к Ведомому применительно к расширению области

устойчивого развития; β_p – доля от возможных доходов Ведомого направленная на незаконное изменение налоговой ставки (является управлением Ведомого); β_a – доля от возможных доходов Ведомого направленная на незаконное расширение области устойчивого развития (является управлением Ведомого); c_1 – доходность сделки для Ведущего на единицу добытого Ведомым ресурса; c_2 – доходность сделки для Ведомого на единицу добытого ресурса с учётом издержек на его добычу и переработку; k_1 и k_2 – технологические коэффициенты использования ресурса для Ведущего и Ведомого соответственно.

В модели одновременно присутствуют два подвида коррупционного взаимодействия:

- 1) *p-коррупция* – изменение налоговой ставки на добычу ресурса вследствие взятки;
- 2) *a-коррупция* – расширение области устойчивого развития вследствие взятки.

Следует пояснить, что расширение области устойчивого развития происходит на уровне «теневого» изменения законодательных рамок, но не на уровне свойств воспроизводства ресурса. Таким образом, данный вид коррупции позволяет разрешить добычу ресурса сверх норм, определяемых его физическими свойствами, что делает соответствующий вид коррупции особенно опасным.

Также предполагается, что факт расширения области устойчивого развития остаётся незамеченным для внешних (относительно модели) органов контроля над действиями чиновника. Таким образом, изъятие ресурса из искусственно расширенной области считается нарушением условия устойчивого развития, но не может быть обнаружено с помощью явных признаков, поскольку изъятие чрезмерного количества ресурса может сказаться на самой системе только через некоторое время после самого изъятия.

Чёткая классификация видов коррупции для дискретных показателей жёсткости и случая, когда Ведомый может распо-

ряжаться ровно одним видом взяток, была проведена в [9]. Однако аналогичная классификация не может быть использована в том случае, когда в распоряжении у субъекта нижнего уровня имеется возможность предоставления нескольких видов взяток, поскольку соответствующие коэффициенты жёсткости для каждого из подвидов коррупционного взаимодействия могут существенно различаться по величине. По этой причине в модели (1)-(13) подход к оценке жёсткости был усовершенствован, результатом чего явилось обнаружение параметра

$$(14) I_{ap} = 1 - \frac{d_p}{g} - \frac{d_a}{l} \in [-1, 1],$$

который был назван индикатором суммарной относительной жёсткости (ИСОЖ).

С помощью ИСОЖ в модели (1)-(13) можно выделить следующие подвиды коррупции:

- «Мягкая» при $I_{ap} = 1$;
- «Полумягкая» при $I_{ap} \in (0, 1)$;
- «Умеренная» при $I_{ap} = 0$;
- «Полужёсткая» при $I_{ap} \in (-1, 0)$;
- «Жёсткая» при $I_{ap} = -1$.

Как показал анализ модели, жёсткость коррупции оказывает существенное влияние как на размеры, так и на существование областей реакции Ведомого.

3. Области реакции Ведомого: количество, структура, оптимальные стратегии

На первом этапе исследования модели аналитически была решена задача нелинейной оптимизации (1), (3)-(13) для поиска и идентификации областей реакции Ведомого, а также с целью поиска оптимальных значений параметров управления Ведомого над каждой из найденных областей. Параметры управления Ведущего в задаче (1), (3)-(13) считались свободными, поскольку, согласно устройству модели, Ведомый не может иметь на

них прямого воздействия. Остальные параметры (кроме управлений Ведущего) считались известными.

В результате проведённого исследования модели были найдены точки, являющиеся границами областей, пересечения которых с областью управлений Ведущего позволяет указать существенно отличающихся друг от друга по типам реакции Ведомого и доходов обоих игроков.

На втором этапе анализа модели были получены выражения оптимальных взяток с точки зрения выгоды, получаемой Ведомым, а также доказана часть условий существования соответствующих видов областей реакции. В частности, было доказано, что одновременно из пяти видов областей могут существовать представители не более чем четырёх.

Виды областей реакции Ведомого описываются следующими неравенствами:

$$(15) \mathbf{I} = \{p \in [0, 1] : RCF(p) < 0\};$$

$$(16) \mathbf{II} = \left\{ p \in [0, 1] : \left\{ \begin{array}{l} 0 \leq RCF(p) \leq \frac{k_2 + 2}{g}, \\ RCF(p) > \frac{(k_2 + 2) * a}{I k_2}, \\ g * a < I k_2; \end{array} \right. \right\};$$

$$(17) \mathbf{III} = \left\{ p \in [0, 1] : \left\{ \begin{array}{l} 0 \leq RCF(p) \leq \frac{(k_2 + 2) * a}{I k_2}, \\ RCF(p) > \frac{k_2 + 2}{g}, \\ g * a > I k_2; \end{array} \right. \right\};$$

$$(18) \mathbf{IV} = \left\{ p \in [0, 1] : \left\{ \begin{array}{l} RCF(p) \geq 0, \\ RCF(p) \leq \frac{(k_2 + 2) * a}{I k_2}, \\ RCF(p) \leq \frac{k_2 + 2}{g}; \end{array} \right. \right\};$$

$$(19) \mathbf{V} = \left\{ p \in [0, 1] : \left\{ \begin{array}{l} RCF(p) > \frac{k_2 + 2}{g}, \\ RCF(p) > \frac{(k_2 + 2) * a}{I k_2}; \end{array} \right. \right\};$$

где

$$(20) RCF(p) = I_{ap} + \frac{1-p}{g} + \frac{1-a}{I}.$$

Функция (20) была названа «функцией характеристик реакций», или $RCF(p)$. Как видно из (15)-(19), значения $RCF(p)$ одновременно со знаком выражения $g*a - I k_2$ однозначно определяют существование и размеры представителя областей реакции Ведомого соответствующего вида.

Из анализа структуры представителей видов областей реакции можно заключить, что они образуются в результате рассечения отрезка $[0, 1]$ точками $RCF(p) = \left\{ 0, \frac{k_2 + 2}{g}, \frac{(k_2 + 2) * a}{I k_2} \right\}$.

Пример такого рассечения при $a = 0,8$ представлен на рис. 1.

Кроме того, поскольку условия существования областей видов **II** (16) и **III** (17) являются противоречивыми, то одновременная непустота соответствующих областей таких видов является невозможной, а при выполнении равенства

Множество управлений налогами



Рис. 1. Пример расположения областей реакции с указанием их видов

$$(21) \ g^*a = Ik_2$$

обе области реакции будут являться пустыми.

Для каждого вида областей были определены оптимальные стратегии-реакции Ведомого. Величины «оптимальных» стратегий-взятков (над соответствующими видами областей) выглядят следующим образом:

$$(22) \ \begin{pmatrix} b_a^* \\ b_p^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{d_a - a}{l}, \\ \frac{d_p + p - 1}{g} \end{pmatrix} \text{ при } p \in \mathbf{I};$$

$$(23) \ \begin{pmatrix} b_a^* \\ b_p^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1 - a + d_a}{l}, \\ \left(\frac{1 + \frac{B}{l} - (k_2 + 1) * A}{g} \right); \\ k_2 + 2 \end{pmatrix} \text{ при } p \in \mathbf{II};$$

$$(24) \begin{pmatrix} b_a^* \\ b_p^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(\frac{k_2 - 2 * \frac{B}{l} + k_2 * \frac{A}{g}}{k_2 + 2} \right), \\ \frac{p + d_p}{g}; \end{pmatrix} \text{ при } p \in \text{III};$$

$$(25) \begin{pmatrix} b_a^* \\ b_p^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(\frac{k_2 - \frac{2B}{l} + \frac{k_2 A}{g}}{k_2 + 2} \right), \\ \left(\frac{1 + \frac{B}{l} - (k_2 + 1) * \frac{A}{g}}{k_2 + 2} \right); \end{pmatrix} \text{ при } p \in \text{IV};$$

$$(26) \begin{pmatrix} b_a^* \\ b_p^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1 - a + d_a}{l}, \\ \frac{p + d_p}{g}; \end{pmatrix} \text{ при } p \in \text{V};$$

где $A = 1 - p - d_p$; $B = a - d_a$.

4. Оптимальные доходы субъектов игры

На третьем этапе анализа модели были вычислены оптимальные доходы обоих игроков для каждого из возможных видов областей реакции.

1. Для области вида **I** они соответственно равны:

$$(27) J_v^* = 0;$$

$$(28) J_u^* = 0.$$

При управлении Ведущего, попадающем в область вида **I**, оба субъекта получают нулевой доход. В данном случае оказывает влияние низкая величина благосклонности Ведущего. Ведомому требуется давать взятку лишь для того, чтобы повысить благосклонность Ведущего до минимально приемлемого

уровня и получить право добывать ресурс (будем считать, что Ведущий отнимает у Ведомого такое право, пытаясь предложить изначально отрицательную квоту или налоговую ставку, большую 100%). Одновременно с этим, если последний по каким-либо причинам примет решение добывать ресурс (отойдя от оптимальной стратегии), ему придётся выплачивать налог на изъятие величиной 100%, что автоматически приведёт к получению им нулевого дохода. Таким образом, выбор Ведущим стратегии из области данного вида не позволит ни одному из игроков получить положительный доход.

2. Для области вида **II**:

$$(29) J_v^* = c_1 * \left[1 - \frac{g}{Ik_2} \right];$$

$$(30) J_u^* = c_2 * \frac{g}{Ik_2} * \frac{1}{Ik_2}.$$

Выбор Ведущим стратегии из области данного вида приводит к тому, что Ведомому становится выгодно максимизировать свой доход в большей степени за счёт приобретения дополнительной подобласти области устойчивого развития вследствие большей благосклонности Ведущего по этому направлению, чем при помощи снижения налоговой ставки.

3. Для области вида **III**:

$$(31) J_v^* = 0;$$

$$(32) J_u^* = c_2 * (a - d_a)^{k_2} * \left(1 - \frac{p + d_p}{g} \right).$$

При выборе Ведущим стратегии из области вида **III** Ведомый приобретает нулевую налоговую ставку, не имея при этом намерений давать Ведущему взятку за расширение области устойчивого развития, что не позволяет Ведущему получить положительный доход.

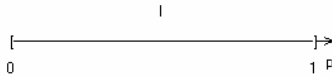
4. Для области вида **IV**:

$$(33) J_v^* = c_1 * \left(\frac{I k_1 k_2}{(k_1 + 1)g} \right)^{k_1} * \left(\frac{1}{k_1 + 1} \right);$$

$$(34) J_u^* = c_2 * (I k_2)^{k_2} * g * \left(\frac{k_1}{(k_1 + 1)g} \right)^{k_2 + 2}.$$

При анализе модели было доказано, что выбор стратегии из области данного вида управлений даёт Ведущему глобальный максимум целевой функции при выполнении ограничений (3)-(13), однако фиксация набора свободных параметров может обеспечить пустоту представителя области вида **IV**. Например, при следующем наборе параметров: $\gamma = 27,8$, $d_p = 0,3\gamma$, $\lambda = 3,72$, $d_a = 0,9\lambda$, $a = 0,6$ единственной доступной областью реакции является область вида **I** (рис. 2).

Множество управлений налогами



Оптимальное управление

Рис. 2. Пример отсутствия представителей областей реакции, приносящих положительный доход кому-либо из игроков

На рис. 3 приведён пример распределения доходов игроков для соответствующих областей (виды областей указаны на рис. 1) для $a = 0,8$; $c_1 = 1$; $c_2 = 1$; $k_1 = 1$; $k_2 = 1$; $\lambda = 11,4$; $\gamma = 1,14$; $d_a = 11,4$; $d_p = 0,568$.

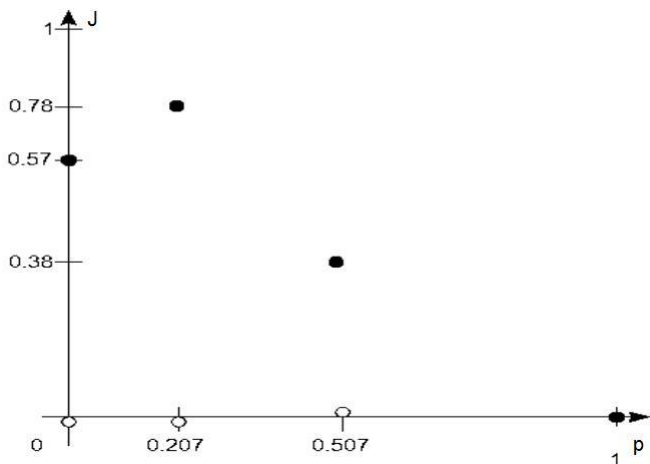


Рис. 3. Максимально возможные доходы игроков над соответствующими областями (сплошными точками указаны доходы Ведущего)

5. Для области вида **V**:

$$(35) J_v^* = 0;$$

$$(36) J_u^* = c_2 * \left(I_{ap} - \frac{1-a}{I} - \frac{p}{g} \right).$$

Данный вид области управлений характеризуется альтруистическим поведением Ведущего вследствие высокого уровня его благосклонности к Вedomому и высокой эффективности коррупции. В таком случае, если первый выбирает управление из множества вида **V**, Вedomый покупает нулевую налоговую ставку, а также квоту на весь ресурс, имеющийся в системе. Данный вариант управления является наиболее благоприятным для Вedomого вследствие чрезвычайной благосклонности Ведущего, однако последний будет придерживаться такого рода стратегии только в том случае, если подобласти видов **II** и **IV** в его области управлений будут пустыми.

Таким образом, предпочтительность выбора управлений Ведущим согласно классам реакции Ведомого выглядит следующим образом: 1) область вида **IV**; 2) область вида **II**; 3) любая из областей видов **I, III, V**.

Следует также заметить, что над областями видов **III** и **V** Ведомый получает ненулевой доход, в результате чего, при выдвижении дополнительного предположения о благосклонности Ведущего относительно Ведомого в нейтральных ситуациях, первый может дополнительно максимизировать доход субъекта нижнего уровня.

5. Ограничение применимости метода побуждения

Помимо анализа видов областей реакции была проведена оценка применимости используемых принципов иерархического управления. В рассмотренной модели был обнаружен класс существенных структурных ограничений на метод побуждения, которые являются следствием взаимозависимости стратегий-взяток и параметров – критериев модели.

Данный факт можно описать следующим образом.

В модели механизмы побуждения (в их классическом представлении выбора функций поощрения – наказания) являются неприменимыми, поскольку при использовании Ведомым оптимальных стратегий реакции (22)-(26) при построении реакции Ведомого оптимальное значение доли изъятия будет зависеть от налоговой ставки: $u^* = u^*(\beta_a^*) = u^*(\beta_a^*(p)) = u^*(p)$, в результате чего образуется «порочный круг»: Ведущий не может установить систему поощрений и наказаний $p = p(u)$ применительно к налогообложению, поскольку не может чётко определить множество оптимальных (для Ведомого) долей изъятия, которое, в свою очередь, зависит от налоговой ставки, но её же должен назначить сам Ведущий. В связи с найденными ограничениями, метод побуждения в модели был заменён методом принуждения при дальнейшем её исследовании.

Выявленный класс ограничений можно считать неустранимым для современного представления метода побуждения [10]. Одним из потенциальных решений возникшей проблемы может служить использование Ведущим манипуляций относительно выбора стратегии налогообложения либо использование игр Гермейера класса Γ_3 .

6. Основные результаты

В качестве основных результатов анализа модели можно выделить получение параметра ИСОЖ для оценки сводной жёсткости множественных коррупционных взаимодействий. Кроме того, важным результатом является получение функции-критерия RCF (20), позволяющей (в некоторых случаях – при дополнительном условии (21)) однозначно рассчитать размеры и непустоту областей реакции Ведомого соответствующих видов при фиксированных значениях свободных параметров, что удобно при построении программных продуктов, основанных на модели и проведении численных экспериментов. Анализ потенциальных доходов игроков позволяет оценить предпочтительность выбора управлений из областей соответствующих видов. Наиболее важным результатом, по мнению автора, является обнаружение, представление и описание структурного ограничения метода побуждения и предложение возможных путей обхода вышеупомянутого ограничения.

Литература

1. ВЫБОРНОВ Р. А. *Модели и методы управления организационными системами с коррупционным поведением участников*: М.: ИПУ РАН, 2006. – 110 с.
2. ГЕРМЕЙЕР Ю. Б. *Игры с противоположными интересами*. – М.: Наука, 1976.
3. ЛЕВИН М. И. *Равновесные решения аукционной игры, связанной с моделью приватизации неделимых благ в условиях коррупции* // ДАН. – 1999. –Т. 364, №2. – С. 178-180.

4. ПОЛТЕРОВИЧ В. М. *Институциональная динамика и теория реформ.: Эволюционная экономика и "Мэйнстрим"*. – М.: Наука, 2000. – С. 31-54.
5. ПОЛТЕРОВИЧ В. М. *Факторы коррупции // Экономика и математические методы*. – 1998. – Т. 34, Вып. 3. – С. 30-39.
6. РЫБАСОВ Е. А., УГОЛЬНИЦКИЙ Г. А. *Математическое моделирование иерархического управления эколого-экономическими системами с учётом коррупции // Компьютерное моделирование. Экология*. – 2004. – Вып. 2. – С. 46-65.
7. УГОЛЬНИЦКИЙ Г. А. *Теоретико-игровые принципы оптимальности иерархического управления устойчивым развитием // Изв. РАН. Теория и системы управления*. – 2005. – № 4. – С. 72-78.
8. BECKER J. S. *Crime and punishment: an economic approach // Journal of Political Economy*. – 1968. – № 76. – P. 169-217.
9. ROSE-ACKERMAN S. *The Economics of Corruption // Journal of Political Economy* 4. – 1975. – P. 187-203.
10. VASIN A. A, AGAPOVA O. *Game Theoretic Model of The Tax Inspection Organization // International Year-Book of Game Theory and Applications*. – 1993. – Vol. 1. – P. 83-94.

MATHEMATICAL MODEL OF PLURAL CORRUPTION IN SUSTAINABLE DEVELOPMENT HIERARCHICAL CONTROL SYSTEM

Konstantin Denin, Southern Federal University, Rostov-on-Don, post graduate student (kid_rostov@mail.ru).

Abstract: Two-level hierarchical game model of quotes allocation with plural venal activity is analyzed using hierarchical control methods to suit the conditions of sustainable development. The Follower's response sets and optimal players' payoffs are consid-

ered. Corruption classification according to its rigidity is proposed. Limitation of incentive method applicability is illustrated.

Keywords: hierarchical control, sustainable development, corruption, response set.

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии В.Н. Бурковым*

УДК 519.711.2:316.614.6

ББК 32.81

МОДЕЛИ МЕХАНИЗМА И ПРОЦЕССА СОЦИАЛЬНОЙ РЕАБИЛИТАЦИИ (НА ПРИМЕРЕ ДЕТЕЙ «ГРУППЫ РИСКА»)

Карташов В. Я.¹, Хорошева Т. А.²

(ГОУ ВПО «Кемеровский государственный университет»)

Процессы социальной реабилитации являются сложными управляемыми динамическими процессами. Сложность их определяется объектом исследования, системой оценки состояния объектов в процессе реабилитации, значительными затратами на проведение мониторинга. В работе предлагается оценка эффективности индивидуальных программ реабилитации на основе моделей механизма и процесса реабилитации. Построение моделей производится решением задачи структурно-параметрической идентификации по вход-выходным измерениям. Предложенный подход реализуется при реабилитации детей «группы риска».

Ключевые слова: механизм и процесс реабилитации, обратная положительная связь, оценка эффективности.

1. Введение

Для решения задач управления процессами реабилитации в условиях Социально-реабилитационных центров (СРЦ) необходимо наличие объективной информации о ресурсах, процессах и результатах реабилитации, что, в свою очередь, требует созда-

¹ Владимир Яковлевич Карташов, доктор технических наук, профессор (Кемерово, ул. Терешковой, д. 40, тел. (3842) 54-25-09).

² Татьяна Александровна Хорошева, соискатель (tkhorosheva@yandex.ru)

ния и поддержания в актуальном состоянии системы мониторинга и оценки эффективности программ реабилитации. Разработка алгоритмического, методического и информационного обеспечения системы управления процессом реабилитации детей и подростков «группы риска» в условиях СРЦ является, на наш взгляд, приоритетным направлением в исследовании. При создании такой системы важно изучить механизмы процесса реабилитации. Формализация процесса реабилитации позволит проводить модельные исследования, результаты которых могут быть использованы при разработке и реализации индивидуальных программ реабилитации (ИПР).

Общие подходы к моделированию социальных, социально-педагогических систем, включая вопросы управления ресурсами, образовательными программами и комплексами рассмотрены в [2, 3, 12]. Исследование социальных систем на основе статистических данных приводится в работах [11, 17, 20]. В работе [15] внимание уделяется использованию компьютерных технологий для анализа и прогнозирования социальных процессов. В [1] рассматриваются человеко-машинные процедуры решения задач многокритериального выбора при принятии решений. В процессе анализа данных используется лепестковая диаграмма. Возможности использования лепестковой диаграммы при принятии решений и оценке деятельности систем описаны в [19]. Методология принятия решений на основе экспертных методов оценки при управлении образовательными системами представлена в [21]. Также в монографии [21] обобщены наиболее часто встречающиеся подходы в информационном обеспечении принятия решений и оценке их эффективности. Процесс проектирования и применения информационного обеспечения в социальных системах описаны в [2, 4, 22]. Однако вопросы оценки эффективности ИПР на основе моделирования процесса реабилитации не были найдены, что объясняется относительной молодостью систем социального сопровождения населения.

Согласно [18] социальная реабилитация понимается как восстановление у ребенка основных социальных функций лич-

ности, психического, физического и нравственного здоровья, социального статуса.

Реабилитация представляет собой многоэтапный процесс, на каждом из которых осуществляется комплекс мероприятий (стадий), включающий: 1) оценку состояния ребенка; 2) разработку индивидуальной программы реабилитации, которая состоит из определенного набора реабилитационных воздействий; 3) реализацию ИПР.

Количество этапов процесса реабилитации определяется частотой проведения мониторинговых исследований. Именно на основе результатов мониторинга и оценки эффективности ИПР должны приниматься управленческие решения.

Целью настоящего исследования является разработка подхода к оценке эффективности индивидуальных программ реабилитации на основе математического моделирования. Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

1. Разработать модель механизма реабилитации.
2. Построить модель процесса реабилитации.
3. Используя полученные модели, разработать подход к оценке эффективности ИПР.

2. Общая характеристика процесса реабилитации

Весь процесс реабилитации (включая и постреабилитационный процесс) условно делится на этапы, т.е. промежутки времени между последовательными процедурами комплексного оценивания состояния ребенка при мониторинге (рис. 1).

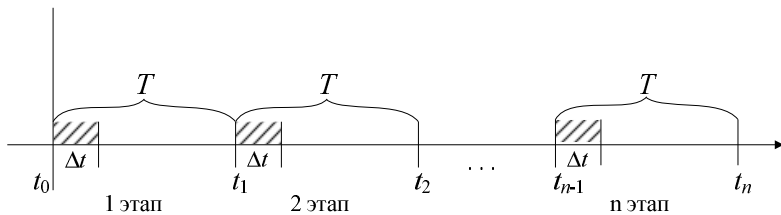


Рис. 1. Этапы процесса реабилитации

Особое значение имеет первый этап, который характеризуется:

– моментом времени t_0 – моментом поступления ребенка и промежутком времени Δt – временем комплексного обследования состояния ребенка, предварительной оценки степени индивидуального развития.

– разработкой управляющих воздействий в форме ИПР, реализация которой начинается в момент времени $t_0 + \Delta t$.

Моменты времени $t_n = t_0 + nT$ характеризуют начало n -го этапа. Временной интервал Δt обязательно включает стадию текущей оценки степени индивидуального развития. При адаптивном и многоэтапном процессе реабилитации стадия коррекции ИПР может быть включена во все последующие этапы.

Реализация ИПР может состоять в общем случае из n этапов, при этом если n -й этап заключительный, т.е. после него прекращается активное воздействие ИПР, то может осуществляться мониторинг постреабилитационных этапов в моменты времени t_{n+1}, t_{n+2}, \dots .

Не умаляя общности модели, будем считать, что временной промежуток Δt является постоянным и разумным по величине. Для того чтобы всю результирующую информацию, получаемую на этом промежутке, отнести на момент времени t_n ($n \in \{0, 1, 2, \dots\}$), Δt должен быть достаточно малым. Учитывая важность этого промежутка, к нему предъявляются особые требования по информированности и оперативности, методическому и приборному обеспечению.

В данной работе рассматриваются наиболее часто встречающиеся в настоящее время реабилитационные процессы: одноэтапные и двухэтапные. Одноэтапные процессы включают начальную и конечную оценки состояния ребенка, двухэтапные, кроме указанных, включают одно промежуточное обследование.

3. Моделирование механизма реабилитации

Рассматривая отдельный этап процесса реабилитации ребенка, следует отметить, что он содержит три стадии.

На *первой стадии* проводится оценка состояния ребенка, которая включает медико-психолого-педагогические измерения [23]. Измерения производятся по значительному числу переменных $S(z_1, z_2, \dots, z_m)$. Переменные z_i ($i = 1, \dots, m$) принимают определенные значения в порядковой шкале, которая является наиболее соответствующей типам данных, характеризующих развитие ребенка. Для оценки состояния ребенка при социальной реабилитации в условиях СРЦ г. Кемерово используются 16 показателей [24], представленных в таблице 1.

Таблица 1. Показатели состояния ребенка

№ п/п	Кодировка показателя	Описание
1.	z_1	Состояние регуляторных систем
2.	z_2	Психоэмоциональное состояние
3.	z_3	Общий уровень умственного развития
4.	z_4	Наличие положительных жизненных планов
5.	z_5	Отношение к учебной деятельности
6.	z_6	Развитие полезных знаний, навыков, интересов
7.	z_7	Коллективистские проявления
8.	z_8	Адекватность отношений к педагогическим воздействиям
9.	z_9	Критичность, способность правильно оценивать себя
10.	z_{10}	Самоконтроль, самоанализ
11.	z_{11}	Способность к сопереживанию, эмпатия
12.	z_{12}	Волевые качества
13.	z_{13}	Внешняя культура поведения
14.	z_{14}	Отказ от употребления алкоголя
15.	z_{15}	Отказ от курения
16.	z_{16}	Отказ от сквернословия

Оценка состояния производится специалистами, непосредственно работающими с ребенком. Методика оценки состояния ребенка является стандартной и основана на многочисленных методах медико-психолого-педагогических измерений.

Для визуализации результата измерений в системе реабилитации используется лепестковая диаграмма, на которой кроме полученных данных может быть представлена дополнительная нормативная информация в числовой и интервальной форме [7]. Как правило, вся текущая и нормативная информация по переменным z_i ($i = 1, \dots, m$) переводится в значения из отрезка $[0, 1]$.

В качестве интегрального показателя степени индивидуального развития предлагается использовать взвешенное расстояние Хемминга [11, 16]:

$$(1) \quad X = \sum_{i=1}^m \beta_i |z_i|,$$

где β_i – вес показателя z_i , причем $\sum_{i=1}^m \beta_i = 1$, $0 \leq \beta_i \leq 1$. Введение

весов β_i подчеркивает гибкость подхода, позволяющего рассматривать множество различных и частных целей реабилитации. В данной работе полагается $\beta_i = \frac{1}{m}$ ($i = 1, \dots, m$). Следует

отметить, что формирование состава показателей индивидуального развития z_i ($i = 1, \dots, m$) осуществляется при поступлении ребенка в СРЦ и остается неизменным на протяжении всего реабилитационного и постреабилитационного процесса, если таковой есть.

На *второй стадии* первого этапа осуществляется разработка индивидуальной программы реабилитации на основе анализа полученной оценки состояния ребенка и имеющейся предыстории результатов подобных процессов реабилитации.

На последующих этапах ($n = 1, 2, \dots$) на этой стадии осуществляется относительная оценка действия реализуемой ИПР. Исходными данными для n -го этапа являются оценки степени индивидуального развития ребенка $x(n-1)$, $x(n)$. В этом случае

целесообразно ввести коэффициент действия ИПР $k_{инп}(u, n)$ на n -м этапе:

$$(2) \quad k_{инп}(u, n) = \frac{x(n) - x(n-1)}{x(n)},$$

где u обозначает целенаправленные воздействия, входящие в ИПР. Принимается, что в начальный момент действия ИПР $k_{инп}(u, 0) = 0$.

Из соотношения (2) следует представление:

$$(3) \quad x(n) = x(n-1) + k_{инп}(u, n) \cdot x(n),$$

которое означает, что достигнутая оценка состояния ребенка на n -м этапе зависит от суммы оценки на предыдущем этапе $x(n-1)$ и приращения за счет действия ИПР на n -м этапе (второе слагаемое). В этом случае модельное представление механизма реабилитации на отдельном этапе можно представить в виде следующей блок-схемы (рис. 2).

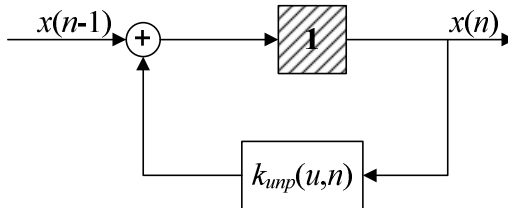


Рис. 2. Блок-схема механизма реабилитации

Рассматривая аналог данного объекта при следующих предположениях: $x(n-1)$, $k_{инп}(u, n)$ являются постоянными на этапе, а вместо элемента с коэффициентом передачи $k = 1$ могут быть использованы аperiodические объекты 1-го и 2-го порядков, тогда согласно [10] представленная блок-схема отражает жесткую положительную обратную связь. Эта связь в данном случае увеличивает коэффициент передачи и инерционность всей системы [10]. Именно эта особенность, которая в большинстве технических систем бесполезна, имеет важное значение для процессов реабилитации.

В отличие от других социальных процессов, процессы реабилитации исследуемого объекта при реализации ИПР, в силу его особенностей, не всегда приводят к положительным результатам. Этот факт отражается в свойствах $k_{инп}(u, n)$, которые следуют из соотношений (2) и (3):

1) если $k_{инп}(u, n) = 1$, то $x(n - 1) = 0$, т.е. все $z_i = 0$ для любого $i = 1, \dots, m$, что фактически невозможно;

2) если $k_{инп}(u, n) = 0$, то $x(n) = x(n - 1)$, т.е. ИПР не изменяет состояние ребенка;

3) если $k_{инп}(u, n) < 0$, то $x(n) < x(n - 1)$, т.е. ИПР не эффективна;

4) если $k_{инп}(u, n) > 1$, то такая ИПР теряет смысл;

5) если $0 < k_{инп}(u, n) < 1$, то ИПР эффективна.

Таким образом, оценив результаты реабилитации, можно скорректировать ИПР так, чтобы она стала более эффективной для данного ребенка.

На *третьей стадии* проводятся реабилитационные медико-психолого-педагогические воздействия, предусмотренные ИПР.

4. Моделирование процесса реабилитации

В результате мониторинга состояния ребенка в начальные моменты каждого этапа имеем некоторую совокупность оценок индивидуального развития $x(0), x(1), \dots, x(n), \dots$, где момент времени $t_0 := 0$ есть начало действия ИПР. Действие конкретной ИПР описывается индикаторной функцией:

$$(4) \quad u(t) = 1(t) = \begin{cases} 1, & \text{если действует ИПР;} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

В работе предполагается, что в процессе реабилитации ИПР, разработанная и принятая на первом этапе, не корректируется. Очевидно, значения $x(n)$ могут содержать погрешности, однако существующие методики оценки медико-психолого-педагогического характера направлены на уменьшение их влияния, поэтому в работе они не учитываются.

При выборе класса моделей процесса реабилитации сделаны следующие предположения:

1) так как действие ИПР определяет ограниченное и малое по величине изменение степени индивидуального развития, то предполагается, что модель относится к классу линейных динамических моделей;

2) в связи с тем, что процесс реабилитации в работе рассматривается на ограниченном временном интервале (1-2 месяца), то модель является стационарной;

3) так как измерения переменных z_i осуществляется, как правило, многими методиками, то предполагается, что полученные значения z_i содержат погрешности малые по величине. В силу этого они не учитываются, т.е. задача идентификации решается в детерминированной постановке (т.е. ни структура, ни значения параметров неизвестны);

4) длительность переходного процесса реабилитации определяется экспертно и для одноэтапных процессов ограничиваются, как правило, одним месяцем, а для двухэтапных процессов – двумя месяцами. Сложность и высокая стоимость проведения комплексного обследования ребенка приводит к малому количеству измерений.

Так как ИПР при своем действии может привести к непредсказуемым реакциям ребенка, то другие предположения о структуре модели не имеют место. Следует заметить, что определяемая структура модели существенно зависит от количества исходных данных.

Задача построения математической модели процесса реабилитации сводится к решению задачи структурно-параметрической идентификации динамического процесса по измерениям в равноотстоящие моменты времени. В силу индивидуальных особенностей объекта исследования и действия ИПР, структуру модели вряд ли удастся определить, поэтому поставленная задача решается с помощью метода SP-идентификации на основе теории непрерывных дробей [6, 9, 14].

Кратко сущность данного подхода сводится к следующему:

1. Формально записывается передаточная функция объекта для имеющегося динамического процесса [13].

$$(5) \quad G(z, T) \stackrel{\Delta}{=} \frac{X(z, T)}{U(z, T)} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} x(n) \cdot z^{-n}}{\sum_{n=0}^{\infty} u(n) \cdot z^{-n}},$$

где $X(z, T)$, $U(z, T)$ – Z-преобразования выходной и входной временной последовательности $\{x(n), u(n)\}$, $n \in \{0, 1, 2, \dots\}$ соответственно; z – переменная Z-преобразования; T – период дискретизации, равный времени между двумя последовательными измерениями ($T = \text{const}$). Заметим [13], что z^{-1} часто трактуется как оператор обратного временного сдвига $z^{-1}(f(k)) = f(k - 1)$.

Понятно, что в соотношении (5) ряды в числителе и в знаменателе взаимосвязаны (так как отражают индивидуальность характеристик исследуемого объекта), поэтому отдельно эти формальные ряды исследовать нельзя.

2. Для совместного анализа рядов строится идентифицирующая матрица, получаемая из алгоритма В. Висковатова (начало XIX века [8]):

$$(6) \quad \begin{matrix} (-1) \text{ строка} \\ 0 \text{ строка} \\ 1 \text{ строка} \\ \vdots \\ m \text{ строка} \end{matrix} \left(\begin{array}{cccccc} u(0) & u(1) & u(2) & \dots & u(n) & \dots \\ x(0) & x(1) & x(2) & \dots & x(n) & \dots \\ \alpha_1(0) & \alpha_1(1) & \alpha_1(2) & \dots & \alpha_1(n) & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_m(0) & \alpha_m(1) & \alpha_m(2) & \dots & \alpha_m(n) & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{array} \right),$$

где исходные данные $\{x(n), u(n)\}$ образуют первые две строки, а все другие элементы матрицы (6) рассчитываются по следующему рекуррентному соотношению [14]:

$$(7) \quad \alpha_m(n) = \frac{\alpha_{m-2}(n+1)}{\alpha_{m-2}(0)} - \frac{\alpha_{m-1}(n+1)}{\alpha_{m-1}(0)},$$

где $m \in N$, $n \in \{0, 1, 2, \dots\}$. Заметим, что если в нулевой строке первые k элементов нулевые, то осуществляется сдвиг строки на

k элементов (первый элемент строки не должен быть равен нулю).

3. Первый столбец идентифицирующей матрицы образует непрерывную дробь, свойства которой отражают причинно-следственные характеристики объекта [6, 9]:

$$(8) \quad G(z, T) = \frac{\alpha_0(0)}{1 + \frac{\alpha_1(0)z^{-1}}{1 + \frac{\alpha_2(0)z^{-1}}{1 + \dots}}},$$

где $\alpha_o(0) = \frac{x(0)}{u(0)}$.

Непрерывная дробь (8) порождает последовательность конечных непрерывных дробей m -го порядка:

$$(9) \quad G(z, T) = \frac{\alpha_0(0)}{1 + \frac{\alpha_1(0)z^{-1}}{1 + \frac{\alpha_2(0)z^{-1}}{\ddots}} \frac{\alpha_m(0)z^{-1}}{1 + \alpha_m z^{-1}}}.$$

Так, например, для линейного стационарного динамического объекта m -го порядка элементы $m + 1$ строки идентифицирующей матрицы (6) равны нулю [6]. Полная классификация возможных представлений с помощью конечных непрерывных дробей приводится в [9].

4. Сворачивая конечную непрерывную дробь алгоритмом «снизу-вверх», получаем представление передаточной функции в виде отношения многочленов k -го порядка:

$$(10) \quad G(z, T) = \frac{P_k(z, T)}{Q_k(z, T)}.$$

Эта передаточная функция порождает математическую модель в форме разностного уравнения.

Из структуры идентифицирующей матрицы (не затрагивая выбор периода дискретизации T) следует, что минимальное число наблюдений для апериодического объекта 1-го порядка равно трем, для второго порядка – пяти наблюдениям и т. д. [8]. В том случае, когда количество наблюдений не соответствует

порядку модели (это характерно для процессов реабилитации), то можно аппроксимировать модель ее приближенной моделью меньшего порядка. Это приближение следует из свойства непрерывных дробей принимать значения исходных данных [10].

Изложенный подход теоретически обоснован и практически апробирован для различных динамических процессов и объектов. В случае достаточного числа исходных данных осуществляется идентификация динамических объектов высокого порядка, объектов с временным запаздыванием, неминимально-фазовых объектов, неустойчивых объектов и т. п. [5, 6, 89]

Следует заметить, что эту методику можно применять и для моделирования значений $k_{инп}(u, n)$ по имеющимся расчетным данным.

5. Модельные исследования одноэтапного процесса реабилитации

Как отмечалось ранее, в практике СРЦ реализуется одноэтапный процесс реабилитации, т.е. исходными данными являются $x(0)$ и $x(1)$. Если время действия ИПР T велико, то фактически $x(1)$ будет соответствовать максимально возможному установившемуся значению. Можно ожидать, что в связи с неучетом инерционности объекта эта модель будет грубой и позволит лишь оценить верхнюю и нижнюю границы возможностей ИПР для конкретного ребенка.

Пример 1. Объект – ребенок 12 лет. Начальное и конечное значение показателя степени индивидуального развития представлены в таблице 2.

Таблица 2. Значения степени индивидуального развития

	t_0	t_1
Значения $x(n)$	0,61	0,69

Визуализация мониторинговых исследований приведена на рис. 3.

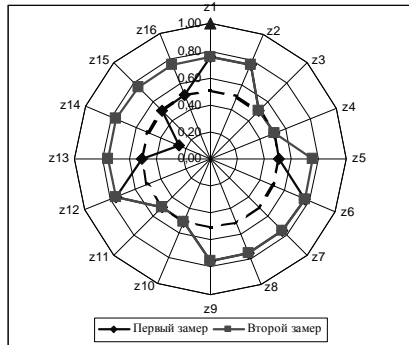


Рис. 3. Результаты мониторинга

Эффективность программы реабилитации $k_{инр}(u, 1) = 0,116$.

Идентифицирующая матрица принимает следующий вид:

	t_0	t_1	t_2
u	1	1	-
x	0,61	0,69	
a_1	-0,13		

Элементы первого столбца позволяют получить дискретную передаточную функцию объекта:

$$(11) G(z) = \frac{0,61}{1 - 0,13z^{-1}},$$

которая порождает дискретную модель объекта:

$$(12) x(n) = 0,61u(n) + 0,13x(n - 1),$$

где $n \in N$. Проведем модельные исследования объекта для двух случаев: если постреабилитационный период отсутствует (т.е. действие ИПР прекращается сразу после курса реабилитации) и если действие ИПР продолжается в постреабилитационный период.

В первом случае положим $u(2) = u(3) = \dots = u(k) = 0$. Тогда получим следующие модельные значения (таблица 3).

Таблица 3. Модельные значения индивидуального развития

	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5
Модельные значения $x(n)$	0,61	0,689	0,09	0,01	0,0013	0

Рис. 4 иллюстрирует поведение модельного объекта.

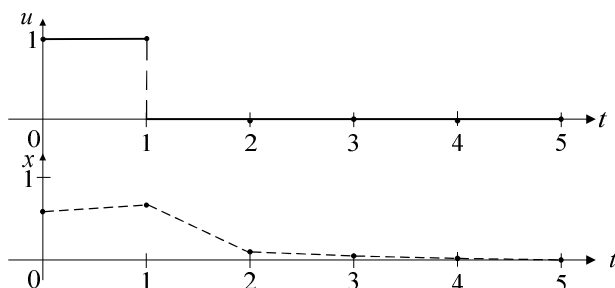


Рис. 4. Результаты моделирования

Анализ результатов моделирования позволяет сделать вывод, что процесс реабилитации обладает инерционностью: значения $x(n)$ некоторое время сохраняют положительное значение, постепенно приближаясь к нулевым значениям. Однако реальный объект (ребенок) не может обладать характеристикой, равной нулю. Поэтому данный случай описывает лишь нижнюю границу возможных значений реального объекта, иллюстрируя при этом инерционность процесса реабилитации.

Во **втором случае** положим $u(2) = u(3) = \dots = u(k) = 1$, т.е. действие программы реабилитации продолжается и в постреабилитационном периоде. Модельные значения представлены в таблице 4.

Таблица 4. Модельные значения индивидуального развития

	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4
Модельные значения $x(n)$	0,61	0,689	0,7	0,7	0,7

Рис. 5 иллюстрирует поведение модельного объекта.

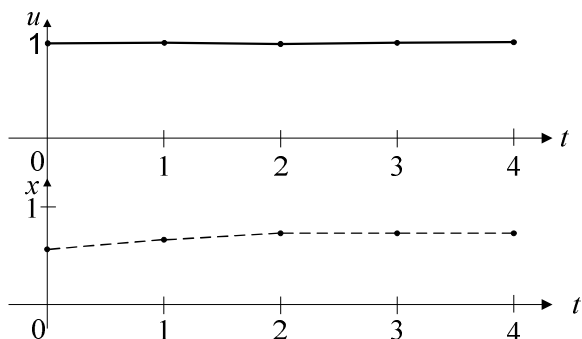


Рис. 5. Результаты моделирования

Результаты моделирования процесса с учетом постреабилитационного сопровождения показывают, что объект обладает свойством насыщения: достигнув определенного значения, которое можно интерпретировать как максимально ожидаемый результат реабилитационных воздействий, его изменение останавливается.

Объединяя результаты, полученные при моделировании первого и второго случая, можно получить пороговые значения показателя степени индивидуального развития, как бы «коридор» развития ребенка при реализации для него данной ИПР (рис. 6).

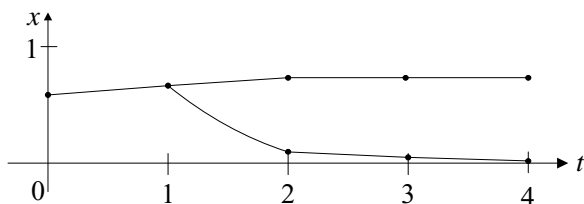


Рис. 6. Результаты модельных исследований

Таким образом, проведенные модельные исследования позволяют сделать следующие выводы:

1. Одноэтапные модели реабилитации могут быть охарактеризованы максимально ожидаемым результатом реабилитационных воздействий.

2. С помощью построенной модели можно осуществить интервальный прогноз развития ребенка, так как можно определить максимальное и минимальное значение показателя степени индивидуального развития.

6. Модельные исследования двухэтапного процесса реабилитации

Рассматривая наиболее часто встречающиеся в деятельности СРЦ двухэтапные реабилитационные процессы, которые включают три оценки состояния ребенка: $x(0)$, $x(1)$ и $x(2)$, можно получить приближенную модель в форме модели апериодического объекта первого порядка, а значит определить такие свойства реабилитационного процесса, как коэффициент усиления и инерционность. Такая аппроксимация вполне соответствует модели механизма реабилитации на отдельном этапе.

Полученную начальную модель можно использовать для моделирования процесса в последующие этапы реабилитации. Если в постреабилитационном периоде появляются новые оценки состояния ребенка, то, добавляя их в идентифицирующую матрицу, можно уточнять структуру и параметры математической модели.

Пример 2. Объект исследования – ребенок 15 лет, значения интегрального показателя степени индивидуального развития представлены в таблице 5.

Таблица 5. Значения степени индивидуального развития

	t_0	t_1	t_2
Значения $x(n)$	0,5	0,61	0,66

Визуализация мониторинговых исследований приведена на рис. 7.

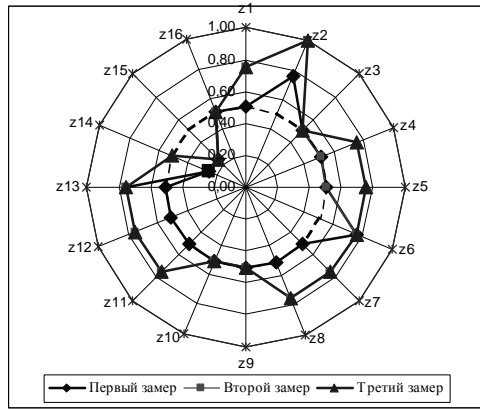


Рис. 7. Результаты мониторинга

Идентифицирующая матрица принимает следующий вид:

	t_0	t_1	t_2	t_3
u	1	1	1	-
x	0,5	0,61	0,66	
a_1	-0,22	-0,32		
a_2	-0,23			

Элементы первого столбца позволяют получить дискретную передаточную функцию объекта:

$$(13) G(z) = \frac{0,5}{1 - \frac{0,22z^{-1}}{1 - 0,23z^{-1}}} = \frac{0,5(1 - 0,23z^{-1})}{1 - 0,45z^{-1}},$$

которая порождает дискретную модель объекта ($n \in N$):

$$(14) x(n) = 0,45x(n - 1) + 0,5u(n) - 0,11u(n - 1).$$

Проведем модельные исследования объекта для двух случаев: если постреабилитационный период отсутствует (т.е. действие ИПР прекращается сразу после курса реабилитации) и если действие ИПР продолжается в постреабилитационный период.

В первом случае положим $u(3) = u(4) = \dots = u(k) = 0$. Тогда, используя дискретную модель объекта (14), получим следующие модельные значения (таблица 6).

Таблица 6. Модельные значения индивидуального развития

	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6
Модельные значения $x(n)$	0,5	0,61	0,66	0,19	0,09	0,04	0,01

Рис. 8 иллюстрирует развитие модельного объекта.

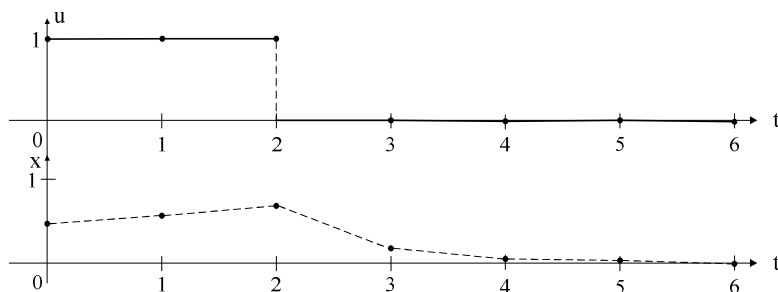


Рис. 8. Результаты моделирования

Результаты исследования иллюстрируют инерционность процесса реабилитации: даже при прекращении реабилитационных воздействий некоторое время сохраняется положительное состояние изучаемого объекта, постепенно стремящееся к нулевому значению. Данные, полученные при моделировании, описывают лишь нижнюю границу возможных значений показателя степени индивидуального развития.

Предположим, что действие ИПР не заканчивается после срока реабилитации, а продолжается в постреабилитационном периоде. Во втором случае положим $u(3) = u(4) = \dots = u(k) = 1$. Рассчитаем модельные значения развития ребенка, используя дискретную модель объекта (14) (таблица 7).

Таблица 7. Модельные значения индивидуального развития

	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6
Модельные значения $x(n)$	0,5	0,61	0,66	0,68	0,69	0,7	0,7

Результаты моделирования представлены на рис. 9.

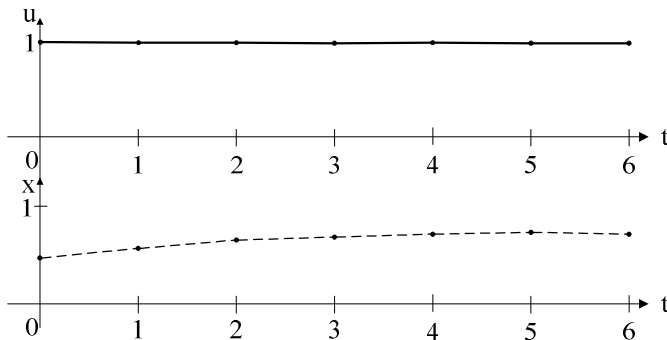


Рис. 9. Модельные значения индивидуального развития ребенка

Пример иллюстрирует инерционное поведение объекта под воздействием ИПР: при достаточно длительном воздействии значение показателя степени индивидуального развития выходит на максимально ожидаемый результат.

Таким образом, проведенные модельные исследования позволяют сделать следующие выводы:

1. Двухэтапные модели реабилитации учитывают инерционность процесса реабилитации.
2. Так же как и в случае с одноэтапными моделями можно определить максимально ожидаемый результат реабилитационных воздействий.
3. Инерционность объекта дает возможность прогнозировать значение индивидуального развития ребенка на один шаг вперед при продолжении реабилитационных воздействий.

Имея модель объекта, можно прогнозировать его дальнейшее поведение, рассчитать оптимальное время воздействия программы, максимальный ожидаемый результат реабилитационных воздействий, давать прогноз дальнейшей оценки состояния ребенка.

Также для двухэтапного процесса реабилитации можно построить модель, описывающую изменения коэффициента действия программы реабилитации $k_{unp}(u, n)$. Построим дискретную модель изменения коэффициента действия программы реабилитации в процессе реабилитации ребенка (используя данные примера 2).

Пример 3. Эффективность программы реабилитации, определяемая по формуле (2), в начале действия программы $k_{unp}(u, 0) = 0$; на первом и втором этапе соответственно равна: $k_{unp}(u, 1) = 0,18$; $k_{unp}(u, 2) = 0,076$. Пользуясь модельными значениями, полученными в примере 2, найдем эффективность программы в постреабилитационный период: $k_{unp}(u, 3) = 0,029$.

Идентифицирующая матрица $k_{unp}(u, n)$ примет вид:

	t_0	t_1	t_2	t_3
u	1	1	1	1
k_{unp}	0	0,18	0,076	0,029
k_{unp}	0,18	0,076	0,029	-
a_1	0,58	0,84	-	
a_2	-1,028	-		

Так как $k_{unp}(u, 0) = 0$, то, по правилу, сформулированному в [6], нулевая строка сдвигается на один элемент влево. Элементы первого столбца определяют дискретную передаточную функцию объекта:

$$(15) \quad G(z) = \frac{0,18z^{-1}}{1 + \frac{0,58z^{-1}}{1 - 1,028z^{-1}}} = \frac{0,18z^{-1} - 0,185z^{-2}}{1 - 0,448z^{-1}},$$

которая позволяет перейти к дискретной модели изменения $k_{unp}(u, n)$ ($n \in N$):

$$(16) k_{инр}(n) = 0,448k_{инр}(n - 1) + 0,18u(n - 1) - 0,185u(n - 2).$$

Допуская, что действие программы продолжается в постреабилитационный период, можно смоделировать изменения коэффициента $k_{инр}(u, n)$ для выбранного объекта, используя дискретную модель (16) (таблица 8).

Таблица 8. Модельные значения коэффициента действия программы реабилитации

$k_{инр}(u, n)$	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6
Модельные значения	0	0,18	0,076	0,029	0,008	-0,001	-0,006

График, представленный на рис. 10, иллюстрирует результаты, полученные при модельном исследовании.

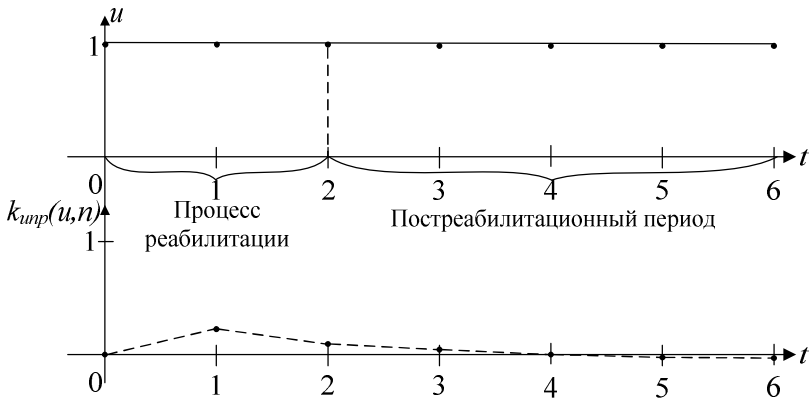


Рис. 10. Результаты модельных исследований

Анализ результатов модельных исследований позволяет сделать вывод, что программа реабилитации наиболее эффективна на первом этапе реабилитации. В дальнейшем ее эффективность постепенно снижается, и при насыщении (выходе на максимально ожидаемое значение показателя степени индиви-

дуального развития) значение эффекта становится близким к нулю.

Как уже отмечалось в пункте 3, эффективность программы реабилитации может быть и отрицательной. Проведем модельные исследования объекта в случае, когда при реализации двух-этапной модели реабилитации ИПР оказалась неэффективна.

Пример 4. Объект исследования – ребенок 14 лет, результаты начального, среднего и конечного значений интегрального показателя степени индивидуального развития представлены в таблице 9.

Таблица 9. Значения степени индивидуального развития

	t_0	t_1	t_2
Значения $x(n)$	0,59	0,55	0,52

Идентифицирующая матрица принимает следующий вид:

	t_0	t_1	t_2	t_3
u	1	1	1	-
x	0,59	0,55	0,52	
a_1	0,068	0,12		
a_2	-0,83			

Элементы первого столбца позволяют получить дискретную передаточную функцию объекта:

$$(17) \quad G(z) = \frac{0,59}{1 + \frac{0,068z^{-1}}{1 - 0,83z^{-1}}} = \frac{0,59 - 0,49z^{-1}}{1 - 0,762z^{-1}},$$

которая порождает дискретную модель объекта ($n \in N$):

$$(18) \quad x(n) = 0,762x(n - 1) + 0,59u(n) - 0,49u(n - 1).$$

Предположим, что действие ИПР не заканчивается после срока реабилитации, а продолжается в постреабилитационном периоде. Положим $u(3) = u(4) = \dots = u(k) = 1$. Рассчитаем модельные значения индивидуального развития ребенка, используя модель объекта (18) (таблица 10).

Таблица 10. Модельные значения индивидуального развития

	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6
Модельные значения $x(\underline{n})$	0,59	0,55	0,52	0,5	0,48	0,47	0,46

Результаты моделирования представлены на рис. 11.

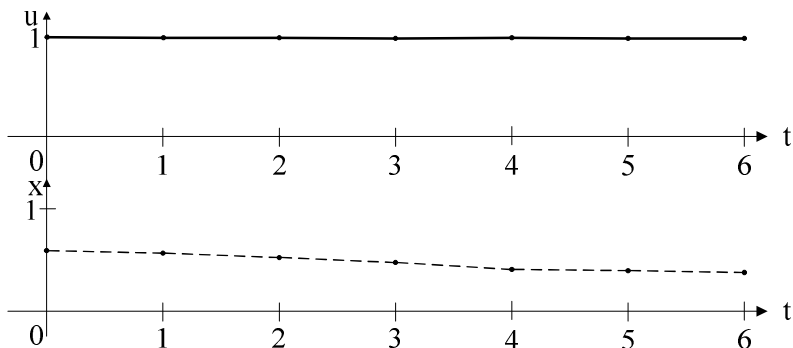


Рис. 11. Модельные значения индивидуального развития ребенка

Таким образом, при достаточно длительном воздействии даже неэффективной реабилитационной программы значение показателя степени индивидуального развития стабилизируется, иллюстрируя тем самым инерционность процесса реабилитации.

Рассмотрим изменение коэффициента действия данной программы реабилитации, проведя модельные исследования. Эффективность программы реабилитации, определяемая по формуле (2), в начале действия программы $k_{инп}(u, 0) = 0$; на первом и втором этапе соответственно: $k_{инп}(u, 1) = -0,073$; $k_{инп}(u, 2) = -0,058$. Пользуясь значениями, представленными в таблице 10, найдем эффективность программы в постреабилитационный период: $k_{инп}(u, 3) = -0,04$.

Идентифицирующая матрица $k_{инп}(u, n)$ примет вид:

	t_0	t_1	t_2	t_3
u	1	1	1	1
k_{unp}	0	-0,073	-0,058	-0,04
k_{unp}	-0,073	-0,058	-0,04	-
a_1	0,205	0,452	-	
a_2	-1,41	-		

Элементы первого столбца позволяют получить дискретную передаточную функцию объекта:

$$(19) G(z) = \frac{-0,073z^{-1}}{1 + \frac{0,205z^{-1}}{1 - 1,41z^{-1}}} = \frac{-0,073z^{-1} + 0,103z^{-2}}{1 - 1,205z^{-1}},$$

которая позволяет перейти к дискретной модели изменения $k_{unp}(u, n)$ ($n \in N$):

$$(20) k_{unp}(u, n) = 1,205k_{unp}(n - 1) - 0,073u(n - 1) + 0,103u(n - 2).$$

Допуская, что действие программы продолжается в постреабилитационный период, можно смоделировать изменения коэффициента $k_{unp}(u, n)$ для выбранного объекта, используя дискретную модель (20) (таблица 11).

Таблица 11. Модельные значения коэффициента действия программы реабилитации

$k_{unp}(u, n)$	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6
Модельные значения	0	-0,073	-0,058	-0,04	-0,02	0	0,03

График, представленный на рис. 12, иллюстрирует результаты, полученные при модельном исследовании.

Проведенные модельные исследования позволяют сделать следующий вывод: в случае, если в первый момент времени не наблюдается возрастания значения $k_{unp}(u, n)$, то ИПР для данного ребенка неэффективна и нуждается в коррекции. Однако,

даже при неэффективной ИПР, происходит со временем стабилизация в оценке состояния ребенка.



Рис. 12. Результаты модельных исследований

По итогам модельных исследований можно сделать качественное заключение: коэффициент действия для эффективной ИПР должен представлять собой непрерывную функцию, положительную на конечном отрезке (рис. 13).

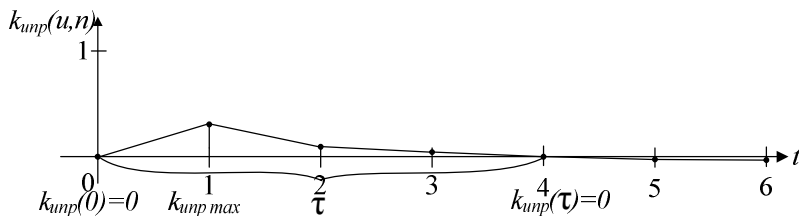


Рис. 13. Развитие коэффициента программы реабилитации

Эффективность ИПР характеризуется двумя показателями: максимальным значением коэффициента действия программы реабилитации ($k_{инп \max}$) и временем эффективного воздействия (t), определяемым между начальным и конечным нулевыми значениями коэффициента $k_{инп}(u, n)$.

Таким образом, проведенные модельные исследования показали, что коэффициент действия программы реабилитации также обладает инерционностью, что позволяет говорить о пролонгированном действии реабилитации.

7. Заключение

По результатам проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

1. В работе предложена модель механизма реабилитации, основанная на жесткой обратной положительной связи. Этот механизм позволяет ввести на каждом этапе коэффициент действия ИПР, позволяющий оценить ее эффективность.

2. Используя данные мониторинговых исследований определяется модель процесса реабилитации, которая получается в результате решения задачи структурно-параметрической идентификации на основе теории непрерывных дробей.

3. Предложена методика оценки эффективности ИПР, включающая построение модели процесса реабилитации, на основе которого определяются значения $k_{инп}(u, n)$ на каждом этапе. Используя полученные оценки в качестве исходных данных осуществляется построение модели изменения коэффициента в процессе реабилитации.

4. Примеры иллюстрируют возможность применения предложенной методики в процессе принятия решений при индивидуальной реабилитации.

Литература

1. БАТИЩЕВ Д. И., ШАПОШНИКОВ Д. Е. *Многокритериальный выбор с учетом индивидуальных предпочтений*. – Г.: ИПФ, 1994. – 90 с.
2. БУРЯК Ю. И., ИНСАРОВ В. В., КАЛИНИН В. Л. *Формирование управленческих решений в организационных системах на основе моделирования их деятельности // Известия РАН. Теория и системы управления*. – 2008. – № 1. – С. 158-171.

3. ВОРОНИН А. А., ГУБКО М. В., МИШИН С. П., НОВИКОВ Д. А. *Математические модели организаций: учебное пособие.* – М.: ЛЕНАНД, 2008. – 360 с.
4. ЖИЛИНА Н. А., ЧЕЧЕНИН Г. И., САПРЫКИНА Т. В. *Автоматизированная система социально-гигиенического мониторинга здоровья и среды обитания - инструмент принятия научно обоснованных решений: монография.* – Новокузнецк: МОУ ДПО ИПК, 2005. – 159 с.
5. КАРТАШОВ В. Я. *Цифровые системы контроля с идентификацией динамических свойств и характеристик сложных объектов:* Дис. д-ра тех. наук. – Кемерово, 1997. – 478 с.
6. КАРТАШОВ В. Я. *Анализ и исследование аппроксимационных свойств непрерывных дробей при решении задачи структурно-параметрической идентификации динамических объектов // Препринт №22.* – Барнаул, 1996. – 40 с.
7. КАРТАШОВ В. Я., КАГАКИНА Е. А., ЮДИНА А. И., ХОРОШЕВА Т. А. *Научно-методические рекомендации по оценке эффективности индивидуальных программ реабилитации в условиях организаций социальной защиты, работающих с семьей и детьми, оказавшимися в трудной жизненной ситуации.* – Кемерово: КемГУ, 2008. – 14 с.
8. КАРТАШОВ В. Я. *Непрерывные дроби (определения и свойства): учебное пособие.* – Кемерово: КемГУ, 1999. – 88 с.
9. КАРТАШОВА Л. В., КАРТАШОВ В. Я. *Построение причинно-следственных моделей социально-экономических процессов: монография.* – Томск: Издательство Томского государственного педагогического университета, 2008. – 156 с.
10. МАКАРОВ И. М., МЕНСКИЙ Б. П. *Линейные автоматические системы (элементы теории, методы расчета и справочный материал).* – М.: Машиностроение, 1982. – 504 с.
11. НАСЛЕДОВ А. Д. *Математические методы психологического исследования. Анализ и интерпретация данных: учебное пособие.* – СПб.: Речь, 2004. – 392 с.

12. НОВИКОВ Д. А., ГЛОТОВА Н. П. *Модели и механизмы управления образовательными сетями и комплексами*. – М.: Институт управления образованием РАО, 2004. – 142 с.
13. ОСТРЕМ К., ВИТТЕНМАРК Б. *Системы управления с ЭВМ*. – М.: Мир, 1987. – 480 с.
14. Карташов В. Я., Инденко О. Н., Александров А. В. *Способ идентификации линейного объекта* // Патент РФ №2189621. 2002. Бюл. № 26.
15. ПЛОТИНСКИЙ Ю. М. *Математическое моделирование динамики социальных процессов: учебное пособие*. – Москва: Издательство Московского государственного университета (МГУ). – 1992. – 133 с.
16. *Прикладная статистика: Классификация и снижение размерности: справ. изд.* / С. А. Айвазян, В. М. Бухштабер, И. С. Енюков, Л. Д. Мешалкин; под ред. С. А. Айвазяна. – М.: Финансы и статистика, 1989. – 607 с.
17. РАЙЦИН В. Я. *Моделирование социальных процессов: учебник*. – М.: Экзамен, 2005. – 189 с.
18. *Реабилитация социально дезадаптированных детей и подростков: краткий словарь для сотрудников специализированных учреждений социальной реабилитации несовершеннолетних* / сост.: Г. М. Ивашенко, В. Н. Бушуев, при участии В. И. Ширинского. – М.: НИИ семьи, 1998. – 28 с.
19. *Теория управления: учебник*. / под общей редакцией А. Л. Гапоненко и А. П. Панкрухин . – 2-е издание. – М.: Российская академия государственной службы (РАГС), 2005. – 558 с.
20. ТОЛСТОВА Ю. Н. *Математико-статистические модели в социологии*. / 2-е изд. Серия «Учебники ВШЭ». – М.: ГУ ВШЭ, 2008. – 244 с.
21. ТРАЙНЕВ В. А., ТРАЙНЕВ О. В. *Параметрические модели в экспертных методах оценки при принятии решений*. – М.: Прометей, 2003. – 232 с.
22. ТРАХТЕНГЕРЦ Э. А. *Возможности и реализация компьютерных систем поддержки принятия решений* // Известия

академии наук. Теория и системы управления. – 2001. – № 3. – С. 86-113.

23. ХОРОШЕВА Т. А. *Разработка системы мониторинга параметров индивидуального развития ребенка в Социально-реабилитационном центре г. Кемерово* // Методы и алгоритмы прикладной математики в технике, медицине и экономике: сборник научных трудов Международной научно-практической конференции. – Новочеркасск, 2007. – С. 50-54.
24. ЮДИНА А. И. *Педагогическое сопровождение социализации подростков, попавших в трудную жизненную ситуацию*: Автореферат дис. канд. пед. наук. – Кемерово, 2006. – 26 с.

MODELS OF ALGORITHM AND PROCESS OF SOCIAL REHABILITATION (CASE OF "RISK GROUP" CHILDREN)

Vladimir Kartashov, Kemerovo State University, Doctor of Science, professor (Kemerovo, Tereshkovoy st., 40, (3842) 54-25-09)

Tatiana Khorosheva, applicant (tkhorosheva@yandex.ru)

Abstract: The processes of social rehabilitation are complex guided dynamic processes. Their complexity is determined by the nature of the subject including the complex rating system of subject states in rehabilitation process and high monitoring costs. The research describes calculation of efficiency rating of individual rehabilitation programs based on the algorithm and the rehabilitation process models. Model is built on the basis of structural-parametric identification by input-output measures. Proposed method is implemented for rehabilitation of children from "risk group".

Key words: algorithm and process of rehabilitation, positive feedback, efficiency rating.

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии Я.И. Петрикевич.

СТРУКТУРА ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

Новиков Д. А.¹

*(Учреждение Российской академии наук
Институт проблем управления РАН, Москва)*

Рассмотрена структура теории управления социально-экономическими системами, компонентами которой являются: предметы управления; схема управленческой деятельности; критерии эффективности управления; методы (виды), типы, формы, условия, средства, функции, принципы, задачи и механизмы управления

Ключевые слова: теория, социально-экономическая система, организация.

1. Введение

Теорией называется форма организации достоверного научного знания о некоторой совокупности объектов, представляющая собой систему взаимосвязанных утверждений и доказательств и содержащая методы объяснения и предсказания явлений и процессов данной предметной области, т. е. всех явлений и процессов, описываемых данной теорией. Любая научная теория состоит, во-первых, из взаимосвязанных структурных компонентов. Во-вторых, любая теория имеет в своем исходном базисе центральный системообразующий элемент [27].

Основной методологический результат настоящей работы включает два положения:

¹ *Дмитрий Александрович Новиков, доктор технических наук, профессор, член-корреспондент РАН (novikov@ipu.ru).*

Центральным системообразующим элементом теории управления социально-экономическими системами (СЭС) является категория¹ «организации»;

Структурными компонентами теории управления СЭС являются (см. рис. 12):

- задачи управления;
- схема управленческой деятельности;
- условия управления;
- типы управления;
- предметы управления;
- виды (методы) управления;
- формы управления;
- средства управления;
- функции управления;
- факторы, влияющие на эффективность управления;
- принципы управления;
- механизмы управления.

Задачи управления рассматриваются во втором разделе настоящей работы; схема управленческой деятельности и условия управления – в третьем; типы, предметы, методы, формы, средства и функции управления – в четвертом; остальные структурные компоненты теории – в пятом разделе.

Глобальной целью работы является краткое систематическое описание компонент и структуры теории управления СЭС.

¹ В соответствии с Философским энциклопедическим словарем, категория (греч. *katēgoria* – высказывание, обвинение; признак) – предельно общее понятие. Образуется как последний результат отвлечения (абстрагирования) от предметов их особенных признаков. Для него уже не существует более общего, родового понятия, и, вместе с тем, он обладает минимальным содержанием, т.е. фиксирует минимум признаков охватываемых предметов. Однако это такое содержание, которое отображает фундаментальные, наиболее существенные связи и отношения объективной действительности и познания. Своя система категорий присуща каждой конкретной науке.

2. Комплекс задач управления

Комплекс задач управления СЭС приведен на рис. 1. Этот комплекс включает себя следующие компоненты.

Мониторинг и анализ текущего состояния СЭС, который необходим для получения той «точки отсчета», относительно которой будет оцениваться развитие СЭС с учетом управляющих воздействий или без таковых. Сравнение текущего состояния СЭС с теми представлениями, которые отражают ее «идеальное состояние», позволяют в первом приближении оценивать текущую эффективность ее функционирования.



Рис. 1. Управленческий цикл (комплекс задач управления СЭС)

Прогноз развития СЭС, проводимый без учета управляющих воздействий, позволяет судить о том, какова будет динамика поведения СЭС, и насколько она будет удаляться или приближаться к «идеальному состоянию», если не предпринимать никаких дополнительных мер.

Целеполагание подразумевает формулировку общих целей развития, а также критериев эффективности, отражающих соответствие настоящего и/или будущего состояния СЭС целям ее развития.

На этапе *планирования* (в узком смысле) осуществляется определение набора конкретных *задач* – действий, мероприятий и т.д., которые позволяют достичь или максимально приблизиться к поставленным целям в существующих или прогнозируемых условиях.

Определенный в результате планирования набор мероприятий требует, помимо *распределения функций* между участниками системы, соответствующего *обеспечения ресурсами*, включая мотивационные, финансовые, кадровые, информационные и другие ресурсы, что является одной из основных обеспечивающих функций управления развитием СЭС. Также, естественно, необходима *мотивация* (стимулирование) персонала, задействованного в реализации запланированных мероприятий.

Контроль за развитием СЭС заключается в постоянном мониторинге изменений состояния СЭС, вызванных действиями управляемых субъектов, предпринимаемыми в соответствии с планом, а также в выявлении отклонений от плана. Так как развитие СЭС является непрерывным (во времени) процессом, то по мере поступления новой информации (получаемой в результате осуществления функции контроля) о ходе решения задач развития может потребоваться внесение корректирующих воздействий, что составляет суть *оперативного управления*.

По мере завершения каждого из запланированных этапов развития СЭС, включая в том числе (и в первую очередь) весь горизонт планирования, для успешного осуществления следующих этапов необходим *анализ произведенных изменений*, обобщение опыта развития, который должен использоваться при разработке стратегии и тактики дальнейшего управления СЭС.

Перечисленные этапы (соответствующие основным функциям управления – планирование, организация, стимулирование и контроль – см. рис. 11 ниже) могут повторяться, образуя управленческий цикл – см. рис. 1; также возможен временный

возврат к предыдущим этапам и их корректировка (см. пунктирные стрелки на рис. 1).

3. Управленческая деятельность

Изложение материала настоящего раздела имеет следующую структуру. Сначала рассматривается общая схема любой человеческой деятельности (рис. 2), что дает возможность в дальнейшем предложить схему управленческой деятельности (рис. 6). Затем СЭС рассматривается как организационная система, и управление СЭС определяется как деятельность по организации ее деятельности. Вводится определение управления, приводятся постановка и технология решения задач управления. Перечисляются виды и типы управления, его формы, а также функции управления.

Деятельность. Рассмотрим основные *структурные* (процессуальные [22, 37]) *компоненты* любой человеческой деятельности (*деятельность* – целенаправленная активность человека) – см. рис. 2 [6, 27]. Отметим, что речь идет о деятельности как любого отдельного человека, так и коллективного субъекта.

Горизонтальная цепочка (жирные стрелки на рис. 2) «Потребность → мотив → цель → задачи → технология → действие → результат» соответствуют одному «циклу» деятельности. Условно границы субъекта (индивидуального или коллективного) обозначены пунктирным прямоугольником.

Потребности определяются (см. например, [42, с. 518]) как нужда или недостаток в чем-либо, необходимом для поддержания жизнедеятельности организма, человеческой личности, социальной группы, общества в целом. Потребности социальных субъектов – личности, социальных групп и общества в целом – зависят от уровня развития данного общества, а также от специфических социальных условий их деятельности (см. стрелку (1) на рис. 2).

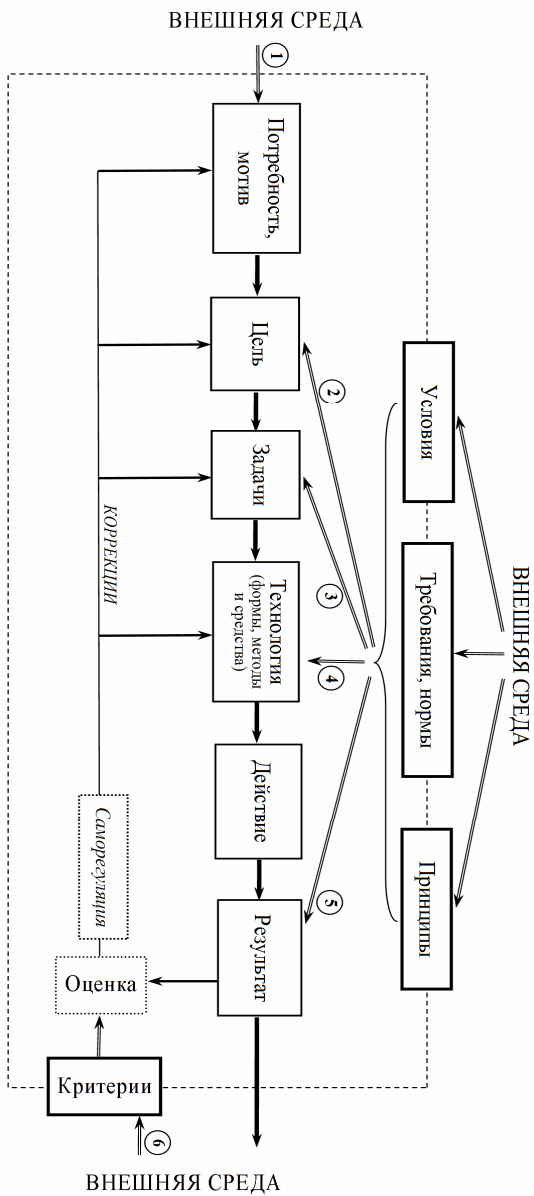


Рис. 2. Структурные компоненты деятельности

Потребности конкретизируются, опредмечиваются в *мотивах*, являющихся побудителями деятельности человека, социальных групп, ради чего она и совершается [42, с. 389-390]. *Мотивация*, т. е. процесс побуждения человека, социальной группы к совершению определенной деятельности (см. стрелку (1) на рис. 2), тех или иных действий, поступков, представляет собой сложный процесс, требующий анализа и оценки альтернатив, выбора и принятия решений.

Мотивы обуславливают определение *цели* как субъективного образа желаемого *результата* ожидаемой деятельности, действия [37, с. 165]. *Цель* занимает особое место в структуре деятельности. Главным является вопрос – кто дает цель? Если цели задаются человеку извне: учащемуся – учителем, специалисту – начальником и т.д., или же человек изо дня в день выполняет однообразную, рутинную работу, то деятельность носит исполнительный, нетворческий характер, и проблемы *целеполагания*, т. е. построения процесса определения цели, не возникает. В случае же продуктивной деятельности – даже относительно нестандартной, а тем более инновационной, творческой деятельности, каковой, в частности, является инновационная деятельность специалиста-практика (педагога, руководителя и т.д.), – цель определяется самим субъектом, и процесс целеполагания становится довольно сложным процессом, имеющим свои собственные стадии и этапы, методы и средства [27].

С учетом условий, требований, норм и принципов деятельности цель конкретизируется в набор *задач*. Далее с учетом выбранной *технологии* (технология – это система условий, форм, методов и средств решения поставленной задачи) выбирается некоторое *действие*, которое с учетом воздействия окружающей среды приводит к определенному *результату* деятельности. Результат деятельности оценивается субъектом по собственным (внутренним) *критериям*, а элементами окружающей среды (другими субъектами) – по своим (внешним по отношению к субъекту) критериям.

Совершенно особое место в структуре деятельности занимают те компоненты, которые в случае индивидуального субъекта называются саморегуляцией, а в случае взаимодействия

субъектов – *управлением* – см. рис. 6. *Саморегуляция* в общем смысле определяется [20] как целесообразное функционирование живых систем. В процессе саморегуляции субъект на основании оценки достигнутых результатов корректирует компоненты своей деятельности (см. тонкие стрелки на рис. 2).

Внешняя среда (см. рис. 2) определяется как совокупность всех объектов/субъектов, не входящих в систему, изменение свойств и/или поведение которых влияет на изучаемую систему, а также тех объектов/субъектов, чьи свойства и/или поведение которых меняются в зависимости от поведения системы [9].

На рис. 2 отдельно выделены факторы, задаваемые внешней (по отношению к данному субъекту деятельности) средой:

– *требования* к деятельности и ее результатам (включая такую важнейшую для СЭС характеристику, как *социальный заказ*);

– *критерии* оценки соответствия результата цели;

– принятые в обществе и в организации *нормы* (правовые, этические, гигиенические и т.п.) и *принципы* деятельности;

– *условия деятельности* (материально-технические, финансовые, информационные и т.п.) будут относиться и к внешней среде, и, в то же время, могут входить в состав самой деятельности, учитывая возможности активного влияния субъекта на создание условий своей деятельности. Инвариантным для любой деятельности, в том числе – управленческой, является следующий набор групп **условий** (см. также рис. 3) [27]:

- мотивационные,
- кадровые,
- материально-технические,
- научно-методические,
- финансовые,
- организационные,
- нормативно-правовые,
- информационные условия.

В первом приближении условия можно разделить на *институциональные* и *ресурсные*. Хотя, конечно, в каждом конкретном случае эти группы условий будут иметь свою специфику.

Таким образом, мы рассмотрели основные характеристики деятельности и ее структурные компоненты. Теперь перейдем непосредственно к управлению. Управленческая деятельность является специфическим (но частным) видом практической деятельности, так как управление – деятельность по организации деятельности (см. ниже и [27]). Следовательно, для того, чтобы понять, что такое управление, необходимо обсудить, что такое «организация».



Рис. 3. Условия деятельности

Организация. Рассмотрим общепринятое содержание понятия «организация» – см. рис. 4. В соответствии с определением, данным в [42, с. 463], «организация»:

1) внутренняя упорядоченность, согласованность взаимодействия более или менее дифференцированных и автономных частей целого, обусловленная его строением;

2) совокупность процессов или действий, ведущих к образованию и совершенствованию взаимосвязей между частями целого;

3) объединение людей, совместно реализующих некоторую программу или цель и действующих на основе определенных процедур и правил», т. е. *механизмов функционирования* – см. [33] (механизм – «система, устройство, определяющее порядок какого-либо вида деятельности» [39, с. 283]).

В соответствии с первым определением организация является свойством, в соответствии со вторым определением – процессом (появления этого свойства), в соответствии с третьим определением – объектом (*организационной системой*), который обладает свойством организации и в котором имеет место процесс организации.

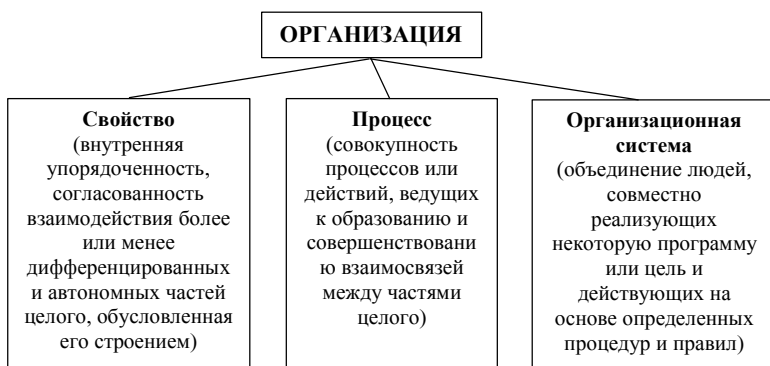


Рис. 4. Определение «организации»

Организованность функционирования любой организационной системы обеспечивается наличием механизмов функционирования – правил и процедур, регламентирующих взаимодействие ее участников. Более узким является понятие *механизма управления* – совокупности процедур¹ принятия управленческих решений (с этой точки зрения «механизм управления» и «процедура управления» являются синонимами). Таким образом, меха-

¹ *Процедурой называется официально установленный, предусмотренный правилами способ и порядок действий при осуществлении, ведении дел, операций, сделок.*

низмы функционирования и механизмы управления определяют, как ведут себя члены организации, и как они принимают решения.

Таким образом, **категория «организации» является** для теории управления СЭС **центральным системообразующим элементом** и важно вдвойне (или даже втройне!), так как, с одной стороны, это понятие задействовано в определении управления (**управление – процесс организации, в результате которого в управляемой системе появляется организация как свойство**), а, с другой стороны, почти любая СЭС (объект управления) **является организационной системой!**

Наличие в организации определенной совокупности «прописанных» механизмов управления привлекательно как с точки зрения управляющего органа – так как позволяет предсказать поведение управляемых субъектов, так и с точки зрения управляемых субъектов – так как делает предсказуемым поведение управляющего органа, что является одним из существенных свойств любой организации как социального института.

Для того чтобы управляющий орган (например, руководитель) выбрал ту или иную процедуру принятия решений (тот или иной механизм управления, т. е. зависимость своих действий от действий управляемых субъектов), он должен уметь предсказывать поведение подчиненных – их реакцию на те или иные управляющие воздействия. Экспериментировать в жизни, применяя на практике различные управляющие воздействия и изучая реакцию подчиненных, неэффективно и почти никогда не представляется возможным. Здесь на помощь приходит *моделирование* – построение и анализ *моделей* (аналогов исследуемых объектов – см. [27, 36, 41]). Имея адекватную модель, можно с ее помощью проанализировать возможные реакции управляемой системы (этап анализа), а затем выбрать (на этапе синтеза) и использовать на практике то управляющее воздействие, которое приводит к требуемой реакции.

Теперь мы имеем все необходимое, чтобы перейти к рассмотрению собственно управления.

Управление. Приведем ряд распространенных определенных термина «управление».

Управление – «элемент, функция организованных систем различной природы: биологических, социальных, технических, обеспечивающая сохранение их определенной структуры, поддержание режима деятельности, реализацию программы, цели деятельности. [42, с. 704; 1, с. 1252]».

Управление – «направление движением кого/чего-нибудь, руководство действиями кого-нибудь» [40, с. 683].

Управление – «воздействие на управляемую систему с целью обеспечения требуемого ее поведения» [33, с. 9].

Существует и множество других определений, в соответствии с которыми управление определяется как: элемент, функция, воздействие, процесс, результат, выбор и т.п.

Не будем претендовать на то, чтобы дать еще одно определение, а лишь подчеркнем, что, если управление осуществляет субъект¹, то управление следует рассматривать как деятельность. Такой подход: управление – вид практической деятельности² (*управленческая деятельность*), многое ставит на свои места – объясняет «многогранность» управления и примиряет между собой различные подходы к определению этого понятия.

Поясним последнее утверждение. Если управление – это деятельность управляющего органа, то осуществление этой деятельности является функцией управляющей системы, процесс управления соответствует процессу деятельности (управленческой), управляющее воздействие – ее результату и т.д. [27].

¹ Этим исключаются из рассмотрения ситуации, в которых управление осуществляет техническая система (так как деятельность имманентна только человеку).

² Трактовка управления как одной из разновидностей практической деятельности кажется неожиданной. Ведь управление традиционно воспринимается как нечто «высокое» и очень общее, однако деятельность управленца организована так же (по тем же общим законам), как и деятельность любого специалиста-практика: учителя, врача, инженера и т.д. Более того, иногда «управление» (*управленческая деятельность*) и «организация» (как процесс, т. е. деятельность по обеспечению свойства организации) рассматриваются рядом положенно.

Другими словами, в СЭС (где и управляющий орган и управляемая система являются субъектами – см. рис. 5) УПРАВЛЕНИЕ ЯВЛЯЕТСЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬЮ (управляющих органов) ПО **ОРГАНИЗАЦИИ** ДЕЯТЕЛЬНОСТИ (управляемых субъектов).

Число «отражений» – кто чью деятельность организует – (уровень «рефлексии») можно наращивать и дальше: с одной стороны, в многоуровневой системе управления деятельность топ-менеджера можно рассматривать как деятельность по организации деятельности его непосредственных подчиненных, которая заключается в организации деятельности их подчиненных и т.д. В том числе, многочисленная армия консультантов (речь идет, прежде всего, об *управленческом консалтинге* – быстро разросшемся в последние годы институте консультантов, консалтинговых, аудиторских и других фирмах) представляет собой специалистов по организации управленческой деятельности.

Постановка и технология решения задач управления. Обсудим качественно общую постановку задачи управления некоторой системой. Пусть имеется управляющий орган (*управляющий субъект, субъект управления* – в терминах теории управления техническими системами) и управляемая система (*объект управления*¹ – в терминах теории управления техническими системами – или *управляемый субъект*). Состояние управляемой системы зависит от внешних воздействий, воздействий со стороны управляющего органа (управления) и, быть может (если объект управления активен, т. е. также является субъектом – что характерно для СЭС), действий самой управляемой системы – см. рис. 5. Задача управляющего органа заключается в том, чтобы осуществить такие управляющие воздействия (жирная линия на рис. 5), чтобы с учетом информации о внешних воздействиях (пунктирная линия на рис. 5) обеспе-

¹ Такая терминология пришла из теории управления техническими системами. Объектом управления может быть и субъект (индивидуальный или коллективный). Например, отдельный сотрудник, или их группа, или структурное подразделение и т.д.

чить требуемое с его точки зрения состояние управляемой системы.

Отметим, что приведенная на рис. 5 так называемая входо-выходная структура является типичной для *теории управления*, изучающей задачи управления системами различной природы.

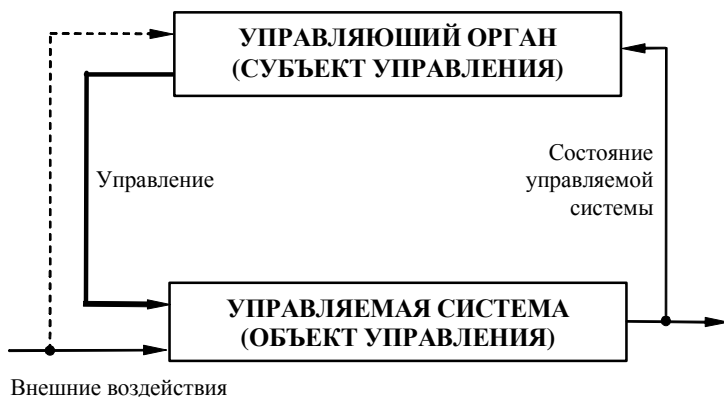


Рис. 5. Структура системы управления

В свою очередь, базовая входо-выходная структура системы управления, приведенная на рис. 5, основывается на схеме деятельности, приведенной на рис. 2, так как и управляющий орган, и управляемая система осуществляют соответствующую деятельность, которая может быть описана в рамках схемы рис. 2. В итоге получаем структуру управленческой деятельности, представленную на рис. 6.

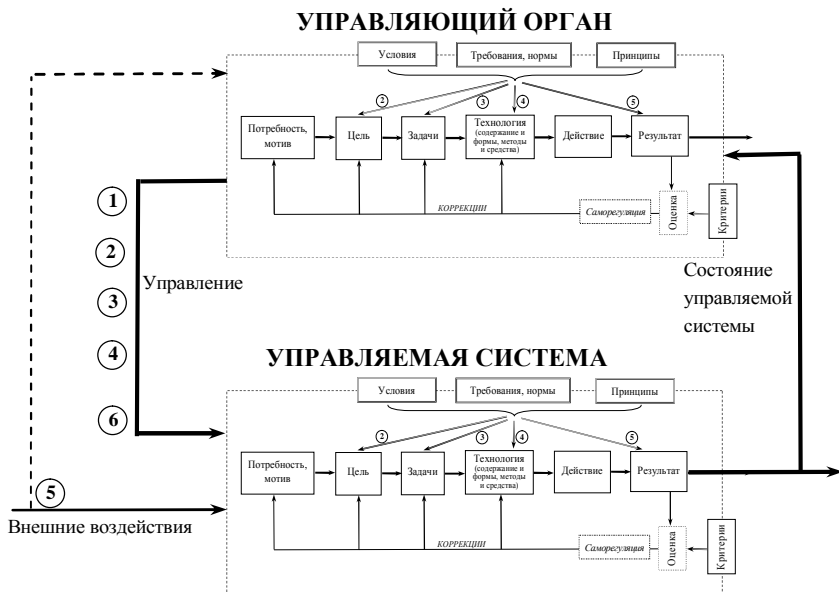


Рис. 6. Структура управленческой деятельности

При этом управляющий орган является с точки зрения управляемой системы частью внешней по отношению к ней среды (номера воздействий на рис. 2 и на рис. 6 совпадают). Эта «внешняя среда» осуществляет целенаправленные воздействия (двойные стрелки (1)-(4) и (6) на рис. 2) – см. рис. 6. Часть влияний внешней среды может носить нецеленаправленный (случайный, недетерминированный, неконтролируемый управляющим органом) характер. Подобные воздействия могут, наряду с действием управляемой системы, влиять на результат ее деятельности (двойная стрелка (5) на рис. 2) – см. внешние воздействия на рис. 6. Структуру, приведенную на рис. 6, можно наращивать, добавляя уровни иерархии (т. е. переходить к рассмотрению трех-, четырех- и более уровневых систем). Принципы описания управления в многоуровневых системах остаются такими же. Однако многоуровневые системы обладают своей спецификой, отличающей их от последовательного набора двухуровневых «блоков» (см. [31]).

Критерий эффективности функционирования управляемой системы зависит от состояния управляемой системы и, быть может, от управляющих воздействий (существенным также является то, с чьей точки зрения анализируется эффективность). Если известна зависимость состояния управляемой системы от управления, то получаем зависимость эффективности функционирования управляемой системы только от управляющих воздействий. Этот критерий называется *критерием эффективности управления*. Следовательно, **задача¹ управления** формально может быть сформулирована следующим образом: найти допустимые управляющие воздействия, имеющие максимальную эффективность (такое управление называется *оптимальным управлением*). Для этого нужно решить задачу *оптимизации* – осуществить *выбор* оптимального управления (оптимальных управляющих воздействий).

Следует отметить, что во многих важных с точки зрения практики случаях не обязательно искать наилучшее (оптимальное) управление – иногда достаточно ограничиться нахождением так называемого *рационального управления*, которое обеспечивает, быть может, не максимальное, но удовлетворительное значение эффективности управления. В соответствии с теорией *ограниченной рациональности* в принятии решений, невозможность или нецелесообразность нахождения оптимального решения может быть обусловлена следующими факторами [29, 38]. Во-первых, может отсутствовать полная информация, необходимая для нахождения оптимального решения, а получение этой информации потребует много времени и/или ресурсов. Во-вторых, когнитивные возможности управляющего органа могут быть ограничены (он не может в требуемое время проанализи-

¹ *Задача* – «то, что требует исполнения, решения; данная в определенных конкретных условиях цель деятельности». В настоящей работе термин «задача управления» используется в двух смыслах. Первый (широкий) – поиск оптимального управления в рамках общей модели (цель управленческой деятельности – максимизация эффективности). Второй (узкий) – поиск оптимального управления того или иного частного вида или типа (например, задача распределения ресурсов, задача оперативного управления и т.д.).

ровать все возможные альтернативы и вынужден остановиться на первой найденной альтернативе, которая приводит к устраивающему его значению критерия эффективности). И, наконец, в третьих, управляющий орган может, например, в силу неполноты информации о критериях эффективности, ограничиться определенным значением эффективности, достаточным с его точки зрения. Другими словами, теория ограниченной рациональности гласит, что рациональные решения могут приниматься в ситуациях, когда у управляющего органа «нет возможности, времени или желания искать оптимальное решение».

Мы привели в самом общем виде формулировку задачи управления. Для того чтобы показать, как эта задача ставится и решается, рассмотрим общую *технологию* постановки и решения задачи управления, охватывающую все этапы, начиная с построения модели СЭС и заканчивая анализом эффективности внедрения результатов моделирования на практике (см. рис. 7, на котором в целях наглядности опущены обратные связи между этапами) [33].

Первый этап – построение модели – заключается в описании управляемой системы и построении ее модели (см. [10]), в том числе – в указании состава, структуры и функций моделируемой системы.

Второй этап – *анализ* модели (исследование поведения управляемой системы при различных управляющих воздействиях). Решив задачу анализа, можно переходить к третьему этапу – решению, во-первых, *прямой задачи управления*, т. е. задачи *синтеза* оптимальных управляющих воздействий, заключающейся в поиске допустимых управлений, имеющих максимальную эффективность, и, во-вторых, *обратной задачи управления* – поиска множества допустимых управляющих воздействий, переводящих управляемую систему в заданное состояние. Следует отметить, что, как правило, именно этот этап решения задачи управления вызывает наибольшие теоретические трудности и наиболее трудоемок с точки зрения исследователя.

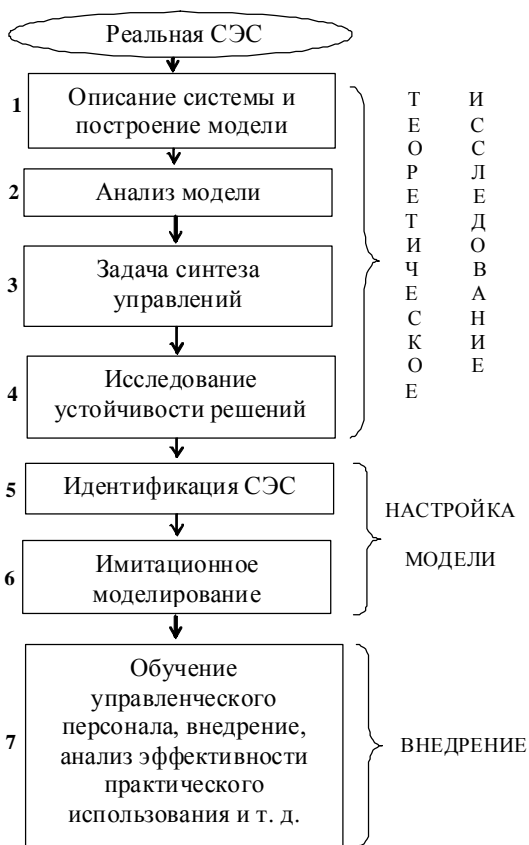


Рис. 7. Технология постановки и решения (теоретического и практического) задачи управления

Имея набор решений задачи управления, необходимо перейти к четвертому этапу, т. е. исследовать их устойчивость. Исследование устойчивости подразумевает решение, как минимум, двух задач. Первая задача заключается в изучении зависимости оптимальных решений от параметров модели, т. е. является задачей анализа *устойчивости решений* (см. [10, 26]). Вторая задача специфична для моделирования. Она заключается в теоретическом исследовании *адекватности модели* реальной системе, которое, в частности, подразумевает изучение эффек-

тивности решений, оптимальных в модели, которые при их использовании в реальных системах могут в силу ошибок моделирования отличаться от модели.

Итак, перечисленные четыре этапа заключаются в теоретическом изучении модели СЭС. Для того чтобы использовать результаты теоретического исследования при управлении реальной системой, необходимо произвести настройку модели, т. е. *идентифицировать* моделируемую систему и провести серию *имитационных экспериментов* – соответственно пятый и шестой этапы. Этап имитационного моделирования во многих случаях необходим по нескольким причинам. Во-первых, далеко не всегда удается получить в явном виде аналитическое решение задачи синтеза оптимального управления и исследовать его зависимость от параметров модели. При этом имитационное моделирование может служить инструментом получения и оценки решений. Во-вторых, имитационное моделирование позволяет проверить справедливость гипотез, принятых при построении и анализе модели, т. е. дает дополнительную информацию об адекватности модели без проведения натурального эксперимента. И, наконец, в-третьих, использование деловых игр и имитационных моделей в учебных целях позволяет участникам системы освоить и апробировать те или иные механизмы управления.

Завершающим является седьмой этап – этап внедрения, на котором производится обучение сотрудников и руководителей СЭС, внедрение результатов в реальной системе с последующей оценкой эффективности их практического использования и т.д.

4. Классификация управлений

С точки зрения регулярности, повторяемости управляемых процессов можно выделить следующие типы управления [34]:

– *проектное управление* (управление развитием СЭС в динамике – изменениями в системе, инновационной деятельностью и т.д.)

и

– *процессное управление* (управление функционированием СЭС «в статике» – регулярной, повторяющейся деятельностью при неизменных внешних условиях).

Для управления в динамике, в свою очередь, можно выделить *рефлекторное*¹ (*ситуационное*) *управление* и *опережающее управление*. И т.д., вводя различные основания классификаций, можно расширять и детализировать список возможных видов и типов управления.

Кроме этого, с точки зрения динамики СЭС существуют две проблемы. Первая – проблема соотношения проектной (инновационной) и процессной (повторяющейся) деятельности. И та, и другая нацелены на достижение результата с помощью выполнения некоторого набора действий. Но в процессном подходе действия совершаются до достижения результата, а содержание и технология (последовательность действий), как правило, не меняются (деятельность осуществляется в практически неизменных внешних условиях). Так как процесс предполагает повторяемость и регулярность достижения результата, вероятность каких-то изменений минимальна. В проектном же подходе и технология, и содержание работ могут меняться, если результат недостижим или велика вероятность срыва временных сроков. То есть проектный и процессный подход не противоречат друг другу. С одной стороны, в настоящее время все больший приоритет приобретают проекты как завершенные циклы деятельности. С другой стороны, в условиях динамично меняющихся требований к результатам СЭС ее **деятельность является процессом постоянной реализации проектов**

¹ *Рефлекторным называется управление, при котором управляющий орган реагирует на изменения или внешние воздействия по мере их появления, не пытаясь прогнозировать их или влиять на них. Ситуационным называется управление, в котором каждой типовой ситуации априори ставится в соответствие некоторое управляющее воздействие; каждая возникающая конкретная ситуация классифицируется как некоторая типовая, а затем реализуется соответствующее ей управляющее воздействие. Опережающее управление основывается на регулярном прогнозе условий и требований к функционированию системы.*

Вторая проблема касается *характерных времен*¹ изменений внешних условий и управляемой системы (для любой системы существует предельный темп изменений, которые могут быть в ней реализованы при условии сохранения выполнения ею своих функций – слишком частые изменения могут разрушить или сильно деформировать систему). Известно, что динамика любого инновационного цикла имеет следующий вид: сначала изменения в системе происходят медленно, затем скорость изменений увеличивается, а потом опять уменьшается. Если изобразить эту зависимость в координатах «время» (по горизонтали) – «эффект» (по вертикали), то получим так называемую S-образную (логистическую) кривую. Переход от одного инновационного цикла к другому может сопровождаться временным скачкообразным уменьшением эффекта, связанным с затратами на переход, адаптацию и т.д. [15]. Последовательность инновационных циклов может приводить к *инновационному прогрессу*, т. е. к интегральному росту эффекта со временем – см. рис. 8.

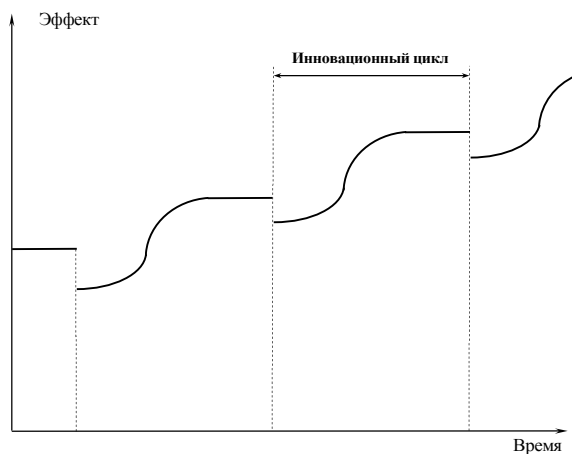


Рис. 8. Инновационный прогресс

¹ *Характерным временем некоторого повторяющегося процесса (его жизненным циклом) называется его средняя длительность. Например, для современной средней школы характерным временем является период обучения учащихся – 11 лет.*

Если «инновации» будут следовать слишком часто, и система не будет успевать освоить одно новшество, как в ней будет появляться следующее, то интегральный эффект может оказаться отрицательным. Соответствующий эффект называется *инновационным регрессом* – см. рис. 9.

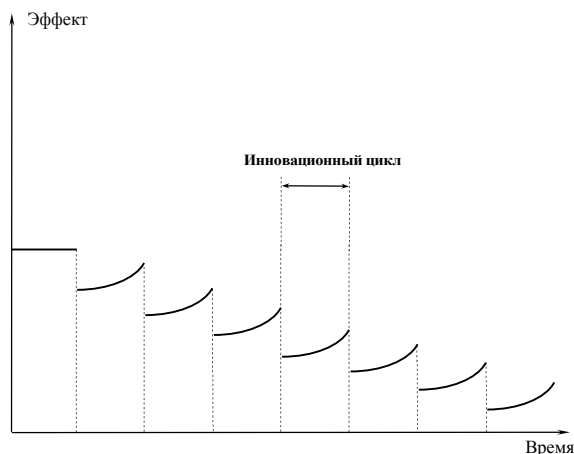


Рис. 9. Инновационный регресс

Предметы управления. С точки зрения системного анализа любая система задается перечислением следующих её компонент: *состава, структуры и функций*¹. Значит, и любая СЭС определяется заданием [33] (см. рис. 10):

¹ С точки зрения теории принятия решений любая модель принятия решений включает, как минимум, множество альтернатив, из которого производится выбор в определенный момент времени; предпочтения, которыми руководствуется субъект, осуществляющий выбор; и информацию, которой он обладает. В Словаре русского языка С.И. Ожегова функция определяется как «обязанность, круг деятельности, назначение, роль». Следовательно, для того, чтобы определить функции субъекта (в том числе, субъекта, принимающего решения), необходимо задать ограничения и нормы его деятельности, его предпочтения и его информированность.

– *состава СЭС* (участников – людей, их групп и коллективов, входящих в СЭС, т. е. ее элементов);

– *структуры СЭС* (совокупности информационных, управляющих, технологических и других связей между участниками СЭС);

– *ограничений и норм деятельности* участников СЭС, отражающих, в том числе, институциональные, технологические и другие ограничения (условия) и нормы их совместной деятельности;

– *предпочтений* участников СЭС;

– *информированности* – той информации о существенных параметрах, которой обладают участники СЭС на момент принятия ими решений.

Состав определяет, «кто» входит в систему, структура – «кто с кем взаимодействует, кто кому подчиняется и т.д.», ограничения и нормы – «кто что может делать», предпочтения – «кто что хочет», информированность – «кто что знает».

Методы (виды) управления. *Управление СЭС*, понимаемое как воздействие на управляемую систему с целью обеспечения требуемого ее поведения, может затрагивать каждый из перечисленных ее параметров (предметов управления).

Выше были выделены следующие предметы управления¹: состав СЭС, структура СЭС, ограничения и нормы деятельности, предпочтения и информированность участников СЭС. Следовательно, взяв за основание *системы классификаций управлений СЭС предмет управления* – изменяемый в процессе и результате управления компонент СЭС, получаем, что по этому основанию можно выделить следующие *методы (виды) управления СЭС* (см. рис. 10):

– *управление составом*;

– *управление структурой*;

– *институциональное управление* (управление ограничениями и нормами деятельности);

¹ Данное перечисление является агрегированным: в каждом конкретном случае должны выделяться соответствующие частные предметы управления.

– *мотивационное управление* (управление предпочтениями и интересами);

– *информационное управление* (управление информацией, которой обладают участники СЭС на момент принятия решений)¹.



Рис. 10. Классификация видов (методов) управления

Данная совокупность видов управления (институциональное, мотивационное и информационное управление) отличается от приведенного выше их списка лишь добавлением таких видов, как управление составом и управление структурой. Отметим, что выделенные виды управления согласованы с принятой выше схемой структурных компонент деятельности (см. рис. 2). Действительно, воздействия внешней среды на потребности, мотивы и критерии оценки деятельности являются информационным управлением (см. двойные стрелки (1) и (6) на рис. 2), воздействия на цели – мотивационным управлением (см. двойную стрелку (2) на рис. 2), воздействия на задачи и техно-

¹ Иногда в литературе по менеджменту последние три вида управления называют методами (поэтому по отношению к управлению мы используем эти два термина как синонимы), соответственно, организационного, экономического и социально-психологического управления.

логии – институциональным управлением (см. двойные стрелки (3) и (4) на рис. 2).

Обсудим кратко специфику различных видов управлений¹.

Управление составом касается, например, того, кто войдет во вновь создаваемую систему, или кого из персонала следует уволить, кого – нанять. Обычно к управлению составом относят и задачи обучения и развития персонала.

Задача *управления структурой* обычно решается параллельно с задачей управления составом и позволяет дать ответ на вопрос – кто какие функции должен выполнять, кто кому должен подчиняться, кто кого контролировать и т.д.

Институциональное управление является наиболее жестким и заключается в том, что управляющий орган целенаправленно ограничивает множества возможных действий и результатов деятельности подчиненных. Такое ограничение может осуществляться явными или неявными воздействиями – правовыми актами, распоряжениями, приказами, выделяемыми ресурсами и так далее, или морально-этическими нормами, корпоративной культурой и т.д.

Мотивационное управление является более «мягким», чем институциональное, и заключается в целенаправленном изменении предпочтений подчиненных. Такое изменение может осуществляться, в том числе, введением системы штрафов и/или поощрений за выбор тех или иных действий и/или достижение определенных результатов деятельности.

Наиболее «мягким» (косвенным), по сравнению с институциональным и мотивационным, является *информационное управление*.

Соответствие между видами (методами) и предметами управления почти однозначное – см.² таблицу 2.

Формы управления. Выбирая различные основания классификации, выделяют разные формы¹ управления.

¹ Естественно, на практике иногда трудно выделить в явном виде управление того или иного вида и/или типа, так как некоторые из них могут и должны использоваться одновременно.

² Таблицы 2-6 вынесены в Приложение.

В зависимости от структуры системы управления можно выделять:

– *иерархическое управление* (система управления имеет иерархическую структуру, причем у каждого подчиненного имеется один и только один начальник);

– *распределенное управление* (у одного подчиненного может быть несколько начальников; пример – матричные структуры управления);

– *сетевое управление* (разные функции управления в различные моменты времени могут выполняться различными элементами системы; в том числе, один и тот же сотрудник по одним своим функциям может быть подчиненным, а по другим функциям – руководителем).

В зависимости от числа управляемых субъектов можно выделять такие формы управления, как:

– *индивидуальное управление* (управление одним субъектом);

– *коллективное управление* (управление группой субъектов, в том числе – по результатам их совместной деятельности).

В зависимости от того, зависит ли управление от индивидуальных особенностей управляемого субъекта, можно выделять:

– *унифицированное управление* (когда одни и те же механизмы управления применяются к группе, в общем случае различных, субъектов);

– *персоналифицированное управление* (когда управляющее воздействие зависит от индивидуальных характеристик управляемого субъекта).

Средства управления – приказы, распоряжения, указания, планы, нормы, нормативы, регламенты и т.д. – мы подробно не рассматриваем, так как их описание можно найти в любом учебнике по менеджменту.

Функции управления. Выделяют четыре *основные функции* управления: планирование, организация, стимулирование и контроль. Непрерывная последовательность реализации этих

¹ Напомним, что формой называется внутренняя организация содержания.

функций составляет цикл управленческой деятельности – см. рис. 11 и рис. 1.



Рис. 11. Цикл управленческой деятельности

Соответствие между методами (видами) и функциями управления устанавливается таблицей 3.

Так, например, при осуществлении функции планирования могут использоваться все методы управления и, в первую очередь, управление составом. При осуществлении функции контроля методы управления составом и структурой почти не используются, зато существенно используются методы институционального, мотивационного и информационного управления. И т.д.

Обсудив, что такое управленческая деятельность, мы имеем возможность изложить структуру теории управления СЭС.

5. Структура теории управления СЭС

Как отмечалось выше, **центральным системообразующим элементом** теории управления СЭС является категория органи-

зации, так как управление – процесс организации, в результате которого в управляемой СЭС появляется организация как свойство.

Структура теории управления СЭС определяется совокупностью основных **компонентов** этой теории и **связями** между ними. Перечислим еще раз **компоненты теории управления СЭС** (см. рис. 12)¹:

- задачи управления;
- схема управленческой деятельности;
- условия управления;
- типы управления;
- предметы управления;
- виды (методы) управления;
- формы управления;
- средства управления;
- функции управления;
- факторы, влияющие на эффективность управления;
- принципы управления;
- механизмы управления.

Схема управленческой деятельности и условия управления приведены выше (см. рис. 2, рис. 6 и рис. 3).

Факторы, влияющие на эффективность управления – экономический фактор, фактор агрегирования, фактор неопределенности, информационный фактор, организационный фактор – подробно рассмотрены в [28, 31].

Виды (методы) – управление составом и структурой СЭС, институциональное, мотивационное и информационное управление) и типы управления (проектное и процессное управление), а также формы управления (иерархическое, распределенное и сетевое управление; индивидуальное и коллективное управление; унифицированное и персонифицированное управление), средства управления и функции управления (планирование,

¹ Такие важнейшие компоненты теории, как «свойства объекта/субъекта управления – СЭС» и «критерии эффективности управления» определяются соответственно спецификой управляемой системы и целями управления.

организация, стимулирование и контроль) были перечислены выше.



Рис. 12. Компоненты теории управления СЭС

Принципам управления:

- 1) принцип иерархии;
- 2) принцип унификации;
- 3) принцип целенаправленности;
- 4) принцип доступности;
- 5) принцип экономической эффективности;
- 6) принцип ответственности;
- 7) принцип невмешательства;
- 8) принцип общественно-государственного управления;
- 9) принцип саморазвития;
- 10) принцип полноты;
- 11) принцип оптимальности;
- 12) принцип обратной связи;
- 13) принцип адекватности;
- 14) принцип оперативности;
- 15) принцип опережающего отражения;

- 16) принцип адаптивности;
- 17) принцип рациональной централизации;
- 18) принцип демократического управления;
- 19) принцип согласованного управления,

посвящена работа [28], где их изложение проводится на примере образовательных систем.

Принципы 1-13 и 17-19 (см. рис. 13, на котором числами обозначены номера принципов) соответствуют отношениям системы управления СЭС со следующими объектами:

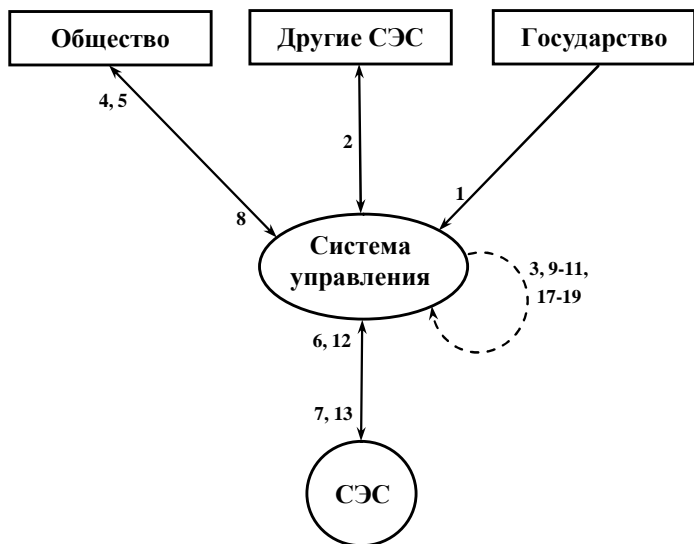


Рис. 13. Принципы управления СЭС
(отношения между объектами)

- собой (принципы: 3, 9-11, 17-19 – целенаправленности, саморазвития, полноты и оптимальности, регламентации управленческой деятельности, рациональной централизации, демократического управления, согласованного управления);
- государством (принцип 1 – иерархии);
- обществом (принципы 4, 5, 8 – доступности, экономической эффективности, общественно-государственного управления);

- управляемой СЭС (принципы 6, 7, 12, 13 – ответственности, невмешательства, обратной связи, адекватности);
- другими СЭС (принцип 2 – унификации).

Выделенная пунктиром «петля» на рис. 13 отражает следующие требования к системе управления СЭС: она должна быть развивающейся (9) целенаправленной (3) институционализованной (11) эффективно функционирующей (17), а также в полной мере учитывающей (18) специфику и собственные цели всех управляемых объектов/субъектов (19).

Принципы 14-16 (соответственно, принципы: оперативности, опережающего отражения и адаптивности) отражают временные отношения – свойства системы управления, позволяющие ей эффективно функционировать в изменяющейся обстановке, т. е. реагировать на текущие изменения (14) и прогнозировать будущие изменения (15) с учетом всей предыстории деятельности (16) – см. рис. 14 и [28].

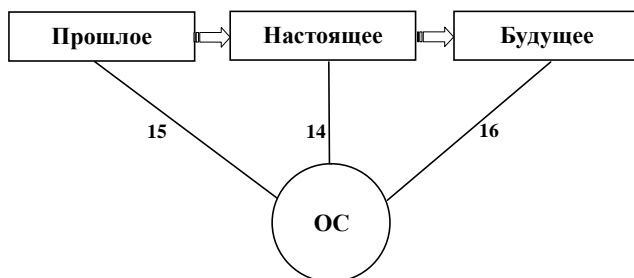


Рис. 14. Принципы управления СЭС (временные отношения)

Задачи управления (мониторинг и анализ текущего состояния СЭС; прогноз развития СЭС; целеполагание; планирование; распределение функций и ресурсов; стимулирование (мотивация); контроль и оперативное управление; анализ произведенных изменений) перечислены выше – см. рис. 1.

Для эффективного управления любой СЭС необходимо иметь набор адекватных механизмов управления. На сегодняшний день в теории управления накоплен значительный опыт разработки, исследования и внедрения на практике механизмов

управления, соответствующих всему управленческому циклу (т. е. позволяющих реализовывать функции планирования, организации, мотивации и контроля) – см. рис. 11.

В теории управления выделены следующие *базовые*¹ *механизмы управления* [33]:

- активной экспертизы;
- внутренних цен;
- выбора набора проектов;
- дополнительных соглашений;
- «затраты-эффект»;
- институционального управления;
- информационного управления;
- компенсационные;
- комплексного оценивания (агрегирования информации);
- конкурсные (тендеры);
- многоканальные;
- назначения;
- обмена;
- опережающего самоконтроля;
- оптимизации производственного и коммерческого циклов;
- освоенного объема;
- противозатратные;
- распределения ресурса (в том числе – затрат и доходов);
- самокупаемости (самофинансирования);
- синтеза структуры;
- синтеза состава;
- смешанного финансирования;
- согласия;
- стимулирования;
- страхования;
- точек контроля;
- управления взаимодействием участников;

¹ Данный набор механизмов сложился исторически (т. е. не порождается единым основанием классификации) – с одной стороны, в ответ на запросы практики, с другой – как позволяющий решать широкий спектр задач управления. Поэтому эти механизмы и называются базовыми.

- управления договорными отношениями;
- финансирования инновационных проектов.

Более подробно сущность, свойства и особенности применения базовых механизмов управления СЭС описаны в [33].

Структура теории управления СЭС представляет собой совокупность устойчивых связей между ее компонентами.

Связи эти опишем иерархически – соответствие между такими компонентами теории управления СЭС, как: предметы, методы, функции, задачи и механизмы управления, устанавливается в таблице 1, в которой приведены ссылки на таблицы и рисунки, содержащие более детальную соответствующую информацию.

Таблица 1. Соответствие между предметами, методами, функциями, задачами и механизмами управления

	Предметы	Методы	Функции	Задачи	Механизмы
Предметы	–	Таблица 2		Таблица 4	
Методы	Таблица 2	–	Таблица 3		Таблица 6
Функции		Таблица 3	–	рис. 1	Таблица 5
Задачи	Таблица 4		рис. 1	–	
Механизмы		Таблица 6	Таблица 5		–

Таблица 2 и таблица 3 отражают связь между предметами и методами управления. Взаимосвязь между задачами и предметами управления устанавливается таблицей 4. В таблице 5 установлено соответствие между базовыми механизмами управления и основными управленческими функциями. Подчеркнем, что приведенный в таблице 5 набор механизмов является уни-

версальным, т. е. применимым к любым СЭС. Таблица 6 устанавливает соответствие между базовыми механизмами управления и методами управления.

Отметим, что пробелы в таблице 1 могут быть заполнены в силу «транзитивности» отношений между рассматриваемыми компонентами теории управления СЭС. Так, например, связь между предметами и функциями управления может быть установлена на основании совместного рассмотрения таблицы 2 и таблицы 3, отражающих связь между предметами и методами управления и, соответственно, его методами и функциями. И т.д.

Совокупность таблиц 1-6 позволяет комплексно подходить к разработке управленческих решений. Так, например, при решении задач контроля и оперативного управления следует, в первую очередь, акцентировать внимание на информированности участников СЭС, их ограничениях и нормах деятельности, а также на структуре СЭС (см. таблицу 4). Для воздействия на информированность участников следует использовать методы информационного и институционального управления (см. таблицу 2), применяя механизмы активной экспертизы, комплексного оценивания и др. (см. таблицу 6), и т.д.

Заключение

В настоящей работе предпринята попытка систематического изложения структуры теории управления СЭС с целью ее интеграции в общую теорию управления. Выделен центральный системообразующий элемент теории – категория организации; систематизированы компоненты теории (задачи управления; схема управленческой деятельности; условия, типы, предметы, виды (методы), формы, средства, функции управления; факторы, влияющие на эффективность управления; принципы и механизмы управления) и связи между ними.

Литература¹

1. *Большой энциклопедический словарь*. – М.: Большая российская энциклопедия, 2002.
2. *БУРКОВ В. Н. *Основы математической теории активных систем*. – М.: Наука, 1977.
3. *БУРКОВ В. Н., ДАНЕВ Б., ЕНАЛЕЕВ А. К. и др. *Большие системы: моделирование организационных механизмов*. – М.: Наука, 1989.
4. *БУРКОВ В. Н., ЗАЛОЖНЕВ А. Ю., КУЛИК О. С., НОВИКОВ Д. А. *Механизмы страхования в социально-экономических системах*. – М.: ИПУ РАН, 2001.
5. *БУРКОВ В. Н., ЗАЛОЖНЕВ А. Ю., НОВИКОВ Д. А. *Теория графов в управлении организационными системами*. – М.: Синтег, 2001.
6. *БУРКОВ В. Н., НОВИКОВ Д. А. *Как управлять проектами*. – М.: Синтег, 1997.
7. *БУРКОВ В. Н., НОВИКОВ Д. А. *Теория активных систем: состояние и перспективы*. – М.: Синтег, 1999.
8. *ВАСИЛЬЕВ Д. К., ЗАЛОЖНЕВ А. Ю., НОВИКОВ Д. А., ЦВЕТКОВ А. В. *Типовые решения в управлении проектами*. – М.: ИПУ РАН, 2003.
9. ВОЛКОВА В. Н., ДЕНИСОВ А. А. *Основы теории систем и системного анализа*. Изд. 2-е. – СПб.: СПб.ГТУ, 1999.
10. *ВОРОНИН А. А., ГУБКО М. В., МИШИН С. П., НОВИКОВ Д. А. *Математические модели организаций*. – М.: Ленанд, 2008.
11. *ВОРОНИН А. А. *Устойчивое развитие – миф или реальность* // Математическое образование. – 2000. – № 1(12). – С. 59-68.
12. *ГУБКО М. В. *Математические модели оптимизации иерархических структур*. – М.: ЛЕНАНД, 2006.

¹ Публикации, отмеченные звездочкой, находятся в свободном доступе в электронной библиотеке на сайте www.mtas.ru.

13. * ГУБКО М. В. *Механизмы управления организационными системами с коалиционным взаимодействием участников.* – М.: ИПУ РАН, 2003.
14. * ГУБКО М. В., НОВИКОВ Д. А. *Теория игр в управлении организационными системами.* – М.: Синтег, 2002.
15. * ИВАЩЕНКО А. А., НОВИКОВ Д. А. *Модели и методы организационного управления инновационным развитием фирмы.* – М.: Ленанд, 2006.
16. * КАРАВАЕВ А. П. *Модели и методы управления составом активных систем.* – М.: ИПУ РАН, 2003.
17. * КОЛОСОВА Е. В., НОВИКОВ Д. А., ЦВЕТКОВ А. В. *Методика освоенного объема в оперативном управлении проектами.* – М.: Апостроф, 2001.
18. * КОНОВАЛЬЧУК Е. В., НОВИКОВ Д. А. *Модели и методы оперативного управления проектами.* – М.: ИПУ РАН, 2004.
19. * КОРГИН Н. А. *Механизмы обмена в активных системах.* – М.: ИПУ РАН, 2003.
20. *Краткий психологический словарь* / Под ред. А. В. Петровского, М. Г. Ярошевского. – М.: Политиздат, 1985.
21. КУЗЬМИЦКИЙ А. А., НОВИКОВ Д. А. *Организационные механизмы управления развитием приоритетных направлений науки и техники.* – М.: ИПУ РАН, 1993.
22. ЛЕОНТЬЕВ А. Н. *Потребности, мотивы, эмоции.* – М.: МГУ, 1971.
23. * МАТВЕЕВ А. А., НОВИКОВ Д. А., ЦВЕТКОВ А. В. *Модели и методы управления портфелями проектов.* – М.: ПМСОФТ, 2005.
24. *Математические основы управления проектами* / Под ред. В. Н. Буркова. – М.: Высшая школа, 2005.
25. * МИШИН С. П. *Оптимальные иерархии управления в социально-экономических системах.* – М.: ПМСОФТ, 2004.
26. МОЛОДЦОВ Д. А. *Устойчивость принципов оптимальности.* – М.: Наука, 1989.
27. * НОВИКОВ А. М., НОВИКОВ Д. А. *Методология.* – М.: Синтег, 2007.

28. *НОВИКОВ Д. А. *Введение в теорию управления образовательными системами.* – М.: Эгвес, 2009.
29. *НОВИКОВ Д. А. *Институциональное управление организационными системами.* – М.: ИПУ РАН, 2003.
30. *НОВИКОВ Д. А. *Математические модели формирования и функционирования команд.* – М.: Физматлит, 2008.
31. *НОВИКОВ Д. А. *Механизмы функционирования многоуровневых организационных систем.* – М.: Фонд «Проблемы управления», 1999.
32. *НОВИКОВ Д. А. *Стимулирование в организационных системах.* – М.: Синтег, 2003.
33. *НОВИКОВ Д. А. *Теория управления организационными системами.* 2-е издание. – М.: Физматлит, 2007.
34. *НОВИКОВ Д. А. *Управление проектами: организационные механизмы.* – М.: ПМСОФТ, 2007.
35. *НОВИКОВ Д. А., ЧХАРТИШВИЛИ А. Г. *Рефлексивные игры.* – М.: Синтег, 2003.
36. *ПЕРЕГУДОВ Ф. И., ТАРАСЕНКО Ф. П. *Введение в системный анализ.* – М.: Высшая школа, 1989.
37. ПЛАТОНОВ К. К. *Краткий словарь системы психологических понятий.* – М.: Высшая школа, 1981.
38. САЙМОН Г. *Науки об искусственном.* – М.: Мир, 1972.
39. *Словарь иностранных слов.* – М.: Русский язык, 1982.
40. *Словарь русского языка С. И. Ожегова.* – М.: Русский язык, 1988.
41. СОВЕТОВ Б. Я., ЯКОВЛЕВ С. А. *Моделирование систем.* – М.: Высшая школа, 1998.
42. *Философский энциклопедический словарь.* – М.: Советская энциклопедия, 1983.

Приложение

Таблица 2. Соответствие между видами (методами) и предметами управления

«+» – метод следует использовать¹

«●» – метод возможно использовать

«–» – метод практически не используется

ПРЕДМЕТ	МЕТОД				
	Управление составом	Управление структурой	Институциональное управление	Мотивационное управление	Информационное управление
Состав СЭС	+	●	●	●	●
Структура СЭС	●	+	●	●	–
Ограничения и нормы деятельности	●	●	+	●	+
Предпочтения	●	●	●	+	●
Информированность	●	–	+	●	+

¹ Данная система обозначений используется во всех таблицах настоящей работы. Следует признать, что устанавливаемое приведенными в Приложении таблицами соответствие между различными структурными компонентами теории управления СЭС является качественной (неформальной) субъективной экспертной оценкой.

Таблица 3. Соответствие между методами (видами) и функциями управления

МЕТОД	ФУНКЦИЯ				
	Управление составом	Управление структурой	Институциональное управление	Мотивационное управление	Информационное управление
Планирование	+	•	•	•	•
Организация	•	+	+	•	•
Стимулирование	•	•	•	+	•
Контроль	-	-	+	+	+

Таблица 4. Задачи и предметы управления

ЗАДАЧИ	ПРЕДМЕТЫ				
	Состав СЭС	Структура СЭС	Ограничения и нормы деятельности	Предпочтения	Информированность
Мониторинг и анализ текущего состояния СЭС	•	•	•	•	+
Прогноз развития СЭС	•	•	•	•	•
Целеполагание	+	+	+	+	•
Планирование	+	+	•	+	+
Распределение функций и ресурсов	-	-	+	•	•
Стимулирование (мотивация)	•	-	+	+	•
Контроль и оперативное управление	•	-	-	•	+

Таблица 5. Механизмы и функции управления

МЕХАНИЗМЫ	ФУНКЦИИ	Планирование	Организация	Стимулирование	Контроль
Активной экспертизы [3, 6]		+	·	·	+
Внутренних цен [3, 32]		+	+	·	·
Выбора набора проектов [24]		+	·	-	-
Дополнительных соглашений [6, 18]		·	·	·	+
«Затраты-эффект» [5]		+	·	-	-
Институционального управления [29]		·	+	+	·
Информационного управления [35]		+	·	·	+
Компенсационные [2, 6, 17, 18]		·	-	·	+
Комплексного оценивания (агрегирования информации) [6, 21]		+	·	·	+
Конкурсные (тендеры) [3, 6, 33]		+	·	·	-
Многоканальные [3, 6]		+	·	·	+
Назначения [5, 6, 30]		·	+	·	-
Обмена [19]		+	+	·	-
Опережающего самоконтроля [2, 6, 17, 18]		·	-	·	+
Оптимизации производственного и коммерческого циклов [2, 3, 5]		+	·	·	·
Освоенного объема [17]		+	·	·	+
Противозатратные [3]		+	+	·	-
Распределения ресурса (в том числе – затрат и доходов) [2, 3, 6, 7, 10, 15]		+	+	+	+
Самоокупаемости (самофинансирования) [5, 6]		+	·	-	-
Синтеза оргструктуры [10,12, 25, 31]		·	+	·	-
Синтеза состава [16, 30, 31, 32]		+	+	·	·
Смешанного финансирования [6, 15]		+	+	-	-
Согласия [6, 21]		+	·	-	-
Стимулирования [32]		·	·	+	·
Страхования [4, 6, 15]		+	+	·	·
Точек контроля [8, 18]		+	·	·	+
Управления взаимодействием участников [13, 14, 23, 30]		·	+	·	·
Управления договорными отношениями [6, 18]		·	+	·	+
Финансирования инновационных проектов [6, 15, 17, 23]		+	·	-	·

Таблица 6. Механизмы и методы управления

МЕХАНИЗМЫ	МЕТОДЫ				
	Управление составом	Управление структурой	Институциональное управление	Мотивационное управление	Информационное управление
Активной экспертизы	·	–	·	+	+
Внутренних цен	·	–	+	+	–
Выбора набора проектов	+	·	·	·	–
Дополнительных соглашений	–	–	+	+	·
«Затраты-эффект»	–	–	·	+	–
Институционального управления	·	·	+	·	+
Информационного управления	–	–	+	·	+
Компенсационные	–	–	–	+	·
Комплексного оценивания (агрегирования информации)	·	·	+	·	+
Конкурсные (тендеры)	+	–	–	+	–
Многоканальные	·	+	·	·	+
Назначения	+	+	·	·	–
Обмена	–	–	·	+	–
Опережающего самоконтроля	–	–	·	+	·
Оптимизации производственного и коммерческого циклов	·	+	–	+	–
Освоенного объема	–	–	·	+	+
Противозатратные	–	–	+	+	–
Распределения ресурса (в том числе – затрат и доходов)	+	·	·	+	·
Самокупаемости (самофинансирования)	–	–	·	+	–
Синтеза организационной структуры	·	+	·	·	·
Синтеза состава	+	·	·	+	·
Смешанного финансирования	+	·	–	+	–
Согласия	·	·	–	+	·
Стимулирования	+	·	·	+	·
Страхования	+	–	·	+	·
Точек контроля	–	–	+	+	·
Управления взаимодействием участников	+	·	·	+	·
Управления договорными отношениями	·	+	+	·	–
Финансирования инновационных проектов	+	·	·	+	–

STRUCTURE OF THE THEORY OF SOCIO-ECONOMIC SYSTEMS MANAGEMENT

Dmitry Novikov, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Doctor of Sc., Professor, Deputy director (novikov@ipu.ru).

Abstract: The structure of the theory of socio-economic systems management is considered. Its components are: subjects of management, scheme of managerial activity, methods, types, forms, conditions, functions, principles, tasks, and mechanisms of management.

Keywords: theory, socio-economic system, organization.

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии С.А. Баркаловым

УДК 62.50
ББК Ж 30

ГЛОБАЛЬНАЯ СТАБИЛИЗАЦИЯ НЕУСТОЙЧИВОГО МАЯТНИКА С МАХОВИЧНЫМ УПРАВЛЕНИЕМ ¹

Андриевский Б. Р. ²

*(Институт проблем машиноведения Российской академии наук,
Санкт-Петербург)*

Решается задача глобальной стабилизации неустойчивого состояния равновесия маятника с маховичным приводом. Рассматриваемая система состоит из физического маятника с маховиком на конце, ось вращения которого параллельна оси вращения маятника. Маховик приводится в движение электрическим двигателем постоянного тока, управляемым от компьютера. Предложен и численно исследован переключающийся алгоритм управления. На начальной стадии работы алгоритма (при значительных отклонениях от заданного состояния неустойчивого равновесия) происходит раскачивание маятника по энергетическому алгоритму скоростного градиента. При попадании состояния маятника в заданную окрестность происходит переключение алгоритма на стабилизацию маятника. Стабилизация осуществляется алгоритмом управления со скользящим режимом. Представлены результаты численного моделирования, показывающие эффективность предложенного алгоритма и возможность достижения цели управления при относительно малой величине управляющего напряжения.

Ключевые слова: стабилизация, неустойчивый маятник, энерге-

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант №06-08-01386 и научной программы Президиума РАН №22 «Процессы управления» (проект 1.8).

² Андриевский Борис Ростиславич, доктор технических наук, ведущий научный сотрудник, (bandri@yandex.ru).

тический метод, скоростной градиент, скользящие режимы, переключающийся алгоритм.

Введение

Задачи управления колебательными механическими системами имеют значительный теоретический интерес и возрастающее практическое значение. Для проведения научных исследований и учебного процесса в области мехатроники и систем автоматического управления разрабатывается лабораторное оборудование, методическое, алгоритмическое и программное обеспечение. Широкое распространение находят лабораторные маятниковые учебно-исследовательские установки. Маятниковые системы характеризуются существенно нелинейной динамикой, что позволяет изучать и наглядно демонстрировать достаточно сложные нелинейные эффекты, такие как неустойчивость, хаос, синхронизацию, эффект Зоммерфельда, раскрывает необходимость применения современных подходов к управлению, таких как ляпуновские и энергетические методы, нейросетевые и нечеткие системы и других, см. [2, 15, 16, 19, 21, 22, 25].

Настоящая статья посвящена задаче управления маятником с инерционным маховиком: требуется привести маятник в верхнее (неустойчивое) положение и стабилизировать в этом положении при произвольных начальных условиях при ограниченном управлении. Рассматриваемая конструкция состоит из маятника и расположенного на нем маховика. Маховик приводится во вращение управляемым электродвигателем. Управление движением маятника осуществляется за счет изменения направления и скорости вращения инерционного маховика, что в свою очередь достигается изменением вращения приводного двигателя под действием управляющего напряжения питания в цепи якоря. Это напряжение задается в соответствии с поступающими от компьютера командами и ограничено по модулю. Рассматривается задача приведения маятника в вертикальное (неустойчивое) положение и стабилизации в этом положении при произвольном начальном состоянии системы, например — когда маятник вначале находится в нижнем

(устойчивом) положении, а маховик не вращается.

Такая механическая система описана в ряде публикаций (например [6, 7, 21, 24, 25]) и входит в лабораторное оборудование некоторых российских и зарубежных университетов. В качестве примера на рис.1 приведена фотография маятника с маховиком, поставляемого фирмой *Mechatronics Systems Inc.* Эта установка входит в Учебно-исследовательский комплекс «Манипуляционные и маятниковые системы» Санкт-Петербургского Межвузовско-академического центра коллективного пользования «Мехатронные и мобильные комплексы». Другим примером является маятниковая лабораторная установка Института механики МГУ, описанная в [6, 7].



Рис. 1. Фото маятниковой установки с инерционным маховиком

В работе [24] рассматриваются два метода синтеза алгоритмов управления (раскачки и стабилизации) маятника с маховиком: *линеаризация обратной связью и пассивфикация*³. В [24] показано, что рассматриваемая система локально линеаризуема обратной связью с помощью некоторого локального диффеоморфизма в пространстве состояний и нелинейной обратной связи.

³ Описание этих методов можно найти в [8].

Для стабилизации неустойчивого состояния маятника рассматривается также метод модального управления по линеаризованной модели. Для раскачки маятника в работе [24] используется *энергетический подход* в сочетании с частичной линеаризацией обратной связью и обеспечения пассивности нуль-динамики полученной системы. Для переключения между режимами раскачки и стабилизации используется коммутация соответствующих алгоритмов.

В [7] аналогичная маятниковая система используется как устройство для тестирования алгоритма стабилизации неустойчивых объектов ограниченным по модулю управлением. В [7] разработаны и экспериментально исследованы алгоритмы стабилизации неустойчивого состояния равновесия рассматриваемой системы при «малых» (около 20°) начальных отклонениях от этого состояния. Предложенный в статье [7] метод применим к линейным объектам управления, передаточные функции которых имеют один положительный полюс, а вещественные части остальных полюсов отрицательны. Этот метод обеспечивает максимально возможную область притяжения состояния равновесия при заданном ограничении на управление. Закон управления имеет вид линейной обратной связи с насыщением. В [7] показано, что такой вид управления обеспечивает стабилизацию состояния равновесия для всех начальных условий, при которых попадание в это состояние возможно в принципе (в этом смысле авторы [7] говорят об «оптимальности» предложенного управления), но формирование сигнала управления значительно менее трудоемко, чем при синтезе управления оптимального по быстродействию. Метод работы [7] может найти применение в разных задачах стабилизации неустойчивых объектов, например — при управлении многоступенчатыми ракетами на начальных участках работы каждой ступени, когда угловые возмущения особенно велики.

В предлагаемой статье рассматривается задача стабилизации маятника в верхнем положении при *произвольных* начальных условиях. Как и в работе [24], здесь используется коммутация

алгоритмов решения частных подзадач: приведения угла отклонения маятника в некоторую окрестность требуемого состояния равновесия и стабилизации данного состояния. Для достижения первой цели в работе строится алгоритм скоростного градиента [12, 13] с энергетической целевой функцией [2, 4, 11]. Для достижения второй цели применяется регулятор со скользящим режимом. Кроме того, что в данной статье, в отличие от работы [7], решается задача управления при произвольных начальных условиях. Используемый в данной статье метод управления ранее частично изложен в работе [1].

Сведения о конструкции маятниковой системы с инерционным ротором и ее математическая модель приведены в разделе 2. В разделе 3 рассматривается подзадача-1 — приведение маятника в заданную окрестность требуемого состояния. Подзадаче-2 — стабилизации маятника в верхнем положении — посвящен раздел 4. В разделе 5 описывается алгоритм коммутации, и приводятся результаты численного исследования работы системы управления с переключающимся алгоритмом. Там же рассматривается задача управления при априорной неопределенности параметров маятниковой системы. Для решения этой задачи в применении к системе нелинейных дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно старшей производной, предложен и численно исследован алгоритм идентификации с неявной настраиваемой моделью.

1. Конструкция и математическая модель маятника

Следуя работе [7], дадим краткое описание конструкции маятника Института механики МГУ и приведем его математическую модель. Рассматривается однозвенный маятник, снабженный маховиком (рис. 1, 2). Маятник может совершать вращение в вертикальной плоскости. Его ось вращения расположена горизонтально и закреплена на неподвижном основании, а ось вращения маховика находится на маятнике. Эти оси параллельны между собой. Маховик приводится во вращение электродвигателем постоянно-го тока, который вместе с редуктором смонтирован на маятнике.

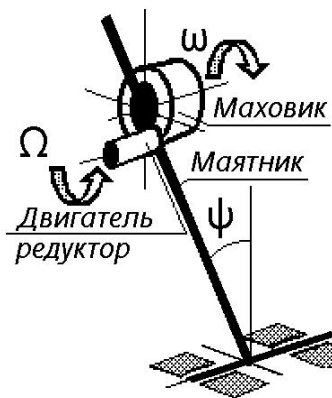


Рис. 2. Схематическое изображение маятниковой установки

Управление двигателем выполняется через интерфейсные устройства от персонального компьютера. Для измерения углов поворота маятника и маховика предусмотрены импульсные датчики.

Уравнения динамики маятника с маховиком приведены в работе [7] и имеют вид

$$(1) \quad \begin{cases} J\chi\ddot{\psi} + (J_r + \chi J_m)\dot{\omega} = (M b + m h)g\chi \sin \psi, \\ (J_r + \chi J_m)\chi\ddot{\psi} + (J_r + \chi^2 J_m)\dot{\omega} = \chi T, \end{cases}$$

где ψ — угол крена маятника; ω — скорость вращения маховика относительно маятника; J_m — момент инерции маховика относительно его главной оси (оси вращения); J_r — момент инерции ротора электродвигателя; $J = J_v + J_r + J_m + mh^2$ — полный момент инерции системы маятник–маховик–двигатель, где через J_v обозначен момент инерции маятника относительно его оси вращения; g — ускорение свободного падения; M , m — массы маятника и двигателя; b , h — расстояния от оси вращения до центров масс маятника и маховика (с ротором двигателя); T — момент электромагнитных сил, приложенных к ротору двигателя; χ — коэффициент редукции, $\omega = \chi\Omega$, где Ω — скорость вращения ротора двигателя. С учетом противо-ЭДС реакции

якоря, величину момента T можно приближенно (пренебрегая электромагнитной постоянной времени) представить в виде

$$(2) \quad T = c_1 u - c_2 \omega \chi^{-1},$$

где u — управляющее напряжение в цепи якоря двигателя; c_1 , c_2 — параметры двигателя.

Уравнения (1), (2) описывают нелинейную динамическую систему третьего порядка с переменными состояниями $\{\psi, \dot{\psi}, \omega\}$ и входным управляющим воздействием u . Вертикальному (неустойчивому) положению равновесия соответствует значение $\psi^* = 0$ (точнее, $\psi^* = \pm 2\pi n$, $n = 0, 1, \dots$).

Нетрудно заметить, что линеаризация (1), (2) относительно верхнего положения равновесия приводит к неустойчивой системе третьего порядка с одним положительным вещественным корнем. Очевидно, что линеаризованная система не может быть стабилизирована ограниченным по величине управлением при произвольном начальном угле крена. Специфика нелинейной динамики маятника позволяет, однако, такую стабилизацию осуществить. Для этого используем описанные ниже алгоритмы решения отдельных подзадач, связанные через алгоритм коммутации.

2. Алгоритмы приведения состояния маятника в заданную область

Рассмотрим задачу приведения маятника в окрестность требуемого состояния равновесия при произвольных начальных условиях, одновременно требуя, чтобы скорость его движения в верхней точке была близка к нулю. Для синтеза алгоритма используем метод скоростного градиента с энергетической целевой функцией, кратко описанный ниже.

2.1. Метод скоростного градиента с энергетической целевой функцией

Большинство задач, возникающих при синтезе нелинейных систем управления, относятся к задачам стабилизации и слежения. В таких задачах цель управления можно выразить через отклонение текущего состояния объекта $x(t)$ от некоторой задан-

ной (например, с помощью эталонной модели) траектории $x_*(t)$. В настоящее время растет интерес к другим задачам управления хаотическими и периодическими колебаниями, которые не приводятся непосредственно к традиционным задачам стабилизации и слежения. Характерным примером является задача раскочки колебаний маятника [14, 15, 20, 26]. Для решения таких задач нашел применение *энергетический подход* [20]. В ряде работ [2, 4, 11, 17, 18] на основе сочетания с *методом скоростного градиента* [12, 13] дано развитие и обобщение этого подхода. Приведем основные положения метода.

Рассмотрим объект управления, заданный уравнениями состояния

$$(3) \quad \dot{x} = F(x, u, t), \quad t \geq 0,$$

где $x \in \mathbb{R}^n$ — вектор состояния объекта, $u \in \mathbb{R}^m$ — вектор входных (управляющих) переменных, $F(\cdot) : \mathbb{R}^{n+m+1} \rightarrow \mathbb{R}^n$ — непрерывно дифференцируемая по x вектор-функция. Требуется найти закон управления $u(t) = U\{x(s), u(s) : 0 \leq s \leq t\}$, обеспечивающий выполнение следующей цели управления:

$$(4) \quad Q_t \rightarrow 0 \text{ при } t \rightarrow \infty,$$

где Q_t — некоторый целевой функционал, $Q_t = Q(x(s), u(s) : 0 \leq s \leq t)$.

Для синтеза алгоритма скоростного градиента (*СГ-алгоритма*) для локального целевого функционала $Q_t = Q(x(t), t)$, заданного через гладкую скалярную целевую функцию $Q(x, t) \geq 0$, используем функцию $\omega(x, u, t)$, представляющую собой скорость изменения Q_t в силу системы (3). Нетрудно видеть,

что $\omega(x, u, t) \triangleq (\nabla_x Q)^T F(x, u, t)$. В соответствии с методом скоростного градиента [12, 13] сигнал управления должен изменяться в направлении антиградиента функции $\omega(x, u, t)$ по u . *Комбинированные* СГ-алгоритмы, в которых сочетаются интегральная и сигнальная составляющие, имеют вид [5, 13]:

$$(5) \quad \frac{d}{dt}(u + \psi(x, u, t)) = -\Gamma \nabla_u \omega(x, u, t),$$

где $\psi(\cdot)$ — некоторая функция, удовлетворяющая условию псевдоградиентности $\psi^T \nabla_u \omega \geq 0$, Γ — симметричная неотрицательно определенная $m \times m$ -матрица коэффициентов усиления ($\Gamma = \Gamma^T \geq 0$). Основными частными видами алгоритма (5) являются СГ-алгоритм в дифференциальной форме [12, 13]

$$(6) \quad \dot{u}(t) = -\Gamma \nabla_u \omega(x, u, t), \quad \Gamma = \Gamma^T > 0$$

и СГ-алгоритм в конечной форме

$$(7) \quad u = \psi(x, u, t),$$

из которого в свою очередь получают следующие «пропорциональный» и релейный алгоритмы:

$$(8) \quad u = -\Gamma \nabla_u \omega(x, u, t), \quad \Gamma = \Gamma^T > 0,$$

$$(9) \quad u = -\Gamma_1 \operatorname{sign}(\nabla_u \omega(x, u, t)), \quad \Gamma_1 = \operatorname{diag}\{\gamma_i\}, \quad \gamma_i > 0,$$

(здесь функция $\operatorname{sign}(z)$ от вектора z понимается поэлементно).

Основная идея, лежащая в основе алгоритмов (5)-(9) состоит в уменьшении функции \dot{Q} вдоль траекторий замкнутой системы. В результате при достаточно большом t и при выполнении ряда дополнительных условий имеет место $\dot{Q} < 0$ и целевая функция Q_t убывает.

Совместим метод скоростного градиента с энергетическим подходом, взяв в качестве целевой функции $Q(x, t)$ меру отклонения энергии управляемого процесса от заданного значения. Следуя [4, 11, 17], продемонстрируем применение этого приема для задач управления энергией колебаний консервативных систем.

Консервативные модели возникают во многих технических приложениях, когда силы вязкого или кулоновского трения в системе пренебрежимо малы. Примерами консервативных систем служат идеальный ротор (маховик), физический маятник, конический маятник, космический аппарат вдали атмосферы. Такие модели можно представить в канонической гамильтоновой форме:

$$(10) \quad \dot{p} = -\left(\frac{\partial H}{\partial q}\right)^T + Bu, \quad \dot{q} = \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)^T,$$

где $p, q \in \mathbb{R}^n$ — векторы обобщенных координат и импульсов, n — число степеней свободы; $H = H(p, q)$ — гамильтониан (полная энергия системы), который считаем непрерывно дифференцируемой функцией своих аргументов; $u = u(t)$ — входное управляющее воздействие (обобщенная сила); $B(p, q)$ — $m \times n$ матричная функция, $B \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $m \leq n$.

Определим цель управления как асимптотическое стремление полной энергии системы $H(p, q)$ к заданному значению H_* : $\lim_{t \rightarrow \infty} H(p(t), q(t)) = H_*$. Эту цель можно представить в виде (4),

если принять $x = \text{col}\{p, q\}$, и задать целевую функцию

$$(11) \quad Q(p, q) = \frac{1}{2}(H(p, q) - H_*)^2.$$

Согласно описанной выше схеме скоростного градиента, вычислим функцию \dot{Q} — производную по времени от (11) вдоль

траекторий системы (10). Получим $\dot{Q} = (H - H_*) \left(\frac{\partial H}{\partial p} \right)^T B u$.

СГ-алгоритмы (8), (9) принимают тогда вид:

$$(12) \quad u = -\gamma(H - H_*)B^T \left(\frac{\partial H}{\partial p} \right),$$

$$(13) \quad u = -\gamma \text{sign} \left((H - H_*)B^T \left(\frac{\partial H}{\partial p} \right) \right).$$

Далее в статье метод скоростного градиента с энергетической целевой функцией используется для приведения маятника в окрестность заданного (вертикального) положения при произвольных начальных условиях с помощью ограниченного управления в обратной связи.

2.2. Синтез и исследование СГ-алгоритма с энергетической целевой функцией

Рассмотрим сначала задачу приведения маятника в заданную окрестность требуемого состояния равновесия. Получим закон управления, при котором из произвольного начального состояния маятник приобретает энергию колебаний, соответствующему верхнему (неустойчивому) состоянию равновесия. Используем для этого управление энергией колебаний и воспользуемся описанным в предыдущем параграфе методом. Получим алгоритмы скоростного градиента, взяв в качестве целевой функции (4) квадрат отклонения полной энергии системы $H(x)$ от заданного значения H_* [4, 17, 23].

Кинетическая энергия E рассматриваемой механической системы находится из выражения [7]

$$(14) \quad E = 0,5(J_v \dot{\psi}^2 + J_r(\dot{\psi} + \Omega)^2 + J_m(\dot{\psi} + \omega)^2 + mh^2\dot{\psi}^2),$$

ее потенциальная энергия $\Pi(\psi)$ имеет вид

$$(15) \quad \Pi(\psi) = (Mb + mh)g \cos \psi.$$

Таким образом, полная энергия $H = H(\psi, \dot{\psi}, \omega) = E(\psi, \dot{\psi}, \omega) + \Pi(\psi)$ определяется выражением

$$(16) \quad \begin{aligned} H(\psi, \dot{\psi}, \omega) = & (Mb + mh)g \cos \psi + 0,5(J + J_m + mh^2)\dot{\psi}^2 + \\ & + (J_r\chi^{-1} + 2J_m)\omega\dot{\psi} + (J_m + 0,5J_r\chi^{-2})\omega^2. \end{aligned}$$

Выберем в качестве целевой функции Q квадрат отклонения полной механической энергии системы H от ее заданного значения H^* :

$$(17) \quad Q(\psi, \dot{\psi}, \omega) = 0,5(H(\psi, \dot{\psi}, \omega) - H^*)^2.$$

Согласно общей схеме скоростного градиента, найдем скорость изменения во времени функции $Q(\psi, \dot{\psi}, \omega)$ в силу системы (1), (2). Получим

$$(18) \quad \begin{aligned} \dot{Q}(\psi, \dot{\psi}, \omega) = & -(H(\psi, \dot{\psi}, \omega) - H^*) \cdot ((Mb + mh)g\dot{\psi} \sin \psi + \\ & + (J + J_m + mh^2)\ddot{\psi}\dot{\psi} + (J_r\chi^{-1} + 2J_m)(\ddot{\psi}\omega + \dot{\psi}\dot{\omega}) + \\ & + (2J_m + J_r\chi^{-2})\dot{\omega}). \end{aligned}$$

Алгоритмы скоростного градиента в пропорциональной и релейной формах получаются в виде

$$(19) \quad u = \gamma(H^* - H) \sigma(\dot{\psi}, \omega) \text{ – пропорциональная форма,}$$

$$(20) \quad u = \gamma \operatorname{sign}((H^* - H) \sigma(\dot{\psi}, \omega)) \text{ – релейная форма,}$$

где использовано обозначение $\sigma(\dot{\psi}, \omega) = \partial \dot{H}(\psi, \dot{\psi}, \omega) / \partial u$. Для вычисления функции $\sigma(\dot{\psi}, \omega)$ требуется разрешить уравнения системы (1), (2) относительно старших производных, что будет сделано численно в следующем параграфе. На практике может оказаться полезной кусочно-линейная форма алгоритма (пропорциональный алгоритм с насыщением):

$$(21) \quad u = \gamma \operatorname{sat}(K(H^* - H) \sigma(\dot{\psi}, \omega)),$$

где $\operatorname{sat}(\cdot)$ – функция насыщения, а K – некоторый (достаточно большой) коэффициент передачи. При $K \rightarrow \infty$ алгоритм (21) переходит в релейный алгоритм (20). Заметим, что ограничение на управление в алгоритмах (20), (21) явно выражается через параметр γ , а именно, выполнено неравенство $|u(t)| \leq \gamma$. При использовании пропорциональной формы алгоритма (19) параметр γ должен быть подобран с учетом области возможных значений переменных состояния системы.

В дальнейшем используем следующие числовые значения [7]:

$$M = 1 \text{ кг}, \quad m = 3 \text{ кг}, \quad b = 0,1 \text{ м}, \quad h = 0,13 \text{ м}, \quad J = 0,12 \text{ кг} \cdot \text{м}^2,$$

$$J_m = 0,03 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, \quad J_r = 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2, \quad J_v = 3,92 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot \text{м}^2,$$

$$\chi = 0,1, \quad c_1 = 8 \cdot 10^{-2} \text{ Н} \cdot \text{м/В}, \quad c_2 = 7,6 \cdot 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}.$$

Подстановкой числовых значений в (16) получим

$$\Pi(\psi) = 4,81 \cos \psi,$$

$$(22) \quad H(\psi, \dot{\psi}, \omega) = 4,81 \cos \psi + 0,1 \dot{\psi}^2 + 0,06 \omega \dot{\psi} + 0,035 \omega^2.$$

Разрешим уравнения маятника (1), (2) относительно старших производных. Получим следующую модель (для краткости записи приведены числовые значения параметров в системе единиц СИ):

$$(23) \quad \begin{cases} \ddot{\psi} - 6,14\omega - 50,1 \sin \psi = -6,46 u, \\ \dot{\omega} + 23,8\omega + 38,8 \sin \psi = 25 u. \end{cases}$$

При линеаризации модели (23) относительно $\psi^* = 0$ получим систему, имеющую собственные числа $\lambda = \{-24, 2, -6, 0, 6, 5\}$.

Подстановкой выражений для $\ddot{\psi}$, $\dot{\omega}$ из (23) и числовых значений коэффициентов получим

$$\begin{aligned} \dot{Q}(\psi, \dot{\psi}, \omega) = & (H(\psi, \dot{\psi}, \omega) - H^*) ((0, 23\dot{\psi} + 1, 36\omega) u - 1, 29\omega^2 + \\ & + 0, 34\omega \sin \psi + 2, 88\dot{\psi} \sin \psi - 0, 217\omega\dot{\psi}). \end{aligned}$$

Отсюда следует, что

$$(24) \quad \frac{\partial \dot{Q}}{\partial u} = (H(\psi, \dot{\psi}, \omega) - H^*) \cdot (0, 23\dot{\psi} + 1, 36\omega).$$

Таким образом, сигнал $\sigma(\dot{\psi}, \omega)$ в алгоритмах управления (19)–(21) численно равен $\sigma(\dot{\psi}, \omega) = 0, 23\dot{\psi} + 1, 36\omega$. Общий коэффициент в выражении для σ можно вынести за скобки и далее не учитывать.

Промоделируем процесс раскачки колебаний по алгоритму (16), (20) при нижнем начальном положении маятника ($\psi(0) = \pi$) и нулевых начальных значениях скоростей вращения. Используя (22) получим, что верхнему положению маятника при отсутствии вращения соответствует полная энергия, численно равная $H = 4, 81$ Дж. Это значение используем в качестве заданного $H^* = 4, 81$ Дж. Примем $\gamma = 16$ В. Результаты моделирования представлены на рис. 3, 4. Как видно из графиков, энергия системы быстро приходит в окрестность заданного состоя-

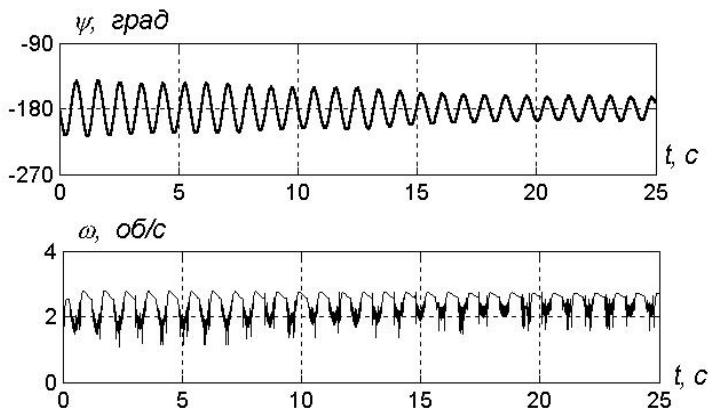


Рис. 3. Раскачка маятника по алгоритму (16), (20) при $\gamma = 16 \text{ В}$, $H^* = 4,81 \text{ Дж}$

ния, однако требуемой раскачки колебаний не происходит: основная часть энергии переходит во вращательное движение маховика, который раскручивается до средней скорости около $15 \text{ с}^{-1} \approx 2,4 \text{ об/с}$. На рис. 4 показана также составляющая энергии $H_\psi(\psi, \dot{\psi}) = (Mb + mh)g \cos \psi + 0,5(J + J_m + mh^2)\dot{\psi}^2$, соответствующая энергии маятника без учета вращения маховика. Заметим, что при меньших значениях γ по данному алгоритму не удастся получить заданной энергии из-за ее рассеяния.

Полученные результаты показывают, что СГ-алгоритм (при достаточном уровне управления) приводит к требуемому значению полной энергии колебаний, но эта энергия не распределяется требуемым образом, а переходит в основном во вращательную энергию ротора. При $\psi(0) \approx 0$ наблюдается сложное колебательное движение, при котором ротор вращается то в одну, то в другую сторону, однако верхнее положение равновесия по-прежнему не является притягивающим.

Модифицируем алгоритм управления, используя вместо полной энергии колебаний парциальную энергию, включающую только составляющую H_ψ .

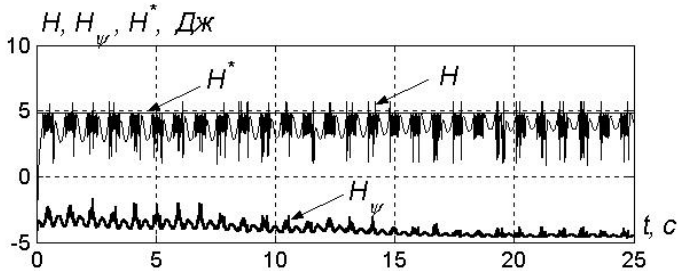


Рис. 4. Изменение энергии колебаний по алгоритму (16), (20) при $\gamma = 16$ В, $H^* = 4,81$ Дж.

2.3. Модифицированные алгоритмы: управление по парциальной энергии

Как и выше, получим СГ-алгоритмы управления колебаниями на базе энергетического подхода, однако при записи целевой функции используем не полную механическую энергию системы $H(\psi, \dot{\psi}, \omega)$, а парциальную составляющую:

$$(25) \quad H_\psi(\psi, \dot{\psi}) = (Mb + mh)g \cos(\psi) + 0,5(J + J_m + mh^2)\dot{\psi}^2,$$

характеризующую энергию колебаний маятника с неподвижным маховиком. Зададим новую целевую функцию в виде

$$(26) \quad Q(\psi, \dot{\psi}) = 0,5 (H_\psi(\psi, \dot{\psi}) - H^*)^2.$$

Вычисляя, как и выше, производную по времени от функции $Q(\psi, \dot{\psi})$ в силу системы (1), (2), получим

$$(27) \quad \dot{Q} = (H_\psi(\psi, \dot{\psi}) - H^*) (\alpha_1 \sin \psi \cdot \dot{\psi} + (\alpha_2 u + \alpha_3 \omega + \alpha_4 \sin \psi) \dot{\psi}),$$

где $\alpha_i, i = 1, \dots, 4$ – некоторые коэффициенты, зависящие от параметров системы. Вычисляя частную производную от \dot{Q} по управлению u и с учетом того, что $\alpha_2 < 0$, получим следующие

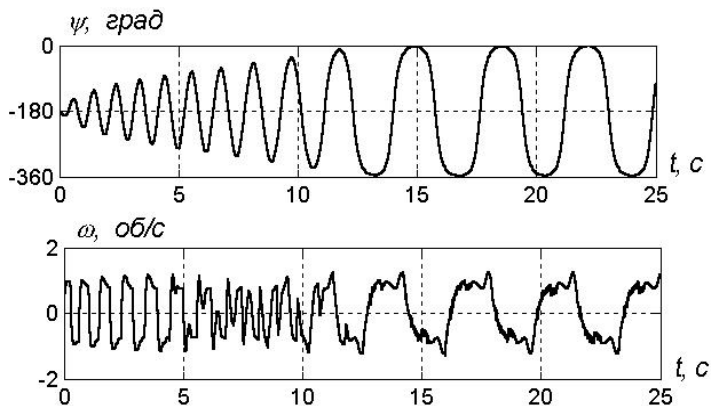


Рис. 5. Приведение маятника в верхнее положение по алгоритму (25), (29) при $\gamma = 6$ В, $H^* = 4,81$ Дж

алгоритмы маятника приведения маятника в заданное состояние:

$$(28) \quad u = \gamma(H_\psi - H^*) \dot{\psi} \text{ — пропорциональная форма,}$$

$$(29) \quad u = \gamma \operatorname{sign}((H_\psi - H^*) \dot{\psi}) \text{ — релейная форма.}$$

Приведем результаты моделирования системы (1), (2) с алгоритмом (25), (29). Результаты моделирования при уровне управляющего воздействия $\gamma = 6$ В представлены на рис. 5, 6. Из рисунков видно, что модифицированный алгоритм обеспечивает выполнение цели управления — приведения маятника в верхнее состояние равновесия с малой скоростью движения. Как показывают результаты моделирования, амплитуда управляющего напряжения по предложенному ниже алгоритму значительно (в два раза) меньше амплитуды управления по алгоритму работы [7].

3. Алгоритм стабилизации

Для стабилизации маятника в верхнем положении и, одновременно, прекращения вращения маховика, воспользуемся конечной формой (7) СГ-алгоритма. Синтез алгоритма выполним

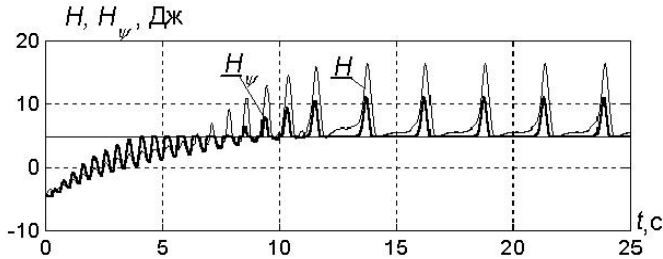


Рис. 6. Изменение энергии колебаний по алгоритму (25), (29) при $\gamma = 6$ В, $H^* = 4,81$ Дж.

по линеаризованной модели системы, обеспечивая возникновение (в некоторой окрестности требуемого состояния равновесия) устойчивых скользящих режимов. Используем известную методику синтеза, изложенную в [10] (см. также [3]).

Линеаризуем уравнения (23) относительно точки $\psi^* = 0$ (в силу линейности (23) по ω и u , значения ω^* и u^* не существенны). Относительно вектора $x = \text{col}\{\Delta\psi, \Delta\dot{\psi}, \Delta\omega\}$ отклонений от заданного состояния равновесия получим уравнения состояния $\dot{x} = Ax + Bu$ с матрицами

$$(30) \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 50,1 & 0 & 6,14 \\ -38,8 & 0 & -23,8 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ -6,46 \\ 25 \end{bmatrix}.$$

Предполагая, что весь вектор состояния x в (30) доступен измерению, найдем вектор $g \in \mathbb{R}^3$ так, чтобы числитель $B(s)$ передаточной функции $W(s) = g^T(pI - A)^{-1}B$ был заданным гурвицевым многочленом. В качестве «эталонного» используем многочлен Баттерворта [9]. Полагая $g_1 = 1$, получим $B(s) = (-6,46g_2 + 25g_3)s^2 - (6,46 + 0,25g_2)s - 0,25 - 10^3g_3$. Приравнявая коэффициенты приведенной формы многочлена $B(s)$ заданному многочлену Баттерворта $D(s) = s^2 + 1,4\Omega_0s + \Omega_0^2$, при $\Omega_0 = 5 \text{ с}^{-1}$ получим $g_2 = 0,23 \text{ с}$, $g_3 = 0,023 \text{ с}$. Таким образом, получаем следующий алгоритм

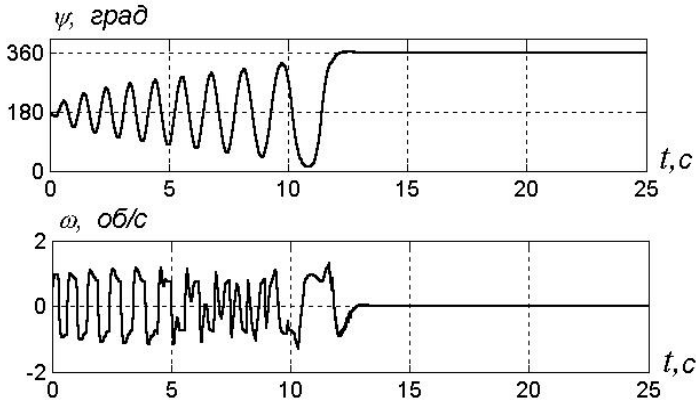


Рис. 7. Раскачка и стабилизация маятника по комбинированному алгоритму (25), (29), (31) при $\gamma = 6 \text{ В}$

для стабилизации маятника в верхнем состоянии равновесия с одновременной остановкой вращения маховика:

$$(31) \quad u = -\gamma \operatorname{sign} \sigma, \quad \sigma = g_1(\psi \bmod 2\pi) + g_2\dot{\psi} + g_3\omega,$$

где $g_1 = 1$, $g_2 = 0,23$, $g_3 = 0,023$.

4. Комбинированный алгоритм управления

Для переключения алгоритма управления с (25), (29) на (31) используем условие $\operatorname{abs}(\psi \bmod 2\pi) < \Delta_\psi$.

Рассмотрим совместную работу алгоритмов (25), (29) и (31). Выберем порог переключения $\Delta_\psi = 40^\circ$. Результаты моделирования представлены на рис. 7, 8. Как видно из рисунков, происходит раскачка колебаний, их амплитуда и энергия возрастают, в заданной области происходит переключение алгоритма и стабилизация маятника относительно неустойчивого состояния равновесия. Соответствующая фазовая траектория системы в пространстве $\{\psi, \omega, \dot{\psi}\}$ представлена на рис. 9. На этом же рисунке показана поверхность заданного уровня парциальной энергии H_ψ .

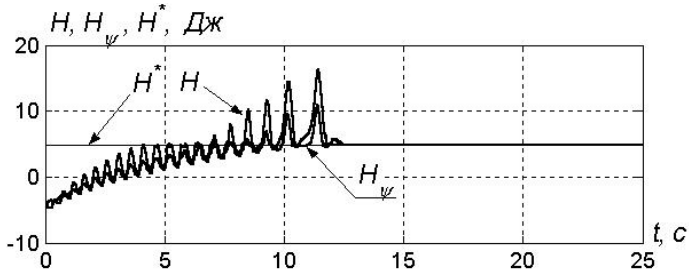


Рис. 8. Изменение энергии колебаний по алгоритму (25), (29), (31)

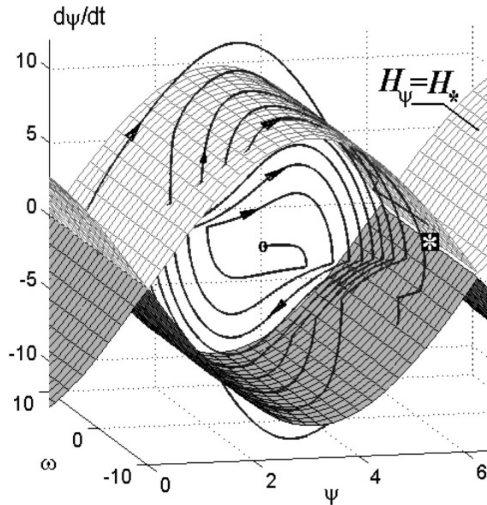


Рис. 9. Фазовая траектория. Начальное состояние — \circ (точка устойчивого равновесия), конечное состояние — $*$ (точка неустойчивого равновесия)

5. Заключение

В статье представлен и исследован комбинированный алгоритм стабилизации маятника, управляемого через инерционный маховик, в верхнем положении при произвольных начальных условиях. При этом решаются частные подзадачи: приведения маятника в некоторую окрестность требуемого состояния равновесия и стабилизации в этом состоянии. Для достижения первой цели в работе строится алгоритм скоростного градиента с энергетической целевой функцией, использующей парциальную энергию. Для достижения второй цели применяется регулятор со скользящим режимом. Применение предложенного метода, в отличие от метода работы [7], позволило решить задачу стабилизации при произвольных начальных условиях и, кроме того, потребовало по сравнению с указанной работой в два раза меньшего уровня управления.

Литература

1. АНДРИЕВСКИЙ Б. Р. *Стабилизация перевернутого маятника с инерционным маховиком в качестве движителя* / Управление в физико-технических системах. Под ред. А. Л. Фрадкова. СПб.: Наука, 2004. – С. 52-71.
2. *Управление мехатронными вибрационными установками* / Б. Р. Андриевский, И. И. Блехман, Ю. А. Борцов и др. Под ред. И. И. Блехмана и А. Л. Фрадкова. СПб.: Наука, 2001. – 278 с.
3. АНДРИЕВСКИЙ Б. Р., ФРАДКОВ А. Л. *Избранные главы теории автоматического управления с примерами на языке МАТЛАВ*. СПб.: Наука, 1999. – 467 с.
4. АНДРИЕВСКИЙ Б. Р., ГУЗЕНКО П. Ю., ФРАДКОВ А. Л. *Управление нелинейными колебаниями механической системы по методу скоростного градиента* // Автоматика и телемеханика. – 1996. – Том 57, №6. – С. 4-17.
5. АНДРИЕВСКИЙ Б. Р., СТОЦКИЙ А. А., ФРАДКОВ А. Л. *Алгоритмы скоростного градиента в задачах адаптации*

- и управления* // Автоматика и телемеханика. – 1988. – №12. – С. 3-39.
6. БЕЗНОС А. В., ГРИШИН А. А., ЛЕНСКИЙ А. В., ОХОЦИМСКИЙ Д. Е., ФОРМАЛЬСКИЙ А. М. *Управление при помощи маховика маятником с неподвижной точкой подвеса* // Изв. РАН. Теория и системы управления. – 2004. – №1. – С. 27-38.
 7. ГРИШИН А. А., ЛЕНСКИЙ А. В., ОХОЦИМСКИЙ Д. Е. И ДР. *О синтезе управления неустойчивым объектом. Перевернутый маятник* // Изв. РАН. Теория и системы управления. – 2002. – №5. – С. 14-24.
 8. МИРОШНИК И. В., НИКИФОРОВ В. О., ФРАДКОВ А. Л. *Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами*. СПб.: Наука, 2000. – 550 с.
 9. ПЕРВОЗВАНСКИЙ А. А. *Курс теории автоматического регулирования*. Учеб. пособие. М.: Наука, 1986.
 10. УТКИН В. И. *Скольльзящие режимы в задачах оптимизации и управления*. М.: Наука, 1981.
 11. ФРАДКОВ А. Л. *Кибернетическая физика. Принципы и примеры*. СПб.: Наука, 2003. – 208 с.
 12. ФРАДКОВ А. Л. *Схема скоростного градиента и ее применение в задачах адаптивного управления* // Автоматика и телемеханика. – 1979. – №9. – С. 90-101.
 13. ФРАДКОВ А. Л. *Адаптивное управление в сложных системах*. М.: Наука, 1990. – 292 с.
 14. AKULENKO L. D. *Parametric control of oscillations and rotations of physical pendulum* // J. Appl. Math. and Mech. – 1991. – Vol. 57, №2. – P. 82-91.
 15. ÅSTRÖM K. J., FURUTA K. *Swinging up a pendulum by energy control* // Automatica. – 2000. – Vol. 36, №2. – P. 287-295.
 16. FRADKOV A. L., ANDRIEVSKY B. R., BOYKOV K. B. *Nonlinear excitability analysis with application to two-pendulum system* // Proc. 21st IASTED Conf. «Modeling, Identification and Control» (MIC 2002), Innsbruck, 18-21 Feb,

- 2002, IASTED, ACTA Press. – P. 374-379.
17. FRADKOV A. L. *Swinging control of nonlinear oscillations* // Intern. J. Control. – 1996. – Vol. 64, №6. – P. 1189-1202.
 18. FRADKOV A. L., POGROMSKY A. YU. *Introduction to control of oscillations and chaos*. – Singapore: World Scientific, 1998.
 19. LENCI S., REGA G. *Numerical control of impact dynamics of inverted pendulum through optimal feedback strategies* // J. Sound Vib. – 2000. – Vol. 236, №3. – P. 505-527.
 20. MORI S., NISHIHARA H., FURUTA K. *Control of unstable mechanical systems. Control of pendulum* // Int. J. Control. – 1976. – Vol. 23, №5. – P. 673-692.
 21. SCHMID CHR. *An autonomous self-rising pendulum. Invited paper* / Proc. European Control Conference ECC'99. – Karlsruhe, 1999.
 22. SHIRIAEV A., POGROMSKY A., LUDVIGSEN H. ET AL. *On global properties of passivity-based control of an inverted pendulum* // Int. J. Robust. Nonlin. Contr. – 2000. – Vol. 10, №4. – P. 283-300.
 23. SHIRIAEV A. S., EGELAND O., LUDVIGSEN H., FRADKOV A. L. *VSS-version of energy-based control for swinging up a pendulum* // Syst., Control Let. – 2001. – Vol. 44, №1. – P. 45-56.
 24. SPONG M. W., CORKE P., LOZANO R. *Nonlinear control of the Reaction Wheel Pendulum* // Automatica. – 2001. – Vol. 37. – P. 1845-1851.
 25. SPONG M., TSAO T.-CH. *Mechatronics education at the university of Illinois* / Proc. 14th World Congress of IFAC. Beijing, 1999, №M-6a-01-1.
 26. WIKLUND M., KRISTENSON A., ÅSTRÖM K. *A new strategy for swinging up an inverted pendulum* / Prepr. 12th IFAC World Congress. – 1993. – Vol. 9. – P. 151-154.

GLOBAL STABILIZATION OF THE UNSTABLE REACTION-WHEEL PENDULUM

Boris Andriiesky, Institute for Problems of Mechanical Engineering of RAS, Dr.Sc., Leading Research Fellow (Saint Petersburg, 61, V.O. Bolshoy Av., +7 812 321-4766, bandri@yandex.ru).

Abstract: The paper deals with the problem of the Reaction Wheel Pendulum stabilization about unstable (inverted) position for arbitrary initial conditions. Considered mechanical system consists of a physical pendulum with a symmetric disk attached to the end of the pendulum, which is free to spin about an axis parallel to the axis of rotation of the pendulum. The disk is actuated by a DC-motor. The coupling torque generated by the angular acceleration of the disk is used to control of the pendulum. The switching control law is proposed to swinging up the pendulum and balancing it about the inverted position. The nonlinear swinging up control law is proposed ensuring global stabilization of thr pendulum about inverted position. The Energy-based Speed-gradient (EBSG) control scheme is used to designing the swinging-up controller. The modification of the EBSG method is proposed to ensure attainability of the inverted position of the pendulum for all initial states of the system. The balance controller is designed on the basis of The sliding-mode Variable Structure Control approach is used for designing the balance controller. The parameter estimation procedure based on Kalman Filtering concept is developed to cope with a-priory parametric uncertainty. Numerical simulation results are presented showing achievement of the posed control goal by means of the control action of small magnitude.

Keywords: stabilization, inverted pendulum, energy-based approach, speed-gradient, sliding mode, switching algorithm.

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии Л.Б. Рапопортом.

УДК 629.783+621.396
ББК Ж 30

ОСОБЕННОСТИ МОНИТОРИНГА ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ КОСМИЧЕСКИМ АППАРАТОМ НА ГЕОСИНХРОННОЙ И ГЕОСТАЦИОНАРНОЙ ОРБИТЕ ¹

Шаров С. Н. ²

(ФГУП «ЦНИИ 'Гранит'», Санкт-Петербург)

Рассматривается возможность создания радиолокатора с рефлекторной антенной для космического аппарата (КА), обеспечивающего обнаружение объектов в заданной зоне и высокое разрешение на поверхности Земли. Проведены исследования особенностей мониторинга земной поверхности радиолокатором с фазоманипулированным (ФМн) сигналом. Предложен алгоритм переключения парциальных диаграмм для многолучевого радиолокатора геостационарного КА, позволяющий обеспечить равномерную засветку с максимальной плотностью зондирующего излучения заданной зоны и за минимальное время при постоянной скорости вращения КА вокруг направления на центр зоны мониторинга и постоянной частоте зондирования

Ключевые слова: мониторинг земной поверхности, обзорный радиолокатор, фазовая манипуляция.

Введение

Космические системы мониторинга земной поверхности имеют все возрастающее значение, привлекая большое внимание

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, гранты 06-08-01386, 09-08-00803.

² Шаров Сергей Николаевич, доктор технических наук, начальник отдела, профессор (sergey.n.sharov@gmail.com)

специалистов в областях управления космическими аппаратами, обработки информации и радиолокации [1, 6, 7, 9, 8, 10]. Основываясь на результатах [1], в данной статье рассматривается возможность создания радиолокатора (РЛ) с рефлекторной антенной для космического аппарата (КА), обеспечивающего обнаружение объектов в заданной зоне и высокое разрешение на поверхности Земли.

КА на геостационарной орбите относительно Земли находится в неподвижном положении на постоянной высоте. Его вертикаль проходит через экватор Земли. В силу того, что геостационарный КА не имеет взаимного перемещения относительно Земли, исключена возможность использования режима синтезированной апертуры, в котором обеспечивается высокое разрешение в направлении перемещения КА.

Для мониторинга земной поверхности геостационарным КА необходимо иметь возможность сканировать заданный участок поверхности Земли. Сканирование проводится при повороте всего КА в связи с тем, что антенна РЛ имеет большие габариты и массу, она жестко скреплена с корпусом КА.

Минимальные энергетические затраты на сканирование обеспечиваются вращением КА вокруг продольной оси, близкой к геометрической оси антенной системы, так как момент инерции здесь минимальный. Скорость вращения КА $\omega_{КА}$ определяется моментом инерции КА $I_{КА}$, вращающим моментом M_K двигате-

лей коррекции и временем t_K их работы: $\omega_{КА} = \int_0^{t_K} \frac{M_K}{I_{КА}} dt$. Одного

импульса двигателей коррекции достаточно, чтобы КА вращался практически неограниченное время. Дальнейшие энергетические затраты на поддержание заданной скорости и стабилизацию оси вращения КА относительно заданного направления относительно Земли в настоящей работе не рассматриваются. Минимальная скорость $\omega_{КА}$ (соответственно, минимальные энергетические затраты) определяется временем, затрачиваемым РЛ на осмотр заданной зоны за один оборот КА.

Орбита геосинхронного КА наклонена относительно экваториальной плоскости на некоторый угол ψ . В зависимости от наклона орбиты КА, ориентации РЛ относительно вертикали и углового поля зрения РЛ известными энергетическими и геометрическими соотношениями [2, 4] определяется зона возможного наблюдения земной поверхности.

Ускорить процесс осмотра заданной зоны можно путем сканирования диаграммой направленности антенной системы. Это принципиально возможно механическим путем (например, вращением КА вместе с антенной вокруг оси, смещенной относительно оси антенной системы) или при помощи электронного сканирования при наличии многолучевой антенной системы.

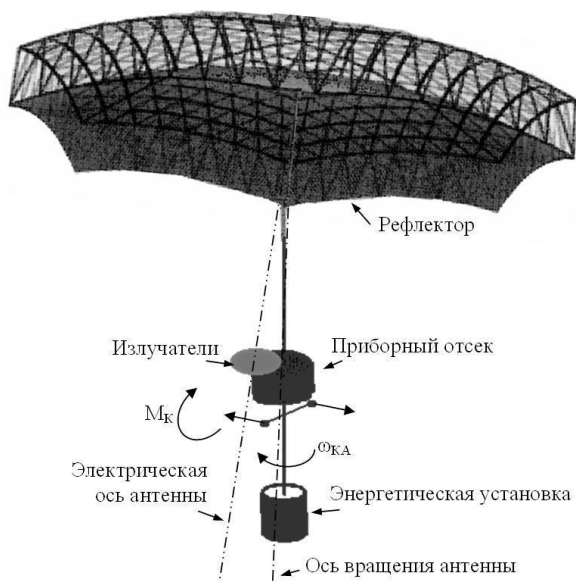


Рис. 1. Схематический вид КА с РЛС наблюдения

1. Оценка дальности действия РЛ

Дальность обнаружения отраженных сигналов $D_{\text{обн}}$ в режиме мониторинга (обзор и обнаружение заданных объектов-целей) для КА определяется известным соотношением [4, 5]

$$(1) \quad D_{\text{обн}} \cdot 10^{0,2\alpha L_a} = P_{\text{пер}} G S_{\text{эф}} S_A / (16\pi^2 P_{\text{min}}),$$

где L_a – длина трассы прохождения РЛ излучения в атмосфере; α – показатель затухания РЛ излучения в атмосфере; $P_{\text{пер}}$ – мощность РЛ передатчика; G – коэффициент усиления антенны; S_A – площадь антенны; P_{min} – минимальная мощность сигнала, необходимая для обнаружения отраженных сигналов от объектов-целей с заданной $S_{\text{эф}}$ – эффективной отражательной способностью цели.

На борту КА располагаемая мощность электропитания для РЛ составляет от единиц до десятков кВт. Основным потребителем является РЛ передатчик. Располагаемая средняя мощность излучения передатчика составляет $(1 \div 10) \cdot 10^3$ Вт. Параметры антенны (S_A , G) определяются площадью рефлектора антенны и длиной волны РЛ излучения.

Эффективная отражательная способность объектов – целей $S_{\text{эф}}$ находится в пределах от единиц до десятков тысяч м^2 .

Минимальная мощность сигнала P_{min} , необходимая для обнаружения отраженных сигналов, определяется известным выражением [4] $P_{\text{min}} = kT_0 B F_{\text{П}} S/N$, где k – постоянная Больцмана; T_0 – температура приемника, К; B – ширина полосы пропускания приемника; $F_{\text{П}}$ – коэффициент потерь в приемнике; S/N – отношение сигнал/шум, определяющее вероятность обнаружения заданного объекта и вероятность ложной тревоги.

Для простого единичного сигнала $\tau = (0,1 \div 1)$ мкс обеспечивается минимальная мощность $P_{\text{min}} \approx 10^{-13}$ Вт. Для сложного фазоманипулированного (ФМн) сигнала P_{min} снижается на несколько порядков [2]. ФМн-сигнал обеспечивает обнаружение морских надводных целей и измерение их координат относительно КА.

Для примера на рис. 2,а приведены зависимости изменения отношения сигнал/шум от диаметра D_a рефлектора антенны и от

эффективной отражающей площади $S_{эф}$ цели для случая, когда затуханием в атмосфере можно пренебречь ($\alpha = 0$), и когда на трассе прохождения излучения протяженностью $L_a = 25$ км идет сильный дождь 4 мм/час ($\alpha = 0,2$). Анализ приведенных соотношений показывает возможность в режиме обзора обеспечить дальность обнаружения морской надводной цели типа «Авианосец» или «Крейсер» до 42000 км с вероятностью не менее 0,9 и ложной тревогой не более 0,001. При этом обеспечивается разрешающая способность по дистанции $\approx 15 \div 150$ м и в боковом направлении $\approx 25 \div 50$ км.

Для обеспечения повышенной разрешающей способности РЛ в боковой плоскости используется режим синтезированной апертуры [3]. Реализация режима синтезированной апертуры антенной системы возможна только при наличии взаимного перемещения земной поверхности и КА в направлении перпендикулярном линии визирования, что естественно для РЛ бокового обзора летательных аппаратов.

Для оценки наблюдаемости отраженных сигналов РЛ с синтезированной апертурой воспользуемся расчетной формулой [4]

$$(2) \quad \frac{S}{N} = \frac{P_{ср}}{8\pi} \frac{A_r \rho \delta_R}{k_0 F_{\Pi} D^3 \lambda} \frac{\sin \varphi}{V},$$

где S/N – отношение сигнал/шум; $P_{ср}$ – средняя мощность зондирующего сигнала, Вт; $A_r = S_A$ – эффективная площадь апертуры, м²; ρ – коэффициент рассеяния земной поверхности, $\rho = 0,01$; δ_R – разрешающая способность по дистанции, м; φ – угол скольжения (угол между линией визирования и горизонтальной плоскостью наблюдаемой точки), $0 \div 90$ угл. град. (для максимальной дистанции примем $\varphi = 0,01$ рад); V – относительная скорость перемещения РЛ и наблюдаемой точки перпендикулярно линии визирования, м/с; D – дистанция; λ – длина волны излучения, м.

Зависимости отношения сигнал/шум от диаметра D_a рефлектора антенны и от скорости V перемещения КА относительно поверхности Земли показаны на рис. 2,б для случая, когда затуханием в атмосфере можно пренебречь ($\alpha = 0$) и когда на трас-

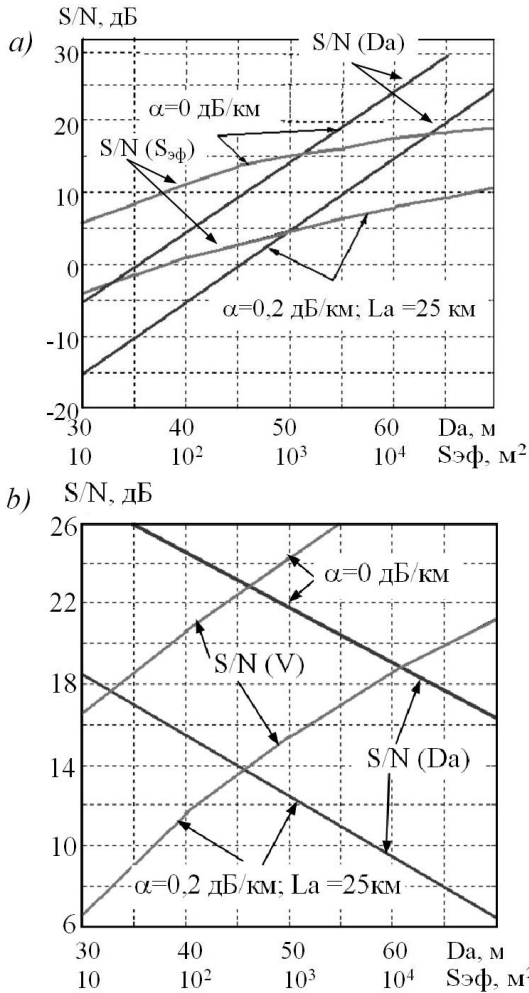


Рис. 2. Зависимости изменения отношения сигнал/шум от диаметра D_a рефлектора антенны и от эффективной отражающей площади $S_{эф}$

се прохождения излучения протяженностью 25 км идет сильный дождь ($\alpha = 0,2$).

Анализ приведенных соотношений показывает возможность использования РЛ, обеспечивающего режим обзора и обнаружения заданных объектов-целей, в режиме синтезирования апертуры с целью получения высокого разрешения по боковой координате.

2. Обеспечение осмотра заданной зоны земной поверхности с геостационарным КА

Важно отметить, что для равномерного по угловой координате осмотра поверхности требуется переменная скорость вращения электрической оси антенны. Однако создание переменной скорости вращения КА потребует постоянного расхода топлива двигателей коррекции КА, что недопустимо. КА работают на орбите более 10 лет.

Для осмотра максимальной площади поверхности Земли необходимо вращение КА вокруг вертикальной оси, а для осмотра ограниченного сектора, образованного всеми лучами антенны, необходимо вращение КА вокруг своей продольной оси, направленной в центр заданного углового сектора мониторинга. На рис. 3,а показано распределение лучей в секторе обзора, образованного вращением КА, при необходимом однократном, за один период вращения КА, освещении внешнего пояса сектора. При этом в центральной части (рис. 3,а) происходит многократное освещение каждого направления.

Для обеспечения сплошного накрытия круговой зоны необходимо вращение КА с постоянной угловой скоростью $\omega_{КА}$. Если угловой радиус R осматриваемой зоны перекрывается парциальными диаграммами с минимально необходимым перекрытием, то $R = \sqrt{2}\theta_{РЛ}M$, где $\theta_{РЛ}M$, рад – угол расхождения парциального луча, M – число лучей РЛ на одном радиусе засветки. В этом случае обеспечивается минимально необходимое перекрытие парциальных лучей $0,707\theta_{РЛ}$ на внешнем поясе зоны обзора

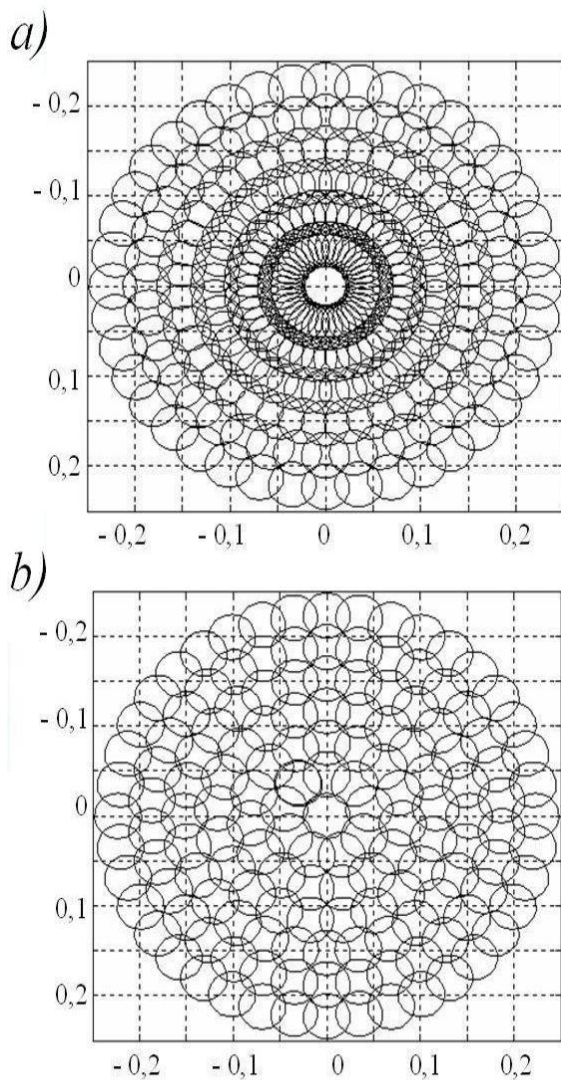


Рис. 3. Распределение лучей в секторе обзора, образованного вращением КА

при скорости $\omega_{КА}$,

$$(3) \quad \omega_{КА} = \frac{\theta_{РЛ}}{\sqrt{2}RT_{И}} \text{ рад/с,}$$

где $T_{И}$, с – период следования зондирующих импульсов.

Оптимально (равномерно распределяя поисковое усилие [4]) можно управлять игольчатой диаграммой электронным способом, переключая диаграммы направленности (соответствующим рупором антенны) так, что периферийные направления будут подключаться чаще, а ближние к центру – реже.

При последовательном по радиусу включении парциальных лучей на однократный осмотр сектора радиусом $R = 0,707\theta_{РЛ}M$ необходимо суммарное число зондирующих импульсов $N_{\Sigma} = \text{ceil}(2\pi M^2)$, где $\text{ceil}(\cdot)$ – оператор округления до целого числа вверх.

Минимальное число зондирующих импульсов N_0 , которыми можно осветить эту зону (рис. 3,б), определяется (при $M > 1$) соотношением $N_0 = \text{ceil}(\pi M^2)$.

Эффективность процесса сканирования определим как отношение затрачиваемого числа зондирующих импульсов N_{Σ} и минимально необходимого (оптимального) N_0 . Пренебрегая округлением до целого числа для рассмотренного сектора мониторинга, получим $N_{\Sigma}/N_0 = 2$. Таким образом, оптимизация распределения поискового усилия в круговом секторе может привести к двукратному выигрышу по требуемому для мониторинга числу зондирующих импульсов.

Для кольцевого сектора мониторинга

$$(4) \quad N_0 = \text{ceil} \left(\frac{\pi(\theta_1^2 - \theta_2^2)}{\pi\theta_{РЛ}^2/2} \right) = \text{ceil} \left(\frac{\theta_1^2 - (\theta_1 - 0,707M)^2}{\theta_{РЛ}^2} \right),$$

где θ_1 и θ_2 – углы наблюдения внешнего и внутреннего пояса кольцевой зоны, $N_{\Sigma} = \text{ceil} (M \cdot 2\pi\theta_1 / (0,707\theta_{РЛ}))$. В этом случае отношение N_{Σ}/N_0 зависит от угла наблюдения внешнего пояса θ_1 , ширины диаграммы направленности $\theta_{РЛ}$ и числа парциальных лучей M .

Задача оптимального обзора сводится к нахождению закона переключения парциальных диаграмм ($k = 1, \dots, M$) РЛ как функции $R_K(t)$, обеспечивающей минимум зондирующих посылок n для осмотра заданного кругового сектора обзора за один оборот КА. Если скорость $\omega_{КА}$ вращения КА постоянная, то вместо переменной t можно использовать угол φ поворота КА, $R_K(\varphi) \rightarrow \min(n)$.

Математически это вариационная задача или оптимизационная задача целочисленного программирования при следующих ограничениях:

- угловой размер парциальной диаграммы равен $\theta_{РЛ}$, диаграмма осесимметричная;
- угловой радиус зоны осмотра θ_1 , определяемый располагаемым числом M парциальных диаграмм $\theta_1 = 0,707M\theta_{AD}$;
- угол φ изменяется от 0 до 2π .

Важным дополнительным ограничением является равномерность зондирующих импульсов, т. е. угол поворота $\Delta\varphi = \text{const}$, при повороте на который происходит излучение зондирующего сигнала.

Аналитического решения этой задачи авторам найти не удалось. Поэтому использовался метод численного подбора последовательности переключения каналов (парциальных диаграмм) в среде MATLAB.

При необходимости сплошного осмотра круговой зоны и сохранения постоянства частоты следования зондирующих импульсов можно использовать следующий алгоритм переключения. Предварительно определяются ожидаемое число лучей на внешнем кольце $N_m = \pi\theta_1/(0,707\theta_{РЛ})$, число зондирующих импульсов, затрачиваемых на обзор без оптимизации $N = N_m M$.

Для каждого k -ого пояса ($k = 1, \dots, M$), обслуживаемого своей парциальной диаграммой (лучом), определяется оптимальное число N_K лучей, которые должны его засвечивать

$$(5) \quad N_K(k) = \pi(\theta_1 - (k - 1) \cdot 0,707\theta_{РЛ}) / (0,707\theta_{РЛ}),$$

и оптимальный угловой интервал φ_K между лучами $\varphi_K(k) = 2\pi/N_K(k)$.

Угловой шаг определения момента излучения $\partial\varphi = a_0 \cdot 0,707\theta_{\text{РЛ}}/M$, где $a_0 \approx N_{\Sigma}/N_0$ – коэффициент, определяющий увеличение шага, подбирается в зависимости от допустимого риска пропуска участка поверхности наблюдаемой зоны за один оборот КА. Неосвещаемая угловая зона находится в пределах $0,1 \div 1\%$ от требуемой.

Начиная с $\varphi = 0$ с шагом $\partial\varphi$ анализируется последовательно взаимное расположение импульсов на каждом поясе и выбирается тот луч, который окажется ближайшим к текущему значению φ . На каждом шаге определяются новые начальные условия для анализа на следующем шаге.

Ниже приведен фрагмент программы для определения номера включаемого луча k как функция угла $Y = \varphi$ поворота КА.

```

for i=1:N
y=i*dfi;
Y(i)=y;
for k=1:M;
    yk1(k)=y0(k)+y*dk(k);
    dy(k)=yk1(k)-y; end
    if dy(1) < dy(2k)
        ip(i)= 1;
        dm=dy(1);
        yo(1)=yk1(1);
    else ip(i)=2;
        dm=dy(2);
        yo(2)=yk1(2);
    end
for k=3:M;
    if dy(k) < dm
        ip(i)=k;
        dm=dy(k);
    end
pp=ip(i); y0(pp)=yk1(pp); end

```

Здесь по каждому значению угла поворота $Y(i)$ определяется номер засвечиваемого пояса (i), т. е. номер включаемого луча k .

Приведенный алгоритм дает необходимое число лучей N_{Σ} больше, чем N_0 , не более, чем на $1 \div 2$, т. е. уступает оптимальному распределению на $10 \div 15$ %. Пример полученного распределения поискового усилия приведен на рис. 4.

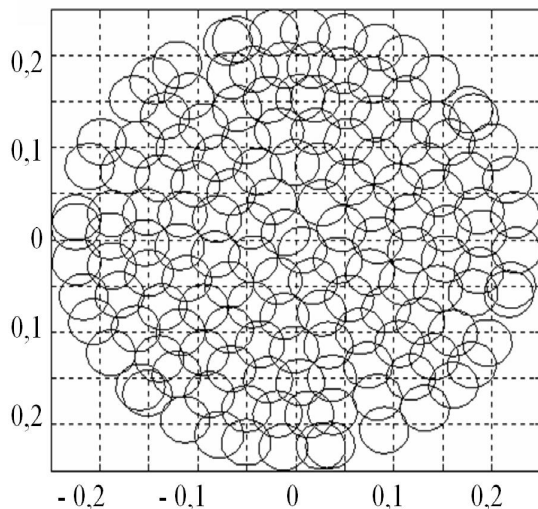


Рис. 4. Пример полученного распределения поискового усилия

Дальнейшего улучшения равномерности распределения поискового усилия и приближения N_{Σ} к N_0 можно добиться, сняв ограничение на постоянство периода следования зондирующих импульсов, допустив его изменение в пределах $\approx 5 \div 10$ % относительно среднего значения.

Высокую разрешающую способность и точность определения координат наблюдаемых объектов-целей можно обеспечить только при помощи двух геостационарных КА, РЛ которых осматривают заданную зону синхронно на взаимно перпендикулярных ракурсах. В этом случае разрешающая способность по двум координатам определяется разрешающей способностью РЛ по дистанции и находится в пределах $1.5 \div 150$ м.

3. Обеспечение разрешающей способности РЛ геосинхронного КА

Рассмотрим РЛ неподвижный относительно вертикали КА, угловое положение которого стабилизировано относительно плоскости меридиана. Если вертикаль КА с геосинхронной орбитой стабилизирована, то длина осматриваемой полосы в угловых единицах по широте соответствует 2ψ . Максимальная скорость смещения КА по меридиану $V_{\max} = R_0 \sin(\psi)\omega_E$, где R_0 – радиус орбиты КА, ω_E – скорость вращения Земли.

Доплеровский сдвиг частоты $F_d = 2F_o V_{\text{отн}}/c$, где F_o – частота РЛ излучения, $V_{\text{отн}}$ – скорость относительного перемещения КА и наблюдаемой поверхности Земли, c – скорость распространения РЛ излучения.

Изменение частоты Доплера ΔF_d от точечного отражателя при смещении его на один элемент разрешения $l_{\text{эл}}$ определяет требуемую полосу пропускания фильтра приемника для получения этой разрешающей способности РЛ в поперечной плоскости.

$$(6) \quad \Delta F_d = F_{d\max}(l_{\text{эл}}/D_l),$$

где $F_{d\max} = 2F_o V_{\max}/c$ – максимальная величина доплеровского сдвига по частоте; D_l – дистанция до центра элемента разрешения с размерами в боковой плоскости $l_{\text{эл}}$ и по дистанции ΔD .

Использование изменения частоты Доплера для реализации разрешающей способности в боковой плоскости $l_{\text{эл}} = 1$ м требует фильтров с полосой пропускания $\Delta F_d = (10^{-3} \div 10^{-5})$ Гц [2].

Для выделения сигнала в полосе $\Delta F_d = (0,25 \cdot 10^{-2} \div 0,25 \cdot 10^{-4})$ Гц без потерь линейным фильтром необходимо время наблюдения сигнала $T_{\text{набл}} = 1/\Delta F_d$. При скважности зондирующих сигналов 2.5 необходимое время наблюдения сигнала $T_{\text{набл}}$ составляет $10^3 \div 10^5$ с.

Располагаемое время наблюдения $T_{\text{набл}}$ одного элемента поверхности $l_{\text{эл}}$ за счет движения КА с неподвижной (относительно корпуса КА или вертикали) антенной РЛ определяется соотношением $T_{\text{набл}} = D_l \theta_{\text{рл}}/V_{\text{отн}}$, где $\theta_{\text{рл}}$ – ширина диаграммы направленности антенны.

Увеличить время наблюдения до требуемой величины можно за счет изменения углового положения диаграммы направленности антенны таким образом, чтобы замедлить (в идеальном случае остановить) перемещение наблюдаемого пятна на поверхности Земли.

Изменение углового положения антенны может быть достигнуто за счет организации следящей системы угловой ориентации КА, аналогичной системе стабилизации КА относительно вертикали.

Другим способом увеличения времени наблюдения является изменение положения диаграммы направленности антенны вращением КА. Необходимая угловая скорость ω_A вращения антенны или КА в этом случае определяется соотношением

$$(7) \quad \omega_A = (v_{\text{отн}}/D_l) \text{ рад/с.}$$

Наилучшая компенсация скорости движения КА достигается вращением антенны или КА вокруг оси, перпендикулярной плоскости визирования. В этом случае обеспечивается максимально возможное время накопления по всем элементам разрешения по всей ширине наблюдаемой полосы.

Максимально возможная площадь поверхности Земли, осматриваемая в режиме высокого разрешения, зависит от числа и взаимного расположения лучей антенны, от широты и долготы центра осматриваемой зоны, от способа управления положением антенны и угла наклона орбиты КА.

Для заранее заданного района земной поверхности можно обеспечить режим высокого разрешения не хуже $1 \div 2$ м на поверхности Земли при углах наклона орбиты более 5 угловых градусов.

Заключение.

Проведенные исследования особенностей мониторинга земной поверхности РЛ с ФМн сигналом позволяют сделать следующие выводы:

- 1) Энергетические и конструктивные параметры КА позволя-

ют РЛ обеспечить обнаружение морских надводных объектов на дистанции до 42000 км как в режиме обзора большой площади поверхности Земли (сотни квадратных километров), так и в режиме детального наблюдения ограниченной площади (десятки квадратных километров) с разрешением до $(1 \div 2)$ м.

- 2) Для многолучевого РЛ геостационарного КА предложенный алгоритм переключения парциальных диаграмм (лучей) позволяет обеспечить равномерную засветку с максимальной плотностью зондирующего излучения заданной зоны и за минимальное время при постоянной скорости вращения КА вокруг направления на центр зоны мониторинга и постоянной частоте зондирования.
- 3) Для реализации режима синтезированной апертуры предлагается использовать фильтр сжатия ФМн-сигнала. На его основе можно реализовать узкополосный фильтр для обнаружения смещения несущей частоты принимаемого сигнала с требуемой полосой пропускания $\Delta f = 2,5 \cdot (10^{-3} \div 10^{-4})$ Гц, обеспечивающей разрешение в боковом направлении до 1 м. Для наблюдения заданной полосы L с разрешением ΔL необходимо использование многоканальный $L/\Delta L$ полосовой фильтр.

Литература

1. ЕФРЕМОВ Г. *Опыт + кадры + прагматизм + передовые решения – слагаемые успеха НПО машиностроения* // Военный парад. – 2001. – №4(46).
2. КОРЖАВИН Г. А., ПОДПЛЕКИН Ю. Ф., ШАРОВ С. Н. *Обеспечение мониторинга земной поверхности космическим аппаратом на геосинхронной орбите*. Труды 19 НПК “Актуальные проблемы защиты и безопасности”. – Т 4. – СПб, 2006.

3. КОНДРАТЕНКОВ Г. С., ПОТЕХИН В. А., РЕУТОВ А. П., ФЕОКТИСТОВ Ю. А. *Радиолокационные станции обзора Земли* / под. ред. Г. С. Кондратенкова. – М.: Радио и связь, 1983.
4. СКОЛНИК М. *Справочник по радиолокации: в 4 т.* – М.: Сов. радио, 1975–1978. – Т. 1: Основы радиолокации / ред. русск. пер. К. Н. Трофимов, 1976. – 456 с.
5. ШАРОВ С. Н. *Основы проектирования информационно-измерительных приборов систем управления движущимися объектами. Учебн. пособие.* Балт. гос. техн. ун-т. БГТУ “ВОЕНМЕХ”, СПб, 1998.
6. SOMOV YE.I., BUTYRIN S.A., MATROSOV V.M., ANSHAKOV G.P., ANTONOV YU.G., MAKAROV V.P., SOROKIN A.V., BASHKEYEV N.I., KONDRAT’YEV O.A. *Ultra-precision attitude control of a large low-orbital space telescope* // *Control Engineering Practice*. –1999. – Vol. 7, Issue 9. – P. 1127-1142.
7. SOMOV YE.I., BUTYRIN S.A., ANSHAKOV G.P., ANTONOV YU.G., MAKAROV V.P., MANTUROV A.I., USTALOV YU.M. *Dynamics and flight support of a vehicle Ikar control system at orbiting Globalstar satellites* // *Control Engineering Practice*. – 2003. – Vol. 11, Issue 5. – P. 585-597.
8. SOMOV YE.I., BUTYRIN S.A., ANSHAKOV G.P. *Guidance and robust gyromoment attitude control of agile flexible remote sensing spacecraft* / *Proc. 17th IFAC Symposium on Automatic control in Aerospace*, ONERA, Toulouse, 2007. – Paper We-04-1/4.
9. SOMOV YE.I., BUTYRIN S.A., SOMOV S.YE. *Guidance, onboard signal processing and robust control of agile flexible remote sensing spacecraft* / *Proc. Ninth IFAC Workshop on Adaptation and Learning in Control and Signal Processing (ALCOSP)*, Saint Petersburg, Russia. – 2007.
10. SOMOV YE.I., BUTYRIN S.A., SOMOV S.YE. *Guidance and Robust Gyromoment Precise Attitude Control of Agile Observation Spacecraft* / *Proc. IFAC World Congress*, Seoul,

South Korea. – 2008. – Vol. 17, Part 1.

SPECIFICITY OF THE EARTH SURFACE MONITORING VIA GEOSTATIONARY GEOSYNCHRONOUS EARTH ORBIT SATELLITE RADAR

Sergey Sharov, Dr.Sc., Head of the Department (CRI “Granit”, 3, Gospital’naya Str., Saint Petersburg, Russia, 191014. Phone: +7(812)2716756).

Abstract: A problem is considered of design the spacecraft surveillance radar with the reflector antenna, ensuring high-accuracy and high resolution ground location of the prescribed Earth area. Peculiarities of Earth monitoring via the radar with phase-shift keyed signal are studied. For a multi-beam radar of the geostationary/geosynchronous Earth orbit satellite the algorithm of switching the partial directional paths is proposed, providing the uniform precip of the area of interest with the highest possible density of the probing beams for the minimal time under conditions of uniform satellite rotation about the centroidal axis and the constant probing frequency. The numerical example is presented showing effectiveness of the proposed algorithm.

Keywords: Earth monitoring, surveillance radar, phase-shift keying.

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии Д.А. Новиковым.

УДК 303.732 + 519.85

ББК 3 817 + У9(2)305.652

ПРОГРАММНЫЙ ПРОДУКТ СМОННП (СИСТЕМА ОПТИМИЗАЦИИ НЕФТЕПЕРЕРАБАТЫВАЮЩИХ И НЕФТЕХИМИЧЕСКИХ ПРОИЗВОДСТВ)

Сизиков А. П.¹

*(Самарский государственный экономический
университет, Самара)*

Рассматривается проблема оптимизации нефтеперерабатывающего производства как сложной системы. Приводятся математические модели и методы, реализованные в авторском программном продукте СМОННП.

Ключевые слова: нефтеперерабатывающее производство, сложная система, системный подход, оптимизация, информационные технологии в управлении, проблемно-ориентированный комплекс программ.

Введение

Современный нефтеперерабатывающий завод – сложный технологический комплекс, состоящий из множества процессов. Анализ различных вариантов представляет собой весьма трудоемкий процесс, даже если делать его с применением электронных таблиц.

Для решения этой задачи создан программно-математический продукт СМОННП (система моделирования и оптимизации нефтеперерабатывающих и нефтехимических производств). Он представляет собой набор программных моду-

¹ Александр Павлович Сизиков, к.э.н., доцент (apsizikov@mail.ru).

лей, баз данных и диалогов для проведения технико-экономических расчетов указанных производств.

Основные, наиболее востребованные приложения: 1) анализ технологических схем в процессе инвестиционного проектирования; 2) текущее и оперативное планирование.

Номинальная задача, решаемая с помощью СМОННП, – расчет оптимального производственного плана и соответствующего ему общего материального баланса предприятия. В качестве критерия оптимальности можно брать различные технико-экономические показатели. Это может быть какой-либо один показатель или векторная свертка нескольких. К числу показателей относятся, например, выход светлых нефтепродуктов, глубина переработки нефти, покрытие и другие.

Чтобы настроить СМОННП на решение конкретной задачи, нужно дать формализованное описание объекта и сформулировать некоторые желаемые показатели. Вся исходная информация группируется следующим образом:

Список нефтепродуктов. В этот список входят сырье, полуфабрикаты, товарная продукция. По сырью указываются параметры, цены и объемы поставок. По товарным продуктам указываются предполагаемые цены реализации и, возможно, ограничения на объемы производства. Кроме того, задаются требования по качеству товарных продуктов.

Список установок и описание каждой установки в отдельности: номинальная мощность, входные и выходные нефтепродукты, коэффициенты отбора, нормы расхода производственных ресурсов и некоторые другие параметры.

Сведения, необходимые для расчета и анализа основных технико-экономических показателей.

Программа выдает оптимальный материальный баланс и соответствующие ему технико-экономические показатели, а также рекомендации о том, как нужно изменить параметры задачи (разумеется, если это возможно), чтобы улучшить эти показатели. Выходная информация:

- оптимальный план производства товарной продукции в натуральном и стоимостном выражениях;
- загрузка и баланс каждой установки, а также оценка каждой установки с точки зрения ее роли в достижении максимального экономического результата;
- материальный баланс по каждому нефтепродукту и всему производству в целом, а также сведения, позволяющие судить о том, насколько выгодно или невыгодно производить каждый нефтепродукт;
- схемы компаундирования, соответствующие общему материальному балансу и требованиям по качеству продуктов смешения;
- потребность в производственных ресурсах и ингредиентах (общая и с разбивкой по установкам);
- обобщенные технико-экономические показатели (объем переработки нефти, глубина переработки, выход светлых нефтепродуктов, покрытие и другие).

1. Модель системы

Нефтеперерабатывающее производство в целом можно представить в виде сетевого направленного графа. Множество дуг этого графа отражает потоки нефтепродуктов. Множество вершин (узлов) соответствует технологическим установкам, пунктам смешения (смесевым пулам) и резервуарам. Смесевые пулы можно формально рассматривать как установки с единственным исходящим потоком и соответствующим коэффициентом отбора, равным единице. Резервуары играют в системе роль развязок, благодаря которым возникает возможность варьирования потоками нефтепродуктов. В статическую модель они явным образом не вводятся.

Существуют два варианта построения модели [2]. Первый – модель «базовых технологий». Каждая установка представляется набором так называемых базовых технологий, а каждый смесевой пул – набором типовых рецептур. В качестве перемен-

ных берутся интенсивности использования этих технологий и рецептур. Формулируется следующая задача: определить значения переменных, при которых обеспечивается выполнение производственно-технологических ограничений и достигается максимум свертки вектора технико-экономических показателей (в частности, какого либо одного из них). К числу показателей относятся выход светлых, глубина переработки нефти, покрытие, объем товарной продукции и другие. Достоинством такой модели является сравнительная простота, недостатком – ограниченность применения. Она не предполагает непосредственного учета качества нефти и нефтепродуктов.

Второй вариант условно можно назвать моделью «распределяемых потоков». Здесь, в отличие от предыдущего варианта, в качестве переменных берутся интенсивности потоков нефтепродуктов. Получается более гибкая, но и более сложная модель, предполагающая учет качества нефтепродуктов. Расчет рецептур получения товарных продуктов производится непосредственно по спецификации, т.е. с учетом качества компонентов смешения и требований по качеству продукта.

Согласно этому подходу все потоки в системе относительно установок четко разделяются на входящие и исходящие. Входящий поток есть поток "резервуар – установка", исходящий есть "установка – резервуар". Каждый нефтепродукт может быть представлен в модели несколькими входящими потоками или не представлен ни одним. Поскольку при постоянных коэффициентах отбора исходящие потоки полностью определяются входящими, задача сводится к расчету интенсивностей входящих потоков, т.е. к расчету количества нефтепродуктов, поступающих на вход каждой установки за определенное время.

Пусть J – множество входящих потоков системы, x_j – интенсивность j -го потока. Тогда ограничения по загрузке технологических установок следует записать так:

$$(1) \quad \sum_{j \in J_n} x_j \in [L_n^-, L_n^+], \quad n \in N,$$

где N – множество установок; J_n – множество входящих потоков для n -й установки; L_n^-, L_n^+ – пределы допустимый загрузки n -й установки.

Ограничения по поставкам сырья и полуфабрикатов, поступающих со стороны:

$$(2) \quad \sum_{j \in J_i} x_j \in [S_i^-, S_i^+], \quad i \in I_0,$$

где I_0 – множество наименований нефтепродуктов, поступающих со стороны; S_i^-, S_i^+ – ограничение на поставки i -го нефтепродукта; J_i – множество входящих потоков, которыми представлен i -й нефтепродукт.

Ограничения по условиям материального баланса для полуфабрикатов собственного производства:

$$(3) \quad \sum_{n \in N_i} \sum_{j \in J_n} a_{in} x_j - \sum_{j \in J_i} x_j = 0, \quad i \in I_1,$$

где I_1 – множество полуфабрикатов собственного производства; N_i – множество установок, производящих i -й нефтепродукт; a_{in} – коэффициент отбора i -го продукта в n -й установке.

Ограничения по производству товарной продукции:

$$(4) \quad \sum_{n \in N_i} \sum_{j \in J_n} a_{in} x_j - \sum_{j \in J_i} x_j \in [D_i^-, D_i^+], \quad i \in I_2,$$

где I_2 – множество наименований товарной продукции; D_i^-, D_i^+ – допустимые объемы производства i -го товарного продукта.

В базовом варианте модели используются упрощенные модели смешения. Если эти требования формулируются в виде интервальных ограничений, то можно записать так:

$$(5) \quad \sum_{j \in J_m} (q_{kj}^- - q_{km}^-) x_j \geq 0, \quad \sum_{j \in J_m} (q_{kj}^+ - q_{km}^+) x_j \leq 0, \quad m \in M, \quad k \in K_m,$$

где M – множество товарных продуктов, получаемых смешением; K_m – множество показателей качества, контролируемых для m -го продукта; J_m – множество входящих потоков для пункта смешения m -го продукта (компоненты смеси); q_{kj} – значение k -го показателя качества для j -го потока; q_{km}^-, q_{km}^+ – соответственно,

нижний и верхний допустимые уровни k -го показателя качества для m -го продукта смешения.

Из всех вариантов, удовлетворяющих условиям (1)-(5), необходимо выбрать такой, при котором достигается максимум некоторого критерия. Критерии делятся на две категории:

– базовые общеэкономические критерии (прибыль, покрытие, рентабельность);

– технико-экономические показатели, специфичные для нефтепереработки (выход светлых нефтепродуктов, глубина переработки нефти).

Все эти критерии можно выразить как линейные функции интенсивностей потоков. Рассмотрим, например, прибыль. Механизм формирования прибыли в нашем случае можно представить следующим образом:

$$(6) \quad \Pi = \sum_{i \in I_2} c_i^+ z_i - \left(\sum_{i \in I_0} c_i^- \sum_{j \in J_i} x_j + \sum_{n \in N} b_n \sum_{j \in J_n} x_j + C \right) \rightarrow \max ,$$

где z_i – выход i -го товарного продукта; c_i^+ – цена i -го продукта; c_i^- – цена i -го полуфабриката, поступающего извне; b_n – коэффициент затрат на n -й установке (имеется в виду стоимость топлива и электроэнергии; в первом приближении можно считать, что эти затраты пропорциональны фактической загрузке установки); I_2 – множество наименований товарных продуктов.

Раскрывая скобки и отбрасывая независимые от x условно-постоянные затраты, получим целевую функцию, в следующей форме:

$$(7) \quad \sum_{i \in I_2} c_i^+ z_i - \sum_{i \in I_0} c_i^- \sum_{j \in J_i} x_j - \sum_{n \in N} b_n \sum_{j \in J_n} x_j \rightarrow \max .$$

Ввиду того, что выходы товарных продуктов не фигурируют в модели как независимые переменные, а выражаются через интенсивности входящих потоков, целевую функцию следует переформулировать так:

$$(8) \quad \Pi = \sum_{i \in I_2} c_i^+ z_i - \left(\sum_{i \in I_0} c_i^- \sum_{j \in J_i} x_j + \sum_{n \in N} b_n \sum_{j \in J_n} x_j + C \right) \rightarrow \max$$

Меняя порядок суммирования и осуществляя простейшие преобразования, можно привести целевую функцию к весьма простому виду:

$$(9) \quad \sum_{j \in J} p_j x_j \rightarrow \max ,$$

где p_j – удельное покрытие j -го потока.

Общим между этими подходами является то, что и тот и другой приводят к построению «монокричной» матричной модели, линейной или линеаризованной, которая затем решается каким-либо из симплексных методов. Эти модели быстро исчерпывают свои возможности, как только предпринимаются попытки более полного и адекватного моделирования технологии. В частности, речь идет об учете влияния качества сырья (нефти) на технологические режимы, рецептуры получения товарных продуктов и, в конечном итоге, на материальный баланс и основные технико-экономические показатели.

Поэтому предлагается подход, который состоит в отказе от попыток решить задачу «в лоб», т.е. на базе «монокричной» матричной модели. Вместо этого нефтеперерабатывающее производство представлено как сложная система.

В системотехнике сложной называется система, элементы и связи которой неоднородны и описание которой требует в общем случае использования моделей различных категорий.

Из присущего системе свойства целостности (иначе бы набор элементов нельзя было назвать системой) вытекает необходимость системного подхода. Это значит, что функционирование каждого элемента с помощью того или иного механизма должно быть подчинено достижению целей всей системы.

В теории оптимизации системный подход реализуется путем использования методов согласования решений отдельных подзадач для получения оптимального общего результата.

В соответствии с этим предложена двухуровневая иерархическая структура. На первом (верхнем) уровне находится базовая модель, т.е. агрегированная матричная модель производства как целого. Основу этой модели составляет блок «затраты –

выпуск». Каждый столбец соответствует какому-либо узлу сетевой потоковой модели и рассматривается как агрегат соответствующего объекта – установки или смесового пула. Модели технологических установок и смесовых пулов составляют второй уровень системы.

Механизм согласования решений локальных задач (режимов отдельных установок и рецептур смешения) с целью достижения оптимального общего решения вытекает из представления о модели первого уровня как обобщенной модели Вулфа, допускающей вариабельность параметров в рамках одной постановки задачи.

Задача решается с помощью вычислительной схемы, которая строится на базе симплексного алгоритма с мультипликативным представлением обратной матрицы и включает механизм генерирования столбцов [3]. Столбцы генерируются в результате решения задач второго уровня. Агрегированная матричная модель играет роль координатора этих решений. Эту функцию она осуществляет путем расчета симплексных множителей, которые трактуются в данном случае как «теневые цены» нефтепродуктов и ресурсов. Каждая локальная модель с учетом этих «теневых цен» оптимизирует собственную технологию и соответственно коэффициенты представляющего ее столбца «затраты – выпуск» и передает их в базовую модель (рис. 1).

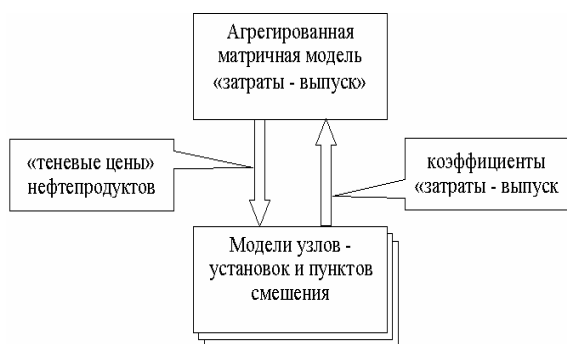


Рис 1. Схема взаимодействия моделей

Для описания общей схемы решения запишем нашу модель в обобщенной канонической форме

$$(10) \max\{(c, x) \mid Ax = b, x \geq 0\},$$

где x – вектор загрузки узлов; b – вектор ограничений и требований; $A = (a_{ij})_{m \times n}$ – технологическая матрица.

Система $Ax = b$ учитывает ограничения по загрузке установок, материальный баланс, ограничения по ресурсам, требования товарного плана и другие факторы. Главная особенность реализуемого здесь подхода состоит в том, что каждый столбец расширенной (включающей коэффициенты целевой функции) матрицы является представителем некоторого множества возможных технологий, т.е.

$$(11) \tilde{a}_j = (c_j, a_{1j}, a_{2j}, \dots, a_{mj})^T \in M_j, j = 1, 2, \dots, n.$$

Поэтому применяется подход, при котором каждый столбец рассматривается как некоторый представитель или, если можно так выразиться, агрегат модели соответствующей установки или пункта смешения. В этом случае можно не озадачиваться проблемой подбора столбцов на этапе формулирования задачи. Их можно генерировать в процессе реализации симплексного алгоритма. При этом решение обобщенной задачи сводится к формированию оптимального базиса путем генерирования столбцов, являющихся крайними точками допустимых множеств технологий $M_j, j = 1, 2, \dots, n$.

Алгоритм:

1. Формируем начальный вариант задачи (10), включая в матрицу условий по одному представителю множеств $M_j, j = 1, 2, \dots, n$. Решаем эту задачу симплекс-методом с обратной матрицей, находим оптимальный базис и соответствующую ему обратную матрицу B^{-1} .

2. Вычисляем соответствующие текущему базису симплексные множители $p = c_B B^{-1}$, где c_B – коэффициенты целевой функции при базисных столбцах.

3. В каждом множестве генерируем $\hat{a}_j = (\hat{c}_j, \hat{a}_{1j}, \hat{a}_{2j}, \dots, \hat{a}_{mj})^T$ из условия минимизации соответствующей оценки замещения, т.е. как результат решения задачи

$$(12) \Delta_j = \min_{c,a} \left\{ (p, a_j) - c_j \mid (c_j \mid a_j)^T \in M_j \right\}, j = 1, 2, \dots, n.$$

4. Проверяем условие $\Delta_n = \min \{\Delta_j\} \geq 0$. Если оно выполняется, то текущий базис оптимален, переходим в пункт 6. В противном случае переходим в следующий пункт.

5. Вводим в базис столбец $\hat{a}_n = (\hat{c}_v, \hat{a}_{1v}, \hat{a}_{2v}, \dots, \hat{a}_{mv})^T$. Формируем новую матрицу B^{-1} . Столбец, выводимый из базиса, удаляем из задачи. Переходим в п. 2.

6. Выдача решения.

Выражение (12) является обобщенной, принципиальной формой записи локальной задачи. В реальности каждая из них формулируется на основе модели соответствующего узла. Как уже говорилось выше, в модели есть два вида узлов – установки и смесевые пулы. Модели этих объектов рассмотрены ниже.

Преимущества этого подхода:

- не требует подгонки задачи под метод, а, напротив, позволяет для каждого процесса использовать специфическую, наиболее подходящую модель и алгоритм;
- позволяет модифицировать, развивать, дополнять модель каждого отдельного процесса, не затрагивая остальных;
- позволяет настраивать модель сообразно тому, для каких целей она применяется.

2. Моделирование процессов ректификации

Базовый подход к моделированию установок состоит в следующем [5]. Каждая установка, как агрегат системы, представлена столбцом коэффициентов «затраты – выпуск». Каждый столбец (для удобства индекс столбца опустим) представляет собой некоторую технологию, коэффициенты которой могут

быть настроены с помощью некоторых регулируемых параметров $r = (r_1, r_2, \dots, r_K)$, где $r_k \in [r_k^-, r_k^+]$, $k = 1, 2, \dots, K$.

Имеется система линейных моделей (полученных, например, методом регрессионного анализа), определяющих зависимость ожидаемых значений технологических коэффициентов, включая коэффициенты целевой функции (затрат на поддержание технологического режима), от регулируемых параметров:

$$(13) \quad c = a_{00} + \sum_{k=1}^K a_{0k} r_k, \quad a_i = a_{i0} + \sum_{k=1}^K a_{ik} r_k, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad \sum_{i=1}^m a_i = 1.$$

Задача решается по описанному выше алгоритму. Конкретизация касается только вспомогательной задачи. Ее целевая функция в данном случае есть

$$(14) \quad \begin{aligned} \Delta &= \sum_{i=1}^m p_i a_i - c = \sum_{i=1}^m p_i \left(a_{i0} + \sum_{k=1}^K a_{ik} r_k \right) - a_{00} - \sum_{k=1}^K a_{0k} r_k = \\ &= \sum_{i=1}^m p_i a_{i0} - a_{00} + \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^K p_i a_{ik} r_k - \sum_{k=1}^K a_{0k} r_k = \\ &= \sum_{i=1}^m p_i a_{i0} - a_{00} + \sum_{k=1}^K \left(\sum_{i=1}^m p_i a_{ik} - a_{0k} \right) r_k. \end{aligned}$$

Постоянную составляющую в целевой функции отбросим. Вспомогательная задача относительно $r = (r_1, r_2, \dots, r_K)$ выглядит так:

$$(15) \quad \min \left\{ \sum_{k=1}^K \tilde{c}_k r_k \mid r_k^- \leq r_k \leq r_k^+, k = 1, 2, \dots, K \right\},$$

где $\tilde{c}_k = \sum_{i=1}^m p_i a_{ik} - a_{0k}$. Решение этой задачи:

$$(16) \quad \hat{r}_k = \begin{cases} r_k^+, & \text{если } \tilde{c}_k < 0, \\ r_k^-, & \text{если } \tilde{c}_k > 0. \end{cases}$$

Ему соответствует следующее значение локальной целевой функции или, иначе говоря, оценки замещения:

$$(17) \quad \Delta = \sum_{i=1}^m p_i a_{i0} - a_{00} + \sum_{k=1}^K \left(\sum_{i=1}^m p_i a_{ik} - a_{0k} \right) \hat{r}_k.$$

По этой оценке в соответствии с описанном выше алгоритмом будет определено, является ли данной режим работы установки оптимальным в контексте всей системы.

Это, подчеркнем еще раз, базовый, наиболее простой подход к моделированию работы установок. Моделирование работы некоторых из них, например, установки первичной переработки нефти, требует более тонкого подхода.

При первичной переработке нефти происходит разделение смеси с непрерывным фракционным составом (нефти) на ряд целевых продуктов. На показатели качества каждого продукта наложены ограничения. В пределах заданных ограничений распределение фракций между целевыми продуктами неоднозначно. Из возможных вариантов нужно выбрать такой, который максимизирует критерий, учитывающий симплексные множители этих продуктов, и определяет оптимальные коэффициенты отборов на установке.

Ранее для целей моделирования ректификации в АВТ использовался аппарат линейного программирования [2]. Но этот подход на практике себя не оправдал. Поэтому предложено решать задачу как известную в исследовании операций «задачу о точках на прямой».

Математически задача оптимального разделения нефти формулируется следующим образом:

$$(18) \max_x \left\{ \sum_{n=0}^N f_n(x_n, x_{n+1}) \mid 0 = x_0 \leq x_1 \leq \dots \leq x_N = L \right\},$$

где L – число узких фракций; N – число целевых продуктов; x – точки разделения нефти на целевые продукты по узким фракциям; $f_n(x_n, x_{n+1})$ – свертка векторного критерия, характеризующего целевой продукт с точки зрения ценности и соответствия спецификации.

$$(19) f_n(x_n, x_{n+1}) = p_n(x_n, x_{n+1}) - b_n y_n(x_n, x_{n+1}),$$

где p_n – симплексный множитель, сформированный для данного целевого продукта в основной модели и играющий здесь роль его цены; y_n – штрафная составляющая; b_n – коэффициент

свертки, с помощью которого задается соотношение между составляющими критерия.

Штрафная составляющая вводится для обеспечения показателей качества продуктов. Она представляет собой взвешенную сумму квадратов относительных отклонений (в нижнюю или верхнюю сторону) расчетных значений показателей от заданных:

$$(20) \quad y_n(x_n, x_{n+1}) = \sum_{k=1}^K q_{nk} d_{nk}^2(x_n, x_{n+1}),$$

где K – число показателей качества; q_{nk} – экспертная оценка приоритета показателя; d_{nk} – относительное отклонение расчетного значения показателя от допустимых пределов.

$$(21) \quad d_{nk}(x_n, x_{n+1}) = \begin{cases} (p_{nk} - p_{nk}^+) / p_{nk}^+, & \text{если } p_{nk} > p_{nk}^+, \\ (p_{nk} - p_{nk}^-) / p_{nk}^-, & \text{если } p_{nk} < p_{nk}^-, \\ 0, & \text{если } p_{nk} \in [p_{nk}^-, p_{nk}^+] \end{cases}$$

где p_{nk}^-, p_{nk}^+ – нижний и верхний допустимые пределы показателя; $p_{nk} = p_{nk}(x_n, x_{n+1})$ – расчетное значение показателя.

Расчет значений показателей целевых продуктов – наиболее проблемная часть. В общем случае значения показателей, соответствующих тем или иным вариантам разделения, можно рассчитать по формуле вида

$$(22) \quad p_{nk}(x_n, x_{n+1}) = I_k^{-1} \left(\sum_{i=x_n}^{x_{n+1}} I_k(r_{ik}) \Delta_i / \sum_{i=x_n}^{x_{n+1}} \Delta_i \right),$$

где r_{i1}, r_{i2}, \dots – показатели i -й узкой фракции; I – так называемая индексная функция.

Индексная функция, как правило, представляет собой ряд громоздких математических выражений, которые в общем случае могут содержать транзитивные зависимости и логические операторы. В этой ситуации можно сказать, что критерий задачи задается не аналитически, а алгоритмически. Поэтому для решения задачи используется метод динамического программирования, так как он индифферентен к виду и способу задания целевой функции.

Задача представляется как N -шаговый процесс принятия решений [4]. Под состоянием процесса на n -м шаге понимается начальная фракция; под управлением u_n – число включаемых в текущий продукт узких фракций; под функцией шагового дохода – $f_n(x_n, x_{n+1})$. Рекуррентное соотношение Беллмана в данном случае выглядит так:

(23)

$$F_n(x_n) = \max_{u_n \in U_n} \{f(x_n, x_{n+1}(u_n)) + F_{n+1}(x_{n+1}(u_n))\}, \quad n = 0, 1, \dots, N-1,$$

где U_n – множество допустимых управлений текущего шага; F – функция состояния, $F_N(x_N) = 0$.

Алгоритм:

1. В области допустимых вариаций температурных границ строим сетевой направленный граф без контуров. Строим так, что множество его путей соответствуют множеству допустимых решений задачи. Узлы группируются по уровням, соответствующим шагам процесса, и образуют множества X_0, X_1, \dots, X_N , причем X_0 и X_N содержат по одному узлу.

2. Идет от конца к началу так, что $n = N-1, N-2, \dots, 0$. На каждом шаге для всех $x_n \in X_n$ решаем задачу (23) в результате чего находим условно-оптимальное управление $\hat{u}_n(x_n)$ и потенциал $F_n(x_n)$.

3. Получаем решение $\hat{x} = (\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_N)$, определяя каждую следующую оптимальную точку через предыдущую, т.е. по цепочке:

$$(24) \quad \hat{x}_1 = \hat{u}_0(0) \rightarrow \hat{x}_2 = \hat{u}_1(\hat{x}_1) \rightarrow \dots \rightarrow \hat{x}_N = \hat{u}_{N-1}(\hat{x}_{N-1}).$$

4. В результате получаем оптимальные значения отборов и коэффициенты столбца, которым эта установка представлена в основной модели:

$$(25) \quad \hat{a}_n = \frac{\hat{x}_n - \hat{x}_{n-1}}{\hat{x}_N}, \quad n = 1, 2, \dots, N.$$

На базе этой модели разработан программный продукт *Predict Assay*, который может быть использован как самостоятель-

но, так и в контуре модели всей системы. Исходные данные: параметры узких фракций; требования, предъявляемые к качеству целевых продуктов. Результаты: границы разделения (по узким фракциям) нефти на целевые продукты; соответствующие прогнозные показатели целевых продуктов.

Для того чтобы программа была как можно более гибким инструментом решения означенной задачи, в ней предусмотрен механизм настройки. Настройка состоит в задании набора учитываемых показателей, а также формул, по которым производится расчет. Как уже отмечалось выше, индексные формулы являются наиболее проблемным звеном методики. Поэтому они водятся не в код программы, в базу данных задачи. Это позволяет время от времени их корректировать и уточнять.

Использование программы позволяет:

– повысить оперативность расчета потенциала продуктов в нефти для заданного ассортимента продуктов (полуфабрикатов), получаемых на АВТ;

– оптимизировать разделение нефти, т.е. выявить наиболее рациональные температуры раздела нефти на АВТ с учетом особенностей выбранных критериев (например максимум бензина, максимум дизельного топлива, максимум суммы керосина и бензина и т.п.);

– обеспечение возможности оценки потенциала в варианте «идеальной машины для разделения» и в варианте с учетом индивидуальных особенностей разделения нефти на АВТ.

3. Моделирование процессов смешения

Задача получения смеси с заданными свойствами многократно описана в литературе как задача линейного программирования. Однако в нефтепереработке из всех контролируемых показателей качества смесей только некоторые могут быть рассчитаны по линейной модели. Большинство же показателей имеют специфику. Часть из них, например, вязкость, температура вспышки, температура застывания и некоторые другие до-

пускают линеаризацию с помощью индексных функций – прямых и обратных. Но некоторые, например, октановое число, можно описывать линейной моделью лишь в первом приближении. На самом же деле здесь требуется квадратичная модель. Сложные, нелинейные зависимости используются также при моделировании получения масел и присадок.

Поскольку используемый в подход не связан с необходимостью непосредственной интеграции моделей смешения в матричную модель производства, то не связан он и с необходимостью ограничиваться лишь аппаратом линейного программирования. Поэтому в качестве дополнения, а в некоторых случаях и в качестве альтернативы линеаризированной модели и симплексному методу, для расчета оптимальных пропорций смешения использована нелинейная модель и метод штрафных функций.

Введем следующие обозначения: k – индекс смеси; m – число смешиваемых компонентов; x_{kj} – масса j -го компонента, используемого для получения k -ой смеси.

Основными контролируемыми параметрами при получении товарных бензинов являются: плотность смеси r_k ; содержание серы S_k ; фракционный состав, определяемый отгоном в заданных температурных точках – $C_k(t_{н.к.})$, $C_k(t_{10\%})$, ..., $C_k(t_{к.к.})$; октановое число, определяемое по исследовательскому I_k или моторному M_k методу; упругость паров P_k ; содержание ароматических углеводородов A_k . Рассмотрим эти показатели.

Плотность смеси. Этот показатель определяется как отношение массы смеси к ее объему:

$$(26) \quad r_k = \frac{G_k}{V_k}.$$

Объем смеси определяется по формуле

$$(27) \quad V_k = \sum_{j=1}^m V_j = \sum_{j=1}^m \frac{x_{kj}}{r_j},$$

где r_j – плотность j -го компонента смеси при заданной температуре. Следовательно, плотность смеси

$$(28) \mathbf{r}_k = \left(\sum_{j=1}^m x_{kj} \right) \cdot \left(\sum_{j=1}^m \frac{x_{kj}}{\mathbf{r}_j} \right)^{-1}.$$

Пусть \mathbf{r}_k^- , \mathbf{r}_k^+ – соответственно нижнее и верхнее ограничения по плотности смеси, тогда следует записать:

$$(29) \mathbf{r}_k^- \leq \frac{\sum_{j=1}^m x_{kj}}{\sum_{j=1}^m \frac{x_{kj}}{\mathbf{r}_j}} \leq \mathbf{r}_k^+.$$

Это соотношение можно упростить путем замены его двумя линейными неравенствами:

$$(30) \sum_{j=1}^m \left(\frac{\mathbf{r}_k^-}{\mathbf{r}_j} - 1 \right) x_{kj} \leq 0, \quad \sum_{j=1}^m \left(\frac{\mathbf{r}_k^+}{\mathbf{r}_j} - 1 \right) x_{kj} \geq 0.$$

Содержание серы. Определяется линейно относительно долей компонентов. Ограничения можно записать так:

$$(31) S_k^- \sum_{j=1}^m x_{kj} \leq \sum_{j=1}^m S_j x_{kj} \leq S_k^+ \sum_{j=1}^m x_{kj},$$

где S_j – содержание серы в единице массы j -го компонента; S_k^- , S_k^+ – соответственно нижний и верхний пределы содержания серы в единице массы смеси.

Приводя последнее условие к стандартному виду, при котором все переменные находятся в левой части, а в правой остается константа, получим неравенства:

$$(32) \sum_{j=1}^m (S_k^- - S_j) x_{kj} \leq 0, \quad \sum_{j=1}^m (S_k^+ - S_j) x_{kj} \geq 0.$$

Фракционный состав. Формируется линейно относительно объемных долей компонентов:

$$(33) C_k^r = \sum_{j=1}^m \tilde{C}_j^r v_{kj},$$

где C_k^r – выкипаемость k -ой смеси в r -стандартной точке; \tilde{C}_j^r – выкипаемость j -ой компоненты в r -стандартной точке, скорректированная на процент потерь; n_{kj} – объемная доля j -го компонента в смеси, определяемая так:

$$(34) v_{kj} = \frac{x_{kj}/r_j}{V_k} = \frac{x_{kj}/r_j}{\sum_{i=1}^m \frac{x_{ki}}{r_i}}.$$

Учитывая последнюю формулу, выразим выкипаемость смеси через весовые доли компонентов:

$$(35) C_k^r = \left(\sum_{j=1}^m \tilde{C}_j^r \frac{x_{kj}}{r_j} \right) \left(\sum_{i=1}^m \frac{x_{ki}}{r_i} \right)^{-1}.$$

Таким образом, имея в виду возможность двусторонних ограничений, требования к фракционному составу можно сформулировать следующим образом:

$$(36) C_{rk}^- \leq \frac{\sum_{j=1}^m \tilde{C}_j^r \frac{x_{kj}}{r_j}}{\sum_{i=1}^m \frac{x_{ki}}{r_i}} \leq C_{rk}^+,$$

где C_{rk}^- , C_{rk}^+ – соответственно нижнее и верхнее ограничения по фракционному составу смеси для r -стандартной точки (для температур $t_{нк}$, t_{10} , t_{50} , $t_{кк}$).

Это соотношение можно записать так:

$$(37) C_{rk}^- \sum_{i=1}^m \frac{x_{ki}}{r_i} \leq \sum_{j=1}^m \tilde{C}_j^r \frac{x_{kj}}{r_j} \leq C_{rk}^+ \sum_{i=1}^m \frac{x_{ki}}{r_i}.$$

Приводя его к стандартному виду, при котором все переменные находятся в левой части, а в правой остается константа, получим неравенства:

$$(38) \sum_{j=1}^m \frac{C_{rk}^- - \tilde{C}_j^r}{r_j} x_{kj} \leq 0; \quad \sum_{j=1}^m \frac{C_{rk}^+ - \tilde{C}_j^r}{r_j} x_{kj} \geq 0; \quad r = 1, 2, \dots$$

Октановое число определяется по исследовательскому или моторному методам. Для неэтилированных бензинов моторный и исследовательский методы аналогичны. Например, по моторному:

$$(39) M_k = \sum_{j=1}^m a_{kj} M_j \frac{x_{kj}}{G_k} + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^m a_{kij} x_{kj} x_{ki} \left(\frac{x_{kj}}{G_k} \right) \left(\frac{x_{ki}}{G_k} \right),$$

где M_j – октановое число j -го компонента; a_{kj} , a_{kij} – экспериментальные коэффициенты; G_k – масса смеси, определяемая по формуле

$$(40) G_k = \sum_{j=1}^m x_{kj}.$$

Соответственно ограничение по октановому числу выглядит так:

$$(41) M_k^- \leq \sum_{j=1}^m a_{kj} M_j x_{kj} + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^m a_{kij} x_{kj} x_{ki} \leq M_k^+,$$

где M_k^- , M_k^+ – соответственно нижний и верхний пределы по октановому числу для бензина k -ой марки.

Если экспериментальные коэффициенты неизвестны, то в первом приближении можно считать, что

$$(42) M_k = \sum_{j=1}^m M_j \frac{x_{kj}}{\sum_{j=1}^m x_{kj}}.$$

Тогда по можно записать:

$$(43) \sum_{j=1}^m (M_k^- - M_j) x_{kj} \leq 0, \quad \sum_{j=1}^m (M_k^+ - M_j) x_{kj} \geq 0.$$

Упругость паров смеси определяется через весовые доли компонентов следующим образом:

$$(44) P_k = \left(\sum_{j=1}^m a_{kj} P_j \frac{x_{kj}}{m_j} \right) \left(\sum_{j=1}^m \frac{x_{kj}}{m_j} \right)^{-1},$$

где a_{kj} – коэффициент, определяемый экспериментально; P_j – упругость паров j -го компонента; m_j – молекулярный вес j -го компонента. Ограничения следует записать так:

$$(45) P_k^- \leq \frac{\sum_{j=1}^m a_{kj} P_j \frac{x_{kj}}{m_j}}{\sum_{j=1}^m \frac{x_{kj}}{m_j}} \leq P_k^+,$$

где P_k^- , P_k^+ – граничные значения допустимого интервала.

Приводя это ограничение к стандартному виду, получаем:

$$(46) \sum_{j=1}^m \frac{P_k^- - a_{kj} P_j}{m_j} x_{kj} \leq 0, \quad \sum_{j=1}^m \frac{P_k^+ - a_{kj} P_j}{m_j} x_{kj} \geq 0.$$

Содержание ароматических углеводородов. Определяется линейно относительно весовых долей компонентов. Ограничения по содержанию ароматики в стандартном виде следует записать так:

$$(47) \sum_{j=1}^m (A_k^- - A_j) x_{kj} \leq 0, \quad \sum_{j=1}^m (A_k^+ - A_j) x_{kj} \geq 0.$$

где A_j – содержание ароматических углеводородов в единице массы j -го компонента; A_k^- , A_k^+ – соответственно нижний и верхний пределы содержания ароматических углеводородов в единице массы смеси.

Особенности получения котельных и дизельных топлив состоят в том, что кроме уже рассмотренных показателей, таких как сера, плотность, температуры отгона (для дизельных топлив), здесь необходимо контролировать вязкость n_k ; температуру вспышки t_k^{6cn} ; температуру застывания t_k^{3cm} и некоторые другие.

В качестве базовой формулы для определения вязкости смеси выбрана формула Виноградова

$$(48) \lg \lg(n_k + 0,8) = \sum_{j=1}^m \lg \lg(n_j + 0,8) \frac{x_{kj}}{G_k}$$

Формула не линейна по параметрам, но линейна по переменным, поэтому ограничения можно представить в виде линейных соотношений:

$$(49) \sum_{j=1}^m (u_k^- - u_j) x_{kj} \leq 0, \quad \sum_{j=1}^m (u_k^+ - u_j) x_{kj} \geq 0,$$

где $u_j = \lg \lg(n_j + 0,8)$, $u_k^- = \lg \lg(n_k^- + 0,8)$, $u_k^+ = \lg \lg(n_k^+ + 0,8)$.

При определении температуры вспышки за основу принята формула Тиле-Кадмера:

$$(50) t_k^{ecn} = -100 \cdot \lg \sum_{j=1}^m 10^{-t_j^{ecn}/100} \frac{x_{kj}}{G_k}.$$

Здесь та же ситуация, что и выше: зависимость нелинейна по параметрам, но линейна по переменным. Потенцируя, получим:

$$(51) 10^{-t_k^{ecn}/100} = \sum_{j=1}^m 10^{-t_j^{ecn}/100} \frac{x_{kj}}{G_k}.$$

Далее, вводя ограничения и преобразуя их к стандартному виду аналогично тому, как это было сделано выше, можем записать:

$$(52) \sum_{j=1}^m (q_k^- - q_j) x_{kj} \leq 0, \quad \sum_{j=1}^m (q_k^+ - q_j) x_{kj} \geq 0,$$

где $q_j = 10^{-t_j^{ecn}/100}$, $q_k^- = 10^{-t_k^{ecn}/100}$, $q_k^+ = 10^{-t_k^{ecn}/100}$.

Таким образом, спецификацию по некоторым показателям качества продуктов смешения можно линеаризировать. И все же линейная модель смешения – это компромисс. Например, для расчета октанового числа лишь в первом приближении можно использовать линейную модель, на самом деле процесс описывается квадратичной моделью. Сложные, нелинейные зависимости используются также при моделировании получения масел и присадок.

Поскольку используемый подход не связан с необходимостью непосредственной интеграции моделей смешения в матричную модель производства, то не связан он и с необходимостью

стью ограничиваться лишь аппаратом линейного программирования. В качестве дополнения, а в некоторых случаях и в качестве альтернативы, для расчета оптимальных пропорций смешения предложен метод штрафных функций.

4. Программный продукт

Программный продукт СМОННП представляет собой проблемно-ориентированную систему оптимизации и состоит из набора программных модулей, обеспечивающих собственно решение, базы данных и интерфейсов.

База данных содержит информацию, необходимую для выполнения расчетов и представляет собой статическую модель предметной области. Она описывает объект в категориях «сущность – связь». В модели фигурируют пять сущностей: «ресурсы» (материалы, энергоносители, реагенты), «узлы» (установки и смесевые пулы), «продукты» (сырье, полуфабрикаты, готовая продукция), «параметры» (список контролируемых параметров нефтепродуктов), «показатели» (экономические, технологические). Эти сущности порождают следующие связи: «потoki» (нефтепродуктов), «расходы» (ресурсов), «качество» (значения показателей качества нефтепродуктов) и «отношения». Последняя связь является абстрактной. Благодаря ей в модель могут быть включены любые дополнительные условия и ограничения. Все объекты – сущности и связи – обладают присущими им атрибутами и в совокупности образуют базу данных задачи.

Экземпляры базы данных генерируются с помощью специального программного модуля. Он выполняется либо по команде пользователя, если нужно создать новый экземпляр задачи, либо автоматически в том случае, если при загрузке программы не удастся обнаружить соответствующий файл.

Использование реляционной базы данных определило ряд конструктивных решений при создании интерфейсов. Предлагается выделять три вида интерфейсов: внутренний, внешний, пользовательский [1].

Внутренний (функциональный, межмодульный) интерфейс – это способы и средства стыковки объектов самой программы. Прежде всего это касается организации взаимодействия между предметной и математической частями приложения. База данных, как показано выше, содержит описание объекта в предметных категориях. Поэтому в программу включены генераторы моделей, которые с помощью *SQL*-запросов осуществляет конверсию информации, представленной в базе данных, в структуры воспринимаемые блоком оптимизации, а также программные модули, выполняющие в определенном смысле обратную функцию.

Внешний интерфейс – средства взаимодействия программы с корпоративной базой данных и другими приложениями. База данных, на которой «сидит» программа, является локальной. Она интегрирует в себе только ту информацию, которая необходима для решения конкретной задачи. При этом в ней (в локальной базе данных) содержится как относительно постоянная нормативно-технологическая информация, так и информация, определяющая задания, сценарии, приоритеты. Одна часть данных вводится вручную, другая поступает от внешних информационных источников. Так, например, предусмотрена возможность импорта и встраивания в текущую базу объектов из «библиотеки технологий». Для этого средствами *ADO* разработан *ActiveX*-элемент управления. Он имеет простую и удобную оболочку, благодаря которой осуществляется функция настройки внешних информационных связей. Тем самым решен вопрос адаптации программы к возможным изменениям во внешней информационной среде.

Пользовательский интерфейс создан по стандарту Windows-приложений (рис. 2). Он обеспечивает сценарии работы: содержит в себе средства описания объекта, описания задачи, настройки внешних связей, анализа результатов, создания отчетов.

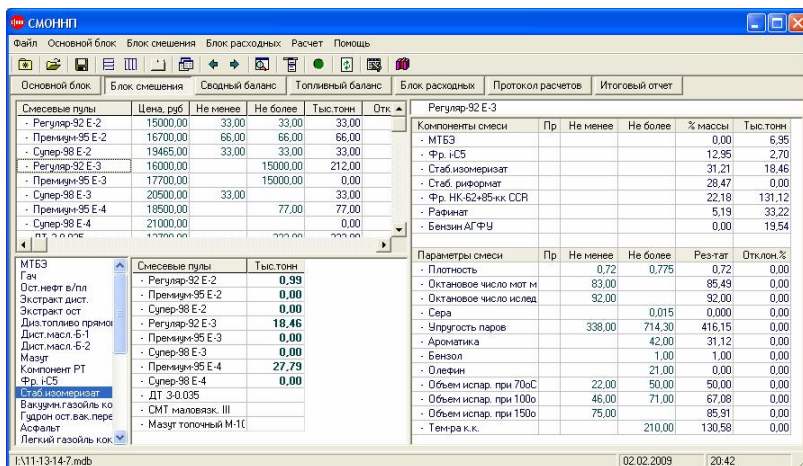


Рис. 2. Копия экрана программы SMOHNP

Та часть пользовательского интерфейса, которая предназначена для работы с объектами предметной области, состоит из совокупности блоков экранных форм. Каждая экранная форма есть визуализация некоторого SQL-запроса. В свою очередь, с каждой позицией виртуальной таблицы, порождаемой этим запросом, связан другой параметрический запрос, активизация которого приводит к появлению соответствующей экранной формы. Таким образом, экранные формы каждого блока взаимосвязаны. Любая позиция таблицы, отображаемой в экранной форме, представляет собой пункт контекстного меню – особенность данной программы. Это позволяет просматривать информационную модель объекта во всех «срезах».

Диаграмма экранных форм по блокам (рис. 3):

Блок 1 – технологическая схема. Этот пункт меню предназначен для описания моделируемого объекта. При его выборе на экране появляются экран 1.1. Он состоит из двух панелей. Одна служит для создания и редактирования списка узлов (объектов технологической схемы); другая – для создания списка материальных потоков (сырья, присадок, полуфабрикатов, товарных

продуктов). Каждая позиция того и другого списка сама по себе представляет пункт меню. Раскрыв позицию списка узлов, получаем экран 1.2, который служит для описания текущего объекта. Раскрыв позицию списка продуктов, получаем экран 1.3, содержащий информацию об истоках и стоках соответствующего продукта.

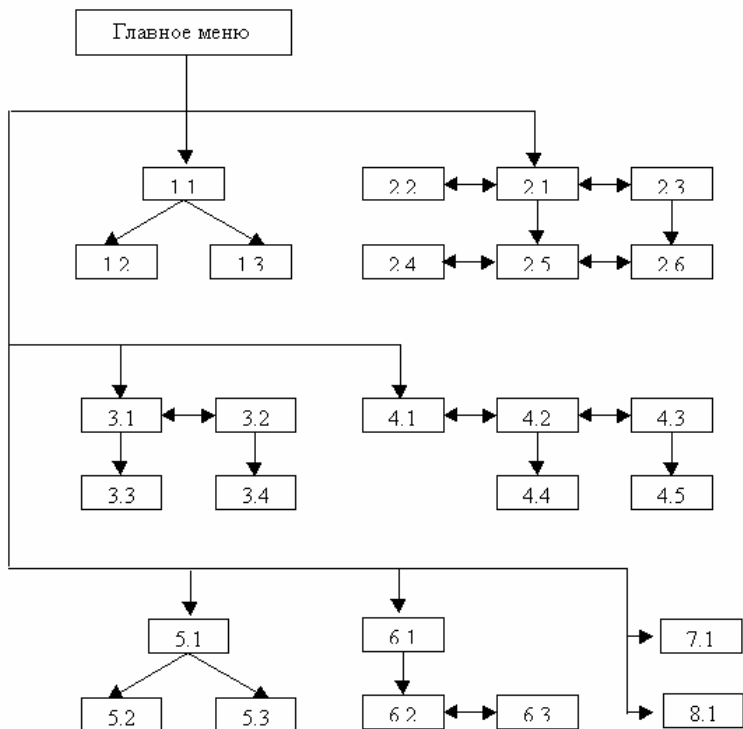


Рис. 3. Диаграмма взаимосвязи экранных форм

Блок 2 – материальный баланс. Дает доступ к системе экранов, позволяющих просматривать материальные балансы. Первоначально попадаем в экран 2.1, содержащий список узлов. Этот список служит для задания ограничений по загрузке узлов (прежде всего установок), отображения расчетных загрузок и

двойственных оценок. С этим экраном связаны еще два: экран управляемых потоков 2.2 и экран нефтепродуктов 2.3. Экран управляемых потоков содержит список потоков, через которые определяются другие потоки и показатели, т.е. по сути дела список переменных задачи. Экран нефтепродуктов отображает балансы по каждому продукту и по их совокупности, а также их двойственные оценки.

Позиции этих списков сами являются пунктами меню. Раскрыв, например, позицию списка установок, мы попадаем в дочерний экран 2.5, в котором отражается баланс этой установки. Из этого экрана можно перейти в экран 2.4, в котором информация о балансе установки представлена в контексте взаимосвязи ее с другими объектами системы. Экран 2.6 содержит информацию о балансе нефтепродукта. В этот экран можно попасть как из списка нефтепродуктов, так и из экрана баланса установки. Возможен и обратный переход. Это позволяет легко просматривать материальные балансы во всех аспектах.

Блок 3 – компоненты смесей. В этом пункте меню пользователь получает доступ к таблицам, содержащим информацию о нефтепродуктах, используемых для получения товарных продуктов смешением. Экран 3.1 служит для отображения баланса «компоненты – смеси». Позиции этого списка сами являются пунктами меню. Раскрыв позицию этого списка, попадаем в дочерний экран 3.3. В нем распределение текущего продукта представлено в более удобном для восприятия виде. Из экрана 3.1 можно перейти в экран 3.2, содержащий те же строки, но другие столбцы, а именно показатели качества. Раскрыв позиция списка, получаем экран 3.4, служащий для редактирования качества соответствующего компонента.

Блок 4 – продукты смешения. При описании технологии каждая смесь характеризуется как элемент схемы, т.е. как узел с некоторым множеством входящих и единственным исходящим потоком. Но для моделирования операции смешения такого представления недостаточно. Необходимо дать описание условий получения каждой смеси. Экран 4.1 содержит список про-

дуктов смешения. Его используют как меню для доступа к информации по спецификации каждой смеси. Выбор позиции списка продуктов смешения приводит к появлению экрана 4.2, содержащего компонентный состав смеси. Здесь можно задать приоритет, ограничения на процентный состав, а также просмотреть результаты расчета, т.е. процентный состав, полученный в результате решения задачи. Каждая позиция списка 4.2 в свою очередь тоже является пунктом меню. Выбрав любую позицию, попадаем в экран 4.4, содержащий параметры качества соответствующего компонента. Из экрана 4.2 можно перейти в экран 4.3, который содержит условия спецификации по качеству смеси, а также расчетные значения и отклонения от них в процентах. Воспользовавшись позицией этого экрана как пунктом меню, можно получить информацию о формировании текущего параметра (экран 4.5).

Блок 5 – топливный баланс. Этот пункт меню предназначен для ввода данных и отображения результатов расчета топливного баланса. Экран 5.1 состоит из двух панелей. Одна служит для отображения приходной части баланса, другая – расходной. Позиции панелей сами являются пунктами меню. Раскрыв позицию приходной части топливного баланса, попадаем в экран 5.2, характеризующий теплотворную способность нефтепродукта. Раскрыв позицию расходной части топливного баланса, попадаем в экран 5.3, характеризующий параметры расхода тепла на соответствующей установке.

Блок 6 – расходные показатели. Экран 6.1 содержит список расходуемых ресурсов. Таблица содержит условия (лимиты, цены) и результаты (расход, стоимость, оценки) по каждому ресурсу. Раскрыв позицию списка, попадаем в экран 6.2, показывающий расход ресурса в разрезе установок. С этим экраном связан экран 6.3, показывающий затраты ресурсов в каждой установке.

Блок 7 – генератор отчетов. Экран 7.1 служит для отображения результатов оптимизации в форме системы балансов.

Формируется сводный баланс завода, балансы установок, рецептуры получения товарных смесей.

Блок 8 – протокол расчетов. Экран 8.1 содержит техническую информацию по процедуре расчетов и обобщенные результаты по каждому расчету текущей сессии.

Основные, наиболее востребованные приложения: анализ и выбор схемы нефтепереработки; текущее и оперативное планирование. Как отмечалось выше, номинальная задача, решаемая с помощью СМОННП, – расчет оптимального производственного плана и соответствующего ему общего материального баланса предприятия. В качестве критерия оптимальности можно брать различные технико-экономические показатели. Это может быть какой-либо один показатель или векторная свертка нескольких. К числу показателей относятся, например, выход светлых нефтепродуктов, глубина переработки нефти, покрытие и другие.

В настоящее время накоплен большой опыт использования СМОННП на стадии обоснования проектов модернизации существующих и проектирования новых предприятий. Разработана соответствующая методика, которая состоит в следующем. На первом этапе создается базовая модель предприятия. В ее основу закладываются усредненные загрузки и балансы каждой установки, существующие потоки, качество нефтепродуктов, спецификация товарной продукции, энергетические показатели работы установок. Далее разрабатывается оптимальная схема работы предприятия на перспективу со строительством новых установок и реконструкцией существующих. Показатели новых установок (материальный баланс, катализатор, расходные показатели) берутся по данным фирм-лицензиаров процессов, по аналогам действующих установок, по литературным данным. Эти показатели накладываются на базовый вариант работы предприятия, и производится серия оптимизационных расчетов. В результате формируется вариант развития предприятия на перспективу по годам строительства с учетом очередности вводимых процессов.

Литература

1. ВЕНДЕРОВ А. М. *Проектирование программного обеспечения экономических информационных систем.* – М.: Финансы и статистика, 2005. – 544 с.
2. ДУДНИКОВ Е. Е., ЦОДИКОВ Ю. М. *Типовые задачи оперативного управления непрерывным производством.* – М.: Энергия, 1979. – 272 с.
3. ЛЭСДОН Л. С. *Оптимизация больших систем.* – М.: Наука, 1975. – 429 с.
4. МОИСЕЕВ Н. Н., ИВАНИЛОВ Ю. П., СТОЛЯРОВА Е. М. *Методы оптимизации.* – М.: Наука, 1978. – 352 с.
5. ОСТРОВСКИЙ Г. М., БЕРЕЖИНСКИЙ Т. А. *Оптимизация химико-технологических процессов. Теория и практика.* – М.: Химия, 1984. – 240 с.

“SMONNP” SOFTWARE (SYSTEM OF OIL REFINERY AND PETROCHEMISTRY PRODUCTION OPTIMIZATION)

Alexander Sizikov, Samara State University of Economics, assistant professor (apsizikov@mail.ru)

The problem of optimization of oil refinery production as a complex system is presented. Mathematical models and methods embodied in software product developed by the author are described.

Keywords: oil refinery production, complex system, system analysis, optimization, information technology in management, problem-oriented software.

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии М.В. Губко